Kacper Czernik 242371
Mateusz Grzeszczak 242398

Rok akademicki 2022/23
wtorek, 10:30

METODY NUMERYCZNE – LABORATORIUM

Zadanie 2 – metoda iteracyjna Gaussa-Seidla

Opis rozwiązania

Metoda iteracyjna Gaussa-Seidla to jedna z technik rozwiązywania równań liniowych.

Warunki konieczne dla zastosowania tej metody to:

Macierz układu równań musi być kwadratowa, tzn. musi mieć tyle samo wierszy, co kolumn.

Metoda jest zbieżna gdy macierz A jest dodatnio określona tj. gdy A jest diagonalnie dominująca

Przebieg algorytmu iteracyjnej metody Gaussa-Seidla można opisać w następujących punktach:

Wybierz początkową estymatę rozwiązania x^(0) oraz dokładność epsilon.

Dopóki warunek zakończenia nie jest spełniony, wykonuj:

a. Dla każdego wiersza i od 1 do n macierzy A, wyznacz wartość x_i^(k+1) (k+1 to krok iteracji) korzystając z równania:

x_i^(k+1) = (b_i - sum(j=1, i-1, A_ij * x_j^(k+1)) - sum(j=i+1, n, A_ij * x_j^(k))) / A_ii

b. Sprawdź, czy norma różnicy między x^(k+1) a x^(k) jest mniejsza niż epsilon. Jeśli tak, zakończ iteracje, w przeciwnym razie kontynuuj iteracje, przyjmując x^(k+1) jako nową estymatę rozwiązania.

Zwróć otrzymane rozwiązanie x^(k+1).

Warto zauważyć, że metoda iteracyjna Gaussa-Seidla jest algorytmem iteracyjnym, co oznacza, że rozwiązanie jest obliczane krok po kroku, aż osiągnie się wymaganą dokładność bądź wykona się maksymalną zadaną ilość iteracji.

Wyniki

Wyniki działania programu dla wszystkich przykładowych macierzy przeprawione zostały w poniższej Tabeli 1.

Tabela 1.

przykład	maksymalna liczba iteracji	liczba iteracji do uzyskania wyniku	uzyskany wynik	przewidywany wynik
a	10	10	x = -6266.229	x = 1
			y = 45614.129	x = 2
			z = -84954.0299	x = 3
b,c,e,i	10	0	"badana macierz jest nieoznaczona lub sprzeczna"	"macierz nieznaczona"
d	10	4	x = 2.2100	x = 2
			y = -2.9737	y = -3
			z = 1.3957	z = 1,5
			g = 0.4996	g = 0,5
f	10	10	x = 41347196	x = 1
			y = 102294241	y = 3
			z = 311577133	z = -4
			g = -187402405	g = 5
g	10	1	x = 7	x = 7
			y = 5	y = 5
			z = 3	z = 3
h	10	10	x = 1.007	x = 1
			y = 2.0002	y = 2
			z = 2.9990	z =3
j	10	4	x = 0.9996	x = 1
			y = 1.0001	y = 1
			z = 0.9999	z = 1

Wnioski

Zalety metody iteracyjnej Gaussa-Seidla to:

Łatwość implementacji.

Szybkość działania w przypadku macierzy o niewielkim rozmiarze.

Możliwość przerwania obliczeń w każdym momencie w przypadku osiągnięcia wymaganej dokładności.

Dla nielicznych macierzy metoda działa zaskakująco szybko, przykładem takiej macierzy jest macierz z podpunktu g.

Wady metody iteracyjnej Gaussa-Seidla to:

Ilość iteracji potrzebnych do uzyskania wyników dla większych macierzy jest znacząco większa niż ta dla małych macierzy

W przypadku macierzy z małą diagonalną dominacją może działać wolno lub poprawny wynik może okazać się niemożliwy do uzyskania, taka sytuacja ma miejsce dla macierzy przykładowych a oraz f. (takie zachowanie algorytmu zostało przewidziane w instrukcji).