

Бланк учёта баллов проверяющего (ФИО): \_\_\_\_\_

Следует заносить баллы участника по **всем** задачам, условия которых ему известны (на первом этапе это задачи 1-4, на втором — 1-7). Если в рамках текущего подхода решение задачи не было рассказано, баллы просто повторяются.

№	Фамилия Имя участника	1	2	3	4	5	6	7
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								
21								
22								
23								
24								
25								
26								
27								

## Памятка проверяющего Городского тура.

### Правила оценки заданий

- 1) Задачи оцениваются исходя из разбалловки, в спорных моментах решение принимается в пользу участника.
- 2) Задавать уточняющие вопросы по решению можно и даже нужно, но при этом подсказывать нельзя. Помните, что олимпиада устная и требовать чтобы все было аккуратно выписано не обязательно.
- 3) За один подход можно сдавать много задач. Каждую задачу участник может сдавать за несколько подходов.

### Как баллы вносятся в протокол

После того, как участник рассказал все задачи, которые хотел, результат учитывается следующим образом:

- 1) Полученные баллы вносятся в **карточку участника** в поле соответствующего подхода (подходы из разных туров независимы) и ставится подпись в поле «Подпись преподавателя».
- 2) Фамилия Имя школьника и **все** текущие баллы участника (баллы по задачам, решение которых участник не рассказывал, **следует повторить**) вносятся в **Бланк проверяющего**.
- 3) Все текущие баллы следует отметить в электронной таблице. Это можно сделать либо самостоятельно со своего телефона/планшета/утюга, либо сообщить специально обученным «операторам», которые будут находиться в рекреациях. Их задача — проставлять баллы участников, которые только что завершили подход. Просим Вас следить за тем, чтобы после разговора с участником информация о результатах разговора оказалась бы в таблице. Если Вы не выставяете балл самостоятельно, сообщите об этом «оператору» заранее.

### Проходной балл

Ориентировочный проходной балл на второй этап — 13. Окончательное его значение будет сообщено ровно через 2 часа после начала олимпиады. Если участник имеет больше либо равно проходного балла, после того как сдал Вам задачи, скажите ему, что он прошел на вывод и ему нужно собрать вещи и попросить наблюдателя в аудитории проводить его на Второй этап.

### В любой непонятной ситуации звонить/писать:

8 класс: +7-921-314-35-03 (Иван)

7 класс: +7-921-554-03-23 (Александр)

### Правила Олимпиады, которые выданы участникам

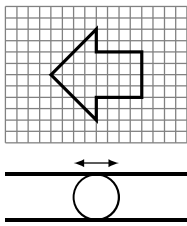
- 1) Олимпиада состоит из двух этапов. На первом этапе для решения предлагается 4 задачи, на втором этапе даётся ещё 3 задачи. Задачи сдаются устно во время олимпиады.
- 2) Каждая задача первого этапа оценивается из 4 баллов, каждая задача второго — из 8. Для того, чтобы пройти на второй этап, необходимо набрать проходной балл (ориентировочно 13). Проходной балл может меняться в течение олимпиады, и окончательный балл будет объявлен через 2 часа после начала первого этапа.
- 3) Продолжительность первого этапа — 3 часа. Общая продолжительность олимпиады — 4 часа. Чем больше времени участник тратит на первом этапе, тем меньше времени останется для решения более сложных задач второго этапа.
- 4) Баллы, набранные на первом этапе суммируются с баллами, набранными на втором. На втором этапе можно сдавать и оставшиеся задачи первого этапа.
- 5) На каждом этапе участник имеет право на 5 обращений к члену жюри для предъявления решений. За полностью решённую задачу ставится полный балл. Если в решении есть недочёты, член жюри говорит об этом, не подсказывая где ошибка, и может поставить баллы исходя из разбалловки. Каждую задачу участник может сдавать за несколько подходов. Можно предъявлять сразу несколько задач за один подход. Текущие баллы по всем задачам член жюри ставит в карточку участника.
- 6) Член жюри не может ничего подсказывать, он может только ответить на вопросы по условию задачи. Если ему что-то надо уточнить, он спросит сам. Но при этом помните, что выставленные на олимпиаде баллы являются окончательными, поэтому всё своё несогласие с оценками изложите на заключительном подходе.
- 7) Если у Вас возникают вопросы по условию задачи, Вы можете задать их в аудитории, и это не засчитывается, как обращение к члену жюри.

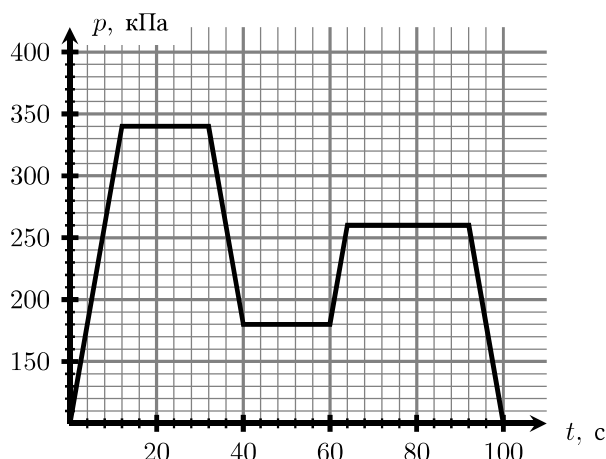
8 класс



7 класс



1	<p>Чернильный шарик зажат между двумя горизонтальными пластинами. Нижняя пластина покоится, а верхнюю сдвигают, не вращая, таким образом, что ее центр перемещается по траектории, указанной на рисунке. Чернильный шарик без проскальзывания катается между пластинами, оставляя след в точках касания. Постройте в масштабе фигуру, оставленную шариком на нижней пластине.</p>	
2	<p>Две улитки со своими домиками медленно ползут по склону горы Фудзи. Неся домик, одна улитка проползает 10 м по вертикали за час, а другая — 40 м. Без домика улитки ползут в 2 раза быстрее. Быстрая улитка может нести домик медленной, если оставит где-нибудь свой, доберется до домика медленной улитки и подберет его. Через какое минимальное время обе улитки смогут вместе оказаться на вершине горы со своими домиками? Им нужно подняться на 3776 м. Обе улитки могут оставлять домики в любом месте.</p>	
3	<p>Для исследования свойств морской воды учёные закрепили на спине дельфина всевозможные датчики и отпустили его на свободу в море. На рисунке приведены показания датчика давления в зависимости от времени. Определите перемещение дельфина за время наблюдения. Известно, что он не поворачивал направо или налево. Скорость его движения была постоянна по величине и равна 2 м/с, плотность морской воды 1000 кг/м<sup>3</sup>, ускорение свободного падения — 10 м/с<sup>2</sup>, атмосферное давление — 100 кПа. В ходе исследований ни один дельфин не пострадал.</p>	



4	<p>Система кондиционирования подает в салон пассажирского самолета <math>U = 15 \text{ м}^3</math> чистого воздуха (без пыли) каждую минуту. С каждого из пассажиров в воздух попадает постоянное число частицы пыли в минуту. Кроме того, с грязного пола в воздух также переходит постоянное число пылинок в минуту. Бортпроводник измеряет концентрацию пыли <math>C</math>: количество пылинок в одном кубическом сантиметре воздуха (штук/см<sup>3</sup>). Если удвоить количество подаваемого воздуха <math>U</math>, то концентрация пылинок в воздухе уменьшится на <math>\Delta C_1 = 100 \text{ штук/см}^3</math>. А если удвоить количество пассажиров, то концентрация пылинок в воздухе увеличится на <math>\Delta C_2 = 100 \text{ штук/см}^3</math>. Сколько частиц пыли в секунду попадает в воздух с грязного пола?</p> <p>Количество воздуха в салоне и концентрация пыли в процессе полета неизменны. Пыль распределяется равномерно по всему объему салона, свойства пола не зависят от количества пассажиров.</p>	
---	--	--

# Первый этап

## Задача 1. Шарик

- 2 балла — Утверждение о том, что смещение шарика вдвое меньше смещения пластины.
- 2 балла — Верный ответ в виде рисунка с соблюдением масштаба.

## Задача 2. Улитки на склоне

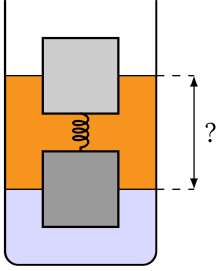
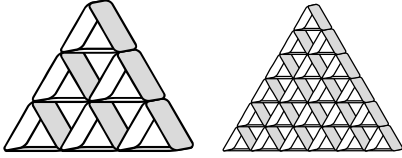
- 1 балл — Идея о равенстве времен,
- 1 балл — Утверждение о том, из чего состоит движение быстрой улитки,
- 1 балл — Выражение для нахождения  $S$ ,
- 1 балл — Ответ.

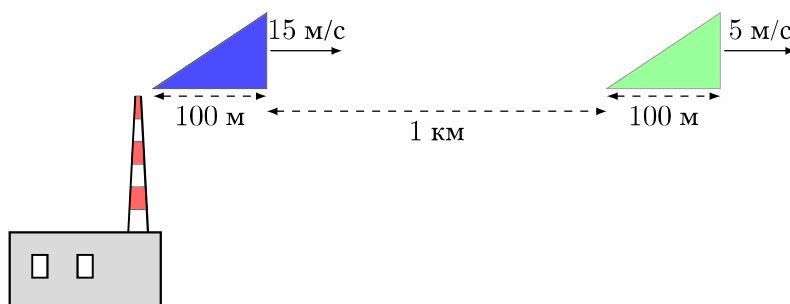
## Задача 3. Голубая бездна

- 1 балл — Формула связи изменения давления со скоростью
- 1 балл — Утверждение о том, что на наклонных участках движение строго вертикально,
- 2 балла — Ответ.

## Задача 4. Непыльная

- 1 балл — Обнаружено понимание факта, что ”добавленный” чистый воздух вытесняет запыленный. При этом уход частиц пыли компенсируется приходом пыли от людей и с пола. В идеале, должно быть написано уравнение типа (8), но это необязательно.
- 1 балл — Правильно рассмотрен случай увеличения  $U$  в два раза. Вычислено значение концентрации  $C = 200 \text{ см}^{-3}$ .
- 1 балл — Правильно рассмотрен случай увеличения числа пассажиров в два раза. Записано уравнение типа (11). Или словами выражены утверждения про  $\frac{3}{2}$  и  $2N_P$ .
- 1 балл — Правильный численный ответ.

5	<p>Имеется конструкция из двух кубиков с длиной ребер 10 см, соединенных пружиной жесткостью 100 Н/м. Длина нерастянутой пружины 10 см. Конструкцию помещают в сосуд, в который налито некоторое количество воды плотностью <math>1000 \text{ кг/м}^3</math> и масла плотностью <math>900 \text{ кг/м}^3</math>. Оказывается, что она плавает так, что каждый куб наполовину погружен в масло. Найдите разницу высот между уровнем масла и воды в таком состоянии, если известно, что верхний кубик в три раза легче нижнего.</p>	
6	<p>Мальчик Германн собрал карточный домик и взвесил его на весах. Затем он собрал еще один карточный домик такой же высоты, но во второй раз он использовал карты вдвое меньшей длины и ширины, и такой же толщины, как в первый раз. Оказалось, что второй домик весит на 10% меньше. Найдите количество карт, которое было использовано для постройки первого домика. Каждая «ячейка» домика является равносторонним треугольником.</p>	
7	<p>Из трубы химического завода города Черноснежинска было выпущено два облака, состоящих из мелких капель двух различных веществ, которые при контакте исчезают, образуя снежинки. Облака имеют форму одинаковых прямоугольных треугольников с длиной основания 100 м. Начальное расстояние между облаками 1 км, они движутся со скоростями 15 м/с и 5 м/с, оставаясь на одной высоте. Найдите продолжительность снегопада и момент времени, когда количество выпадающего снега было максимальным. Реакция капель происходит быстро, разные облака состоят из разных веществ, и концентрация капель в облаках одинакова.</p>	



## Второй этап

### Задача 5. Две жидкости

- 2 балла — Условие равновесия первого кубика,
- 2 балла — Условие равновесия второго кубика,
- 1 балл — Получение соотношения для нахождения  $\Delta x$  (15),
- 1 балл — Связь  $\Delta x$  и  $h$ ,
- 2 балла — Ответ.

### Задача 6. «Тройка, семерка, туз»

- 2 балла — Участник может посчитать число карт в домике с определенным числом этажей (общей формулой или перебором),
- 1 балл — Утверждение о том, что масса одной карты уменьшилась в 4 раза,
- 1 балл — Утверждение о том, что число этажей удвоилось,
- 2 балла — Предложен способ для нахождения  $n$  (исходя из общей формулы или перебора),
- 2 балла — Верный ответ.

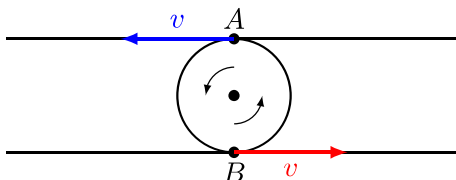
### Задача 7. Снежная

- 1 балл — Нахождение  $v_{\text{сбл}}$ ,
- 1 балл — Нахождение  $t_1$ ,
- 3 балла — Ставится за понимание того, что происходит с облаком после момента максимума,
- 1 балл — Ответ для продолжительности,
- 2 балла — Ответ для момента времени (балл ставится, если нахождение этого момента обосновано и непротиворечиво).

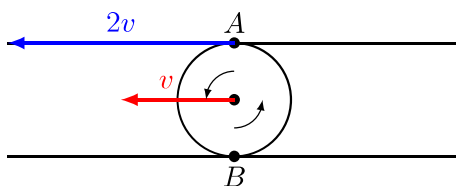
# Возможные решения задач. 7 класс

## Первый этап

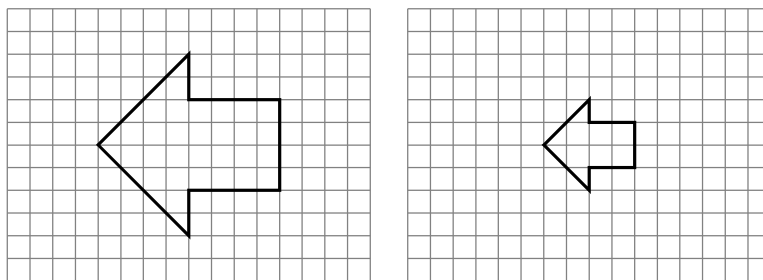
### Задача 1. Шарик



Рассмотрим, как движется шарик, если верхнюю пластину сдвигают в одном направлении. Шарик в общем случае может совершать поступательное движение и вращение. Можно перейти в систему отсчета, связанную с центром этого шарика. В ней центр шарика покоится, а все его движение связано с вращением вокруг центра. Тогда можно заметить, что скорости точек, в которых шарик касается пластин равны по величине и направлены противоположно друг другу. А так как проскальзывания нет, пластины движутся так же, как точки касания в данный момент времени.



Тогда вернемся в систему отсчета, в которой нижняя пластина покоится. В ней нижняя точка шарика покоится, а центр шарика движется сонаправлено с верхней пластиной со скоростью  $v$ . Верхняя пластина движется в этот момент со скоростью  $2v$ . Значит можно сделать вывод о том, что скорость центра шарика всегда вдвое меньше скорости пластины, а значит вдвое меньше и все перемещения. Траектория шарика, в таком случае, будет иметь такую же форму, как траектория центра пластины, но длины всех линий будут уменьшены в два раза. Тогда с соблюдением масштаба она будет выглядеть так



- 2 балла — Утверждение о том, что смещение шарика вдвое меньше смещения пластины.
- 2 балла — Верный ответ в виде рисунка с соблюдением масштаба.

## Задача 2. Улитки на склоне

Для начала поймем, что оптимальным (с точки зрения затраченного времени) будет движение, при котором улитки оказываются на вершине одновременно. В противном случае первая из добравшихся улиток могла потратить больше времени, неся свой домик, тем самым сократив время пути второй улитки, и общее время было бы меньше.

Во вторых, заметим, что быстрой улитке невыгодно двигаться вверх без домика, так как потом ей придется дольше ждать медленную, которой придется этот участок пути пройти, неся домик.

Значит оптимальный путь для медленной улитки состоит из кусков, на которых она несет домик вверх сама и кусков, на которых она движется вверх без домика. Быстрая улитка может нести домик вверх, либо двигаться вниз без домика, чтобы помочь медленной.

Обозначим скорость медленной улитки  $v_1$ , а быстрой —  $v_2$ .

Пусть медленная улитка прошла путь  $S$  с домиком и  $L - S$  без домика, где  $L$  — весь путь по вертикали, который улиткам нужно преодолеть. Тогда время, которое для этого потребовалось

$$t_1 = \frac{S}{v_1} + \frac{L - S}{2v_1}. \quad (1)$$

Движение быстрой улитки заключается в том, что ей нужно пронести один домик, спуститься за вторым, когда медленная улитка его оставит и пронести его, как минимум до высоты первого. Тогда суммарное время ее движения будет иметь вид

$$t_2 = \frac{L}{v_2} + \frac{L - S}{2v_2} + \frac{L - S}{v_2}. \quad (2)$$

Приравнявая времена  $t_1 = t_2$  получаем уравнение, из которого можно найти  $S$ . После подстановки скоростей и домножения на  $2v_2$  оно принимает вид

$$8S + 4L - 4S = 2L + L - S + 2L - 2S. \quad (3)$$

Его решение  $S = \frac{L}{7}$ .

Можем подставить найденное значение в  $t_1$  и получить общее время пути, которое по построению является минимальным

$$t = \frac{L}{7v_1} + \frac{3L}{7v_1} = \frac{4L}{7v_1} \approx 216 \text{ ч.} \quad (4)$$

**Ответ:** 216 ч.

- **1 балл** — Идея о равенстве времен,
- **1 балл** — Утверждение о том, из чего состоит движение быстрой улитки,
- **1 балл** — Выражение для нахождения  $S$ ,
- **1 балл** — Ответ.



### Задача 3. Голубая бездна

Первым делом заметим, что давление в конце наблюдения равно атмосферному, значит дельфин вынырнул на поверхность и перемещение по вертикали равно нулю. Таким образом необходимо следить только за горизонтальным перемещением.

Обозначим атмосферное давление  $p_A$ . Тогда давление жидкости на глубине  $h$  равно  $\rho gh + p_A$ , поэтому изменение давления за единицу времени с точностью до  $\rho g$  равно вертикальной скорости тюленя

$$\Delta p = \rho g \Delta h = \rho g v \Delta t, \quad \text{или} \quad v = \frac{\Delta p}{\rho g \Delta t}. \quad (5)$$

Посчитаем из коэффициента наклона вертикальную составляющую в зависимости от времени.

Можно вычислить, что на участке  $0 - 12$  с вертикальная составляющая скорости равна

$$\frac{\Delta p}{\rho g \Delta t} = \frac{240 \text{ кПа}}{10 \text{ м/с}^2 \cdot 1000 \text{ кг/м}^3 \cdot 12 \text{ с}} = 2 \text{ м/с}. \quad (6)$$

Она равна полной скорости дельфина, а это значит, что он двигался вертикально вниз. Нетрудно заметить, что такой же коэффициент наклона с точностью до знака имеют все наклонные участки. Значит вклад в перемещение дельфина вносят только горизонтальные участки графика, на которых он двигался строго горизонтально. Тогда нетрудно найти его перемещение

$$\Delta x = 2 \text{ м/с} \cdot (20 \text{ с} + 20 \text{ с} + 28 \text{ с}) = 136 \text{ м}. \quad (7)$$

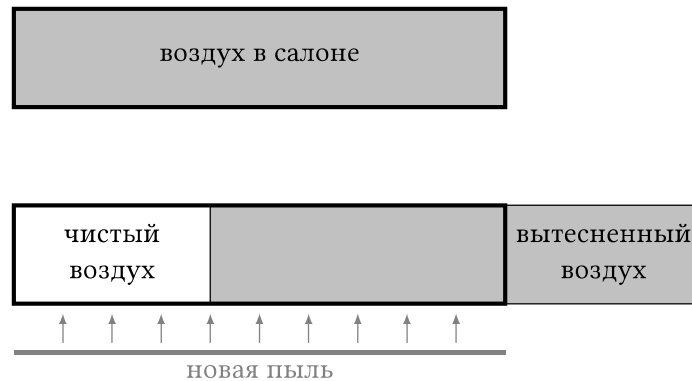
**Ответ:** 136 м.

- **1 балл** — Формула связи изменения давления со скоростью
- **1 балл** — Утверждение о том, что на наклонных участках движение строго вертикально,
- **2 балла** — Ответ.

#### Задача 4. Непыльная

На рисунке схематически показано, что происходит с воздухом в салоне самолета за одну минуту:

- Поступает объем воздуха без пыли, равный  $U$ . В нижней части схемы этому объему соответствует левый кусок.
- Такой же объем  $U$  грязного воздуха выходит из салона самолета. Это следует из того, что количество воздуха в салоне сохраняется. Очевидно, что количество пылинок, которые покинули самолет, равняется  $N_{out} = CU$ . Кажется, что грязи должно стать меньше, но:
- в воздух поступает  $N = N_P + N_F$  пылинок, где мы обозначили как  $N_P$  количество пылинок от людей, и  $N_F$  количество пылинок с полу.



Так как количество пылинок в салоне со временем не меняется (концентрация и объем салона постоянны), значит число поступающих и выходящих пылинок равно друг другу:

$$CU = N_{out} = N_P + N_F. \quad (8)$$

Если увеличить наддув воздуха кондиционером, то правая часть уравнения не изменится. Значит при увеличении  $U$  в два раза, концентрация уменьшится в два раза. Исходя из условия можно записать:

$$C - \frac{C}{2} = \Delta C_1 = 100 \text{ (1/см}^3\text{)} \text{ или } C = 200 \text{ (1/см}^3\text{)}. \quad (9)$$

Рассмотрим далее второй случай: когда наддув остается неизменным, а количество пассажиров удваивается. Во-первых, величина  $N_P$  увеличится два раза. Во-вторых, концентрация увеличится от значения  $C$  до  $C + \Delta C_2$ , или в  $\frac{3}{2}$  раза. Так же из условия следует, что  $N_F$  не измениться. Этих данных достаточно, чтобы найти все неизвестные. Например, составим систему уравнений, которая описывает приведенные условия:

$$CU = N_P + N_F \quad (10)$$

$$\frac{3}{2}CU = 2N_P + N_F. \quad (11)$$

Из этих двух уравнений можно получить, что:

$$N_F = \frac{1}{2}CU. \quad (12)$$

Величина  $CU$  это, фактически, количество частиц, находящихся в объеме  $15 \text{ м}^3$ . Таким образом,  $N_F = 1500 \cdot 10^6$ , где мы учли, что  $1 \text{ м}^3 = 10^6 \text{ см}^3$ . За одну секунду с пола улетает в 60 раз меньше частиц, т.е.  $N_F/60$ .

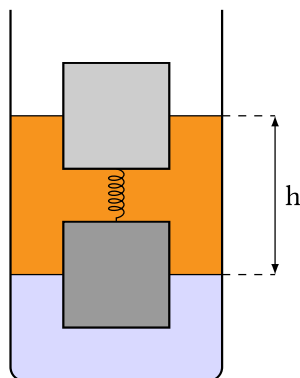
**Ответ:** За одну секунду с пола улетает  $25 \cdot 10^6$  частиц пыли.

- **1 балл** — Обнаружено понимание факта, что "добавленный" чистый воздух вытесняет запыленный. При этом уход частиц пыли компенсируется приходом пыли от людей и с пола. В идеале, должно быть написано уравнение типа (8), но это необязательно.

- **1 балл** — Правильно рассмотрен случай увеличения  $U$  в два раза. Вычислено значение концентрации  $C = 200 \text{ см}^{-3}$ .
- **1 балл** — Правильно рассмотрен случай увеличения числа пассажиров в два раза. Записано уравнение типа (11). Или словами выражены утверждения про  $\frac{3}{2}$  и  $2N_P$ .
- **1 балл** — Правильный численный ответ.

## Второй этап

### Задача 5. Две жидкости



Пусть массы тел  $m_1$  и  $m_2$ , жесткость пружины  $k$ ,  $a$  и  $\Delta x$  — ее длина и перемещение,  $a$  — длина ребра кубика,  $\rho_1$  и  $\rho_2$  — плотности масла и воды.

Так как тела покоятся, равнодействующая всех сил, действующих на каждое тело равна нулю.

На верхнее тело действуют сила тяжести  $m_1g$ , сила упругости  $k\Delta x$  и сила Архимеда  $\rho_1 g \frac{a^3}{2}$ , где  $\rho_1$  это плотность масла. Учитывая направления этих сил и считая, что пружина растянута можно написать

$$m_1g = \rho_1 g \frac{a^3}{2} - k\Delta x. \quad (13)$$

Для второго тела ситуация аналогична, только сила Архимеда выражается сложнее и сила упругости направлена в другую сторону, поэтому

$$m_2g = \rho_2 g \frac{a^3}{2} + \rho_1 g \frac{a^3}{2} + k\Delta x. \quad (14)$$

Найдем растяжение пружины. Зная, что  $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$  запишем

$$\frac{\rho_1 g \frac{a^3}{2} - k\Delta x}{\rho_2 g \frac{a^3}{2} + \rho_1 g \frac{a^3}{2} + k\Delta x} = \frac{1}{3}. \quad (15)$$

Из получившегося соотношения можно выразить  $\Delta x$  формульно или сразу подставив числа. Формульный результат имеет вид

$$\Delta x = \frac{3}{4} \frac{g \frac{a^3}{2}}{k} \frac{2\rho_1 - \rho_2}{3} = \frac{ga^3}{8k} (2\rho_1 - \rho_2). \quad (16)$$

После подстановки чисел  $\Delta x = 1$  см.

Теперь поймем, как удлинение пружины связано с высотой столба масла  $h$ . Из рисунка понятно, что

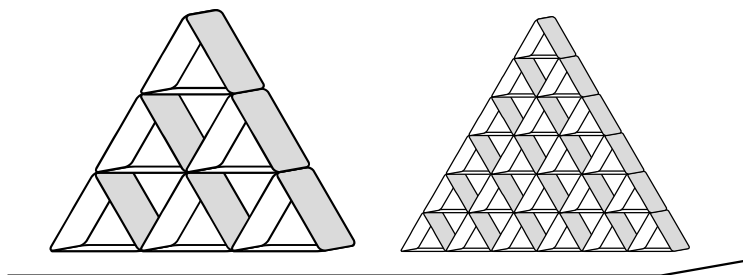
$$\Delta x = h - \frac{a}{2} - \frac{a}{2} - l, \quad (17)$$

где  $l$  — начальная длина пружины. Тогда  $h = 21$  см

**Ответ:** 21 см.

- 2 балла — Условин равновесия первого кубика,
- 2 балла — Условин равновесия второго кубика,
- 1 балл — Получение соотношения для нахождения  $\Delta x$  (15),
- 1 балл — Связь  $\Delta x$  и  $h$ ,
- 2 балла — Ответ.

### Задача 6. «Тройка, семерка, туз»



Пусть  $n$  — количество этажей в карточном домике. Можно найти число карт, которое использовано для его постройки

$$N = 3 \cdot \frac{n(n+1)}{2}. \quad (18)$$

А масса всего домика будет равна

$$M = m_0 N, \quad (19)$$

где  $m_0$  — масса одной карты. Заметим еще, что высота домика пропорциональна  $n$ .

Если взять карты вдвое меньше, то масса одной карты будет равна  $m'_0 = \frac{m_0}{4}$ . А для того чтобы высота домика не изменилась нужно собрать  $n' = 2n$  этажей. Масса нового домика равна

$$M' = m'_0 N' = \frac{3}{2} \frac{m_0}{4} (4n^2 + 2n) = \frac{3}{2} m_0 \left( n^2 + \frac{n}{2} \right) \quad (20)$$

Тогда из условия

$$\frac{M'}{M} = 0,9 \quad (21)$$

получается уравнение, из которого можно найти  $n$ .

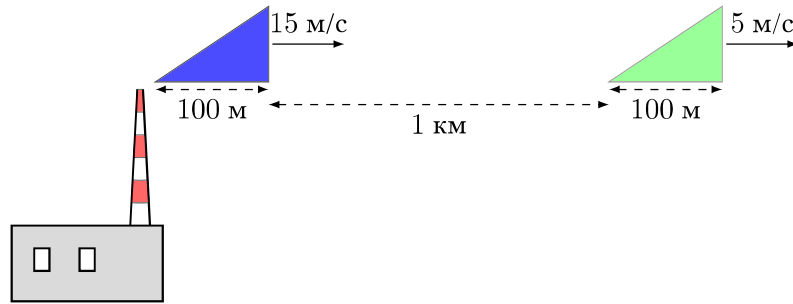
$$\frac{1 + \frac{1}{2n}}{1 + \frac{1}{n}} = 0,9. \quad (22)$$

Его решение  $n = 4$ . Значит первый домик состоял из четырех этажей и содержал 30 карт.

**Ответ:** 30 карт.

- **2 балла** — Участник может посчитать число карт в домике с определенным числом этажей (общей формулой или перебором),
- **1 балл** — Утверждение о том, что масса одной карты уменьшилась в 4 раза,
- **1 балл** — Утверждение о том, что число этажей удвоилось,
- **2 балла** — Предложен способ для нахождения  $n$  (исходя из общей формулы или перебора),
- **2 балла** — Верный ответ.

## Задача 7. Снежная



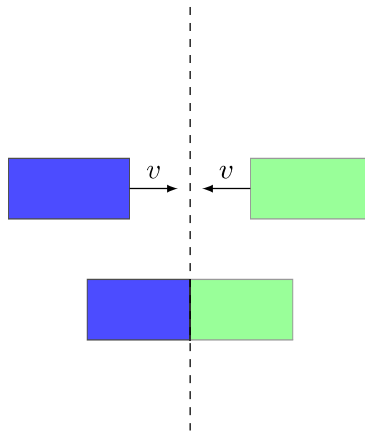
Обозначим длину основания облака  $l$ , а начальное расстояние между облаками  $L$ . Скорости облаков  $v_1$  и  $v_2$ . Скорость их сближения  $v_{\text{сбл}} = v_2 - v_1$ .

Разобьем движение на несколько частей. Рассмотрим первую из них, во время которой снег выпадать не будет. На ней левое облако догоняет правое до того момента, когда между ними произойдет контакт. На это требуется время, равное

$$t_1 = \frac{L}{v_{\text{сбл}}} = \frac{1 \text{ км}}{10 \text{ м/с}} = 100 \text{ с.} \quad (23)$$

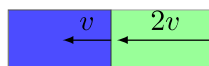
После этого между контактирующими частями облаков будет происходить взаимодействие, которое стоит рассмотреть более подробно. Понятно, что снег будет образовываться на границе, разделяющей различные вещества, и следует понять, как эта граница будет располагаться в пространстве.

Рассмотрим для начала более простой случай, когда облака имеют форму прямоугольников, движущихся навстречу друг другу с одинаковыми скоростями.



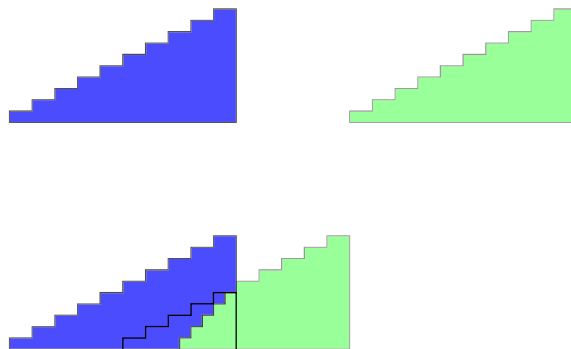
Понятно, что в таком случае из соображений симметрии можно сказать, что граница контакта будет оставаться на одном месте и быть точно посередине между внешними вертикальными границами облаков.

Если перейти в систему отсчета, в которой левое облако покоится, то после контакта его левая граница будет неподвижна, а линия контакта будет двигаться влево со скоростью  $v$ , то есть с вдвое меньшей, чем правое облако в этой системе отчета.

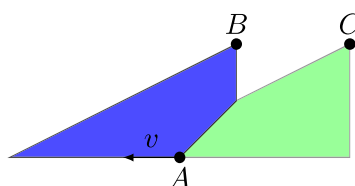


Два прямоугольных облака в системе отсчета, где левое облако покоится.

Теперь вернемся к нашему случаю. Представим треугольники как лесенки с очень мелкими ступеньками. Тогда можно понять, как взаимодействуют отдельные прямоугольники, образующие ступеньки и найти, в итоге, как будет располагаться граница раздела. Удобно рассматривать процесс в системе отсчета левого облака.



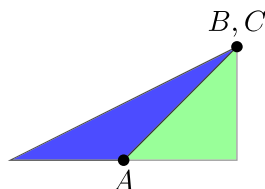
Видно, что каждая грань ступеньки, соприкасаясь со вторым облаком, начинает двигаться вдвое медленнее. Тогда, если вернуться к непрерывному рассмотрению, границей раздела будет участок прямой, имеющей вдвое больший коэффициент наклона, чем наклонная сторона треугольника.



Точка  $A$  на нижней стороне облака, через которую проходит граница раздела будет двигаться со скоростью  $v = \frac{v_{\text{сбл}}}{2}$ .

Можно понять, что количество выпадающего снега в единицу времени равно числу провзаимодействовавших частиц, а оно пропорционально высоте границы раздела. Тогда нужно найти момент времени, в который высота границы раздела максимальна. Ясно, что это тот момент, когда граница проходит через вершину  $B$  треугольника. В этот момент вершина правого облака (точка  $C$ ) совпадает с точкой  $B$ . Точка  $A$  в этот момент дойдет до середины основания, а это займет время

$$t_2 = \frac{\frac{l}{2}}{\frac{v_{\text{сбл}}}{2}} = \frac{l}{v_{\text{сбл}}} = \frac{100 \text{ м}}{10 \text{ м/с}} = 10 \text{ с.} \quad (24)$$



Тогда в сумме с начала движения до искомого момента пройдет

$$t = t_1 + t_2 = 110 \text{ с.} \quad (25)$$

После этого момента снег идти не перестанет, так как не провзаимодействовавшие части облаков еще остались. Снег будет идти, начиная с момента касания, и до того момента, как точка  $A$  дойдет до левой границы основания. На это понадобится время

$$t'_2 = \frac{l}{v_{\text{сбл}}} = \frac{100 \text{ м}}{5 \text{ м/с}} = 20 \text{ с} \quad (26)$$

**Ответ:** Максимум выпадения в момент 110 с, продолжительность снегопада — 20 с.

- **1 балл** — Нахождение  $v_{\text{сбл}}$ ,
- **1 балл** — Нахождение  $t_1$ ,
- **3 балла** — Ставится за понимание того, что происходит с облаком после момента максимума,
- **1 балл** — Ответ для продолжительности,
- **2 балла** — Ответ для момента времени (балл ставится, если нахождение этого момента обосновано и непротиворечиво).