提纲：

Chapter1 绪论（引言，国内外研究现状） （3day）

Chapter2 流动方程、SPH相关技术综述(1 week)

Chapter3 固体表面均匀化粒子采样(3 day)

Chapter4 固液边界耦合(3 day )

Chapter5 流体细节（表面张力、气泡、 物理效应）(1 week)

Chapter5 流体动画算法实现（实现框架、核函数选择、各种力、时间积分、渲染、结果分析）(1 week+)

Chapter6 展望(1 day)

致谢、参考文献(1 day)

预计耗时 32天

1 绪论

* 1. 研究背景与意义

流体是自然界中广泛存在的一种物质形态，在流体力学中流体往往被定义为在承受剪应力时将会发生连续变形的物体，液体和气体都属于这一范畴。我们通常认为自然界中的水、空气、雾、云、火等实体都是流体，这些对象形态各样，性质不一，研究和模拟这些流体即是人们认识自然、研究自然乃至改造自然的必要手段，同时也是现代人们进行许多艺术创作的素材和灵感源泉。在自然界各种形态的流体当中，与人类日常生活最为密切相关的是各种中微尺度流体，也是流体模拟领域人们研究的热点所在。

中微尺度流体通常指那些在流体规模上较海洋、湖泊等要小的流体场景，但其往往对模拟的准确度、真实感、可交互性要求更高。由于流体模拟问题计算的复杂性，传统方法往往都是通过采用离线的方式进行，这样使得其应用范围受限。目前，在一些对精确度要求较高的领域如石油勘探、航空航天等依然使用CFD软件以离线的方式进行模拟和分析。随着计算机硬件性能的提升，虚拟现实、主机游戏、医学训练等等应用呈井喷状蓬勃发展，对流体模拟也越来越强调其可实时性、可交互性和真实感。因而，研究对中微尺度流体的高效表达和实时模拟是非常有意义的。此外，流体真实感的获得要求能够模拟出流体中存在的微观细节，例如表面张力效应、气泡、水花飞溅等现象以及一些物理光学效应，因此，对这些微观现象的建模和模拟也是当前研究的热点。

近年来，对流体实时模拟的研究工作主要针对于单相流问题，对于多相流或者固液两相由于问题本身的复杂性和计算代价等原因使得研究成果较少。然而，由于现实世界中流体往往都会和周围的环境存在耦合，甚至在一些问题中周围环境对流体的作用是流体运动的主要成因（例如多孔介质中的渗流运动、毛发入水等等情形），因此，对固液之间耦合进行有效建模和高效模拟对于流体实时模拟的真实感也至关重要。

* 1. 如何模拟流体

近现代流体动力学的基础源自十九世纪以来实验流体力学的发展，因解决实际工程问题的需要，许多科学家、工程师致力于结合牛顿经典力学理论和工程实践经验、科学实验结果。纳维于1822年建立了粘性流体的运动方程，之后的1845年，斯托克斯优化该方程，形成了近现代流体动力学的理论基础纳维-斯托克方程（N-S方程）。N-S方程是个非线性偏微分方程，一般来说，其解析解是不存在的，数值算法则提供给了我们研究它的另一条途径。

20世纪60年代以来，由于电子计算机硬件的发展和传统基于实验的流体力学自身存在的诸多限制两个方面原因，计算流体力学(CFD)诞生。CFD通过流体问题的数值算法来对流体进行模拟，具有传统分析或者实验方法所不具备的的优点：它不受场地和实验设备的限制，成本也较为低廉，另外它能处理传统方法难以解决的复杂流动问题。

近年来，CFD的研究无论是在工程计算领域还是计算机动画领域都取得了无数进展与突破，同时也涌现出大量流体模拟方法。现有的基于物理的流体模拟方法从对流体的建模途径上可分为两种：欧拉法（也称基于网格方法）和拉格朗日法（无网格法）。欧拉法将计算域划分成网格，其通过描述每个网格点处流体的物理量（诸如密度、速度、稳定）随时间的变化来模拟流体。构建网格的方法也多种多样，一个典型的MAC网格，以及离散方式如图1所。欧拉法的缺陷也很明显，模拟局限于网格内。相比之下，拉格朗日法则视流体为一个质点粒子系统，每个粒子代表流体的一个微元，并承载着相应的物理量（诸如质量、密度、位置、速度等），通过求解整个粒子系统的动力学方程组来描述流体运动。其中光滑例子动力学方法（SPH）就是一种典型的拉格朗日法。

通常情况下，欧拉法模拟不可压缩流体时，有如下形式的N-S方程组：

其中，（A description...A description...1.1）被称为动量守恒方程，（1.2）称为质量守恒方程（又称不可压缩性条件）。关于对N-S方程中相关变量的具体描述在chapter2中给出。值得注意的是式（1.1）中项

A description...是物质倒数

的根据链式法则的全导展开形式。写成展开式的原因是欧拉法视点下，对于各个网格点处的物理量而言，空间和时间都是自变量。相比之下，用拉格朗日法模拟流体时，流体用粒子表示，粒子所承载的物理量有时间这一个自变量，因此，省去了对流方程的求解［］，另外由于粒子数目和质量不变，质量守恒方程也无条件满足，省去了不可压缩性条件的约束，这些简化使得拉格朗日视角下的求解运动方程的数值算法要比欧拉视角下来得简单。此外，拉格朗日法模拟流体得到的结果是一堆粒子的点云数据，更易于重建流体表面和对一些流体细节的可视化。基于上述原因，拉格朗日法更适用于近年来的要求可交互性、细节真实感的实时流体模拟应用，我们的许多工作也基于光滑例子动力学方法［］。

前面提到，拉格朗日法则视流体为一个质点粒子系统，那么如何利用这些离散的流体粒子承载的物理量去表示一个光滑的、连续的流体场呢？文献［ACG03］中给出的答案就是采用SPH方法。SPH（Smoothed Particle Hydrodynamics）方法是从数学上说是一种典型的积分插值方法。它由Lucy、Monaghan&Gingold等人于1977年提出用来解决天体物理学中的行星运动问题［］，后来在文献［stam 95］中被引入到计算机图形学领域。离散化的SPH方法基本思想很简单，如下图所示，对粒子物理量的衡量是根据光滑核半径内流体粒子相应物理量的插值得到，插值所用到的函数称为核函数，核函数需要在数学上满足一些性质。SPH方法模拟流体的关键在于核函数和光滑半径的选择。有关SPH方法的推倒和核函数的选择的具体内容间chapter2。

Simulations apply numerically methods to solve the - in most cases - resulting non-linear partial

differential equations. One common way to do this is to treat the fluid as a continuum, discretize the

spatial domain into a grid and use finite differences or the finite volume method. In the literature

grid-based fluid models are called Eulerian models. For the use within virtual environments grid-

based methods, as a matter of principle, have the drawback of a bounded simulation space.

In contrast, particle-based methods (in literature: Lagrangian model, from Lagrangian mechanics)

represent the fluid as a discrete set of particles and simulate the fluid flow through solving the

particle dynamics. For realtime applications this results in some advantages versus grid-based

methods:

-

simpler calculation (mass conservation can be omitted, convective term can be omitted, cp.

[MCG03])

-

no numerical diffusions in the convection terms (diffusion directions are not influenced by

the grid layout)

- surface reconstruction is likely to be easier

- fluid can spread freely in space (no boundary through the grid)

For these reasons (especially the last) this thesis focuses on a Lagrangian method based on smoothed

particle hydrodynamics (SPH) [Mon05], which became very popular for this kind of applications. The

idea behind SPH is that every particle distributes the fluid properties in its neighbourhood using

radial kernel functions. To evaluate some fluid property at a given point one must simply sum up the

properties of the neighbouring particles, weighted with the appropriate smoothing function.

* 1. 相关工作