Kacper Czernik 242371
Mateusz Grzeszczak 242398

Rok akademicki 2022/23
wtorek, 10:30)

METODY NUMERYCZNE – LABORATORIUM

Zadanie 3 – interpolacja Lagrange'a dla węzłów równoodległych

Opis rozwiązania

Interpolacja Lagrange'a to metoda numeryczna służąca do przybliżenia funkcji interpolowanej poprzez konstrukcję wielomianu interpolacyjnego. Wielomian ten przechodzi przez zadane punkty, a interpolacja polega na znalezieniu wartości funkcji w punktach nieznanym.

Algorytm interpolacji Lagrange'a można przedstawić w następujących krokach:

1.Wyznaczenie punktów:

Wyznacz wartości x_i oraz y_i dla i=0,1,...,n-1, czyli wartości funkcji w punktach interpolacji.

2.Wyznaczenie wielomianu interpolacyjnego:

Skonstruuj wielomian interpolacyjny Lagrange'a postaci:

*P(x) = Σ (y_i * L_i(x)), dla i=0 do n-1,*

gdzie L_i(x) to wielomian Lagrange'a, który jest iloczynem wartości funkcji w pozostałych punktach interpolacji, z wyjątkiem i-tego punktu, czyli

L_i(x) = Π (x-x_j)/(x_i-x_j), dla j=0 do n-1, j≠i.

3.Obliczenie wag:

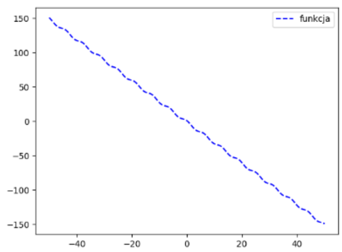
Wyznacz wartości wag w postaci
w_i = L_i(x)/L_i(x_i), dla i=0 do n-1.

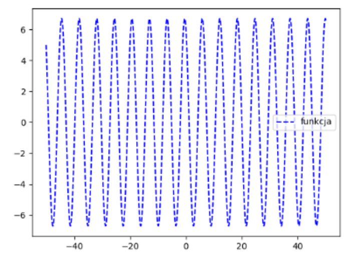
4.Obliczenie wartości funkcji:

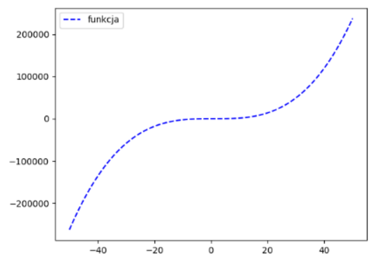
Oblicz wartości funkcji w punktach, dla których są one potrzebne, używając skonstruowanego wielomianu interpolacyjnego P(x).

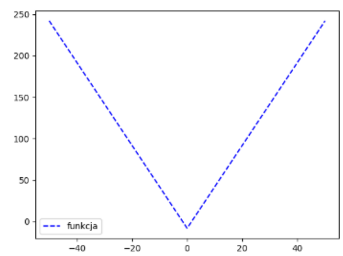
Wyniki

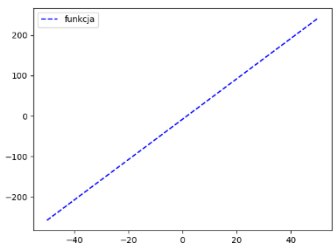
Poniżej przedstawiono wykresy funkcji użytych w zadaniu:



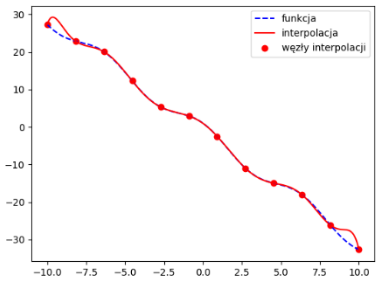


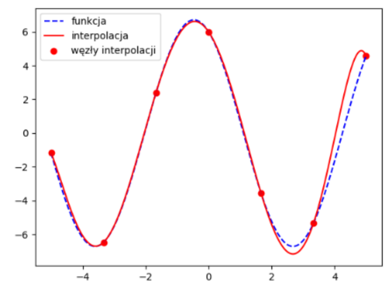


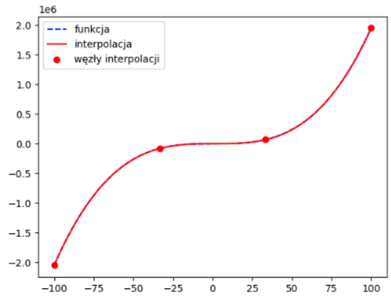


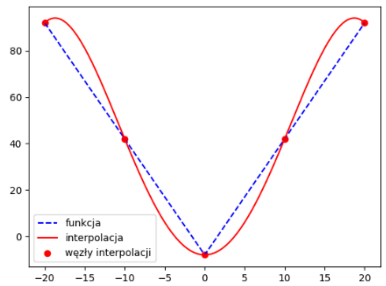


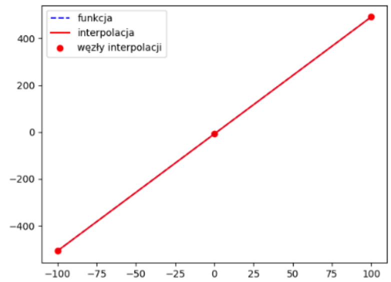
Poniżej przedstawiono wykresy funkcji wraz z nałożoną funkcją interpolowaną, warto dodać ze zarówno przedział jak i ilość węzłów została dostosowana w celu zwiększenia czytelności rozwiązania.











Wnioski

Interpolacja Lagrange'a jest popularnym algorytmem numerycznym do przybliżania funkcji interpolowanej poprzez skonstruowanie wielomianu interpolacyjnego. Główne zalety tej metody to:

Łatwość implementacji: Algorytm interpolacji Lagrange'a jest stosunkowo prosty do zrozumienia i zaimplementowania

Dokładność interpolacji: Interpolacja Lagrange'a gwarantuje, że wielomian interpolacyjny przechodzi przez wszystkie punkty interpolacji, co oznacza, że wartości funkcji interpolowanej są dokładnie przybliżane w tych punktach.

Odporność na szum: Interpolacja Lagrange'a jest stosunkowo odporna na szum w danych wejściowych, co oznacza, że nawet gdy dane wejściowe są nieprecyzyjne lub zawierają pewną ilość szumu, algorytm nadal może dać dokładne przybliżenie funkcji interpolowanej.

Jednakże, interpolacja Lagrange'a ma również pewne wady, takie jak:

Złożoność obliczeniowa: Złożoność obliczeniowa interpolacji Lagrange'a rośnie wraz z liczbą punktów interpolacji, co oznacza, że dla dużych zbiorów danych algorytm może być czasochłonny.

Zagrożenie oscylacji: W przypadku gdy zbioru danych jest gęsty i wielomian interpolacyjny ma wysoki stopień, mogą wystąpić oscylacje, co oznacza, że wartości funkcji interpolowanej mogą znacznie się różnić w sąsiednich punktach.