3. 量子テレポーテーション

2025/07/16

Shizuka Shima

自己紹介

- **名前**：志摩 靜香
- **所属**：日本IBM（2023年入社）
  - Technology Expert Labs
  - Infrastructure/Power server
- **背景**：東京大学　修士課程修了
  - 専攻：物理学/素粒子実験

トピック

- 密度行列
- 量子状態トモグラフィー
- 量子テレポーテーション

密度行列

量子状態：

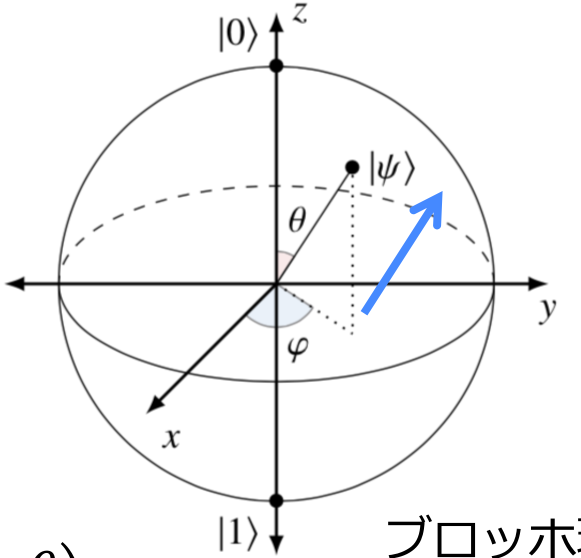
$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle = \begin{pmatrix}\alpha\\ \beta\end{pmatrix}$$

$$|0\rangle = \begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix},\ |1\rangle = \begin{pmatrix}0\\ 1\end{pmatrix}, \quad |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$$

(α, β :確率振幅)

$$|\psi\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|0\rangle + exp(i\varphi)\, sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|1\rangle = \begin{pmatrix}\cos\frac{\theta}{2}\\ e^{i\varphi}\sin\frac{\theta}{2}\end{pmatrix}$$

状態ベクトル



ブロッホ球

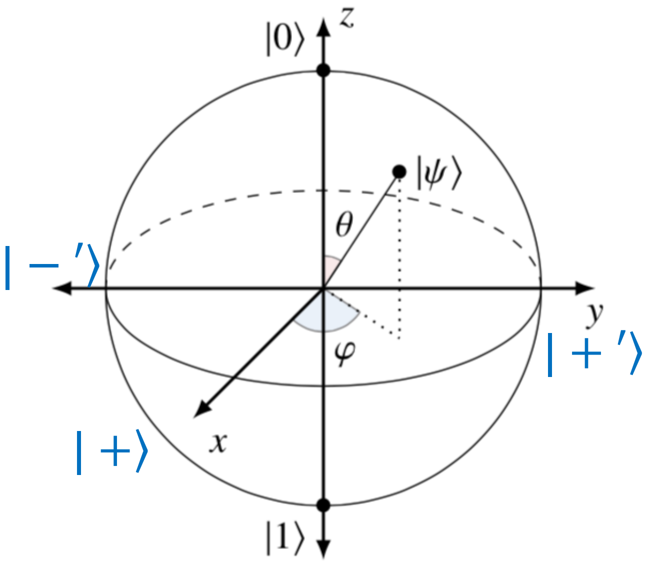
密度行列 ρ を用いて量子状態を記述できる

$$\rho \equiv |\psi\rangle\langle\psi| = \begin{pmatrix}\cos\frac{\theta}{2}\\ e^{i\varphi}\sin\frac{\theta}{2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\cos\frac{\theta}{2} & e^{-i\varphi}\sin\frac{\theta}{2}\end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}1 + cos\theta & e^{-i\varphi}\sin\theta\\ e^{i\varphi}\sin\theta & 1 - cos\theta\end{pmatrix}$$

(倍角の公式)

密度行列とブロッホベクトル

$$\rho = |\psi\rangle\langle\psi| = \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2} \\ e^{i\varphi}\sin\frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2} & e^{-i\varphi}\sin\frac{\theta}{2} \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1+cos\theta & e^{-i\varphi}\sin\theta \\ e^{i\varphi}\sin\theta & 1-cos\theta \end{pmatrix}$$



密度行列 ρ はパウリ行列X, Y, Z の線形和である:

$$\rho = \frac{1}{2}(\mathrm{I} + (sin\theta\ cos\varphi)\mathrm{X} + (sin\theta\ sin\varphi)\mathrm{Y} + (cos\theta)\mathrm{Z})$$
$$= \frac{1}{2}\left(\mathrm{I} + r_x X + r_y Y + r_z Z\right)$$

Note： $\mathrm{X} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ $\mathrm{Y} = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ $\mathrm{Z} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

$\mathrm{X} = |+\rangle\langle+| - |-\rangle\langle-|$ $\mathrm{Y} = |+'\rangle\langle+'| - |-'\rangle\langle-'|$ $\mathrm{Z} = |0\rangle\langle0| - |1\rangle\langle1|$

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$$
$$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$$
$$|+'\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + i\,|1\rangle)$$
$$|-'\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - i\,|1\rangle)$$

ブロッホベクトル: $\boldsymbol{r} = (r_x, r_y, r_z)$

このブロッホベクトルはブロッホ球面上の点に写像される。

密度行列とグローバル位相

$|\psi\rangle$ と $|\phi\rangle$ が量子状態を表す単位ベクトルであるとする：

$$|\phi\rangle = \alpha|\psi\rangle \quad s.t. |\alpha| = 1$$

その時、$|\psi\rangle$ と $|\phi\rangle$ はグローバル位相を除いて等しい

Example: $\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$ and $-\frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle$

密度行列の記述では, ρ_ψ と ρ_ϕ は等しい：

$$\rho_\phi = |\phi\rangle\langle\phi| = \alpha\alpha^*|\psi\rangle\langle\psi| = |\psi\rangle\langle\psi| = \rho_\psi$$

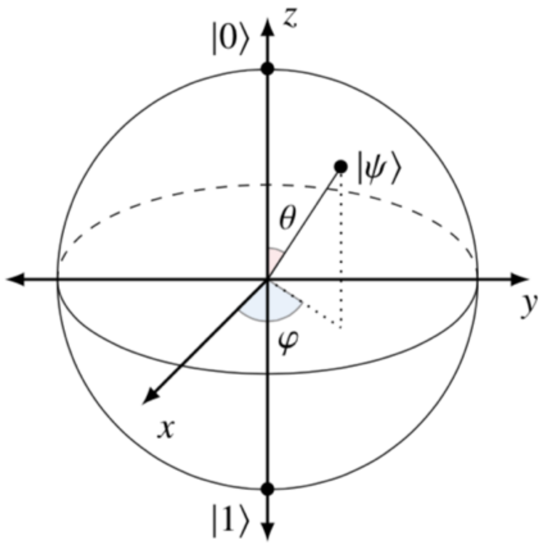
密度行列は量子状態を一意に表現することができる

量子状態トモグラフィ

計算基底$(|0\rangle, |1\rangle)$で量子状態を測定するだけでは、
位相情報（複素数情報）は失われる

しかし実験を繰り返すことで$|\psi\rangle$のコピーを多数得ることができると、ブロッホベクトル$\left(r_x, r_y, r_z\right)$の成分を推定することで密度行列 ρ を推定することができる

$$\rho = \frac{1}{2}(\mathbf{I} + (sin\theta\ cos\varphi)\mathbf{X} + (sin\theta\ sin\varphi)\mathbf{Y} + (cos\theta)\mathbf{Z})$$
$$= \frac{1}{2}\left(\mathbf{I} + r_x\mathbf{X} + r_y\mathbf{Y} + r_z\mathbf{Z}\right)$$

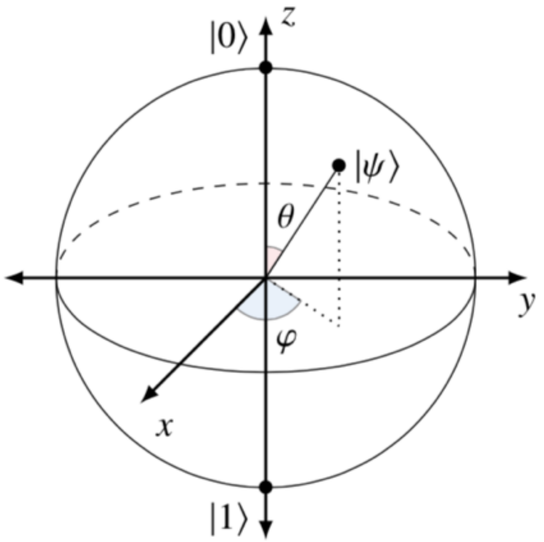


$$\mathrm{Tr}(\mathbf{X}\,\rho) = r_x, \quad \mathrm{Tr}(\mathbf{Y}\,\rho) = r_y, \quad \mathrm{Tr}(\mathbf{Z}\,\rho) = r_z$$

Note : $\mathrm{Tr}(\mathbf{A}\rho)$…量子状態$\rho$における観測量$\mathbf{A}$の期待値
$\mathrm{Tr}(\mathbf{A}\rho) = \mathrm{Tr}(\mathbf{A}|\psi\rangle\langle\psi|) = \mathrm{Tr}(\langle\psi|\mathbf{A}|\psi\rangle) = \langle\psi|\mathbf{A}|\psi\rangle$

量子状態トモグラフィ

$$\rho = \frac{1}{2}(\mathbf{I} + (sin\theta\ cos\varphi)\mathbf{X} + (sin\theta\ sin\varphi)\mathbf{Y} + (cos\theta)\mathbf{Z})$$
$$= \frac{1}{2}\left(\mathbf{I} + r_x\mathbf{X} + r_y\mathbf{Y} + r_z\mathbf{Z}\right)$$



$$\mathrm{Tr}(\mathbf{X}\,\rho) = r_x, \quad \mathrm{Tr}(\mathbf{Y}\,\rho) = r_y, \quad \mathrm{Tr}(\mathbf{Z}\,\rho) = r_z$$

Note： $\mathrm{Tr}(\mathbf{A}\rho)$…量子状態$\rho$における観測量$\mathbf{A}$の期待値

$$\begin{aligned}\mathrm{Tr}(\mathbf{Z}\,\rho) &= \langle 0|\mathbf{Z}\rho|0\rangle + \langle 1|\mathbf{Z}\rho|1\rangle \\ &= \langle 0|(|0\rangle\langle 0| - |1\rangle\langle 1|)\rho|0\rangle + \langle 1|(|0\rangle\langle 0| - |1\rangle\langle 1|)\rho|1\rangle \\ &= \langle 0|\rho|0\rangle - \langle 1|\rho|1\rangle \\ &= \langle 0|\psi\rangle\langle\psi|0\rangle - \langle 1|\psi\rangle\langle\psi|1\rangle \\ &= |\alpha|^2 - |\beta|^2\end{aligned}$$

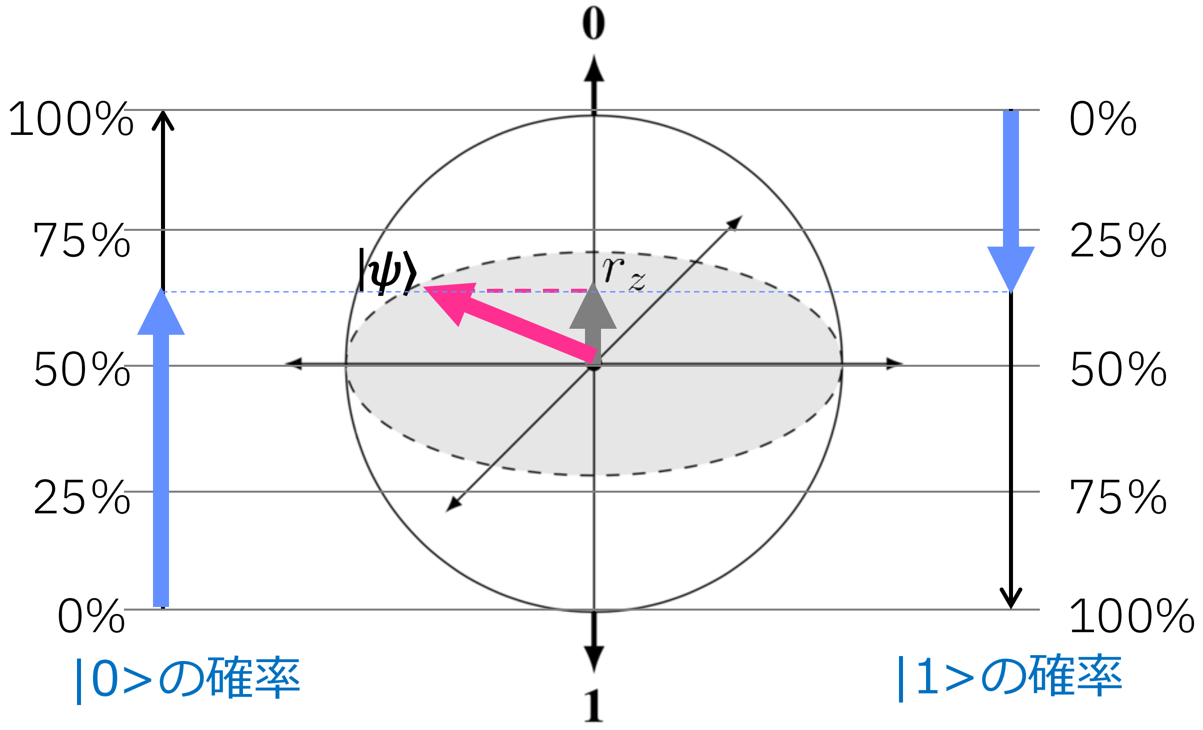
（$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$の場合）

Note：
$\mathbf{Z} = |0\rangle\langle 0| - |1\rangle\langle 1|$

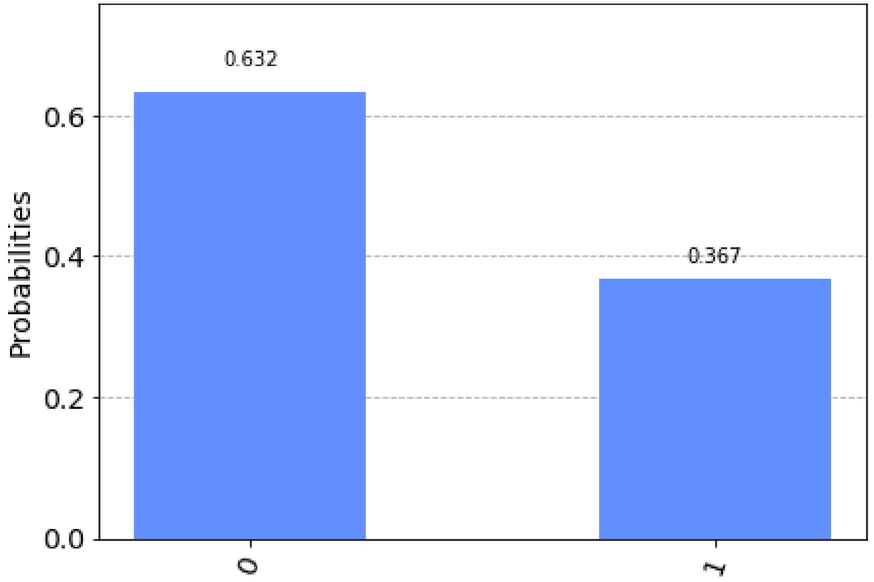
r_z = 0を測定する確率 − 1を測定する確率

量子状態トモグラフィ

r_zを推定するために、量子状態を作り出してそれを測定し、それを何度も繰り返して、測定の統計を取得する



r_z = |0>の確率 – |1>の確率

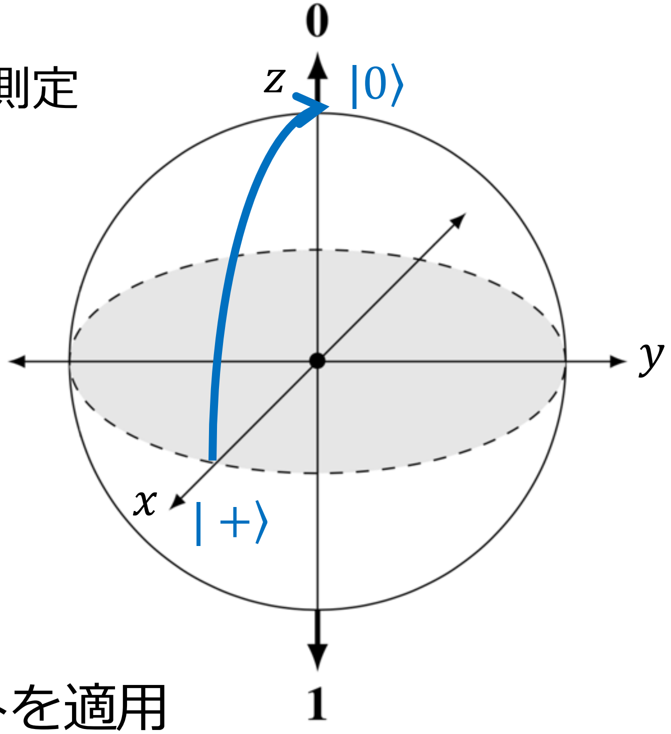


$r_z = 0.632 - 0.367 = 0.265$

X軸とY軸上の測定

IBM Quantum Systems は、計算基礎測定 (Z 軸測定) のみをサポート
軸の回転によりX軸測定、Y軸測定を実現できる

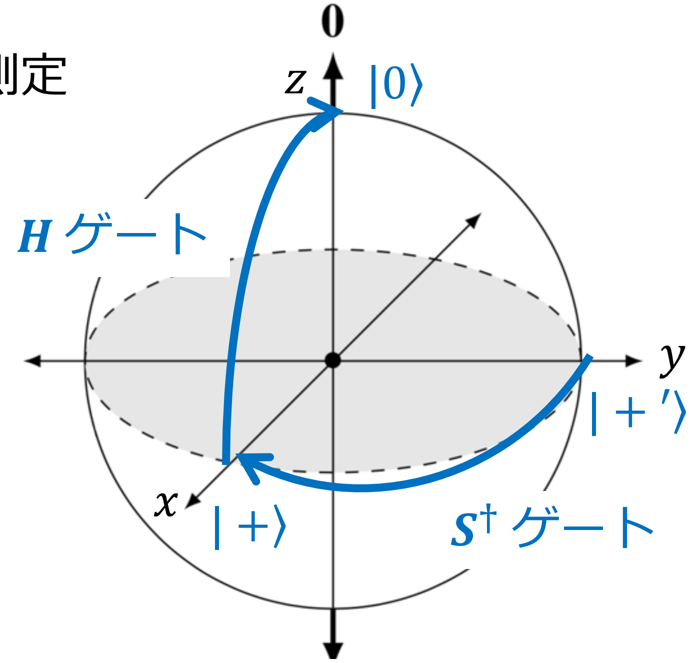
X軸測定



H ゲートを適用

$$H|+\rangle = |0\rangle$$
$$H|-\rangle = |1\rangle$$

Y軸測定

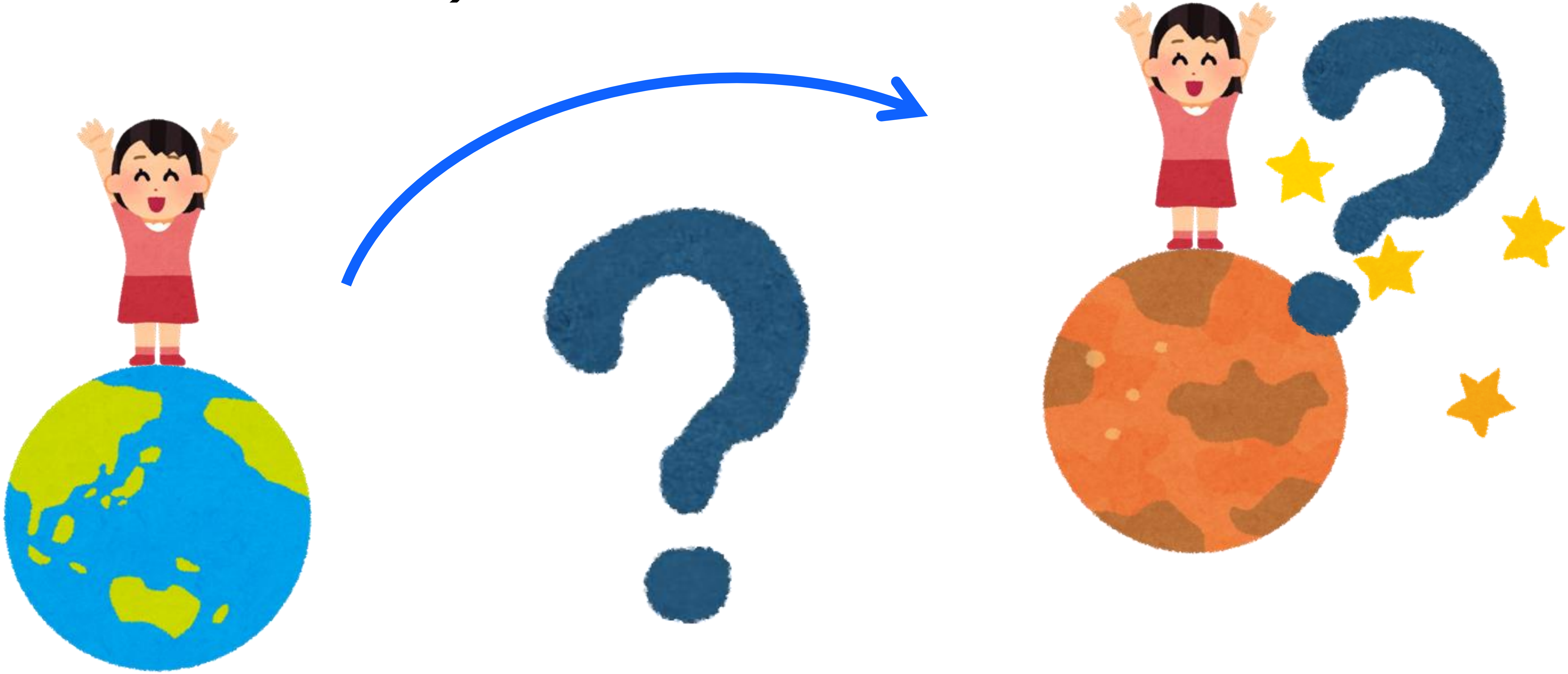


$S^\dagger$ ゲートと H ゲートを適用

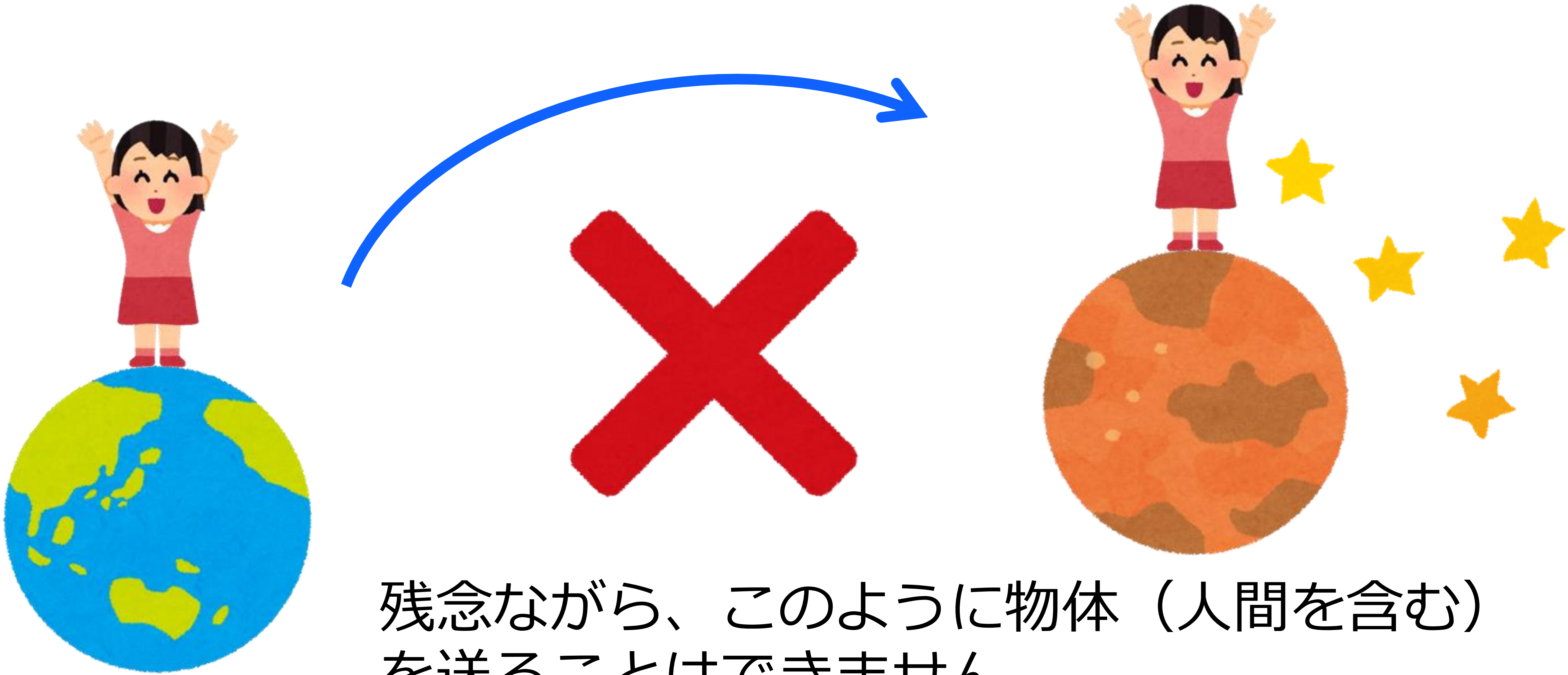
$$HS^\dagger|+'\rangle = H|+\rangle = |0\rangle$$
$$HS^\dagger|-'\rangle = H|-\rangle = |1\rangle$$

量子テレポーテーションとは？

量子テレポーテーションとは?
(予想される例)

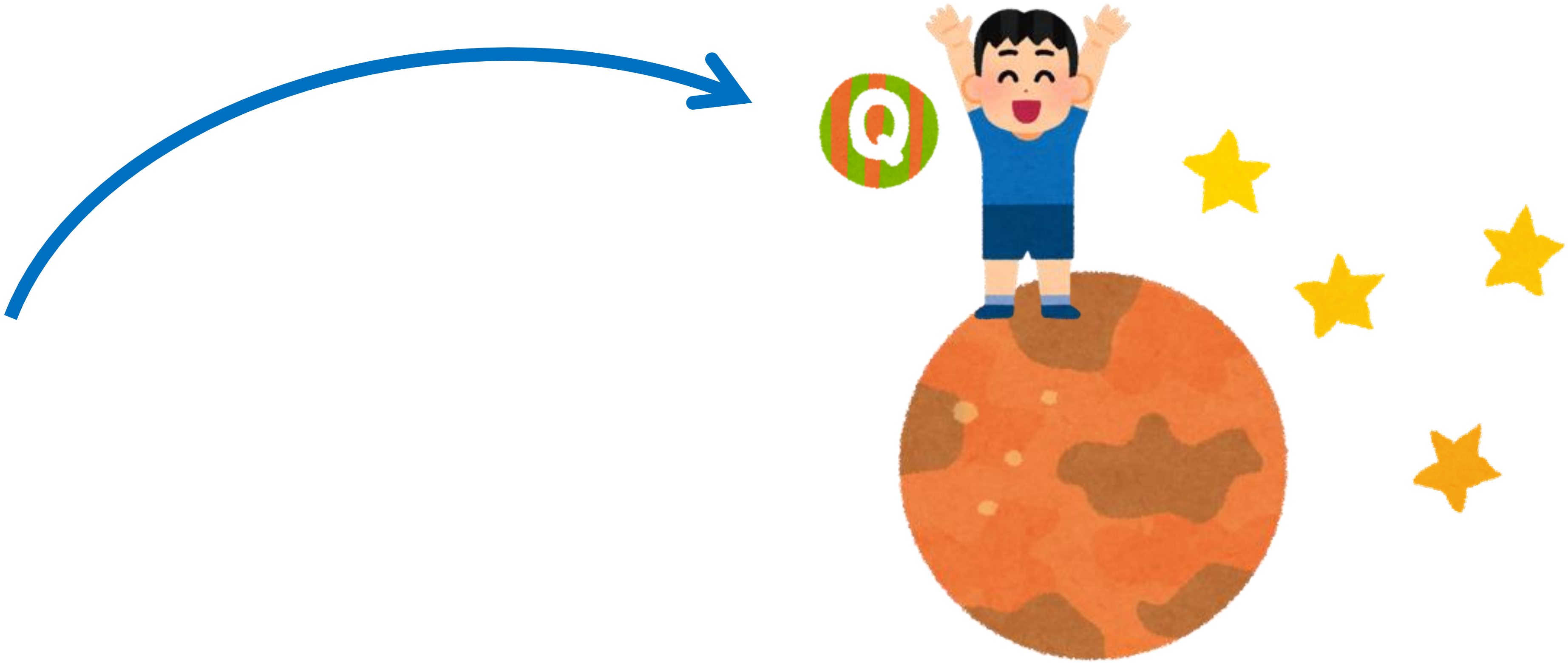


量子テレポーテーションとは？



残念ながら、このように物体（人間を含む）
を送ることはできません。

量子テレポーテーションとは？



量子情報（量子状態）を送信します。

量子テレポーテーション

Aliceが遠くにいるBobに向けて未知の量子状態$|\psi\rangle$を送信したいが2人が通信できるのは古典的な通信（電子メールまたは電話）のみであるという状況を考える

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

Aliceが沢山の$|\psi\rangle$を持っている場合、Aliceは量子情報トモグラフィーによってα, βを知ることができ、Bobに情報を知らせることができる

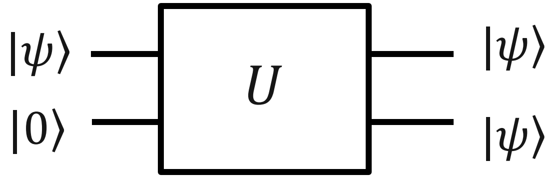
しかし、未知の量子状態は複製できないというNo-cloning定理のため、この方法は一般には使用できない

量子複製不可能定理（No-cloning theorem）

未知の量子状態のコピーを作成することはできない

ユニタリ演算子Uが量子状態 $|\psi\rangle$のコピーを作成できると仮定する

入力:
未知の状態
$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$



出力
$|\psi\psi\rangle$

ユニタリ演算子 U は未知の量子状態$|\psi\rangle$だけでなく$|0\rangle$ や $|1\rangle$にも適用できる

$$U|0\rangle|0\rangle = |00\rangle, \quad U|1\rangle|0\rangle = |11\rangle$$

$|\psi\rangle|0\rangle$ に U を適用 $U|\psi\rangle|0\rangle = \alpha U|0\rangle|0\rangle + \beta U|1\rangle|0\rangle = \alpha|00\rangle + \beta|11\rangle$

U は $|\psi\rangle$ をコピーするので $U|\psi\rangle|0\rangle = |\psi\rangle|\psi\rangle = \alpha^2|00\rangle + \alpha\beta|01\rangle + \alpha\beta|10\rangle + \beta^2|11\rangle$

これら2つの状態を満たす α, β は(0,0), (0,1), (1,0)以外存在しない
α, β は任意であるため矛盾する

量子テレポーテーション

Aliceは遠くにいるBobに未知の量子状態$|\psi\rangle$を送りたいが、二人は古典的な通信でしか通信できない

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

Aliceが沢山の $|\psi\rangle$を持っている場合、Aliceは量子状態トモグラフィーによってα, βを知ることができ、Bobに情報を知らせることができる

しかし、未知の量子状態は複製できないという非複製定理のため、この方法は一般には使用できない

EPR ペアを共有すると、Aliceは局所的演算と古典的通信によって未知の量子状態をBobにテレポートできる

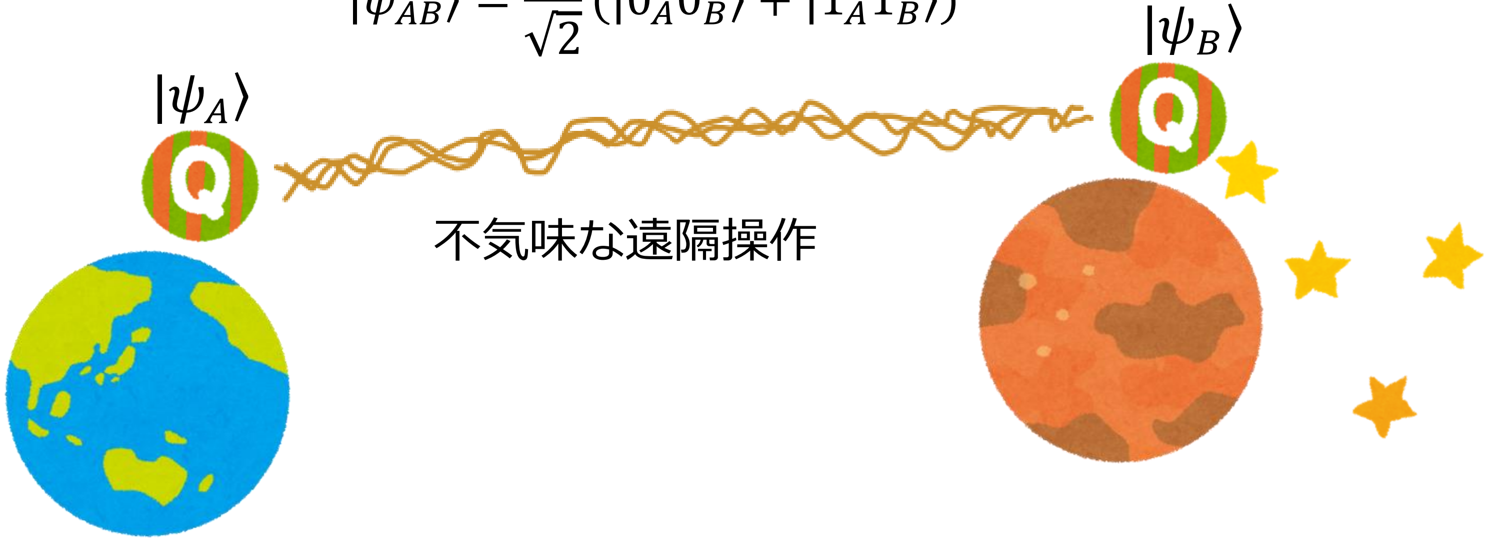
EPRペア（Einstein-Podolsky-Rosen Pair）

EPRペア: $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$

2つの量子もつれ状態は、EPRパラドックスにちなんで
EPR (Einstein-Podolsky-Rosen) ペアと呼ばれる

EPRパラドックス：量子もつれ対が一定の距離だけ離れており、
そのうちの1つが観測されたとします。何が起こるでしょうか？

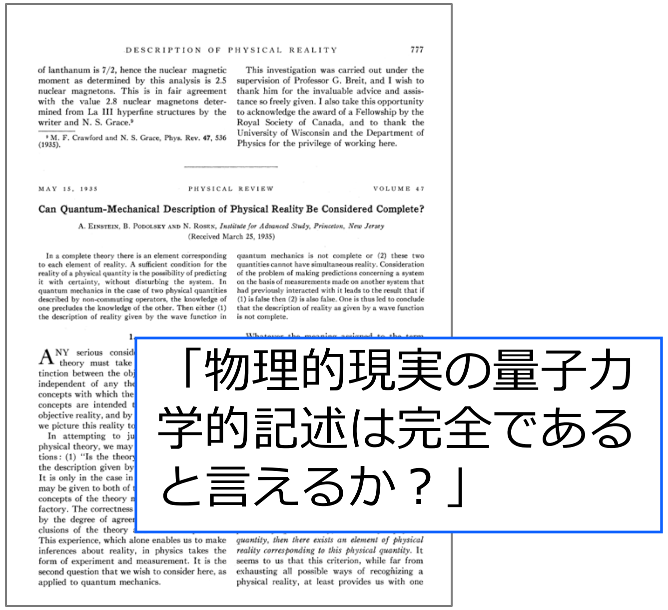
$$|\psi_{AB}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0_A 0_B\rangle + |1_A 1_B\rangle)$$



「量子もつれ」1週間限定で体感

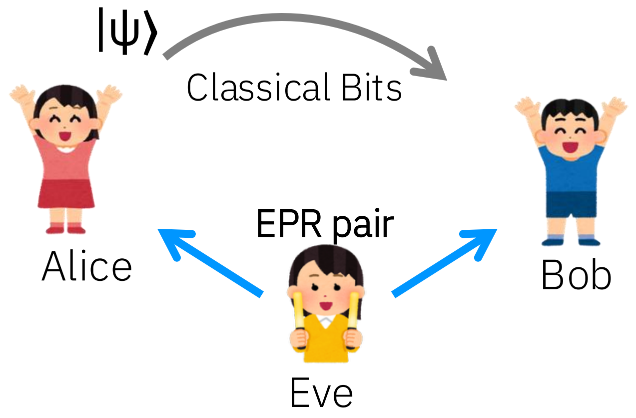
京都大が８月、大阪･関西万博の会場に実験機器を持ち込んだ展示スペースを開設。

https://www.yomiuri.co.jp/expo2025/20250312-OYO1T50008/



doi:10.1103/PhysRev.47.777 (1935)

量子テレポーテーションのプロトコル



前提：
AliceはBobに送るべき未知の量子状態 $|\psi\rangle$を持っている。
EveはEPRペアを作成し、その一方をAliceに、もう一方をボブに渡す。

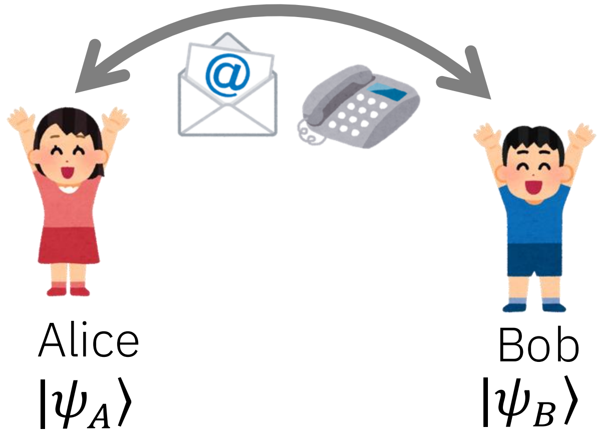
1. Aliceは、CNOTゲートを使って状態 $|\psi\rangle$ を自分のEPRペアの一部とエンタングルさせる。
2. Aliceは $|\psi\rangle$にアダマール（H）ゲートを適用し、計算基底で測定を行う。
3. Aliceは測定結果（“00”、“01”、“10”、“11”のいずれか）をBobに送信する。
4. Bobは、Aliceから受け取った2つのビット情報に基づいて、自分のEPRペアの部分に補正操作を行う。
   - “00” の場合：何もしない
   - “01” の場合：Xゲートを適用
   - “10” の場合：Zゲートを適用
   - “11” の場合：ZゲートとXゲート（ZX）を適用
5. BobのEPRペアの部分は、状態 $|\psi\rangle$になる。

LOCC（局所的演算と古典通信）

LOCCは、各参加者が自分の量子系に対して局所的な操作を行い、古典的な通信を通じて情報をやり取りできる量子操作のクラス

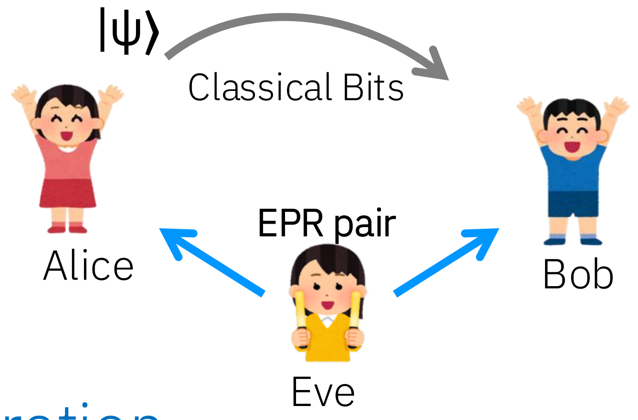
- 局所的演算（LO: Local Operations）
  - 各量子系に対して独立に適用される操作。
  - 量子系同士の間で直接的な情報のやり取りは行われない。

- 古典通信（CC: Classical Communication）：
  - 各自が持つ量子系に関する情報を、古典的な手段（電話、インターネットなど）で共有すること。
    この共有された情報に基づいて、次に行う操作を決定することができる。



量子系AとBがもともと量子もつれ状態にない場合、LOCC（局所的演算と古典通信）だけでは、それらを量子もつれ状態に変換することはできない

量子テレポーテーションのプロトコル



前提：
AliceはBobに送るべき未知の量子状態 $|\psi\rangle$を持っている。
EveはEPRペアを作成し、その一方をAliceに、もう一方をボブに渡す。

Local operation

1. Aliceは、CNOTゲートを使って状態 $|\psi\rangle$ を自分のEPRペアの一部とエンタングルさせる。
2. Aliceは $|\psi\rangle$にアダマール（H）ゲートを適用し、計算基底で測定を行う。
3. Aliceは測定結果（“00”、“01”、“10”、“11”のいずれか）をBobに送信する。

Classical communication

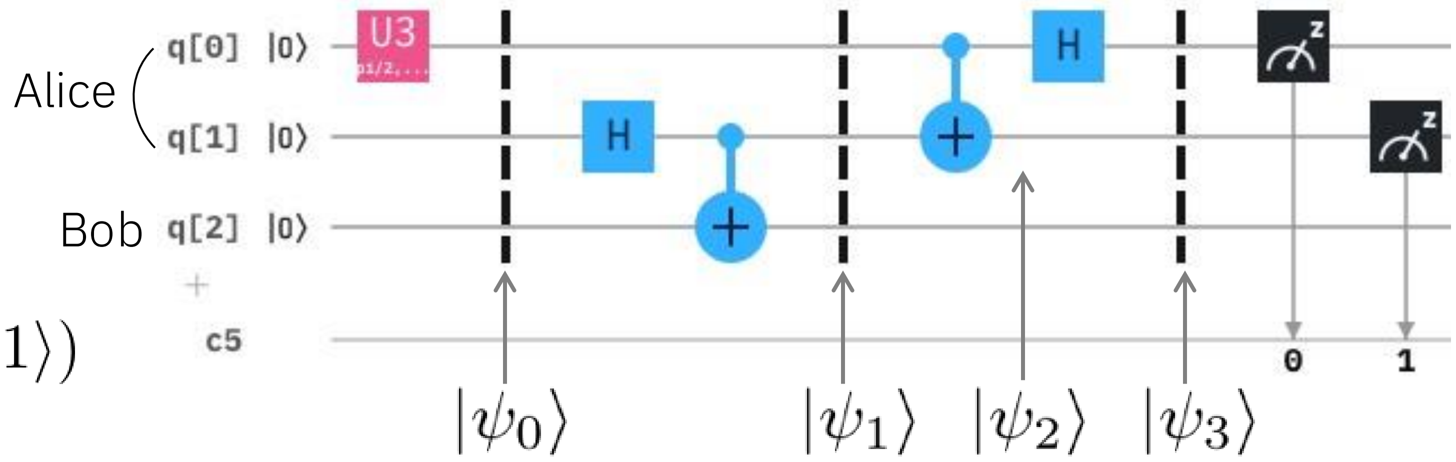
4. Bobは、Aliceから受け取った2つのビット情報に基づいて、自分のEPRペアの部分に補正操作を行う。
   - “00” の場合：何もしない
   - “01” の場合：Xゲートを適用
   - “10” の場合：Zゲートを適用
   - “11” の場合：ZゲートとXゲート（ZX）を適用

Local operation

5. BobのEPRペアの部分は、状態 $|\psi\rangle$になる。

量子テレポーテーションのプロトコルの詳細

Note : Qiskitのビット順は |q2 q1 q0>



$$|\psi_0\rangle = |00\rangle \otimes (\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle)$$

$$|\psi_1\rangle = \tfrac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle) \otimes (\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle)$$

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha|000\rangle + \alpha|110\rangle + \beta|0\underline{1}1\rangle + \beta|1\underline{0}1\rangle)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha(|00\rangle + |11\rangle)|0\rangle + \beta(|01\rangle + |10\rangle)|1\rangle)$$

$$|\psi_3\rangle = \frac{1}{2}(\alpha(|00\rangle + |11\rangle)(|0\rangle + |1\rangle) + \beta(|01\rangle + |10\rangle)(|0\rangle - |1\rangle))$$

$$= \frac{1}{2}((\underline{\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle})|00\rangle + (\underline{\alpha|1\rangle + \beta|0\rangle})|10\rangle + (\underline{\alpha|0\rangle - \beta|1\rangle})|01\rangle + (\underline{\alpha|1\rangle - \beta|0\rangle})|11\rangle)$$

X ゲートの適用　　Z ゲートの適用　　ZX ゲートの適用

もっと勉強したい方へ

https://quantum-tokyo.github.io/introduction/courses/utility-scale-quantum-computing/overview-ja.html

Search ⌘ + K

Quantum Tokyo へようこそ

学習コンテンツ

- Qiskit の始め方
- IBM Quantum Plaform 教材 日本語訳
- IBM Research Blog 日本語版
- (旧) Qiskitテキストブック 日本語版
- (旧)Qiskitテキストブック(Qiskitコース) 日本語版
- (旧) Qiskitドキュメント・チュートリアル 日本語版リンク集
- IBM Quantum Challenge
- Qiskit Global Summer School（Qiskit夏の学校） 資料 日本語版
- Quantum Tokyo 過去イベント資料
- Qiskitコミュニティー関連イベント案内
- その他： IBM Quantum の便利なツール

ユーティリティー・スケール量子コンピューティング

概要

このイベント・リプレイ・コースは、IBM Quantum®が東京大学と共同で開発し実施した14のLessonとLabで構成されています。このコースでは、量子コンピューティングにおける幅広い重要なトピックを網羅しつつ、実用規模（ユーティリティー・スケール）の量子計算を構築することに重点を置いています。最終的な結果として、2023年6月にNature誌の表紙を飾った論文と非常によく似た課題を扱います。

1. はじめに
2. 量子ビット・量子ゲート・量子回路
3. 量子テレポーテーション
4. グローバーのアルゴリズム
5. 量子位相推定
6. 量子変分アルゴリズム
7. 量子系のシミュレーション
8. 古典計算によるシミュレーション
9. 量子ハードウェア
10. 量子回路の最適化
11. 量子エラー緩和

Thank you