

Indice

1	Lezione 1 - Napoli	2
1.1	Introduzione	2
2	Lezione 3 - 01/10/2025	3
2.1	Matrice Trasposta	3
2.2	Prodotto Scalare	3
2.3	Matrice Conformabile	3
2.4	Prodotto Riga per Colonna	4

Capitolo 1

Lezione 1 - Napoli

1.1 Introduzione

Contenuto della prima lezione.

Capitolo 2

Lezione 3 - 01/10/2025

2.1 Matrice Trasposta

Definizione (Matrice Trasposta)

Sia $A \in M_{m,n}(K)$. La trasposta di A , denotata tA , è la matrice del tipo $[n, m]$ che come righe ha le colonne di A .

$${}^tA = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{m2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \in M_{n,m}(K), \text{ ottenuta scambiando righe e colonne di } A.$$

2.2 Prodotto Scalare

Definizione (Prodotto scalare)

Sia $K = \mathbb{R}$ e siano due vettori $\mathbf{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n), \mathbf{b} = (b_1, b_2, \dots, b_n) \in K^n$.

Il **prodotto scalare** è la funzione

$$K^n \times K^n \longrightarrow K, \quad (\mathbf{a}, \mathbf{b}) \longmapsto a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n = \langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle,$$

che associa la coppia di vettori ad uno scalare, dato dalla somma delle componenti omonime dei due vettori.

2.3 Matrice Conformabile

Definizione (Matrice Conformabile)

Due matrici $A \in M_{m,n}(K)$ e $B \in M_{p,q}(K)$ si dicono **conformabili** per il prodotto se e solo se il numero di colonne di A è uguale al numero di righe di B , cioè $n = p$. In tal caso, il prodotto AB è definito ed è una matrice di dimensione $m \times q$.

Esempio: Siano

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix} \in M_{3,2}(K), \quad B = \begin{bmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 10 & 11 & 12 \end{bmatrix} \in M_{2,3}(K).$$

Allora A e B sono conformabili e

$$AB = \begin{bmatrix} 1 \cdot 7 + 2 \cdot 10 & 1 \cdot 8 + 2 \cdot 11 & 1 \cdot 9 + 2 \cdot 12 \\ 3 \cdot 7 + 4 \cdot 10 & 3 \cdot 8 + 4 \cdot 11 & 3 \cdot 9 + 4 \cdot 12 \\ 5 \cdot 7 + 6 \cdot 10 & 5 \cdot 8 + 6 \cdot 11 & 5 \cdot 9 + 6 \cdot 12 \end{bmatrix} \in M_{3,3}(K).$$

2.4 Prodotto Riga per Colonna

Definizione (Prodotto Riga Per Colonna)

Siano $A \in M_{m,n}(K)$ e $B \in M_{n,p}(K)$. Il prodotto di una riga i -esima di A per una colonna j -esima di B è definito come la somma dei prodotti delle componenti corrispondenti:

$$(AB)_{ij} = \sum_{k=1}^n A_{ik} B_{kj}.$$

In altre parole, per ottenere l'elemento in posizione (i, j) del prodotto AB , si moltiplicano elemento per elemento la riga i di A con la colonna j di B e si sommano i risultati.

Esempio: Siano

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 9 & 10 \\ 11 & 12 \end{bmatrix}.$$

Allora

$$(AB)_{11} = 1 \cdot 7 + 2 \cdot 9 + 3 \cdot 11 = 58, \quad (AB)_{12} = 1 \cdot 8 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 12 = 68,$$

e così via per gli altri elementi del prodotto.