Александр А. Андрианов

Физика Стандартной модели элементарных частиц

Лекция 5,   22.03.2019

Нейтрино: дираковское или майорановское?

СМ не допускает масс двухкомпонентных левых нейтрино, если считать одной из ее точных симметрий $U(1)_{B-L}$. Для того, чтобы в этом убедиться напомним, каким образом эти нейтрино могут получить массу. Ясно, что вейлевские фермионы, как левые компоненты дираковских, не могут иметь дираковскую массу, если не существуют правые фермионы. Лорентц инвариантный дираковский массовый член,
$\mathcal{L}_D = -m(\bar{\psi}_R\psi_L + \bar{\psi}_L\psi_R)$, смешивает правые и левые компоненты. Однако есть альтернативная возможность построить лорентц-инвариантный массовый член, используя майорановское сопряжение для вейлевского двухкомпонентного спинора χ, который преобразуется по представлению $(1/2, 0)$ группы Лорентца и в киральном базисе имеет вид,

$$\psi_L = \frac{1}{2}(1+\gamma_5)\psi = \begin{pmatrix} \chi \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \mathcal{L}_M = \frac{1}{2}m(\chi_k\epsilon_{kl}\chi_l - \chi_k^*\epsilon_{kl}\chi_l^*),$$

где $\epsilon_{kl} = i\sigma_2 = -\epsilon_{lk}$; $\epsilon_{12} = 1$. Лорентц инвариантность вытекает из свойств транспонирования генераторов преобразований Лорентца $1/2\ \sigma_i$, а именно, $\sigma_{1,3}^t = \sigma_{1,3}$; $\sigma_2^t = -\sigma_2$. Поэтому если вейлевский спинор подвергается вращениям и бустам, $\chi \to \Omega\chi$; $\Omega = \exp\{i\frac{1}{2}(\vec{\theta} + i\vec{\eta})\vec{\sigma}\}$, то транспонированный спинор после действия справа $i\sigma_2$ преобразуется с обратной матрицей $\chi^t i\sigma_2 \to \chi^t i\sigma_2\Omega^{-1}$.

В этом базисе полный дираковский биспинор можно образовать из пары одинаковых вейлевских спиноров χ, ξ представления $(1/2, 0)$, так, чтобы получить майорановскую форму массового члена,

$$\psi = \begin{pmatrix} \chi \\ i\sigma_2\xi^* \end{pmatrix}; \quad \mathcal{L}_D = m(\xi_k\epsilon_{kl}\chi_l - \chi_k^*\epsilon_{kl}\xi_l^*), \quad \psi_R = \begin{pmatrix} 0 \\ i\sigma_2\xi^* \end{pmatrix}.$$

Соответственно мы подтверждаем, что дираковский спинор преобразуется по представлению группы Лорентца $(1/2, 0) \oplus (0, 1/2)$. Полезно построить сопряженный спинор используя матрицу зарядового сопряжения,

$$C = \begin{pmatrix} -i\sigma_2 & 0 \\ 0 & i\sigma_2 \end{pmatrix} = i\gamma_0\gamma_2; \quad \psi^C \equiv C\bar{\psi}^t = C\gamma_0\psi^* = \begin{pmatrix} \xi \\ i\sigma_2\chi^* \end{pmatrix}.$$

Тогда второй вейлевский спинор ξ может быть образован с ее помощью,

$$\begin{pmatrix} \xi \\ 0 \end{pmatrix} = (\psi^C)_L = (\psi_R)^C.$$

Глядя на массовый член в "майорановском"представлении, мы убеждаемся, что майорановский биспинор возникает при $\xi = \chi$,

$$\psi_M = \begin{pmatrix} \chi \\ i\sigma_2\chi^* \end{pmatrix} = \psi_M^C.$$

Таким образом, можно сказать, что майорановская частица совпадает со своей античастицей - свойство, которое является решающим в разрешении вопроса о природе массивного нейтрино. Мы, конечно, должны помнить, что вейлевский или майорановский базисы для описания безмассовых фермионов идентичны и только матрица масс позволяет их различить. Поэтому определим майорановское содержание дираковского фермиона. Используя матрицу зарядового сопряжения можно разбить любой дираковский спинор на два майорановских,

$$\psi_M^{1,2} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi \pm \psi^C); \quad \mathcal{L}_D = -\frac{1}{2}m(\bar{\psi}_M^1\psi_M^1 + \bar{\psi}_M^2\psi_M^2).$$

Таким образом, дираковские фермионы формально состоят из пары майорановских, вырожденных по массе.

Вместе с тем, есть существенное отличие массового члена для дираковского и одного майорановского фермионов. Очевидно, массовый член для частицы Дирака инвариантен относительно унитарных преобразований, связанных с сохраняющимися зарядами фермионов, $\psi \to U\psi$, в то время, как вершина майорановской массы не инвариантна, $\chi^t i\sigma_2\chi \to \chi^t U^t i\sigma_2 U\chi \neq \chi^t i\sigma_2\chi$, поскольку основные преобразования внутренних симметрий не ортогональны. Поэтому майорановские частицы не могут нести электрические и цветные заряды, связанные с калибровочными симметриями, и должны быть нейтральными. Это - нейтрино. Но если это нейтрино, то им придается лептонный заряд, который, тем самым, не сохраняется, но и не взаимодействует ни с каким калибровочным полем. Таким образом, "случайная"$B - L$ симметрия будет нарушена, но это не приведет к катастрофе с калибровочной инвариантностью.

Лептонный лагражиан для заряженных токов для 3 поколений,

$$\mathcal{L}_{\rm CC} = - \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{l=e,\mu,\tau} \overline{l_L}(x)\,\gamma_\alpha\,\nu_{lL}(x)\,W^{\alpha\dagger}(x) + h.c.\,,$$

$$\nu_{l\rm L}(x) = \sum_{j=1}^{3} U_{lj}\,\nu_{j\rm L}(x),$$

содержит смесь полей нейтрино с определенными массами.
Для трех массивных нейтрино матрица смешивания Понтекорво-Маки-Нагава-Саката

$$U = \begin{bmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{bmatrix} \times {\rm diag}(1,\ e^{i\frac{\alpha_{21}}{2}},\ e^{i\frac{\alpha_{31}}{2}})\ .$$

Где последняя диагональная матрица возникает, если нейтрино майорановские, а первая 3 х 3 матрица одинакова по структуре для дираковских фермионов как для кварков так и для лептонов. Обозначения следующие,

$$c_{ij} = \cos\theta_{ij},\ s_{ij} = \sin\theta_{ij},$$

$$\theta_{ij} = [0, \pi/2),\ \delta = [0, 2\pi]$$

$\alpha_{21},\ \alpha_{31}$ обозначают две майорановских фазы, нарушающих CP четность.

Citation: M. Tanabashi *et al.* (Particle Data Group), Phys. Rev. D **98**, 030001 (2018)

Neutrino Properties

See the note on "Neutrino properties listings" in the Particle Listings.

Mass $m <$ 2 eV (tritium decay)

Mean life/mass, $\tau/m >$ 300 s/eV, CL = 90% (reactor)

Mean life/mass, $\tau/m >$ 7×10^9 s/eV (solar)

Mean life/mass, $\tau/m >$ 15.4 s/eV, CL = 90% (accelerator)

Magnetic moment $\mu <$ 0.29×10^{-10} μ_B, CL = 90% (reactor)

Number of Neutrino Types

Number $N = 2.984 \pm 0.008$ (Standard Model fits to LEP-SLC data)

Number $N = 2.92 \pm 0.05$ (S = 1.2) (Direct measurement of invisible Z width)

Neutrino Mixing

The following values are obtained through data analyses based on the 3-neutrino mixing scheme described in the review "Neutrino Mass, Mixing, and Oscillations" by K. Nakamura and S.T. Petcov in this *Review*.

$\sin^2(\theta_{12}) = 0.307 \pm 0.013$

$\Delta m^2_{21} = (7.53 \pm 0.18) \times 10^{-5}$ eV^2

$\sin^2(\theta_{23}) = 0.421^{+0.033}_{-0.025}$ (S = 1.3) (Inverted order, quad. I)

$\sin^2(\theta_{23}) = 0.592^{+0.023}_{-0.030}$ (S = 1.1) (Inverted order, quad. II)

$\sin^2(\theta_{23}) = 0.417^{+0.025}_{-0.028}$ (S = 1.2) (Normal order, quad. I)

$\sin^2(\theta_{23}) = 0.597^{+0.024}_{-0.030}$ (S = 1.2) (Normal order, quad. II)

$\Delta m^2_{32} = (-2.56 \pm 0.04) \times 10^{-3}$ eV^2 (Inverted order)

$\Delta m^2_{32} = (2.51 \pm 0.05) \times 10^{-3}$ eV^2 (S = 1.1) (Normal order)

$\sin^2(\theta_{13}) = (2.12 \pm 0.08) \times 10^{-2}$

Рис. 6: *Свойства нейтрино - PDG2018*

Поиск майорановских нейтрино

Основной распад в ядрах, который указал бы на майорановскую природу массы нейтрино, это - двойной безнейтринный распад $(A, Z) \to (A, Z+2) + e^- + e^-$. Его появление обязано тому, что античастица для майорановского нейтрино совпадает с ним самим, $\psi_M = \psi_M^C$:

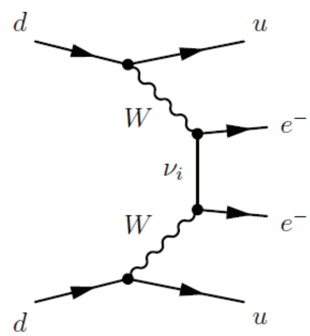

Рис. 7: *Фейнмановская диаграмма слабого распада кварков, которая описывает двойной безнейтринный переход с испусканием двух электронов.*

Последние данные поисков майорановских нейтрино можно найти в работе:

Search for Majorana neutrinos with the first two years of EXO-200 data

`The EXO-200 Collaboration`

Nature **510**, 229-234 (12 June 2014); doi:10.1038/nature13432

Abstract

Many extensions of the standard model of particle physics suggest that neutrinos should be Majorana-type fermions—that is, that neutrinos are their own anti-particles—but this assumption is difficult to confirm. Observation of neutrinoless double-β decay ($0\nu\beta\beta$), a spontaneous transition that may occur in several candidate nuclei, would verify the Majorana nature of the neutrino and constrain the absolute scale of the neutrino mass spectrum. Recent searches carried out with 76Ge (the GERDA experiment) and 136Xe (the KamLAND-Zen and EXO (Enriched Xenon Observatory)-200 experiments) have established the lifetime of this decay to be longer than 10^{25} years, corresponding to a limit on the neutrino mass of $\underline{0.2 - 0.4eV}$. Here we report new results from EXO-200 based on a large 136Xe exposure that represents an almost fourfold increase from our earlier published data sets. We have improved the detector resolution and revised the data analysis. The half-life sensitivity we obtain is 1.9×10^{25} years, an improvement by a factor of 2.7 on previous EXO-200 results. We find no statistically significant evidence for $0\nu\beta\beta$ decay and set a half-life limit of 1.1×10^{25} years at the 90 per cent confidence level. The high sensitivity holds promise for further running of the EXO-200 detector and future $0\nu\beta\beta$ decay searches with an improved Xe-based experiment, nEXO.

Тип массы нейтрино

На прошлой лекции были приведены доводы о возможности дираковской массы нейтрино, если в СМ добавить дополнительный Z' бозон. Тем более, такая возможность существует в лево-правосимметричной модели. В этом случае минимальный массовый член для нейтрино будет порождаться вершинами типа Юкавы с участием зарядово сопряженного дублета Хиггса,

$$\tilde{\phi} = i\tau_2\phi^* = \begin{pmatrix} \phi_0 \\ -\phi^- \end{pmatrix}; \quad \langle\tilde{\phi}\rangle = \begin{pmatrix} \frac{v}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Вершины, описывающие массы нейтрино, имеют вид,

$$\mathcal{L}_{\nu,D} = -\lambda_{\nu_e}\bar{\psi}_{L,e}\tilde{\phi}\nu_{R,e} + h.c. + \text{еще два поколения}, \quad \psi_{L,e} = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e_L^- \end{pmatrix}.$$

В общем случае, константы Юкавы образуют матрицу, смешивающую нейтрино из разных поколений $\lambda_{\nu_e} \to \lambda_{\nu,jk};\ j,k = 1,2,3$.

Оценивая характерные отношения между константами Юкавы для частиц в одном поколении, можно было ожидать, что $\lambda_e : \lambda_{\nu_e} \sim 10 \div 10^2$. Но это противоречит оценкам на массы нейтрино как из прямых экспериментов по распаду трития , так и из данных по их смешиванию . Консервативная оценка это, $\bar{m}_{\bar{\nu}} < 2eV$, что соответствует $\lambda_e : \lambda_{\nu_e} \sim 10^5$. Должно быть объяснение такому большому расщеплению масс и это (эмпирическое) объяснение связывают с майорановской природой нейтрино.

Механизм "качелей"(See-Saw) для образования малых масс нейтрино

Каким образом приспособить стерильное правое нейтрино к образованию малой массы левого нейтрино в дублете? Предположим, что правое нейтрино - тяжелое. Но тогда его массовый член должен быть майорановским, *если хотим избежать введения дополнительных степеней свободы*,

$$\mathcal{L}_{\nu,M} = -\frac{1}{2}M_R(\nu^t_{R,e}C\nu_{R,e} + h.c.) + \text{еще два поколения},$$

Для оценки масс возьмем вакуумное среднее $\langle(\tilde{\phi})_1\rangle = v/\sqrt{2}$ и образуем массовый параметр для нейтрино в дираковской части лагранжиана масс порядка массы электрона $\lambda_{\nu_e}v \equiv m_D \sim \lambda_e v \sim 1 \div 10MeV$. В совокупности, массовая матрица для нейтрино приобретает следующую форму

$$\mathcal{L}_{\nu,D} + \mathcal{L}_{\nu,M} = -\frac{1}{2}\bar{(}(\hat{\nu}_L)^C)\mathcal{M}\hat{\nu}_L; \quad \hat{\nu}_L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ (\nu_R)^C \end{pmatrix}; \quad \mathcal{M} = \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D & M_R \end{pmatrix}.$$

Подчеркнем, что затравочная масса левого нейтрино равна нулю. Это заложено в Стандартной Модели.

После диагонализации матрицы масс получаем два майорановских поля с массами,

$$m_{\nu;1,2} = \frac{1}{2}(M_R \mp \sqrt{M_R^2 + 4m_D^2}) \simeq (\frac{-m_D^2}{M_R},\ M_R).$$

Таким образом, вместо дираковской массы нейтрино порядка массы электрона мы обнаруживаем майорановскую массу, которая может быть гораздо меньше $m_1 \ll m_D$, если правое нейтрино - тяжелое $M^R \gg m_D$, т.е. принадлежит к физике сверхвысоких энергий за пределами СМ. В этом случае сохранение заряда $B - L$ в СМ нарушается в результате ее расширения при высоких энергиях. Исходя из оценок $m_D \sim 1 \div 10 MeV$ и $\bar{m}_{\bar{\nu}} < 2eV$ можно ожидать проявления тяжелых правых нейтрино при энергиях $M_R \sim (1 \div 100) TeV$.