Факультатив. Введение.

Лектор — Крылов Игорь Ратмирович, комната Б101 физического факультета СПбГУ.

Конспект лекций в виде pdf файлов и ссылки на видеофайлы лекций можно найти на сайте физического факультета:

http://www.phys.spbu.ru/ → БИБЛИОТЕКА → Лекции для студентов → И. Р. Крылов → Лекции по оптике

и на моем сайте, где они будут появляться несколько раньше:

igor-krylov.ru → Лекции → Оптика для студентов 2-го курса.

Все содержание моего сайта продублировано на бесплатном сайте

igor-krylov.narod.ru

но бесплатный сайт перегружен рекламой.

Электронная почта: igor-krylov@yandex.ru

Рабочий телефон: (+7-812-)428-44-66.

Вход-выход — свободный, на лекции можно приносить чай, кофе и еду.

Вопросы, замечания, возражения — по ходу лекций.

Изложение материала лекций будет в системе единиц СГС Гаусса, некоторые формулы факультативно будут и в системе СИ.

Литература.

1. Е. И. Бутиков. Оптика: учебное пособие для студентов физических специальностей вузов. — СПб.: Невский Диалект; БХВ — Петербург, 2003, 480с.

2. М. Борн, Э. Вольф. Основы оптики. — М.: Наука, 1973, 720с.

3. Р. В. Поль. Оптика и атомная физика. — М.: Наука, 1966, 552с. (факультативно).

4. Г. С. Ландсберг. Оптика. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003, 848с. (факультативно).

5. Д. В. Сивухин. Курс общей физики. Т.4. Оптика. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005, 792с. (факультативно)

6. А. Н. Матвеев. Оптика. — М.: Высш. шк., 1985, 351 с. (факультативно)

7. И. Р. Крылов. Методические указания к решению задач по оптике (факультативно).

Факультатив. Оптика, как предмет физики.

Оптика — это наука о свете. Свет — это электромагнитные волны. Волны могут быть разных частот и соответствующих им длин волн. Совокупность световых волн разных частот — это спектр света. В узком смысле свет — это волны видимого диапазона спектра с длинами волн от 0.4 мкм до 0.7 мкм, где $1\,мкм = 10^{-6}\,м$. Каждой длине световой волны λ соответствует частота света ν, такая что $\lambda\nu = c = 299792458\,м/с \approx 300000\,км/с$.

Оптика заметно отличается от других разделов общей физики тем, что оптика — это сугубо прикладной раздел. Вся классическая оптика — это частные случаи применения системы уравнений Максвелла. Если курс электричества строится по пути от экспериментальных законов к общим уравнениям, то оптика — наоборот, от общих уравнений к частным явлениям.

В результате содержание оптики — это оптические методы подходов к задачам, которые состоят в различных упрощениях уравнений Максвелла, и оптические явления, которые интерпретируются на основе этих упрощений.

В оптическом диапазоне частот магнитная проницаемость μ любой среды близка к магнитной проницаемости вакуума, для которого $\mu = 1$. Поэтому в оптических формулах обычно μ просто отсутствует. Мы будем стараться оставлять сомножитель μ, когда это будет возможно. Магнитная проницаемость μ — это коэффициент пропорциональности между магнитной индукцией $\vec{B}$ и напряженностью магнитного поля $\vec{H}$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} .$$

Причина равенства $\mu = 1$ заключается в отсутствии ферромагнетизма на оптических частотах. Так длине волны света $\lambda = 0.5 мкм$ соответствует частота $\nu = 6 \cdot 10^{14} Гц$, а ферромагнетики из-за медленной переориентации магнитных диполей в доменах не используются на частотах выше $3 \cdot 10^{8} Гц$. В парамагнетиках магнитная проницаемость очень близка к единице, но и парамагнетизм отсутствует на оптических частотах. Дело в том, что магнитные диполи атомов не успевают поворачиваться за магнитным полем, если оно изменяется с оптической частотой. Характерное время поворота диполя — это время между двумя столкновениями атомов. В твердом теле это $10^{-12} с$. Под действием только магнитного поля угол между направлением магнитного диполя атома и направлением самого магнитного поля не изменяется, так как магнитное поле приводит к ларморовской прецессии магнитного диполя вокруг магнитного поля. Изменение угла между диполем и полем происходит только во время столкновений атомов. В диамагнетиках μ еще ближе к единице, чем в парамагнетиках, и его отличие от единицы не учитывают.

Экзамен. Излучение ускоренно движущегося заряда и излучение диполя.

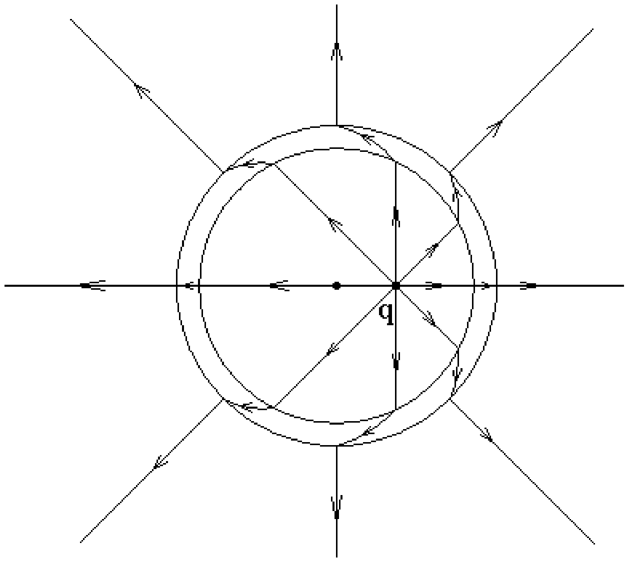
В вакууме для любого объема, который не включает в себя заряды, поток поля $\vec{E}$ равен нулю $\Phi_E = 4\pi Q = 0$, значит, сколько линий поля втекает в объем, столько и вытекает из объема. Если рассмотреть только один точечный заряд, то линии поля $\vec{E}$ начинаются на заряде и заканчиваются на бесконечности независимо от движения заряда.

Если заряд подергать, то по линиям поля $\vec{E}$, как по струнам, побегут волны со скоростью c. Это и есть электрическая составляющая электромагнитных волн. Переменное электрическое поле порождает магнитное поле, поэтому побегут и волны магнитного поля.

Единственно возможный источник излучения электромагнитных волн — это ускоренно движущиеся заряды.

Давайте подробнее рассмотрим заряд, который бесконечно долго покоился, затем кратковременно ускорился и стал двигаться с постоянной скоростью $\vec{V}$ слева направо.

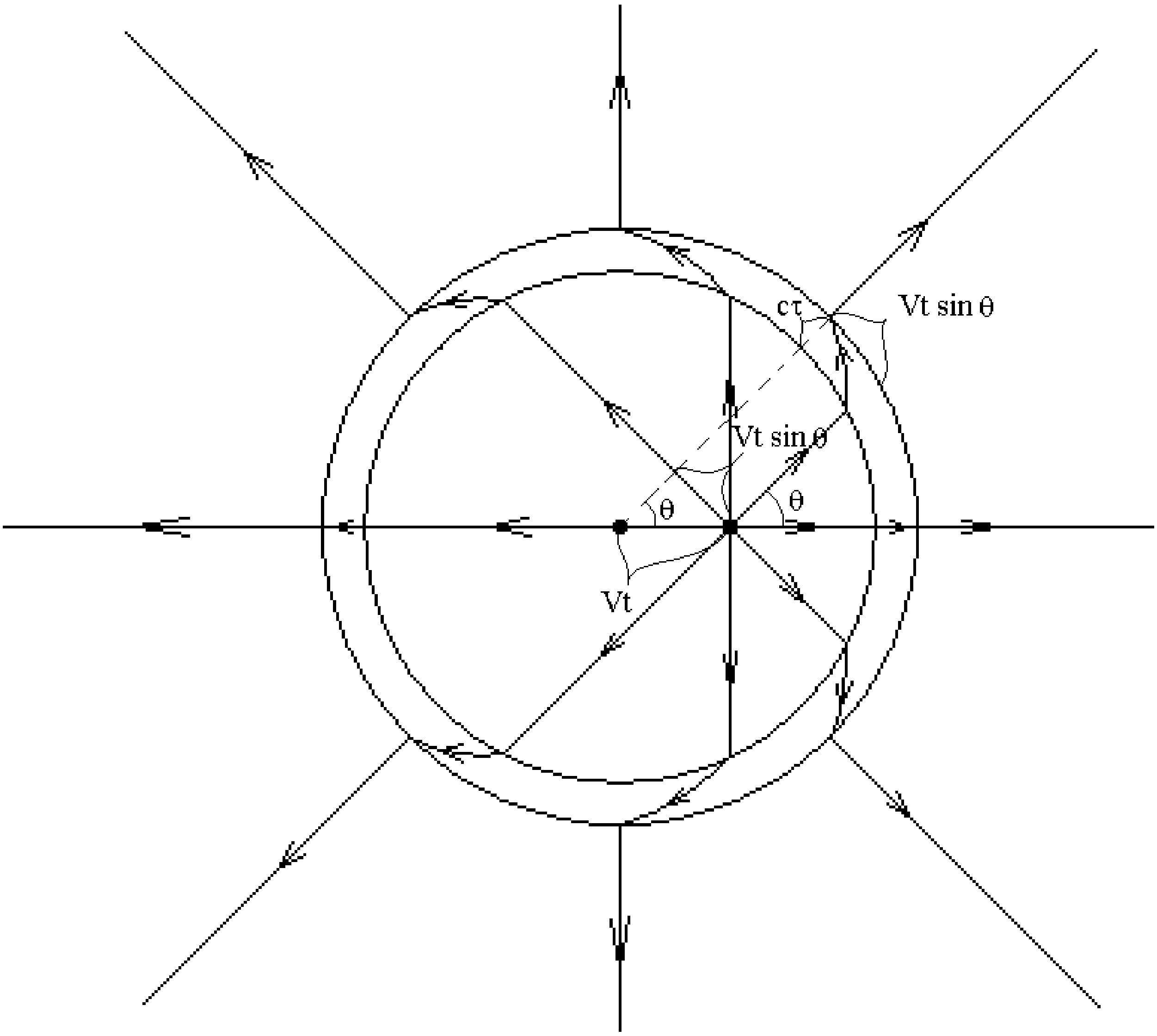
В нерелятивистском приближении при $V << c$ напряженность электрического поля $\vec{E}$ заряда, движущегося с постоянной скоростью, такая же, как и напряженность поля покоящегося заряда.



Пусть информация об ускоренном движении заряда достигла со скоростью c области между двумя близкими сферами. Внутри меньшей сферы имеем линии поля $\vec{E}$ заряда, движущегося с постоянной скоростью. Снаружи большей сферы имеем линии поля $\vec{E}$ заряда, покоящегося в центре сфер, так как информация о начале движения заряда не успела добраться до этой области, распространяясь со скоростью c.

Область между сферами содержит поле ускоренно движущегося заряда. Это и есть электрическое поле излучения ускоренно движущегося заряда.

Будем считать, что заряд двигался малое время τ с ускорением a, а затем в течение большого времени t заряд двигался с постоянной скоростью $V = a\tau$. Рассмотрим излучение заряда (напряженность электрического поля между двумя сферами) в направлении, которое составляет угол θ с направлением движения заряда.



Рассмотрим излучение на достаточно большом расстоянии от точки излучения, когда $Vt \gg c\tau$. Тогда в узкой области $c\tau$ линиям поля приходится пройти достаточно большое расстояние $Vt\sin(\theta)$ вдоль поверхности сфер. В результате в области между сферами плотность линий оказывается гораздо больше, чем плотность линий, например, подходящих к поверхности внутренней сферы. Плотность линий в физике пропорциональна величине поля. Следовательно, поле между сферами будет гораздо больше поля снаружи этого слоя. Отношение плотностей линий можно найти из геометрических соображений. Соответственно можно найти и отношение напряженностей, а, следовательно, и саму напряженность поля между сферами.

Заряд ускоренно двигался на протяжении времени τ, следовательно, расстояние между двумя сферами равно $c\tau$, так как в этой области находится излучение ускоренно двигавшегося заряда, распространяющееся со скоростью c. Заряд переместился за время t на расстояние Vt. Электрическое поле $\vec{E}$ в области между двумя сферами направлено также как и линии поля. Тогда отношение отрезков линии поля в этой области вдоль радиуса $c\tau$ и перпендикулярно радиусу $Vt\sin(\theta)$ равно отношению двух составляющих электрического поля E_r и E_θ. То есть

$$\frac{E_r}{E_\theta} = \frac{c\tau}{Vt\sin(\theta)}.$$

Поток вектора E через сферу любого радиуса равен $4\pi q = E_r \cdot 4\pi r^2$, откуда $E_r = \frac{q}{r^2}$, тогда

$$E_\theta = E_r \frac{Vt\sin(\theta)}{c\tau} = \frac{q}{r^2} \cdot \frac{at\sin(\theta)}{c},$$

где учтено, что $E_r = \frac{q}{r^2}$ и $V = a\tau$.

$$E_\theta = \frac{q}{r^2} \cdot \frac{at\sin(\theta)}{c}$$

Подставим теперь $r = ct$ вместо одной степени r в знаменателе и получим

$$E_\theta = \frac{q}{r} \cdot \frac{a\sin(\theta)}{c^2}$$

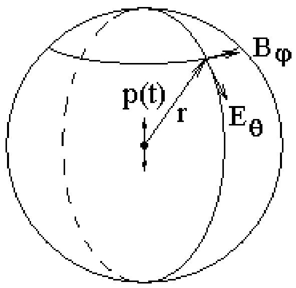
Излучение диполя такое же, как и излучение одного заряда, если считать, что второй заряд диполя неподвижен, и расположен, например, в центре рассмотренных выше сфер. Заметим, что незаряженный атом излучает свет, как осциллирующий электрический диполь.

Если считать, что в центре сфер находится еще один неподвижный заряд ($-q$), то пара зарядов образует диполь $p = ql$. Возьмем вторую производную от этого равенства по времени и получим $\ddot{p} = qa$, где a — ускорение движущегося заряда q, тогда

$$E_\theta = \frac{\ddot{p}\sin(\theta)}{c^2 r}$$

Составляющая поля $E_\theta \sim \frac{1}{r}$ спадает с увеличением расстояния медленнее, чем составляющая $E_r = \frac{q}{r^2}$ для заряда, и тем более, чем составляющая $E_r \sim \frac{1}{r^3}$ для стационарного диполя. Следовательно, в зоне излучения между двумя сферами $E \approx E_\theta$. Позднее мы докажем, что в каждый момент времени магнитное поле в бегущей световой волне перпендикулярно направлению движения волны, перпендикулярно электрическому полю, и магнитное поле равно по величине электрическому. Вместо горизонтального диполя рассмотрим вертикальный диполь, тогда окончательно получаем излучение точечного диполя в виде:

$E_\theta = B_\varphi = \dfrac{\sin(\theta)}{c^2 r}\dfrac{\partial^2 p_z\left(t-\frac{r}{c}\right)}{\partial t^2}$, где $p_z\left(t-\dfrac{r}{c}\right)$ — проекция дипольного момента на ось z не в момент времени t, а в момент времени $\left(t-\dfrac{r}{c}\right)$, который предшествует моменту t на время распространения излучения $\dfrac{r}{c}$ от места ускоренного движения заряда до точки наблюдения излучения диполя. Подразумевается, что другие проекции дипольного момента, кроме p_z, равны нулю.



В системе СИ напряженность электрического поля имеет дополнительный сомножитель $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$, а магнитное поле имеет дополнительный сомножитель $\dfrac{c\mu_0}{4\pi} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0 c}$.

Рассмотренное электромагнитное поле обладает следующими свойствами.

1). $\vec{S} = \dfrac{c}{4\pi}\cdot\left[\vec{E},\vec{H}\right] \ \uparrow\uparrow\ \vec{r}$ — энергия течет от диполя вдоль радиус-вектора. В системе СИ: $\vec{S} = \left[\vec{E},\vec{H}\right]$.

2). $E = B$ в каждой точке пространства и в каждый момент времени (это будет доказано позднее).

3). $\vec{E} \perp \vec{B}$ в каждой точке пространства и в каждый момент времени (это будет доказано позднее).

4). Вектор $\vec{E}$ принадлежит плоскости векторов $\vec{p}$ и $\vec{r}$.

5). $E = B \sim \dfrac{1}{r}$, что естественно, так как вектор Пойнтинга обязан спадать, как $\dfrac{1}{r^2}$, чтобы в единицу времени через сферу любой площади $4\pi r^2$ протекала одна и та же энергия.

<u>Факультативная вставка.</u>

Наряду с излучением электрического диполя можно рассмотреть излучение магнитного диполя, поле которого имеет порядок $\frac{V}{c}$ по отношению к полю $\vec{E}$ излучения электрического диполя. Электромагнитное поле излучения магнитного диполя имеет вид:

$$E_\varphi = -B_\theta = -\frac{\sin(\theta)}{c^2 r}\cdot\frac{\partial^2 m_z\left(t-\frac{r}{c}\right)}{\partial t^2}$$

Поля $\vec{E}$ и $\vec{B}$ излучения любого мультипольного момента спадают с расстоянием, как $\frac{1}{r}$. Излучение мультипольных моментов более высоких порядков мало, если размер излучающей системы мал по сравнению с длиной волны излучения.

Конец факультативной вставки.

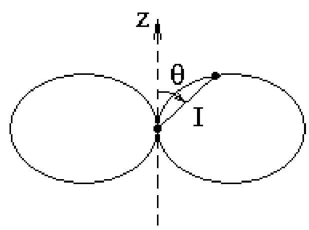
Экзамен. Диаграмма направленности излучения диполя.

Рассмотрим излучение диполя, который изменяется только вдоль оси z.

$E = B \sim \sin(\theta)$ =>

$$I \equiv \left\langle \left|\vec{S}\right| \right\rangle_t = \left\langle \left| \frac{c}{4\pi}\left[\vec{E},\vec{H}\right] \right| \right\rangle_t \sim \left\langle EB \right\rangle_t \sim \sin^2(\theta).$$

Здесь I — интенсивность излучения, $\langle\ \rangle_t$ — среднее по времени значение.



Из начала координат для каждого направления отложим отрезок, длина которого пропорциональна интенсивности излучения диполя в данном направлении, и поставим точку в конце отрезка. Соединим точки в концах отрезков для всех направлений и получим поверхность, которую называют диаграммой направленности излучения диполя.

Поверхность имеет вид тора с точечной дыркой в середине.

Вид поверхности показывает, что излучения вдоль диполя (вдоль оси z) нет. Излучение максимально в направлении перпендикулярном диполю.

Факультатив. Световые волны в прозрачной изотропной среде.

В качестве первого варианта упрощения уравнений Максвелла рассмотрим световые волны в прозрачной изотропной среде. Вакуум можно рассматривать, как частный случай прозрачной изотропной среды с единичной диэлектрической проницаемостью ε и единичной магнитной проницаемостью μ.

Для прозрачной изотропной среды выполняется условие $\vec{D}=\varepsilon\vec{E}$ пропорциональности вектора электрического смещения $\vec{D}$ и вектора напряженности электрического поля $\vec{E}$, хотя в общем случае в оптике это условие пропорциональности не выполняется. Например, для среды поглощающей свет, которая будет рассмотрена позднее, колебания векторов $\vec{D}$ и $\vec{E}$ сдвинуты по фазе. При этом векторы $\vec{D}$ и $\vec{E}$ не могут быть пропорциональны в обычном смысле, так как обращаются в ноль в разные моменты времени.

Кроме того, в сильных световых полях, когда электрическое поле $\vec{E}$ световой волны сравнимо по величине с электрическим полем внутри атома (полем между электронами и атомным ядром), связь между векторами $\vec{D}$ и $\vec{E}$ становится нелинейной. Нелинейная оптика в минимальном объеме будет рассмотрена в конце курса.

Также в минимальном объеме будут рассмотрены квантовые подходы в оптике.

Для анизотропной среды диэлектрическая проницаемость ε — матрица или тензор второго ранга, что будет подробнее рассмотрено в разделе кристаллооптики.

Будем считать, что в прозрачной среде нет свободных зарядов $\rho=0$ и нет токов проводимости $\vec{j}=0$. Свободные заряды в оптическом поле будут кратко рассмотрены в разделе оптики плазмы.

<u>Экзамен. Волновые уравнения для светового поля в прозрачной изотропной среде.</u>

Венцом построения теории электромагнетизма является система уравнений Максвелла:

$$\begin{cases} div\left(\vec{D}\right)=4\pi\rho \\ rot\left(\vec{E}\right)=-\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t} \\ div\left(\vec{B}\right)=0 \\ rot\left(\vec{H}\right)=\dfrac{4\pi}{c}\vec{j}+\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t} \end{cases}, \text{ где } \begin{cases} \vec{D}=\varepsilon\vec{E} \\ \vec{B}=\mu\vec{H} \end{cases}.$$

В системе СИ: $\begin{cases} div\left(\vec{D}\right)=\rho \\ rot\left(\vec{E}\right)=-\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t} \\ div\left(\vec{B}\right)=0 \\ rot\left(\vec{H}\right)=\vec{j}+\dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t} \end{cases}$, $\begin{cases} \vec{D}=\varepsilon_0\varepsilon\,\vec{E} \\ \vec{B}=\mu_0\mu\,\vec{H} \end{cases}$, $\varepsilon_0\mu_0=\dfrac{1}{c^2}$.

Рассмотрим одно из уравнений системы Максвелла:

$rot\left(\vec{E}\right)=-\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}$, возьмем от него ротор и получим:

$$rot\left(rot\left(\vec{E}\right)\right)=rot\left(-\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\right)=-\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}rot\left(\vec{B}\right)=-\frac{\mu}{c}\frac{\partial}{\partial t}rot\left(\vec{H}\right).$$

Подставим значение $rot\left(\vec{H}\right)$ в правую часть равенства из другого уравнения Максвелла $rot\left(\vec{H}\right)=\dfrac{4\pi}{c}\vec{j}+\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t}$, и, с учетом отсутствия токов проводимости $\vec{j}=0$ в рассматриваемой прозрачной изотропной среде, получим

$$rot\left(rot\left(\vec{E}\right)\right)=-\frac{\mu}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left(rot\left(\vec{H}\right)\right)=-\frac{\mu}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{4\pi}{c}\vec{j}+\frac{1}{c}\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}\right)=-\frac{\mu}{c^2}\frac{\partial^2\vec{D}}{\partial t^2}=-\frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} \quad =>$$

$$rot\left(rot\left(\vec{E}\right)\right)=-\frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} \qquad (1.1).$$

С другой стороны:

$$rot\left(rot\left(\vec{E}\right)\right)=\left[\vec{\nabla},\left[\vec{\nabla},\vec{E}\right]\right],$$

где $\vec{\nabla}$ — дифференциальный оператор или вектор набла:

$$\vec{\nabla}\equiv\vec{e}_x\frac{\partial}{\partial x}+\vec{e}_y\frac{\partial}{\partial y}+\vec{e}_z\frac{\partial}{\partial z},$$

где $\vec{e}_x,\vec{e}_y,\vec{e}_z$ — единичные векторы, направленные по осям x,y,z.

Квадрат набла равен лапласиану:

$$\Delta=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Правую часть равенства $rot\left(rot\left(\vec{E}\right)\right)=\left[\vec{\nabla},\left[\vec{\nabla},\vec{E}\right]\right]$ можно преобразовать по правилу "бац минус цап" для двойного векторного произведения:

$$rot\left(rot\left(\vec{E}\right)\right)=\left[\vec{\nabla},\left[\vec{\nabla},\vec{E}\right]\right]=\vec{\nabla}\left(\vec{\nabla},\vec{E}\right)-\vec{E}\left(\vec{\nabla},\vec{\nabla}\right).$$

Первое слагаемое в правой части равно нулю, так как в рассматриваемой среде нет свободных зарядов:

$$\left(\vec{\nabla},\vec{E}\right)=div\left(\vec{E}\right)=div\left(\frac{\vec{D}}{\varepsilon}\right)=\frac{1}{\varepsilon}div\left(\vec{D}\right)=\frac{4\pi\rho}{\varepsilon}=0.$$

Тогда останется только второе слагаемое и

$$rot\left(rot\left(\vec{E}\right)\right)=-\vec{E}\left(\vec{\nabla},\vec{\nabla}\right)=-\left(\vec{\nabla},\vec{\nabla}\right)\vec{E}=-\nabla^2\vec{E}=-\Delta\vec{E} \qquad (1.2).$$

Приравнивая друг другу правые части равенств (1.1) и (1.2) для одной и той же величины $rot\left(rot\left(\vec{E}\right)\right)$, получим дифференциальное уравнение для поля E:

$$\Delta\vec{E}-\frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}=0$$

В математике похожее уравнение $\Delta A-\frac{1}{V^2}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}=0$ для неизвестной функции A от координат и времени называется волновым уравнением, тогда

$\Delta\vec{E}-\frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}=0$ — волновое уравнение для электрического поля $\vec{E}$.

Сравнивая это уравнение с волновым уравнением математики, получаем:

$$V\equiv\frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}.$$

Как выясниться позднее, V — это фазовая скорость плоских волн, которые являются решением волнового уравнения.

Аналогично, рассмотрев $rot\left(rot\left(\vec{H}\right)\right)$ вместо выражения $rot\left(rot\left(\vec{E}\right)\right)$, можно получить волновое уравнение для магнитного поля:

$$\Delta\vec{B}-\frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2}=0.$$

Факультатив. Частные решения волнового уравнения.

Общее решение волнового уравнения можно представить, как суперпозицию его частных решений.

Основной метод поиска частных решений дифференциальных уравнений в частных производных — это метод разделения переменных.

Метод разделения переменных позволяет найти решения уравнений многих типов: волнового уравнения, уравнения теплопроводности, уравнения Шредингера в квантовой механике и других уравнений.

Рассмотрим волновое уравнение для некоторой переменной величины $A\left(t,\vec{r}\right)$:

$$\Delta A-\frac{1}{V^2}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}=0.$$

Будем искать решения этого уравнения в виде произведения двух функций:

$$A(t,\vec{r}) = T(t) \cdot R(\vec{r}),$$

одна из которых зависит только от времени, а другая — только от координат.

Таких решений окажется настолько много, что нам их будет достаточно. Любая линейная комбинация этих решений тоже будет решением, что следует из линейности уравнения относительно неизвестной функции A.

Подставим $A = TR$ в волновое уравнение для величины A и получим:

$\Delta(TR) - \frac{1}{V^2} \cdot \ddot{(TR)} = 0$, где две точки — это обозначение второй производной по времени.

Вынесем функцию времени T за вторые производные по координатам в операторе Лапласа Δ, а функцию координат R вынесем за вторую производную по времени:

$$T\Delta R - \frac{1}{V^2} R\ddot{T} = 0.$$

Разделим это равенство на произведение TR и получим:

$$\frac{\Delta R}{R} - \frac{1}{V^2} \cdot \frac{\ddot{T}}{T} = 0.$$