

Физика Стандартной модели элементарных частиц

Лекция 4, 15.03.2018

**Смешивание кварковых полей: матрица Кабиббо-Кобаяши-Маскава**

Калибровочно инвариантные вершины Юкавы в трех поколениях, вообще говоря, определяются матрицами смешивания трех поколений, разными для лептонов,

$$\mathcal{L}_{fmass} = - \sum_{I,J=1,2,3} Y_e^{IJ} \bar{\psi}_L^I \phi (e^-)_R^J + \text{h.c.},$$

и для кварков,

$$\mathcal{L}_{fmass} = - \sum_{I,J=1,2,3} Y_u^{IJ} \bar{q}_L^I \tilde{\phi} u_R^J - \sum_{I,J=1,2,3} Y_d^{IJ} \bar{q}_L^I \phi d_R^J + \text{h.c.},$$

Матрицы  $Y_e^{IJ}, Y_u^{IJ}, Y_d^{IJ}$  - в общем случае комплексные, состоящие из безразмерных констант взаимодействия Юкавы. Левые дублеты фермионов  $\psi_L^I, q_L^I$  и полей Хигса  $\phi, \tilde{\phi}$  определены в предыдущих лекциях.

Хотя смешивание возникает в матрице масс разных поколений отдельно для лептонов и кварков, унитарными переопределениями левых и правых полей трех поколений

$$\psi_L^I = (A_e)_J^I \tilde{\psi}_L^J, \quad (e^-)_R^I = (B_e)_J^I (\tilde{e}^-)_R^J$$

$$q_L^I = (A_q)_J^I \tilde{q}_L^J, \quad d_R^I = (B_d)_J^I \tilde{d}_R^J, \quad u_R^I = (B_u)_J^I \tilde{u}_R^J,$$

можно существенно упростить их смешивание. Очевидно, что унитарные повороты не меняют кинетические члены левых и правых фермионов. Главная задача - диагонализировать матрицы масс, тем самым, определить состояния массивных частиц.

Для лептонов с безмассовыми нейтрино предложенных унитарных преобразований достаточно для диагонализации матриц Юкавы,  $A_e^\dagger Y_e B_e = (m_e, m_\mu, m_\tau)$ . После диагонализации остается абелева симметрия лагранжиана лептонов,

$$\psi_L^I \rightarrow \exp(i\alpha_I) \psi_L^I, \quad (e^-)_R^I \rightarrow \exp(i\alpha_I) (e^-)_R^I,$$

которая отвечает сохранению лептонных зарядов в каждом поколении.

Для кварков ситуация более сложная. В самом деле, можно найти унитарное преобразование  $A_q \rightarrow A_u$ , которое вместе с подходящим  $B_u$  диагонализует матрицу масс верхних компонент дублетов кварков,  $A_u^\dagger Y_u B_u = (m_u, m_c, m_t) \equiv M_u$ . Но в общем случае, невозможно для этой же унитарной матрицы  $A_d$  найти матрицу  $B_d$ , чтобы диагонализировать матрицу юкавских констант для нижних компонент дублетов кварков. Для

диагонализации нужно использовать другую матрицу  $A_q \rightarrow A_d$  вместе с подходящим  $B_d$  такую, что  $A_d^\dagger Y_d B_d = (m_d, m_s, m_b) \equiv M_d$ . Теперь, если мы уже диагонализировали матрицу масс верхних компонент дублетов кварков,  $A_u^\dagger Y_u B_u = M_u$ , то оставшуюся свободу выбора матрицы  $B_d$  можно использовать для преобразования юкавских констант  $Y_d$  до

$$A_u^\dagger Y_d B_d = (A_u^\dagger A_d) A_d^\dagger Y_d B_d \equiv V M_d$$

. Теперь для диагонализации матрицы масс  $V M_d \rightarrow M_d$  можно переопределить поля нижних компонент дублетов кварков,  $d_L^I = V_J^I \tilde{d}_L^I$ . Но в результате эта матрица появится в кинетическом члене дублетов кварков в той части, в которой верхние и нижние компоненты смешиваются, т.е. в вершинах с заряженными  $W^\pm$  бозонами,  $V_J^I \tilde{d}_L^I \gamma^\mu W_\mu^- u_L^I + \text{h.c.}$ . Феноменологически, она недиагональна. Эта матрица  $V_J^I$  называется матрицей Кабиббо-Кобаяши-Маскава (Cabibbo-Kobayashi-Maskawa = CKM). Поэтому симметрия, отвечающая сохранению барионного заряда, возникает для всех поколений кварков вместе,

$$q_L^I \rightarrow \exp(i\beta/3) q_L^I, \quad u_R^I \rightarrow \exp(i\beta/3) u_R^I, \quad d_R^I \rightarrow \exp(i\beta/3) d_R^I,$$

т.е. барионный заряд универсален.

## Параметризация матрицы CKM и численные значения элементов

### 3.3.4. Матрица Кабиббо-Кобаяши-Маскава.

Исследуем теперь более подробно структуру матрицы Кабиббо-Кобаяши-Маскава  $V = A_u^{-1} A_d$ , которая была построена в предыдущем параграфе. В силу унитарности матриц  $A_u$  и  $A_d$  она также является унитарной. В Задаче 1 показано, что с помощью некоторых преобразований кварковых полей матрица  $V$  может быть приведена к виду [1]

$$\begin{aligned} V &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -c_{23}s_{12} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{13}s_{23} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - c_{23}s_{12}s_{13}e^{i\delta} & c_{13}c_{23} \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

где  $c^2 + s^2 = 1$ .

Из экспериментальных данных об элементах этой матрицы следует, что она обладает некоторой иерархической структурой.  $s_{13} \ll s_{23} \ll s_{12} \ll 1$ . При этом можно рассмотреть величину  $\lambda \equiv s_{12}$  как малый параметр. Определяя величины  $\lambda$ ,  $A$ ,  $\rho$  и  $\eta$  формулами

$$s_{12} \equiv \lambda; \quad s_{23} \equiv A\lambda^2; \quad s_{13}e^{i\delta} \equiv A\lambda^3(\rho + i\eta),$$

можно приближенно записать матрицу Кабиббо–Кобаяши–Маскава в форме Вольфенштейна [9]:

$$V = \begin{pmatrix} 1 - \lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + O(\lambda^4),$$

где

$$\begin{aligned} \lambda &= 0,2257^{+0,0009}_{-0,0010}, & A &= 0,814^{+0,021}_{-0,022}; \\ \rho &= 0,139^{+0,032}_{-0,016}, & \eta &= 0,358^{+0,015}_{-0,017}. \end{aligned}$$

(По построению такая матрица является унитарной с точностью до членов порядка  $\lambda^3$ , что проверено в Задаче 2.) Также можно определить комплексный параметр

$$\bar{\rho} + i\bar{\eta} \equiv -\frac{V_{11}V_{13}^*}{V_{21}V_{23}^*}.$$

После подстановки в эту формулу элементов матрицы Кабиббо–Кобаяши–Маскава получается, что

$$\bar{\rho} + i\bar{\eta} = \frac{\sqrt{1 - \lambda^2}(\rho + i\eta)}{\sqrt{1 - A^2\lambda^4} + \sqrt{1 - \lambda^2}A^2\lambda^4(\rho + i\eta)} \approx (1 - \lambda^2/2)(\rho + i\eta).$$

При этом экспериментально  $\bar{\rho} = 0,135^{+0,031}_{-0,016}$ ;  $\bar{\eta} = 0,349^{+0,015}_{-0,017}$ . Эти параметры имеют очень простую геометрическую интерпретацию. В силу унитарности матрицы Кабиббо–Кобаяши–Маскава справедливо соотношение

$$V_{11}V_{13}^* + V_{21}V_{23}^* + V_{31}V_{33}^* = 0.$$

Геометрически это равенство можно представить как треугольник на комплексной плоскости, который называется **треугольником унитарности**. Удвоенная площадь этого треугольника, вычисленная в Задаче 3, называется **инвариантом Ярлског** [10]:

$$J = \text{Im}(V_{11}V_{22}V_{12}^*V_{21}^*) = c_{12}s_{12}c_{13}^2s_{13}c_{23}s_{23}\sin\delta = (3,05^{+0,19}_{-0,20}) \cdot 10^{-5}.$$

Деля все стороны треугольника унитарности на  $V_{21}V_{23}^*$ , получаем, что одна из его сторон будет равна 1, а другая окажется равной  $\bar{\rho} + i\bar{\eta}$ , см. Рис. 4.

Заметим, что унитарность матрицы  $V$  позволяет написать еще 5 соотношений, аналогичных формуле (10), каждое из которых можно графически представить в виде треугольника на комплексной плоскости. Площади всех этих треугольников унитарности оказываются равными половине инварианта Ярлског  $J$ .

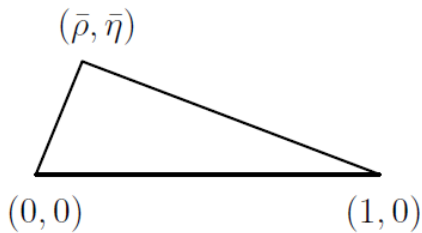


Рис. 4. Треугольник унитарности

Важно заметить, что поскольку  $J$  пропорционален  $\sin\delta$ , он отличен от 0 тогда и только тогда, если имеет место нарушение  $CP$ -инвариантности. Фактически инвариант Ярлског представляет собой меру нарушения  $CP$ -инвариантности, которая не зависит от конкретного вида параметризации матрицы Кабиббо–Кобаяши–Маскава.

## Режим сильной связи для электрослабых взаимодействий

В настоящее время мы наблюдаем лишь набор частиц Стандартной модели, взаимодействующих друг с другом по законам минимальной СМ. Поэтому задачу (непрямого) поиска отклонений от СМ нужно формулировать при помощи вершин эффективного лагранжиана в терминах полей известных частиц сохраняя симметрии  $SU(3) \times SU(2)_L \times U(1)$ . Мы знаем, что неминимальные вершины, добавленные в СМ, несут опасность нарушения унитарности, даже если они построены по симметриям СМ. Поэтому нужно быть готовым применить алгоритмы унитаризации к древесным амплитудам, растущим с энергией, если мы хотим получить надежное описание процессов рассеяния частиц при энергиях, доступных на БАК.

Напомним, откуда идет угроза нарушения унитарности в теории возмущений. Пропагатор массивных векторных частиц с массой  $m$  в физической калибровке (пропагатор Прока) содержит поперечную и продольную части,

$$\int d^4x e^{ipx} \langle T (W_\mu^a(0) W_\nu^b(x)) \rangle = \delta^{ab} \frac{-g_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{m^2}}{p^2 - m^2} = \delta^{ab} \left[ \frac{-g_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{p^2}}{p^2 - m^2} + \frac{p_\mu p_\nu}{m^2 p^2} \right]$$

В то время как первое слагаемое убывает при больших  $p^2 \gg m^2$  как  $1/p^2$ , второе слагаемое имеет постоянный предел по любому направлению. Поэтому, вообще говоря, продольные моды ведут к аномальному росту амплитуд рассеяния, если они появляются в промежуточных состояниях.

Вышеприведённое разбиение можно осуществить не нарушая симметрии СМ. Действительно, в теории возмущений любое левое векторное поле можно получить из поперечного  $W_\perp^\mu$ ;  $\partial_\mu W_\perp^\mu$  преобразованием,

$$W^\mu = U W_\perp^\mu U^\dagger + \partial^\mu U U^\dagger, \quad W^\mu \equiv ig W_\mu^a T_L^a$$

где унитарное поле  $U$  вращается слева при калибровочных преобразованиях  $\Omega_L$  из  $SU(2)_L$ :  $U \longrightarrow \Omega_L U$ , в то время как левые калибровочные поля  $W^\mu \longrightarrow \Omega_L W^\mu \Omega_L^\dagger + \partial^\mu \Omega_L \Omega_L^\dagger$ . Соответственно ковариантная производная  $\partial_\mu - W_\mu$  равно, как и тензор напряжённости  $W_{\mu\nu}$ , преобразуются при этих преобразованиях однородно. Вторая часть группы электрослабой симметрии  $U(1)_Y$  может быть разбита на векторную подгруппу с единичным генератором  $\frac{1}{2}(B - L)$  и когерентную с ней подгруппу правых вращений с генератором  $T_R^3$  поскольку гиперзаряд  $Y = T_R^3 + \frac{1}{2}(B - L)$ . Соответственно этому, можно определить свойства унитарного поля относительно глобальных преобразований группы  $SU(2)_R$ ,  $U \longrightarrow U \Omega_R^\dagger$ . Очевидно, что левые векторные поля остаются инвариантными относительно этих преобразований. В тоже время, только часть этих преобразований продолжают до калибровочных преобразований - та часть, которая порождается генератором  $T_R^3$ . Унитарные поля, преобразующиеся относительно группы  $SU(N)_L \times SU(N)_R$  принято называть киральными.

Нетрудно сообразить, что степени свободы, включенные в киральное поле  $U$ , на самом деле, соответствуют трем степеням свободы поля Хиггса из четырех ,

$$\phi = \exp \left\{ \frac{i w^j \tau^j}{v} \right\} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+h}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}.$$

Напоминаем, что в физической калибровке  $U = 1$  векторные поля промежуточных бозонов массивны, а поперечной калибровке они - безмассовые. Таким образом, продольные поляризации векторных бозонов передаются киральным полям. Их рассеяние описывается рассеянием киральных полей. Это называется методом эквивалентных лагранжианов. Если принимать во внимание радиационные, петлевые эффекты, то появляются некоторые отклонения от точной эквивалентности. Это обсуждается в работе D. Espriu, F. Mescia, and B. Yench, Phys. Rev. D 88, 055002 (2013).

Соответственно вышеизложенному эффективные лагранжианы, содержащие отклонения от Стандартной модели, удобно строить в радиальных и унитарных киральных переменных. В терминах киральных полей оказывается весьма удобно описывать наиболее значимые вершины, которые характеризуют отклонение от СМ при высоких энергиях  $m_H < E < 4\pi v$ , до появления в спектре новых тяжёлых резонансов. Поскольку лагранжианы киральных полей ассоциируются с киральными полями в теории сильных взаимодействий, то аналогичные методы расчёта, перенормировки и унитаризации непосредственно переносятся в область высоких энергий. В частности, основываясь на опыте унитаризации киральных лагранжианов можно предполагать, что нарушение пертурбативной унитарности связано с существованием тяжёлых резонансов.

## Переменные сильной связи

Перейдем к представлению сектора полей Хиггса, симметричному относительно левых и правых киральных вращений. Для этого объединим дублет полей Хиггса  $\Phi$  с его зарядово сопряженным дублетом  $\tilde{\Phi} = i\tau_2 \Phi$  и образуем матрицу массы,

$$\sqrt{2} \begin{pmatrix} \phi^{0*} & \phi^+ \\ -\phi^+ & \phi^0 \end{pmatrix} \equiv M(x) = \sigma(x) + i\tau^j \tilde{\omega}^j(x); \quad (\tilde{\omega}^j) = (-\phi_1, \phi_2, -\eta).$$

Эта матрица преобразуется относительно левых и правых преобразований групп Стандартной модели  $SU(2)_L$  и  $U(1)_{T_R^3}$ . Лагранжиан СМ для полей Хиггса может быть представлен в терминах матрицы  $M$ ,

$$\mathcal{L}_H = \frac{1}{4} \text{tr} D_\mu M^\dagger D^\mu M - \frac{\lambda}{4} \left[ \frac{1}{2} \text{tr} M^\dagger M - \frac{\mu^2}{\lambda} \right]; \quad D_\mu M = (\partial_\mu + L_\mu) M - M R_\mu,$$

где  $L_\mu = \frac{ig}{2} \vec{W}_\mu \vec{\tau}$  и  $R_\mu = \frac{ig'}{2} B_\mu \tau_3$ . Очевидно, что в отсутствии векторных полей этот лагранжиан инвариантен относительно полной группы  $SU(2)_L \times SU(2)_R$  глобальных



вращений, а после спонтанного нарушения симметрии,  $\langle M \rangle = v\mathbf{I}$ , остается инвариантность относительно векторной подгруппы  $SU(2)_V$ , которая называется custodial symmetry ("опекунская" симметрия). Ее роль весьма важна при поисках операторов (вершин) в эффективном лагранжиане, характеризующих отклонения от СМ.

## Киральный лагранжиан общего вида

Матрица масс может быть факторизована на скалярное и унитарное киральное поля в духе  $\sigma$  модели,  $M = (v + h)U$ . Лагранжиан с нелинейной реализацией симметрии  $SU(2)_L \times SU(2)_R$  с точностью до членов с четырьмя производными  $O(p^4)$  и включающий лёгкий бозон Хиггса содержит следующие вершины,

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{1}{2}\text{Tr}W_{\mu\nu}W^{\mu\nu} - \frac{1}{4}\text{tr}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} \\ & + \frac{1}{2}\partial_\mu h \partial^\mu h - hv(\lambda v^2 + \mu^2) - \frac{1}{2}h^2(\mu^2 + 3v^2\lambda) - d_3(\lambda v)h^3 - d_4\frac{1}{4}\lambda h^4 \\ & + \frac{v^2}{4}\left(1 + 2a\left(\frac{h}{v}\right) + b\left(\frac{h}{v}\right)^2\right)\text{Tr}D_\mu U^\dagger D^\mu U \\ & + \sum_{i=0}^{13}\mathcal{L}_i + \mathcal{L}_{\text{GF}} + \mathcal{L}_{\text{FP}}. \end{aligned}$$

Киральное поле  $U = \exp(i\tau^j w^j/v)$  содержит три голдстоуновских бозона  $w^a$ , происходящих от спонтанного нарушения глобальной группы  $SU(2)_L \times SU(2)_R$  до подгруппы  $SU(2)_V$ . Ковариантная производная определяется как

$$D_\mu U = \partial_\mu U + \frac{1}{2}igW_\mu^i\tau^i U - \frac{1}{2}ig'B_\mu^i U\tau^3.$$

Поле Хиггса  $h$  остаётся синглетом относительно калибровочных и  $SU(2)_L \times SU(2)_R$  преобразований. Члены  $\mathcal{L}_{\text{GF}}$  и  $\mathcal{L}_{\text{FP}}$  соответствуют условию калибровки и сопутствующему вкладу духов Фаддеева-Попова. Сумма вершин,

$$\sum_{i=0}^{13}\mathcal{L}_i = \sum_{i=0}^{13}a_i\mathcal{O}_i$$

включает в себя полный набор локальных, калибровочно и Лоренц инвариантных операторов, чётных относительно  $CP$  отражения. Операторы размерности четыре  $\mathcal{O}_i$  построены при помощи поля  $U$ , ковариантных производных и напряженностей калибровочных полей  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  симметрии  $W_{\mu\nu}$  и  $B_{\mu\nu}$ .

В лагранжиан, представленный выше, включены также два дополнительных параметра  $a$  и  $b$  контролирующие взаимодействие поля Хиггса с калибровочным сектором. Кроме того, включены ещё два параметра  $d_3$  и  $d_4$ , которые обычно используются в сценариях составных бозонов Хиггса. Стоит напомнить, что лагранжиан, с которым

мы имеем дело, является эффективным и необязательно перенормируемым. Поэтому в нем могут появляться и более высокие степени поля  $h$ . Стандартная модель соответствует  $a = b = d_3 = d_4 = 1$  in Eq. (1). Современные результаты БАК оправдывают этот выбор с некоторой точностью. Но нельзя исключить отклонения от них в будущих экспериментах. В тоже время основным источником для открытия отклонений от СМ являются коэффициенты  $a_i$ . Их ненулевые значения приводят к нарушению унитарности в теории возмущений, которые обычно обсуждаются в моделях с очень тяжёлыми частицами Хиггса или моделями без частиц Хиггса вообще. Такие модели активно изучались последние 20 лет и продолжают изучаться.

### Операторы нелинейного лагранжиана

Полный набор вершин  $\mathcal{L}_i$ , инвариантных относительно  $C$ ,  $P$  и калибровочных  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  включает в себя следующие операторы,

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_0 &= \frac{1}{4}a_0 v^2 T_\mu T^\mu & \mathcal{L}_1 &= \frac{1}{2}a_1 g g' B_{\mu\nu} \text{Tr} T W^{\mu\nu} \\
\mathcal{L}_2 &= i a_2 g' B_{\mu\nu} \text{Tr} [T V^\mu V^\nu] & \mathcal{L}_3 &= -i a_3 \text{Tr} [W_{\mu\nu} [V^\mu, V^\nu]] \\
\mathcal{L}_4 &= a_4 \text{Tr} [V_\mu V_\nu] \text{Tr} [V^\mu V^\nu] & \mathcal{L}_5 &= a_5 \text{Tr} [V_\mu V^\mu] \text{Tr} [V_\nu V^\nu] \\
\mathcal{L}_6 &= a_6 \text{Tr} [V_\mu V_\nu] (T^\mu T^\nu) & \mathcal{L}_7 &= a_7 \text{Tr} [V_\mu V^\mu] (T_\nu T^\nu) \\
\mathcal{L}_8 &= -\frac{1}{4}a_8 g^2 \text{Tr} [T W_{\mu\nu}] \text{Tr} [T W^{\mu\nu}] & \mathcal{L}_9 &= -i a_9 g \text{Tr} [T W_{\mu\nu}] \text{Tr} [T V^\mu V^\nu] \\
\mathcal{L}_{10} &= a_{10} (T_\mu T_\nu) (T^\mu T^\nu) & \mathcal{L}_{11} &= a_{11} \text{Tr} [(D_\mu V^\mu) (D_\nu V^\nu)] \\
\mathcal{L}_{12} &= a_{12} \text{Tr} [T D_\mu D_\nu V^\nu] T^\mu & \mathcal{L}_{13} &= \frac{1}{2}a_{13} (\text{Tr} [T D_\mu V_\nu]) (\text{Tr} [T D^\mu V^\nu]) ,
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
V_\mu &= (D_\mu U) U^\dagger , & T &= U \tau_3 U^\dagger , & T_\mu &= \text{Tr} [T V_\mu] \\
D_\mu \mathcal{O}(x) &= \partial_\mu \mathcal{O}(x) + i g [W_\mu, \mathcal{O}(x)] .
\end{aligned}$$

### Киральный лагранжиан: нарушение пертурбативной унитарности

В этом разделе приведем пример нарушения унитарности при отклонении параметров эффективного лагранжиана от значений Стандартной модели. Рассмотрим рассеяние продольных заряженных  $W$  бозонов  $w^+ w^- \rightarrow zz$ : Параметры эффективного лагранжиана войдут в амплитуду рассеяния следующим образом,

$$i\mathcal{M}_{\text{tree}}^{(a)} = i \frac{s}{v^2}, \text{ and } i\mathcal{M}_{\text{tree}}^{(b)} = -i \frac{a^2 s}{v^2} \frac{s}{s - M_H^2}.$$

После их комбинации получаем,

$$i\mathcal{M}_{\text{tree}} = -i \frac{s}{v^2} \frac{(a^2 - 1)s + M_H^2}{s - M_H^2},$$

При  $a = 1$  эта амплитуда, очевидно, превращается в амплитуду СМ. Отметим, что в этом вычислении использовалось условие массовой поверхности  $p_i^2 = 0$ . Если  $a \neq 1$ , то

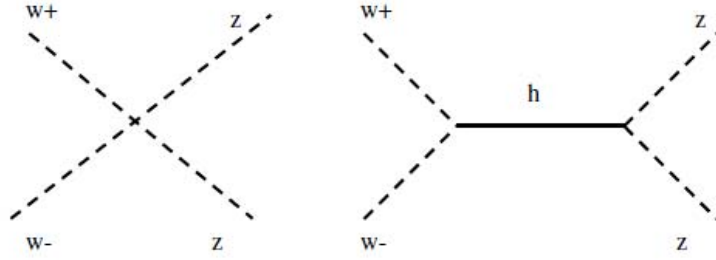


Рис. 5: *Tree level scattering*  $ww \rightarrow zz$

эта древесная амплитуда растет как  $\sim s^2$  когда  $s \gg M_H^2$ . Такое поведение сигнализирует о нарушении пертурбативной унитарности и появлении режима сильной связи в этом канале. Больше подробностей по формулировке и перенормировке эффективного лагранжиана электрослабых взаимодействий можно найти в следующей работе:

Longitudinal WW scattering in light of the “Higgs boson” discovery, D. Espriu and B. Yengo, arXiv:1212.4158v2 [hep-ph]