提纲：

Chapter1 绪论（引言，国内外研究现状） （3day）

Chapter2 流动方程、SPH相关技术综述(1 week)

Chapter3 固体表面均匀化粒子采样(3 day)

Chapter4 固液边界耦合(3 day )

Chapter5 流体细节（表面张力、气泡、 物理效应）(1 week)

Chapter5 流体动画算法实现（实现框架、核函数选择、各种力、时间积分、渲染、结果分析）(1 week+)

Chapter6 展望(1 day)

致谢、参考文献(1 day)

预计耗时 32天

1 绪论

* 1. 研究背景与意义

流体是自然界中广泛存在的一种物质形态，在流体力学中流体往往被定义为在承受剪应力时将会发生连续变形的物体，液体和气体都属于这一范畴。我们通常认为自然界中的水、空气、雾、云、火等实体都是流体，这些对象形态各样，性质不一，研究和模拟这些流体即是人们认识自然、研究自然乃至改造自然的必要手段，同时也是现代人们进行许多艺术创作的素材和灵感源泉。在自然界各种形态的流体当中，与人类日常生活最为密切相关的是各种中微尺度流体，也是流体模拟领域人们研究的热点所在。

中微尺度流体通常指那些在流体规模上较海洋、湖泊等要小的流体场景，但其往往对模拟的准确度、真实感、可交互性要求更高。由于流体模拟问题计算的复杂性，传统方法往往都是通过采用离线的方式进行，这样使得其应用范围受限。目前，在一些对精确度要求较高的领域如石油勘探、航空航天等依然使用CFD软件以离线的方式进行模拟和分析。随着计算机硬件性能的提升，虚拟现实、主机游戏、医学训练等等应用呈井喷状蓬勃发展，对流体模拟也越来越强调其可实时性、可交互性和真实感。因而，研究对中微尺度流体的高效表达和实时模拟是非常有意义的。此外，流体真实感的获得要求能够模拟出流体中存在的微观细节，例如表面张力效应、气泡、水花飞溅等现象以及一些物理光学效应，因此，对这些微观现象的建模和模拟也是当前研究的热点。

近年来，对流体实时模拟的研究工作主要针对于单相流问题，对于多相流或者固液两相由于问题本身的复杂性和计算代价等原因使得研究成果较少。然而，由于现实世界中流体往往都会和周围的环境存在耦合，甚至在一些问题中周围环境对流体的作用是流体运动的主要成因（例如多孔介质中的渗流运动、毛发入水等等情形），因此，对固液之间耦合进行有效建模和高效模拟对于流体实时模拟的真实感也至关重要。

* 1. 如何模拟流体

近现代流体动力学的基础源自十九世纪以来实验流体力学的发展，因解决实际工程问题的需要，许多科学家、工程师致力于结合牛顿经典力学理论和工程实践经验、科学实验结果。纳维于1822年建立了粘性流体的运动方程，之后的1845年，斯托克斯优化该方程，形成了近现代流体动力学的理论基础纳维-斯托克方程（N-S方程）。N-S方程是个非线性偏微分方程，一般来说，其解析解是不存在的，数值算法则提供给了我们研究它的另一条途径。

20世纪60年代以来，由于电子计算机硬件的发展和传统基于实验的流体力学自身存在的诸多限制两个方面原因，计算流体力学(CFD)诞生。CFD通过流体问题的数值算法来对流体进行模拟，具有传统分析或者实验方法所不具备的的优点：它不受场地和实验设备的限制，成本也较为低廉，另外它能处理传统方法难以解决的复杂流动问题。

近年来，CFD的研究无论是在工程计算领域还是计算机动画领域都取得了无数进展与突破，同时也涌现出大量流体模拟方法。现有的基于物理的流体模拟方法从对流体的建模途径上可分为两种：欧拉法（也称基于网格方法）和拉格朗日法（无网格法）。欧拉法将计算域划分成网格，其通过描述每个网格点处流体的物理量（诸如密度、速度、稳定）随时间的变化来模拟流体。构建网格的方法也多种多样，一个典型的MAC网格，以及离散方式如图1所。欧拉法的缺陷也很明显，模拟局限于网格内。相比之下，拉格朗日法则视流体为一个质点粒子系统，每个粒子代表流体的一个微元，并承载着相应的物理量（诸如质量、密度、位置、速度等），通过求解整个粒子系统的动力学方程组来描述流体运动。其中光滑例子动力学方法（SPH）就是一种典型的拉格朗日法。

通常情况下，欧拉法模拟不可压缩流体时，有如下形式的N-S方程组：

其中，（1.1）被称为动量守恒方程（又称为连续性方程），（1.2）称为质量守恒方程（又称不可压缩性条件）。关于对N-S方程中相关变量的具体描述在chapter2中给出。值得注意的是式（1.1）中项![A description...](data:None;base64,)![A description...](data:None;base64,)

是物质倒数![A description...](data:None;base64,)

的根据链式法则的全导展开形式。写成展开式的原因是欧拉法视点下，对于各个网格点处的物理量而言，空间和时间都是自变量。相比之下，用拉格朗日法模拟流体时，流体用粒子表示，粒子所承载的物理量有时间这一个自变量，因此，省去了对流方程的求解［］，另外由于粒子数目和质量不变，质量守恒方程也无条件满足，省去了不可压缩性条件的约束，这些简化使得拉格朗日视角下的求解运动方程的数值算法要比欧拉视角下来得简单。此外，拉格朗日法模拟流体得到的结果是一堆粒子的点云数据，更易于重建流体表面和对一些流体细节的可视化。基于上述原因，拉格朗日法更适用于近年来的要求可交互性、细节真实感的实时流体模拟应用，我们的许多工作也基于光滑例子动力学方法［］。

前面提到，拉格朗日法则视流体为一个质点粒子系统，那么如何利用这些离散的流体粒子承载的物理量去表示一个光滑的、连续的流体场呢？文献［ACG03］中给出的答案就是采用SPH方法。SPH（Smoothed Particle Hydrodynamics）方法是从数学上说是一种典型的积分插值方法。它由Lucy、Monaghan&Gingold等人于1977年提出用来解决天体物理学中的行星运动问题［］。SPH方法基本思想很简单，如下图所示，对粒子物理量的衡量是根据光滑核半径内流体粒子相应物理量的插值得到，插值所用到的函数称为核函数，核函数需要在数学上满足一些性质。SPH方法模拟流体的关键在于核函数和光滑半径的选择。有关SPH方法的推倒和核函数的选择的具体内容在chapter2给出。

* 1. 相关工作

（分几段介绍：流体模拟发展主线，SPH方法发展，边界处理、表明张力、固液耦合研究现状，提下渲染和并行加速工作。）

流体模拟领域发展至今，涌现了很多种方法，早期由于硬件计算能力的限制，主流是参数建模的方法，并非近年来基于物理的方法，例如文献{CAD12}中采用的对波浪进行函数建模方法、文献{CAD13}基于Gerstner模型的粒子方法、以及基于统计的FFT经验模型的方法{CAD14}。这些方法和模型的缺点非常明显，只是近似模拟流体形态，并非真正描述流动效果。真正基于物理地通过数值算法求解三维NS方程来模拟流体运动的方法为Foster和Metaxas于1996年在文献{CAD20}中的工作，其构建MAC网格，利用有限差分法来求解流体相关物理量。后来，Autodesk的Stam研究员摒弃了{20}中显示时间积分方式，而采用半拉格朗日法求解对流项，提出了一种针对不可压缩流体的无条件稳定的隐式求解器{}。随后，这种基于网格的方法在流体表面追踪和计算的稳定性上都涌现出了很多成果{}。

基于粒子的流体模拟方法最早是由Miller{}和Pearcy{}引入，然而他们所使用的只是简单的粒子间作用力模型，并非流体动力学力范畴。Stam和Fiume{}首先将SPH方法引入到模拟气体和火中来，这也使得SPH首次被引入计算机图形学领域。随后，Desbrun应用SPH于模拟可变形物体{}，Nvidia的研究员Muller将SPH应用于对不可压缩流体的模拟{}。自此，在这些研究工作的基础上，SPH方法在模拟流体领域有了很大范围的应用与拓展，从河流模拟{}、多相流模拟{}、高粘性流体模拟{}到流体控制{}、固液耦合模拟{}等等。

前面提到Muller在文献{}首次将SPH方法应用到不可压缩性流体的模拟中，其取得近似不可压缩性的方法是采用类似气体状态方程(EOS)来模拟压强与密度之间关系，类似于弹簧的胡克定律，这样做使得模拟的时间步长取值只能较小，模拟的效率较低。后来的研究中，基于SPH流体模拟方法本身的发展可以说是围绕着不可压缩性获得和模拟时间步长的提升两个议题，具有代表性的工作有如下这些：文献{好几个}基于Tait方程来估计状态方程的参数，提出了弱可压缩性SPH方法(WCSPH)，该方法同样面临时间步长过小的问题。文献{}采用一种预测校正、多次迭代式的方法(PCISPH)基于状态方程来估计压强，其允许较大的时间步长，使得模拟效率得到大大提升。文献{}给出了WCSPH和PCISPH两种方法关于模拟性能的一个很好的比较。除了上述基于状态方程计算压强方法外，欧拉方法中常见的利用不可压缩性条件求解压力泊松方程(PPE)的方法也可以用于SPH流体压强的计算，近年来一个典型的成果是文献{}中提出的IISPH方法， 其将连续性方程的离散化形式以及SPH形式的压力与一个离散化的PPE相结合，得到的模拟性能要优于PCISPH方法。

拉格朗日方法模拟虽然具有如前文所述的众多优点，然而也并非十全十美，最为棘手的是两相交界处的固液耦合问题。首先，在用SPH法模拟流体时，边界处粒子往往不具有足够的邻居粒子而导致计算出的密度值小于实际值，进而跟密度相关的压力也会小于实际值，边界处的这种误差可能还会随着模拟时间的推进而传播到流体整个计算域，这个问题在固体边界和自由表面边界处都存在。其次，由于SPH方法的粒子属性导致其在处理多相流问题时需要花费的计算代价很大，目前不存在一个统一的模型和方法能完美的解决固液耦合问题。但也涌现了几种有效的方法：最为广泛使用的是基于距离的惩罚力方法{好多 见v2012}，其为流体粒子和固体粒子间施加一个距离相关的力，该方法在宏观上可以近似模拟，但在微观尺度上不满足流体运动的物理规律，而且计算所需的时间步长较大，此外这个做法还存在所谓的粒子边界聚集现象（边界处粒子密度估计不准导致）。

1）Muller等人于2004年提出的基于Lennard-Jones势能的固液交互模型，其为流体粒子和固体粒子间施加一个距离相关的力，该方法在宏观上可以近似模拟，但在微观尺度上不满足流体运动的物理规律，而且计算所需的时间步长较大。

2）Seungtaik Oh等人于2009年提出的基于冲量边界力(IBF)方法，其为固液交互所施加的边界力的计算基于粒子间碰撞过程中产生的冲量大小和方向，该方法需要计算虚拟的冲量边界力。

3）Becker等人于2009年引入direct force来为边界力建模，该方法采用预测校正模式对与边界碰撞后粒子的位置和速度进行校正，达到没有穿透现象的发生并模拟了多种边界条件，该方法对于流固双向耦合计算的复杂高，每个迭代中需要两次周围邻居粒子查询。

在计算机动画领域，拉格朗日流体的表明重建和渲染在近年来也取得很多进展，最常见的做法始于{Muller2003}中，其利用流体粒子构建一个三维标量密度场，再利用Marching cube算法抽取这个密度场的等值面，文献{yu2010}通过使用各向异性核函数使得重建的结果得到大大改善 。此外，还存在一些屏幕空间渲染{}、体素渲染技术{}，更适用于实时性要求更高的流体模拟应用。除了上述在每个模拟迭代步骤都重建表面网格技术外，欧拉法中常见的显式三角形网格技术也受到越来越多关注{2012,2008}。