

Εργασία 3 AI

Αθανάσιος Καραδήμος(AM: 1115202300062)

Δεκεμβριος 2024

Πρόβλημα 1:

- Συγκριση Αλγοριθμων:

ALGORITHMS	TIME	TOTAL ASSIGNMENTS	CONSTRAINT CHECKS
FC + MRV	0.078	38	[33.500, 33.950]
FC + DOM/WDEG	0.075	38	33.758
MAC + MRV	1.847	38	[770.000 , 850.000]
MAC + DOM/WDEG	1.745	38	[800.000 , 850.000]
MIN CONFLICTS	0.101	[38 , 48]	[45.695 , 50.000]

Στον παραπάνω πίνακα φαίνεται για κάθε αλγόριθμο ο χρόνος εκτέλεσής του(ο οποίος μπορεί να αλλάζει απο εκτελεση σε εκτελεση) ο αριθμος απο assignments που εγιναν στις μεταβλητες του προβληματος , καθώς και το πληθος απο constraint checks δηλαδή ποσες φορές ο αλγοριθμος μπηκε στην συναρτηση constraints προκημενου να ελεγχξει εαν για δυο δοσμενες μεταβλητες ικανοποιουνται ολοι οι περιορισμοι μεταξύ τους. Σε καποια πεδια του παραπανω πινακα υπαρχουν διαστηματα της μορφης $[a,b]$, αφο συμβαινει γιατι για διαφορετικες εκτελεσης του αλγοριθμου προχιπτουν διαφορετικα αποτελεσματα τα οποια ανηκουν σε αυτο το διαστημα. Για παραδειγμα στον αλγοριθμο min conflicts επειδη στην αρχη επιλεγει τυχαια μια αναθεση τιμων στις μεταβλητες θεωροντας την σαν λυση και βελτιωνοντας την σε καθε βημα, ειναι λογικο να προχυπτουν διαφορετικα αποτελεσματα λογο της τυχειοτητας επιλογης τιμων στις μεταβλητες του csp.

Όσον αφορά την σύγκριση των αλγορίθμων , οι αλγορίθμοι $fc + mrv$ και $fc + dom/wdeg$ για διαφορετικές εκτελέσεις διαφέρουν ελαχίστα ως προς τον χρόνο, επίσης έχουν τον ίδιο αριθμό απο total assignments , δηλαδή το πλήθος απο αναθέσεις τιμών σε μεταβλητές είναι συνήθως(αναλογα με το εαν ο αλγορίθμος θα βρει απευθείας μια σωστή αναθεση τιμών στις μεταβλητές) 38 και τέλος οσον αφορά τα constraint checks ο $fc + dom/wdeg$ έχει τις περισσότερες φορές 33.758 ελέγχους , σε αντιθεση με τον $fc + mrv$ ο οποίος μπορεί να έχει περισσότερους ή λιγότερους αναλογα την εκτέλεση.

Ο αλγορίθμος mac με mrn (ή mac με $dom/wdeg$ (αναλογα την εκτέλεση)) είναι ο πιο αργός αλγορίθμος απο τους υπολοιπους με χρόνο 1.847 sec και constraint checks που τις περισσότερες φορές πλησιάζουν τα 850.000 . Ο λογος είναι οτι επειδη ο mac προσπαθει να κανει το csp three consistent δηλαδή να κλαδεψει τιμες απο πεδια των μεταβλητων οι οποίες δεν ικανοποιουν συγκεκριμενους περιορισμους , αυξανει τις φορές που καλειται η constraint function με αποτελεσμα να ελεγχουμε περισσότερες φορές εαν ικανοποιειται ένας περιορισμος μεταξύ δυο μεταβλητων X_i και X_j .

Ο αλγορίθμος min conflicts εκτελείται κατα μεσο ορο σε χρόνο 0.101 sec και για πολλές εκτελέσεις του παίρνουμε διαφορετικο πλήθος απο assignments οπως και constraint checks. Ο λογος είναι οτι ο min conflicts είναι ένας αλγορίθμος ο οποίος ξεκιναι απο μια τυχαία "λύση" , δηλαδή μια τυχαία αναθεση τιμών στις μεταβλητες του προβληματος , και στην συνεχεια την βελτιωνει μεχρι να ξεπερασουμε εναν συγκεκριμενο αριθμο βηματων ή μεχρι να μην βελτιστοποιηται άλλο. Αρα το ποσες φορές θα μπουμε μεσα στην constraint function και σε ποσες μεταβλητες θα εισαγουμε μια τιμη εξαρταται απο την τυχειοτητα επιλογης καταλληλων τιμων απο τα domains των variables του csp στην αρχη του αλγορίθμου.

Όσον αφορά την επιλογή των τριων κριτριων σύγκρισης , αποφασισα το πρωτο να είναι ο χρονος εκτελεσης του αλγορίθμου ακομη και εαν δεν είναι σταθερος απο εκτέλεση σε εκτέλεση ,η τιμη στο αντιστοιχο πεδιο του χρονου καθε αλγορίθμου είναι μια μεση τιμη απο το συνολο των χρονων εκτελεσης. Το δευτερο κριτήριο είναι το ποσες αναθεσεις τιμών έχουν γινει συνολικα στις μεταβλητες. Το ελαχιστο δυνατο πλήθος είναι 38 (οσο και το πλήθος των μαθηματων) το οποιο ομως μπορεί να διαφερει για τον αλγορίθμο min conflicts καθώς

μπορεί η αρχική τυχαία αναθέση τιμών στις μεταβλητές να μην είναι κοντά στην βελτιστή με αποτέλεσμα να γίνουν περισσότερα assignments στα variables από 38 (μετά από πολλές δοκιμές μέχρι 48). Αυτό το κριτήριο σύγκρισης είναι κυρίως χρήσιμο για αυτόν τον αλγόριθμο καθώς μας βοηθάει να καταλάβουμε κατά πόσο η αρχική του προσέγγιση ήταν κοντά στην βελτιστή. Για τους υπολοίπους αλγόριθμους τα total assignments είναι σχεδόν πάντα 38. Τέλος το τρίτο και τελευταίο κριτήριο σύγκρισης είναι τα constraint checks δηλαδή πόσες φορές ο αλγόριθμος καλεσε την συνάρτηση constraints, το οποίο είναι ιδιαίτερα σημαντικό διότι όσο περισσότερα checks γίνονται τόσο πιο αργός είναι ο αλγόριθμος και το αντίθετο. Τέλος τα constraint checks είναι σημαντικό μέτρο σύγκρισης διότι θέλουμε ο αλγόριθμος να παράγει μια σωστή λύση που να ικανοποιεί όλους τους περιορισμούς με όσον το δυνατό λιγότερους ελέγχους ικανοποιήσεις περιορισμών γίνεται.

Συμπαιρνοντας από τα παραπάνω ο καλύτερος αλγόριθμος με βάση τα κριτήρια σύγκρισης είναι κατά μέσο όρο ο $fc + dom/wdeg$ ή ο $fc + mrv$ (εξαρτάται την εκτέλεση και το εάν τα constraint checks του $fc + mrv$ θα είναι μικρότερα από αυτά του $fc + dom/wdeg$), μετά ακολουθεί ο min conflicts και στο τέλος οι δύο mac. Οι χρόνοι εκτελέσεως δεν διαφέρουν δραματικά όπως θα περιμέναμε, διότι στο δοσμένο csp μόνο 4 από τα 38 μαθημάτα έχουν lab, μόνο 7 είναι hard και τα μαθημάτα που έχουν τον ίδιο καθηγητή είναι πάρα πολύ λίγα, άρα για μια τυχαία αναθέση τιμής μερας και ωρας σε δύο μαθημάτα η πιθανότητα να πληρούνται όλοι περιορισμοί μεταξύ τους είναι πολύ μεγάλη, οπότε αλγόριθμοι τοπικής αναζήτησης όπως ο min conflicts αποδίδουν καλύτερα από τον mac στο συγκεκριμένο csp.

- Ελάχιστη Διάρκεια Εξεταστικής:

Ο ελάχιστος χρόνος διάρκειας της εξεταστικής προκειμένου να πληρούνται όλοι οι περιορισμοί του προβλήματος είναι 16 μέρες. Αυτό μπορούμε να το συμπεράνουμε εάν τρεξουμε τον αλγόριθμο min conflicts για 16 μέρες τότε μας βγαίνει μια σωστή λύση ενώ εάν τον τρεξουμε για λιγότερο από 16 τότε δεν υπάρχει λύση η οποία να πληρεί όλα τα constraints.

Παραθετω ενδεικτική λύση για 16 μέρες μετά την εκτέλεση του min conflicts:

COURSES	DAY	TIME
Εργαστήριο Κυκλωμάτων και Συστημάτων	1	9-12
Ανάπτυξη Λογισμικού για Πληροφοριακά Συστήματα	1	12-3
Αρχιτεκτονική Υπολογιστών II	1	3-6
Ανάπτυξη Λογισμικού για Αλγοριθμικά Προβλήματα	2	9-12
Τεχνητή Νοημοσύνη (ΤΟ ΚΑΛΥΤΕΡΟ!!!!)	2	12-3
Lab Τεχνητή Νοημοσύνη (ΤΟ ΚΑΛΥΤΕΡΟ!!!!)	2	3-6
Σήματα και Συστήματα	3	9-12
Δομή και Θεσμοί της Ευρωπαϊκής Ένωσης	3	12-3
Σχεδίαση Ψηφιακών Συστημάτων -VHDL	3	3-6
Αλγοριθμική Επιχειρησιακή Έρευνα	4	9-12
Εισαγωγή στον Προγραμματισμό	4	12-3
Lab Εισαγωγή στον Προγραμματισμό	4	3-6
ΤΠΕ στη Μάθηση (Πληροφορική κ Εκπαίδευση)	5	12-3
Δίκτυα Επικοινωνιών II	5	3-6
Αριθμητική Ανάλυση	6	9-12
Ανάπτυξη Λογισμικού για Συστήματα Δικτύων και Τηλεπικοινωνιών	6	12-3
Σχεδίαση VLSI Κυκλωμάτων	7	12-3
Εφαρμοσμένα Μαθηματικά	7	3-6
Ανάλυση II	8	9-12
Γραφικά I	8	12-3
Υπολογιστική Πολυπλοκότητα	8	3-6
Λειτουργικά Συστήματα	9	9-12
Συστήματα Πληροφορικής και e-Προσβασιμότητα για μαθητές με αναπηρία	9	12-3
Γραμμική Άλγεβρα	10	9-12
Τηλεπικοινωνιακά Δίκτυα	10	12-3
Ειδικά Θέματα Επικοινωνιών και Επεξεργασίας Σήματος	10	3-6
Αλγόριθμοι Βιοπληροφορικής	11	9-12
Λογική Σχεδίαση	11	12-3
Ειδικά Θέματα Θεωρητικής Πληροφορικής	12	9-12
Υλοποίηση Συστημάτων Βάσεων Δεδομένων	12	12-3
Lab Υλοποίηση Συστημάτων Βάσεων Δεδομένων	12	3-6
Αντικειμενοστραφής Προγραμματισμός	13	9-12
Lab Αντικειμενοστραφής Προγραμματισμός	13	12-3
Προηγμένα Θέματα Αλγορίθμων	13	3-6
Τεχνητή Νοημοσύνη II (ΤΟ ΔΕΥΤΕΡΟ ΚΑΛΥΤΕΡΟ!!!)	14	9-12
Lab Τεχνητή Νοημοσύνη II (ΤΟ ΔΕΥΤΕΡΟ ΚΑΛΥΤΕΡΟ!!!)	14	12-3

Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος	14	3-6
Επικοινωνία Ανθρώπου Μηχανής	15	9-12
Πιθανότητες και στοιχεία Στατιστικής	15	12-3
Εισαγωγή στην Πληροφορική και στις Τηλεπικοινωνίες	15	3-6
Διακριτά Μαθηματικά	16	9-12
Αρχές Γλωσσών Προγραμματισμού	16	12-3
Προηγμένοι Επιστημονικοί Υπολογισμοί	16	3-6

Παρατηρούμε ότι η λύση είναι σωστή καθώς ικανοποιούνται όλοι οι περιορισμοί του csp.

Θεωρητικά η εξεταστική θα μπορούσε να γίνει και σε 15 μέρες ($\lceil 43/3 \rceil = 15$, όπου 43 είναι όλα τα μαθήματα μαζί με τα Lab και το διαιρούμε με το 3 που είναι τα slot για κάθε μέρα) εάν βάζαμε τα μαθήματα σε μια σειρά χωρίς να μας ενδιέφερε εάν είναι του ίδιου εξαμήνου, του ίδιου καθηγητή, εάν είναι hard ή εάν έχουν Lab απλώς τότε δεν θα ικανοποιούνταν όλοι οι περιορισμοί του προβλήματος.

Οποτε η ελάχιστη διάρκεια της εξεταστικής έτσι ώστε να πληρούνται όλοι οι περιορισμοί είναι 16 μέρες.

Πρόβλημα 2:

Μοντελοποίηση προβλήματος:

Θεωρούμε:

X: Πλάτος

Y: Μήκος

Θεωρούμε Βαθος και Μήκος το ίδιο πράγμα και ότι κάθε επιπλο είναι ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με X να είναι το πλάτος του και Y το μήκος του

Εχουμε τεσσερις μεταβλητες την X_1, X_2, X_3, X_4

X_1 : Κρεβατι με διαστασεις $X = 100$ και $Y = 200$

X_2 : Γραφειο με διαστασεις $X = 160$ και $Y = 80$

X_3 : Καρεκλα με διαστασεις $X = 41$ και $Y = 44$

X_4 : Καναπες με διαστασεις $X = 221$ και $Y = 103$

Το domain καθε μεταβλητης X_i , $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ ειναι:

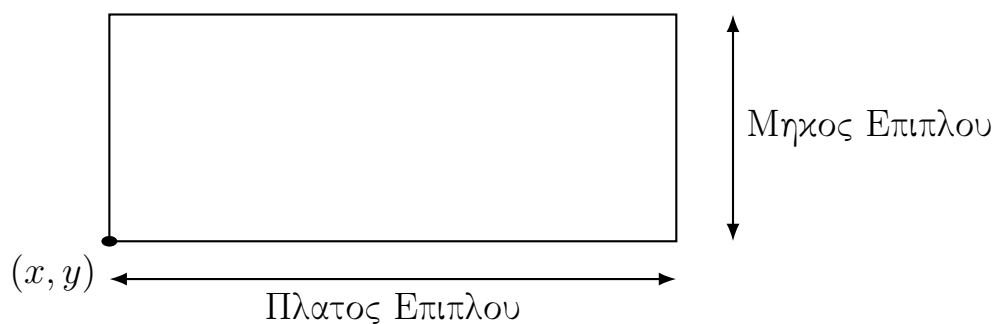
$$X_i = \{(x, y, \theta) , x \in [0, 300] , y \in [0, 400] , \theta \in \{0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}\}\}$$

οπου (x, y) ειναι ενα σημειο στον χωρο και θ ειναι η γωνια κατα την οποια εχει περιστραφει το παραλληλογραμμο(μπορει να περιστραφει μονο κατα 90°) . Δεν εχω προσθεσει την συντεταγμενη z καθως δεν θελουμε τα επιπλα να ειναι στον αερα οποτε το z θα ειναι παντα ισο με το 0. Η συντεταγμενη x παιρνει τιμες απο το 0 μεχρι το 300 που ειναι το πλατος του δωματιου και το y παιρνει τιμες απο το 0 μεχρι το 400 που ειναι το μηκος του δωματιου.

Καθε μεταβλητη εχει σαν γειτονα ολες τις υπολοιπες καθως συνδεονται με τον περιορισμο οτι τα επιπλα δεν πρεπει να εφραπτονται ή να πατανε το ενα πανω στο αλλο.

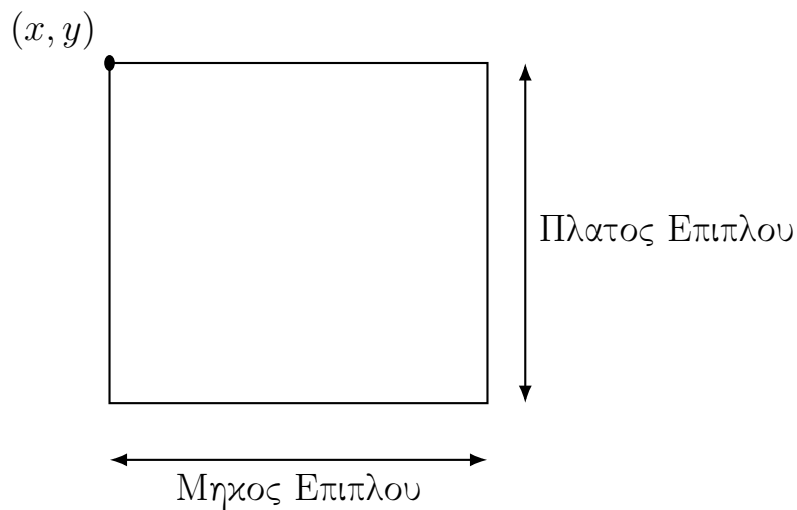
Το σημειο (x,y) ειναι ενα απο τα τεσσερα σημεια του παραλληλογραμμου και συμβολιζει το σημειο απο το οποιο θα αρχισει το επιπλο με πλατος το αντιστοιχο πλατος του και μηκος το αντιστοιχο μηκος του . Για διαφορετικη γωνια θ το (x,y) αντιστοιχει σε διαφορετικο σημειο του παραλληλογραμμου.

Οταν το $\theta = 0$ τοτε το (x,y) ειναι το κατω αριστερο σημειο του rectangle:

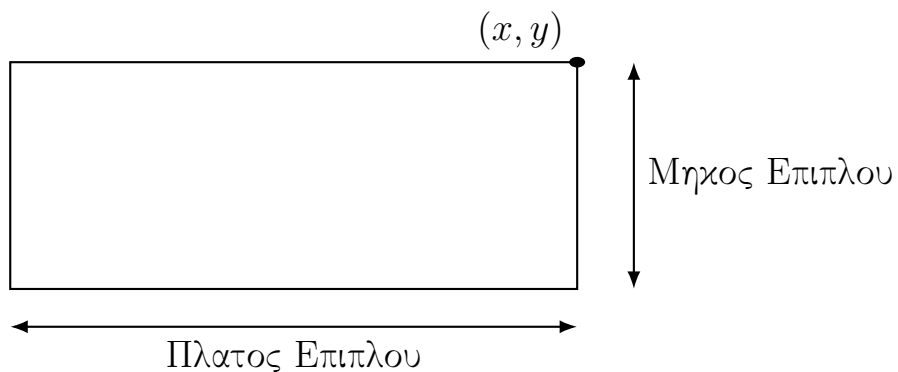


Αρα απο το (x, y) θα σχεδιασουμε ενα rectangle με πλάτος και μήκος οσο του αντιστοιχου επιπλου.

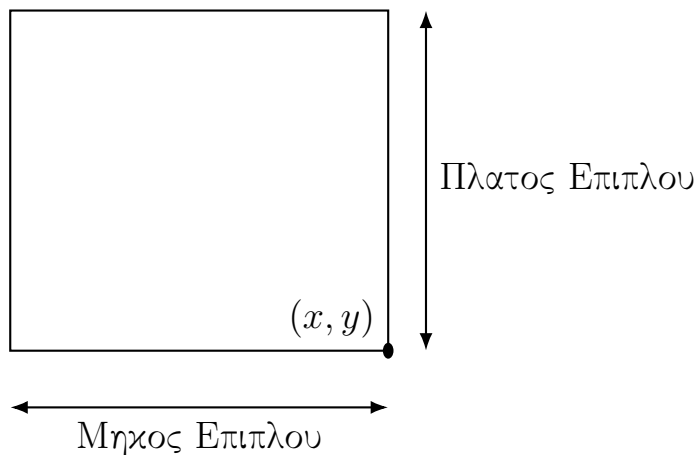
Οταν το $\theta = \frac{\pi}{2}$ τοτε το αρχικο παραλληλογραμμο εχει περιστραφει κατα 90 μοιρες δεξι-ιστροφα και το σημειο (x, y) θα αντιστοιχει στο πανω αριστερο σημειο του rectangle.



Αντιστοιχα οταν το $\theta = \pi$ το (x, y) θα ειναι το πανω δεξιο σημειο του παραλληλογραμμου και θα συμβολιζε οπως και πριν το σημειο εναρξης σχεδιασμου του επιπλου.



Τέλος όταν το $\theta = \frac{3\pi}{2}$ τότε το αρχικό παραλληλόγραμμο έχει περιστραφεί κατά 270 μοίρες και το σημείο (x, y) θα αντιστοιχεί στο κάτω δεξίο σημείο του rectangle.

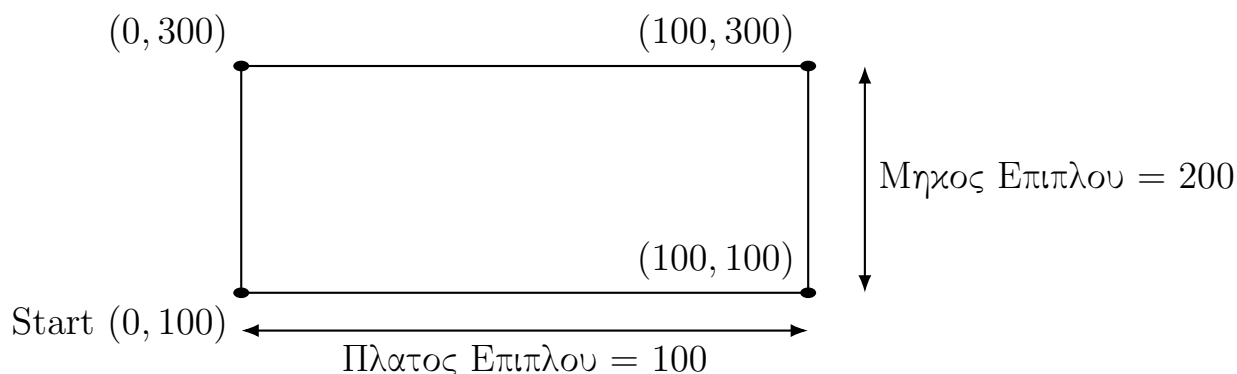


Το δωμάτιο έχει τέσσερις τοίχους, ο αριστερός βρίσκεται στο $x = 0$ και $y \neq 0$, ο δεξίος βρίσκεται στο $x = 300$ και $y \geq 0$, ο μπροστά (έτσι όπως μπαίνουμε στο δωμάτιο) βρίσκεται στο $x \geq 0$ και $y = 400$ και τέλος ο πίσω τοίχος βρίσκεται στο $x \leq 0$ και $y = 0$.

Παραδειγμα:

Ας πούμε ότι εξετάζουμε το κρεβάτι σαν επιπλο που έχει $X = 100$ και $Y = 200$ και περνει σαν τιμή από το domain του την $(0, 100, 0)$. Τότε επειδή το $\vartheta = 0$ βρισκόμαστε στην

πρωτη περιπτωση και το παραλληλογραμμο θα ξεκιναι απο το $(0, 100)$. Αρα το rectangle που θα προκυψει και θα ικανοποιει τον περιορισμο οτι το κρεβατι θα ειναι κολιμενο σε εναν τουλαχιστον τοιχο(εδω στον αριστερο) θα ειναι:



Αρα αναλογα με την γωνια θ το επιπλο θα ξεκιναι απο διαφορετικο σημειο. Αρα οι περιορισμοι που θα παρω θα αφορουν ολες τις γωνιες θ .

Περιορισμοι:

Πρεπει να ικανοποιησουμε 3 περιορισμους:

- Το κρεβάτι θα πρέπει να είναι κολλημένο σε ένα από τους τοίχους.
- Το γραφείο θα πρέπει να είναι κολλημένο σε τοίχο και απέναντι από την είσοδο φωτός στο δωμάτιο (μπαλκονόπορτα).
- Τα έπιπλα δεν πρέπει να εφάπτονται ή να πατάνε το ένα πάνω στο άλλο.

Επισης η πορτα θα πρεπει να ανοιγει..(Θεωρω οτι η πορτα ειναι ενα παραλληλογραμμο πλατους 100 και μηκους 100)

Οπως μπαινουμε μεσα στο δωματιο εχουμε:

Αριστερος τοιχος: $x = 0 \wedge y \in [0, 400]$

Δεξιος τοιχος: $x = 300 \wedge y \in [0, 400]$

Μπροστα τοίχος: $x \in [0, 300] \wedge y = 400$

Πίσω τοίχος: $x \in [0, 300] \wedge y = 0$

Περιορισμος 1:

Για να εφαπτεται το κρεβάτι με διαστάσεις $X = 100$ και $Y = 200$ σε τουλάχιστον ένα τοίχο όταν μας δίνεται μια τιμή της μεταβλητής X_1 της μορφής (x, y, θ) θα πρέπει να ισχύει (αναλόγα με την τιμή της γωνίας θ) μια από τις παρακατω συνθήκες:

Οι παρακατω περιορισμοί λαμβάνουν υπόψη και ότι το κρεβάτι δεν πρέπει να εισαχθεί σε σημείο που να μην ανοίγει η πόρτα.

- Αν $\theta = 0$ (δηλαδή το παραλληλόγραμμο ξεκινάει από το κάτω αριστερό σημείο):

$(x = 0 \text{ και } 100 \leq y \leq 200)$ (Αριστερο τοίχο) Ή $(x = 200 \text{ και } 0 \leq y \leq 200)$ (Δεξι τοίχο) Ή $(y = 200 \text{ και } 0 \leq x \leq 300)$ (Μπροστα τοίχο) Ή $(y = 0 \text{ και } 100 \leq x \leq 200)$ (Πίσω τοίχο).

Για παραδειγμα την περίπτωση που $x = 0$ και $y = 100$ την έχουμε παρουσιάσει πιο πάνω και το παραλληλόγραμμο εφαπτεται στον αριστερο τοίχο ($x = 0$).

- Αν $\theta = \frac{\pi}{2}$ (δηλαδή το παραλληλόγραμμο ξεκινάει από το πάνω αριστερό σημείο και έχει περιστραφεί κατά 90 μοίρες άρα το πλάτος του κρεβατιού είναι 200 και το μήκος του 100):

$(x = 0 \text{ και } 200 \leq y \leq 400)$ (Αριστερο τοίχο) Ή $(x = 100 \text{ και } 100 \leq y \leq 400)$ (Δεξι τοίχο) Ή $(y = 400 \text{ και } 0 \leq x \leq 100)$ (Μπροστα τοίχο) Ή $(y = 100 \text{ και } x = 100)$ (Πίσω τοίχο).

Για παραδειγμα όταν το $y = 100$ και $x = 100$ ικανοποιείται ο περιορισμός ότι το κρεβάτι ακουμπάει σε τουλάχιστον ένα τοίχο διότι ακουμπάει στον κάτω. Ο λόγος που το x και το y πρέπει να είναι 100 για να συμβαίνει αυτό είναι ότι εάν το x και το y ήταν

μικροτερα του 100 τότε δεν θα ανοιγε η πορτα , επισης το y δεν πρεπει να ειναι μεγαλυτερο του 100 διοτι το πλατος του κρεβατιου ειναι $X = 100$ και επειδη το εχουμε περιστρεψει κατα 90 μοιρες(δηλαδη το πλατος του κρεβατιου ειναι πλεον το 200 και το μηκος του το 100) θα πρεπει για να ακουμπαι στον Πισω τοιχο το y να ειναι 100 , εαν $y > 100$ τότε $y - X > 100 - X = 0$ αρα δεν ακουμπαι στον Πισω τοιχο . Τελος το $x = 100$ γιατι εαν ειναι μεγαλυτερο το κρεβατι θα βγαινει εκτος των επιτρεπτων οριων του σπιτιου(Εχουμε μηκος κρεβατιου ισο με 200 αρα εαν το $x > 100$ τότε $x + Y > 100 + Y = 300$). Αρα για ακουμπαι το κρεβατι στον Πισω τοιχο οταν ειναι γυρισμενο κατα 90 μοιρες θα πρεπει το $x = 100$ και το $y = 100$. Με παρομοιο τροπο προχιπτουν οι σχεσεις και για τους υπολοιπους τρεις τοιχους.

- Αν $\theta = \pi$ (δηλαδη το παραλληλογραμμο ξεκιναει απο το πανω δεξιο σημειο):

$(x = 100 \text{ και } 300 \leq y \leq 400)$ (Αριστερο τοιχο) Ή $(x = 300 \text{ και } 200 \leq y \leq 400)$ (Δεξι τοιχο) Ή $(y = 400 \text{ και } 100 \leq x \leq 400)$ (Μπροστα τοιχο) Ή $(y = 200 \text{ και } 200 \leq x \leq 300)$ (Πισω τοιχο).

- Αν $\theta = \frac{3\pi}{2}$ (δηλαδη το παραλληλογραμμο ξεκιναει απο το κατω δεξιο σημειο):

$(x = 200 \text{ και } 100 \leq y \leq 300)$ (Αριστερο τοιχο) Ή $(x = 300 \text{ και } 0 \leq y \leq 300)$ (Δεξι τοιχο) Ή $(y = 300 \text{ και } 200 \leq x \leq 400)$ (Μπροστα τοιχο) Ή $(y = 0 \text{ και } x = 300)$ (Πισω τοιχο).

Αρα για την αντιστοιχη τιμη του θ εαν ισχυει απο αυτες τις συνθηκες τότε το κρεβατι εφαπτεται σε τουλαχιστον ενα τοιχο(πχ για $\theta = \frac{3\pi}{2}$ και $y = 0$ και $x = 300$ τότε το κρεβατι ακουμπαι και στον πισω τοιχο αλλα και στον δεξι).

Περιορισμος 2:

Για να ειναι το γραφειο με διαστασεις $X = 160$ και $Y = 80$ κολλημενο σε τοιχο και απεναντι απο την μπαλκονοπορτα θα πρεπει ουσιαστικα να βρισκεται κολλημενο στον δεξι

τοιχο . Αυτό γίνεται εαν ισχυει καποια απο τις παρακατω συνθηκες για τις διαφορες τιμες του θ .

- Αν $\theta = 0$ (δηλαδη το παραλληλογραμμο ξεκιναι απο το κατω αριστερο σημειο):

$$(x = 140 \text{ και } 0 \leq y \leq 320)$$

Οταν το θ ειναι 0 για να ειναι το γραφειο κολλημενο στον δεξι τοιχο θα πρεπει το x να ειναι 140 διοτι $140 + 160 = 300$ και το y θα πρεπει να παρει μια τιμη στο διαστημα $[0, 320]$ προκειμενου να ισχυει οτι $y + 80 \leq 400$. Ομοιως και για τα υπολοιπα απλως οταν $\theta = \frac{\pi}{2}$ ή $\theta = \frac{3\pi}{2}$ τοτε το γραφειο εχει πλατος 80 και μηκος 160.

- Αν $\theta = \frac{\pi}{2}$ (δηλαδη το παραλληλογραμμο ξεκιναι απο το πανω αριστερο σημειο):

$$(x = 220 \text{ και } 160 \leq y \leq 400)$$

- Αν $\theta = \pi$ (δηλαδη το παραλληλογραμμο ξεκιναι απο το πανω δεξιο σημειο):

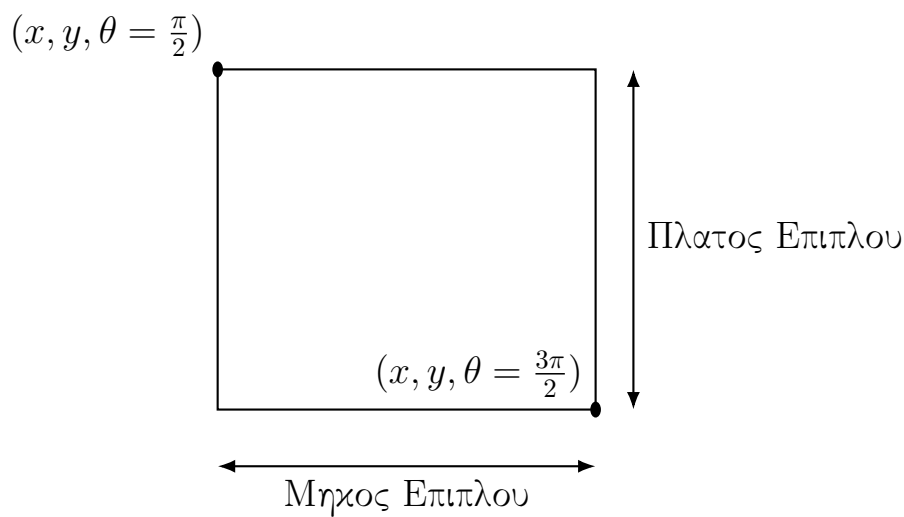
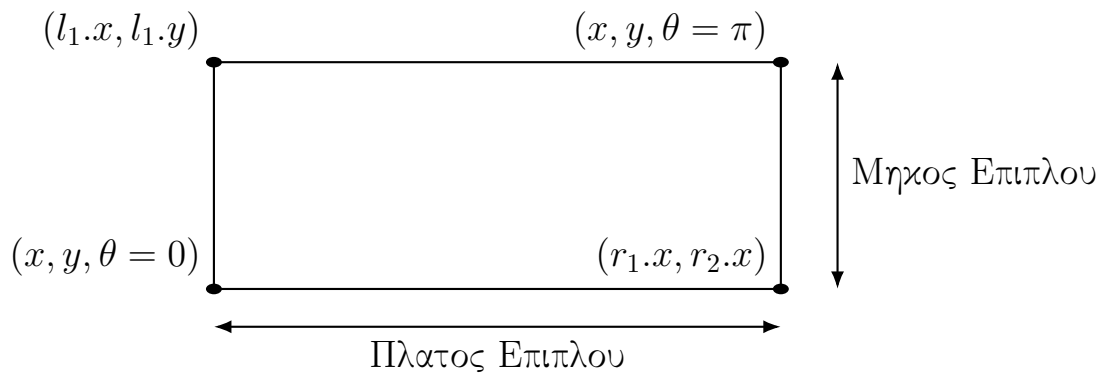
$$(x = 300 \text{ και } 80 \leq y \leq 400)$$

- Αν $\theta = \frac{3\pi}{2}$ (δηλαδη το παραλληλογραμμο ξεκιναι απο το κατω δεξιο σημειο):

$$(x = 300 \text{ και } 0 \leq y \leq 240)$$

Περιορισμος 3:

Για να καταλαβουμε εαν δυο επιπλα εφαπτονται ή βρισκεται το ενα πανω στο αλλο θα πρεπει να βρουμε αρχικα τα ζευγαρια συντεταγμενων $(l_1.x, l_1.y)$ και $(r_1.x, r_2.y)$ οπου l_1 και r_1 ειναι το πανω αριστερο και το κατω δεξιο σημειο αντιστοιχα του πρωτου παραλληλογραμμου. Θα πρεπει να βρουμε και τα l_2 και r_2 σημεια του δευτερου παραλληλογραμμου.



Αναλογα με την τιμη του θ βρισκουμε τα l_1 και r_1 και τα l_2 και r_2 ως εξης:

Πρωτο επιπλο με τιμη απο το domain (x, y, θ) :

- Αν $\theta = 0$ (δηλαδη το παραλληλογραμμο ξεκιναει απο το κατω αριστερο σημειο):

$$l_1 = (x, y + \text{μηκος του επιπλου})$$

$$r_1 = (x + \text{πλατος του επιπλου}, y)$$

- Αν $\theta = \frac{\pi}{2}$ (δηλαδή το παραλληλόγραμμο ξεκινάει από το πάνω αριστερό σημείο):

$$l_1 = (x, y)$$

$$r_1 = (x + \text{μήκος του επιπλου}, y + \text{πλάτους του επιπλου})$$

- Αν $\theta = \pi$ (δηλαδή το παραλληλόγραμμο ξεκινάει από το πάνω δεξί σημείο):

$$l_1 = (x - \text{πλάτος του επιπλου}, y)$$

$$r_1 = (x, y - \text{μήκος του επιπλου})$$

- Αν $\theta = \frac{3\pi}{2}$ (δηλαδή το παραλληλόγραμμο ξεκινάει από το κάτω δεξί σημείο):

$$l_1 = (x - \text{μήκος του επιπλου}, y + \text{πλάτος του επιπλου})$$

$$r_1 = (x, y)$$

Ομοίως βρίσκουμε και τα l_2 και r_2 για το δεύτερο επιπλο.

Για να μην εφάπτονται και να μην βρiskyται το ένα επιπλο πάνω στο άλλο θα πρέπει να ισχύει μια από τις παρακάτω δύο συνθήκες:

- $l_1.x > r_2.x \text{ 'H } l_2.x > r_1.x$

- $r_1.y > l_2.y \text{ 'H } r_2.y > l_1.y$

Αν δεν ισχύει καμία από τις παραπάνω σχέσεις τότε τα επιπλά εφάπτονται ή βρiskyονται το ένα πάνω στο άλλο.

Τέλος θα πρέπει να ελεγχουμε εάν κάποιο από τα επιπλά καρεκλά γραφείου ή καναπές εμποδίζει την πόρτα του δωματίου (για τα άλλα δύο επιπλά ο έλεγχος αυτός γίνεται μέσω των αντιστοιχών περιορισμών τους). Θεωρώ ότι εάν ένα επιπλο τοποθετηθεί στο $x = 100$ ή στο $y = 100$ τότε ανοίγει η πόρτα.

Οποτε θεωρωντας την πορτα σαν ενα παραλληλογραμμο πλατους 100 και μηκους 100 (δηλαδη $l_2.x = 0, l_2.y = 100, r_2.x = 100, r_2.y = 0$) και ενα επιπλο για το οποιο εχουμε υπολογισει τα ζευγαρια συντεταγμενων l_1 και r_1 , θα πρεπει για να μην εμποδιζουμε το ανοιγμα της πορτας να ισχυει μια απο τις παρακατω δυο συνθηκες:

- $l_1.x \geq 100 \vee 0 \geq r_1.x$

- $r_1.y \geq 100 \vee 0 \geq l_1.y$

Αυτοι ειναι ολοι οι περιορισμοι του προβληματος!!

Το συγκεκριμενο προβλημα ικανοποιησης περιορισμων εχει λυση. Μια αναθεση τιμων στις τεσσερις μεταβλητες που θα ικανοποιουσε ολους τους παραπανω περιορισμους ειναι η ακολουθη:

Κρεβατι: $(x = 150, y = 0, \theta = 0)$ (Ειναι κολλημενο στον πισω τοιχο)

Γραφειο: $(x = 140, y = 320, \theta = 0)$ (Βρισκεται απεναντι απο την μπαλκονοπορτα και μια πλευρα του ειναι κολλημενη σε τοιχο και συγκεκριμενα στον δεξι)

Καναπες: $(x = 0, y = 400, \theta = \frac{\pi}{2})$ (Δεν εφαπτεται με καποιο αλλο επιπλο)

Καρεκλα: $(x = 150, y = 250, \theta = 0)$ (Δεν εφαπτεται με καποιο αλλο επιπλο)

Κανένα επιπλο δεν εφαπτεται ή βρισκεται πανω απο καποιο αλλο , η πορτα ανοιγει κανονικα και πληρουνται ολοι οι περιορισμοι.

Πρόβλημα 3:

- Μοντελοποίηση Προβληματος:

Εχουμε 5 μεταβλητες τις A_1 , A_2 , A_3 , A_4 , A_5 μια για καθε ενεργεια.

Το domain καθε μεταβλητες A_i ειναι: $A_i = \{9:00 , 10:00 , 11:00\}$

Περιορισμοι προβληματος:

- Η A_1 πρεπει να αρχισει μετα την $A_3 \implies A_1 > A_3$
- Η A_3 πρέπει να αρχίσει πριν την A_4 και μετά την $A_5 \implies A_5 < A_3 < A_4$
- Η A_2 δεν μπορεί να εκτελείται την ίδια ώρα με την A_1 ή την $A_4 \implies A_2 \neq A_1$ και $A_2 \neq A_4$
- Η A_4 δεν μπορεί να αρχίσει στις 10:00 $\implies A_4 \neq 10:00$

Neighbours καθε μεταβλητης:

A_1 : A_3 , A_2

A_2 : A_1 , A_4

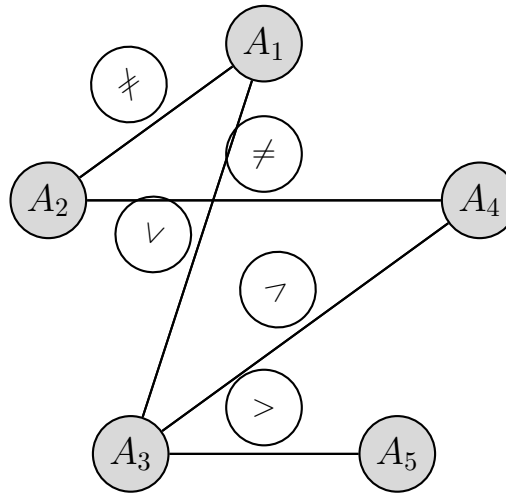
A_3 : A_1 , A_4 , A_5

A_4 : A_2 , A_3

A_5 : A_3

Εαν μια μεταβλητη A_i εχει περιορισμο με μια μεταβλητη A_j τοτε και η A_i ειναι γειτονας με την A_j αλλα και η A_j ειναι γειτονας με την A_i .

- Γραφος Περιορισμων:



Στον γραφο περιορισμων εισαγουμε μια ακμη $A_i - A_j$ εαν το A_i ειναι γειτονας με το A_j δηλαδη συνδεονται σε καποιο περιορισμο. Ο γραφος ειναι μη κατευθυνομενος δηλαδη μπορουμε να παμε και απο το A_i στο A_j αλλα και απο το A_j στο A_i . Για καθε ακμη εχω προσθεσει σαν βαρος τον περιορισμο που τις συνδεει. Για παραδειγμα στην ακμη $A_1 - A_2$ εχουμε το συμβολο \neq γιατι με βαση τον τριτο περιορισμο θα πρεπει το $A_1 \neq A_2$, το ιδιο ισχυει και για την ακμη $A_2 - A_1$, δηλαδη $A_2 \neq A_1$.

- AC-3

Αρχικα τα domains των μεταβλητων ειναι γεματα

$$A_1 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_2 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_3 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_4 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_5 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

Εχουμε μια ουρα στην οποια εισαγουμε στην αρχη καθε ακμη του γραφου περιορισμου.

Καθε φορα που θα βγαζουμε μια ακμη $A_i - A_j$ απο την ουρα θα ξαναισαγουμε ολες τις ακμες της μορφης $A_k - A_i$ οι οποιες δεν ειναι ειδη μεσα στο queue.

- [(A_1, A_3) , (A_3, A_1) , (A_3, A_4) , (A_4, A_3) , (A_3, A_5) , (A_5, A_3) , (A_2, A_1) , (A_1, A_2) , (A_2, A_4) , (A_4, A_2)]

- Βγαζουμε την ακμη (A_1, A_3) και ελεγχουμε $\forall x \in domain A_1$, αν $\exists y \in domain A_3$ ετσι ωστε να ικανοποιουνται ολοι οι περιορισμοι μεταξυ των A_1 και A_3 . Αν για μια τιμη x δεν υπαρχει τιμη y τοτε διαγραφουμε το x απο το πεδιο τιμων της A_1 . Επειδη για την τιμη 9 στο πεδιο της A_1 δεν υπαρχει τιμη στο πεδιο της A_3 για την οποια να ισχυει $9 > y$ διαγραφουμε το 9 απο το domain της A_1 . Δεν ξαναισαγουμε καποια αλλη ακμη στην ουρα γιατι υπαρχει ειδη μεσα η (A_3, A_1) και η (A_2, A_1) . Τα ανανεωμενα domains των μεταβλητων και η καινουργια ουρα ειναι η παρακατω:

$$A_1 = \{\cancel{9:00}, 10:00, 11:00\}$$

$$A_2 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_3 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_4 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_5 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

[$(\cancel{A_1, A_3})$, (A_3, A_1) , (A_3, A_4) , (A_4, A_3) , (A_3, A_5) , (A_5, A_3) , (A_2, A_1) , (A_1, A_2) , (A_2, A_4) , (A_4, A_2)]

- Βγαζουμε την ακμη (A_3, A_1) και φευγει το 11 απο το πεδιο τιμων της A_3 αφου δεν υπαρχει τιμη στο πεδιο τιμων της A_1 που να ικανοποιει τον περιορισμο μεταξυ της A_3 και A_1 ($A_3 < A_1$). Ξαναισαγουμε την ακμη (A_1, A_3)

$$A_1 = \{\cancel{9:00}, 10:00, 11:00\}$$

$$A_2 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_3 = \{9:00, 10:00, \cancel{11:00}\}$$

$$A_4 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_5 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$[(\cancel{A_1, A_3}), (\cancel{A_3, A_1}), (A_3, A_4), (A_4, A_3), (A_3, A_5), (A_5, A_3), (A_2, A_1), (A_1, A_2), (A_2, A_4), (A_4, A_2), (A_1, A_3)]$$

- Βγάζουμε την ακμή (A_3, A_4) δεν φεύγει καποια τιμη απο το πεδιο τιμων της A_3 .

$$A_1 = \{\cancel{9:00}, 10:00, 11:00\}$$

$$A_2 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_3 = \{9:00, 10:00, \cancel{11:00}\}$$

$$A_4 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_5 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$[(\cancel{A_1, A_3}), (\cancel{A_3, A_1}), (\cancel{A_3, A_4}), (A_4, A_3), (A_3, A_5), (A_5, A_3), (A_2, A_1), (A_1, A_2), (A_2, A_4), (A_4, A_2), (A_1, A_3)]$$

- Βγάζουμε την ακμή (A_4, A_3) και φεύγει το 9 απο το πεδιο τιμων της A_4 αφου δεν υπαρχει τιμη στο πεδιο τιμων της A_3 που να ικανοποιει τον περιορισμο μεταξυ της A_4 και A_3 ($A_4 > A_3$). Ξαναεισαγουμε την ακμη (A_3, A_4)

$$A_1 = \{\cancel{9:00}, 10:00, 11:00\}$$

$$A_2 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_3 = \{9:00, 10:00, \cancel{11:00}\}$$

$$A_4 = \{\cancel{9:00}, 10:00, 11:00\}$$

$$A_5 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$[(\cancel{A_1, A_3}), (\cancel{A_3, A_1}), (\cancel{A_3, A_4}), (\cancel{A_4, A_3}), (A_3, A_5), (A_5, A_3), (A_2, A_1), (A_1, A_2), (A_2, A_4), (A_4, A_2), (A_1, A_3), (A_3, A_4)]$$

- Βγάζουμε την ακμή (A_3, A_5) και φεύγει το 9 απο το πεδιο τιμων της A_3 αφου δεν υπαρχει τιμη στο πεδιο τιμων της A_5 που να ικανοποιει τον περιορισμο μεταξυ της A_3 και

A_5 ($A_3 > A_5$). Ξαναεισαγούμε την ακμή (A_4, A_3)

$$A_1 = \{\cancel{9:00}, 10:00, 11:00\}$$

$$A_2 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_3 = \{\cancel{9:00}, 10:00, \cancel{11:00}\}$$

$$A_4 = \{\cancel{9:00}, 10:00, 11:00\}$$

$$A_5 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$[(\cancel{A_1, A_3}), (\cancel{A_3, A_1}), (\cancel{A_3, A_4}), (\cancel{A_4, A_3}), (\cancel{A_3, A_5}), (A_5, A_3), (A_2, A_1), (A_1, A_2), (A_2, A_4), (A_4, A_2), (A_1, A_3), (A_3, A_4), (A_4, A_3)]$$

• Βγάζουμε την ακμή (A_5, A_3) και φεύγει το 10 και το 11 απο το πεδίο τιμών της A_5 αφού δεν υπάρχει τιμή στο πεδίο τιμών της A_3 που να ικανοποιεί τον περιορισμό μεταξύ της A_5 και A_3 ($A_5 < A_3$). Ξαναεισαγούμε την ακμή (A_3, A_5)

$$A_1 = \{\cancel{9:00}, 10:00, 11:00\}$$

$$A_2 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_3 = \{\cancel{9:00}, 10:00, \cancel{11:00}\}$$

$$A_4 = \{\cancel{9:00}, 10:00, 11:00\}$$

$$A_5 = \{9:00, \cancel{10:00}, \cancel{11:00}\}$$

$$[(\cancel{A_1, A_3}), (\cancel{A_3, A_1}), (\cancel{A_3, A_4}), (\cancel{A_4, A_3}), (\cancel{A_3, A_5}), (\cancel{A_5, A_3}), (A_2, A_1), (A_1, A_2), (A_2, A_4), (A_4, A_2), (A_1, A_3), (A_3, A_4), (A_4, A_3), (A_3, A_5)]$$

• Βγάζουμε την ακμή (A_2, A_1) δεν φεύγει καποια τιμή απο το πεδίο τιμών της A_2 .

$$A_1 = \{\cancel{9:00}, 10:00, 11:00\}$$

$$A_2 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_3 = \{\cancel{9:00}, 10:00, \cancel{11:00}\}$$

$$A_4 = \{\cancel{9:00}, 10:00, 11:00\}$$

$$A_5 = \{9:00, \cancel{10:00}, \cancel{11:00}\}$$

[~~(A₁, A₃)~~ , ~~(A₃, A₁)~~ , ~~(A₃, A₄)~~ , ~~(A₄, A₃)~~ , ~~(A₃, A₅)~~ , ~~(A₅, A₃)~~ , ~~(A₂, A₁)~~ , (A₁, A₂) , (A₂, A₄) , (A₄, A₂) , (A₁, A₃) , (A₃, A₄) , (A₄, A₃) , (A₃, A₅)]

- Βγαζουμε την ακμη (A₁, A₂) δεν φευγει καποια τιμη απο το πεδιο τιμων της A₁.

$$A_1 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_2 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_3 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_4 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_5 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

[~~(A₁, A₃)~~ , ~~(A₃, A₁)~~ , ~~(A₃, A₄)~~ , ~~(A₄, A₃)~~ , ~~(A₃, A₅)~~ , ~~(A₅, A₃)~~ , ~~(A₂, A₁)~~ , ~~(A₁, A₂)~~ , (A₂, A₄) , (A₄, A₂) , (A₁, A₃) , (A₃, A₄) , (A₄, A₃) , (A₃, A₅)]

- Βγαζουμε την ακμη (A₂, A₄) δεν φευγει καποια τιμη απο το πεδιο τιμων της A₂.

$$A_1 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_2 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_3 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_4 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_5 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

[~~(A₁, A₃)~~ , ~~(A₃, A₁)~~ , ~~(A₃, A₄)~~ , ~~(A₄, A₃)~~ , ~~(A₃, A₅)~~ , ~~(A₅, A₃)~~ , ~~(A₂, A₁)~~ , ~~(A₁, A₂)~~ , ~~(A₂, A₄)~~ , (A₄, A₂) , (A₁, A₃) , (A₃, A₄) , (A₄, A₃) , (A₃, A₅)]

- Βγαζουμε την ακμη (A₄, A₂) δεν φευγει καποια τιμη απο το πεδιο τιμων της A₄.

$$A_1 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_2 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_3 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_4 = \{ \cancel{9:00} , 10:00 , 11:00 \}$$

$$A_5 = \{ 9:00 , \cancel{10:00} , \cancel{11:00} \}$$

$$[(\cancel{A_1, A_3}) , (\cancel{A_3, A_1}) , (\cancel{A_3, A_4}) , (\cancel{A_4, A_3}) , (\cancel{A_3, A_5}) , (\cancel{A_5, A_3}) , (\cancel{A_2, A_1}) , (\cancel{A_1, A_2}) , (\cancel{A_2, A_4}) , (\cancel{A_4, A_2}) , (A_1, A_3) , (A_3, A_4) , (A_4, A_3) , (A_3, A_5)]$$

- Βγάζουμε την ακμή (A_1, A_3) και φεύγει το 10 απο το πεδίο τιμών της A_1 αφού δεν υπάρχει τιμή στο πεδίο τιμών της A_3 που να ικανοποιεί τον περιορισμό μεταξύ της A_1 και A_3 ($A_1 > A_3$). Ξαναεισαγούμε τις ακμές (A_3, A_1) και (A_2, A_1)

$$A_1 = \{ \cancel{9:00} , \cancel{10:00} , 11:00 \}$$

$$A_2 = \{ 9:00 , 10:00 , 11:00 \}$$

$$A_3 = \{ \cancel{9:00} , 10:00 , \cancel{11:00} \}$$

$$A_4 = \{ \cancel{9:00} , 10:00 , 11:00 \}$$

$$A_5 = \{ 9:00 , \cancel{10:00} , \cancel{11:00} \}$$

$$[(\cancel{A_1, A_3}) , (\cancel{A_3, A_1}) , (\cancel{A_3, A_4}) , (\cancel{A_4, A_3}) , (\cancel{A_3, A_5}) , (\cancel{A_5, A_3}) , (\cancel{A_2, A_1}) , (\cancel{A_1, A_2}) , (\cancel{A_2, A_4}) , (\cancel{A_4, A_2}) , (\cancel{A_1, A_3}) , (A_3, A_4) , (A_4, A_3) , (A_3, A_5) , (A_3, A_1) , (A_2, A_1)]$$

- Βγάζουμε την ακμή (A_3, A_4) δεν φεύγει καποια τιμή απο το πεδίο τιμών της A_3 .

$$A_1 = \{ \cancel{9:00} , \cancel{10:00} , 11:00 \}$$

$$A_2 = \{ 9:00 , 10:00 , 11:00 \}$$

$$A_3 = \{ \cancel{9:00} , 10:00 , \cancel{11:00} \}$$

$$A_4 = \{ \cancel{9:00} , 10:00 , 11:00 \}$$

$$A_5 = \{ 9:00 , \cancel{10:00} , \cancel{11:00} \}$$

$$[(\cancel{A_1, A_3}) , (\cancel{A_3, A_1}) , (\cancel{A_3, A_4}) , (\cancel{A_4, A_3}) , (\cancel{A_3, A_5}) , (\cancel{A_5, A_3}) , (\cancel{A_2, A_1}) , (\cancel{A_1, A_2}) , (\cancel{A_2, A_4}) , (\cancel{A_4, A_2}) , (\cancel{A_1, A_3}) , (\cancel{A_3, A_4}) , (A_4, A_3) , (A_3, A_5) , (A_3, A_1) , (A_2, A_1)]$$

- Βγάζουμε την ακμή (A_4, A_3) και φεύγει το 10 απο το πεδίο τιμών της A_4 αφού δεν

υπαρχει τιμη στο πεδιο τιμων της A_3 που να ικανοποιει τον περιορισμο μεταξυ της A_4 και A_3 ($A_4 > A_3$). Ξαναεισαγουμε τις ακμες (A_3, A_4) και (A_2, A_4)

$$A_1 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_2 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_3 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_4 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_5 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$[(\cancel{A_1, A_3}), (\cancel{A_3, A_1}), (\cancel{A_3, A_4}), (\cancel{A_4, A_3}), (\cancel{A_3, A_5}), (\cancel{A_5, A_3}), (\cancel{A_2, A_1}), (\cancel{A_1, A_2}), (\cancel{A_2, A_4}), (\cancel{A_4, A_2}), (\cancel{A_1, A_3}), (\cancel{A_3, A_4}), (\cancel{A_4, A_3}), (A_3, A_5), (A_3, A_1), (A_2, A_1), (A_3, A_4), (A_2, A_4)]$$

• Βγαζουμε την ακμη (A_3, A_5) δεν φυγει καποια τιμη απο το πεδιο τιμων της A_3 .

$$A_1 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_2 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_3 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_4 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_5 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$[(\cancel{A_1, A_3}), (\cancel{A_3, A_1}), (\cancel{A_3, A_4}), (\cancel{A_4, A_3}), (\cancel{A_3, A_5}), (\cancel{A_5, A_3}), (\cancel{A_2, A_1}), (\cancel{A_1, A_2}), (\cancel{A_2, A_4}), (\cancel{A_4, A_2}), (\cancel{A_1, A_3}), (\cancel{A_3, A_4}), (\cancel{A_4, A_3}), (\cancel{A_3, A_5}), (A_3, A_1), (A_2, A_1), (A_3, A_4), (A_2, A_4)]$$

• Βγαζουμε την ακμη (A_3, A_1) δεν φυγει καποια τιμη απο το πεδιο τιμων της A_3 .

$$A_1 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_2 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_3 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_4 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_5 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$[(\cancel{A_1, A_3}), (\cancel{A_3, A_1}), (\cancel{A_3, A_4}), (\cancel{A_4, A_3}), (\cancel{A_3, A_5}), (\cancel{A_5, A_3}), (\cancel{A_2, A_1}), (\cancel{A_1, A_2}), (\cancel{A_2, A_4}), (\cancel{A_4, A_2}), (\cancel{A_1, A_3}), (\cancel{A_3, A_4}), (\cancel{A_4, A_3}), (\cancel{A_3, A_5}), (\cancel{A_3, A_1}), (A_2, A_1), (A_3, A_4), (A_2, A_4)]$$

- Βγάζουμε την ακμή (A_2, A_1) και φεύγει το 11 από το πεδίο τιμών της A_2 αφού δεν υπάρχει τιμή στο πεδίο τιμών της A_1 που να ικανοποιεί τον περιορισμό μεταξύ της A_2 και A_1 ($A_2 \neq A_1$). Ξαναεισαγούμε τις ακμές (A_1, A_2) και (A_4, A_2)

$$A_1 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_2 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_3 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_4 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_5 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$[(\cancel{A_1, A_3}), (\cancel{A_3, A_1}), (\cancel{A_3, A_4}), (\cancel{A_4, A_3}), (\cancel{A_3, A_5}), (\cancel{A_5, A_3}), (\cancel{A_2, A_1}), (\cancel{A_1, A_2}), (\cancel{A_2, A_4}), (\cancel{A_4, A_2}), (\cancel{A_1, A_3}), (\cancel{A_3, A_4}), (\cancel{A_4, A_3}), (\cancel{A_3, A_5}), (\cancel{A_3, A_1}), (\cancel{A_2, A_1}), (A_3, A_4), (A_2, A_4), (A_1, A_2), (A_4, A_2)]$$

- Βγάζουμε την ακμή (A_3, A_4) δεν φεύγει καποια τιμή από το πεδίο τιμών της A_3 .

$$A_1 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_2 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_3 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_4 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_5 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$[(\cancel{A_1, A_3}), (\cancel{A_3, A_1}), (\cancel{A_3, A_4}), (\cancel{A_4, A_3}), (\cancel{A_3, A_5}), (\cancel{A_5, A_3}), (\cancel{A_2, A_1}), (\cancel{A_1, A_2}), (\cancel{A_2, A_4}), (\cancel{A_4, A_2}), (\cancel{A_1, A_3}), (\cancel{A_3, A_4}), (\cancel{A_4, A_3}), (\cancel{A_3, A_5}), (\cancel{A_3, A_1}), (\cancel{A_2, A_1}), (\cancel{A_3, A_4}), (A_2, A_4), (A_1, A_2), (A_4, A_2)]$$

- Βγαζουμε την ακμη (A_2, A_4) δεν φευγει καποια τιμη απο το πεδιο τιμων της A_2 .

$$A_1 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_2 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_3 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_4 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_5 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$[(\cancel{A_1, A_3}), (\cancel{A_3, A_1}), (\cancel{A_3, A_4}), (\cancel{A_4, A_3}), (\cancel{A_3, A_5}), (\cancel{A_5, A_3}), (\cancel{A_2, A_1}), (\cancel{A_1, A_2}), (\cancel{A_2, A_4}), (\cancel{A_4, A_2}), (\cancel{A_1, A_3}), (\cancel{A_3, A_4}), (\cancel{A_4, A_3}), (\cancel{A_3, A_5}), (\cancel{A_3, A_1}), (\cancel{A_2, A_1}), (\cancel{A_3, A_4}), (\cancel{A_2, A_4}), (A_1, A_2), (A_4, A_2)]$$

- Βγαζουμε την ακμη (A_1, A_2) δεν φευγει καποια τιμη απο το πεδιο τιμων της A_1 .

$$A_1 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_2 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_3 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_4 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_5 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$[(\cancel{A_1, A_3}), (\cancel{A_3, A_1}), (\cancel{A_3, A_4}), (\cancel{A_4, A_3}), (\cancel{A_3, A_5}), (\cancel{A_5, A_3}), (\cancel{A_2, A_1}), (\cancel{A_1, A_2}), (\cancel{A_2, A_4}), (\cancel{A_4, A_2}), (\cancel{A_1, A_3}), (\cancel{A_3, A_4}), (\cancel{A_4, A_3}), (\cancel{A_3, A_5}), (\cancel{A_3, A_1}), (\cancel{A_2, A_1}), (\cancel{A_3, A_4}), (\cancel{A_2, A_4}), (\cancel{A_1, A_2}), (A_4, A_2)]$$

- Βγαζουμε την ακμη (A_4, A_2) δεν φευγει καποια τιμη απο το πεδιο τιμων της A_4 .

$$A_1 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_2 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_3 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_4 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$A_5 = \{9:00, 10:00, 11:00\}$$

$$[\cancel{(A_1, A_3)}, \cancel{(A_3, A_1)}, \cancel{(A_3, A_4)}, \cancel{(A_4, A_3)}, \cancel{(A_3, A_5)}, \cancel{(A_5, A_3)}, \cancel{(A_2, A_1)}, \cancel{(A_1, A_2)}, \cancel{(A_2, A_4)}, \cancel{(A_4, A_2)}, \cancel{(A_1, A_3)}, \cancel{(A_3, A_4)}, \cancel{(A_4, A_3)}, \cancel{(A_3, A_5)}, \cancel{(A_3, A_1)}, \cancel{(A_2, A_1)}, \cancel{(A_3, A_4)}, \cancel{(A_2, A_4)}, \cancel{(A_1, A_2)}, \cancel{(A_4, A_2)}]$$

Το πρόβλημα έγινε arc-consistent με αποτέλεσμα να μπορούμε να το λύσουμε πιο ευκολα.
Τα τελικά domains των μεταβλητών είναι τα εξής:

$$A_1 = \{11:00\}$$

$$A_2 = \{9:00, 10:00\}$$

$$A_3 = \{10:00\}$$

$$A_4 = \{11:00\}$$

$$A_5 = \{9:00\}$$

Τέλος μπορούμε να βρούμε πολύ ευκολα τις 2 λύσεις του CSP οι οποίες είναι:

$$-A_1 = 11:00, A_2 = 9:00, A_3 = 10:00, A_4 = 11:00, A_5 = 9:00$$

$$-A_1 = 11:00, A_2 = 10:00, A_3 = 10:00, A_4 = 11:00, A_5 = 9:00$$

Πρόβλημα 4(BONUS):

• Ερώτημα 1:

Μοντελοποίηση Προβληματος:

-Μεταβλητες:

Τον χρόνο τον μετρώ σε λεπτα δηλαδή η 8:00 αντιστοιχει σε 0 λεπτα γιατι είναι ο ελαχιστος χρόνος που μπορεί να φυγει η Μαρια απο το σπιτι της(είναι η εναρξη του προβληματος).

$X_0 = 0$ (Εναρξη του κοσμου , δηλαδη 8:00)

X_1 : Ωρα που εφυγε η Μαρια απο το σπιτι της

X_2 : Ωρα που εφτασε η Μαρια στο γραφειο

X_3 : Ωρα που εφυγε η Ελενη απο το σπιτι της

X_4 : Ωρα που εφτασε η Ελενη στο γραφειο

-Constraints:

Με βαση το χρονικο προβλημα της εκφωνησης προκυπτουν οι παρακατω περιορισμοι:

C_1 : Αντιστοιχει στον περιορισμο "Η Μαρια ξεκινησε απο το σπιτι της μεταξύ 8:00 - 8:10"

• C_1 : $0 \leq X_1 - X_0 \leq 10$ και επειδη $X_0 = 0$ προκειπται $0 \leq X_1 \leq 10$

C_2 : Αντιστοιχει στον περιορισμο "Για να φτασει η Μαρια στο γραφειο θελει 30-40 λεπτα"

• C_2 : $30 \leq X_2 - X_1 \leq 40$

C_3 : Αντιστοιχει στον περιορισμο "Το ταξίδι της Ελένης από το σπίτι της στο γραφείο διαρκεί συνήθως 5 με 15 λεπτά"

• C_3 : $5 \leq X_4 - X_3 \leq 15$

C_4 : Αντιστοιχει στον περιορισμο "Η Ελένη, συνάδελφος της Μαρίας, έφτασε στο γραφείο σήμερα 15 λεπτά μετά από τη Μαρία"

• C_4 : $X_4 = X_2 + 15$

Το προβλημα ειναι συνεπες καθως υπαρχει τουλαχιστον μια αναθεση τιμων στις μεταβλητες του προβληματος που να ικανοποιουνται ολοι οι περιορισμοι.

Δυο ενδικοτικές λύσεις είναι οι εξής:

- Για $X_1 = 0$ (δηλαδή η Μαρία εφυγε απο το σπιτι της στις 8:00) και $X_2 = 30$ δηλαδή εφτασε στο γραφείο στις 8:30 , προκυπτει οτι $X_4 = X_2 + 15 \implies X_4 = 45$, δηλαδή η Ελενη εφτασε στο γραφείο στις 8:45. Αυτο σημαινει οτι $X_3 = X_4 - d$, $d \in [5, 15]$, δηλαδή $X_3 = 45 - d$ και εαν επιλεξουμε για παραδειγμα $d = 5$ εχουμε οτι η Ελενη εφυγε απο το σπιτι της στις 8:40. Αυτη η αναθεση τιμων πληρει ολους του περιορισμους του προβληματος.

Μια δευτερη αναθεση τιμων θα ηταν η παρακατω:

- Για $X_1 = 10$ (δηλαδή η Μαρία εφυγε απο το σπιτι της στις 8:10) και $X_2 = 40$ δηλαδή εφτασε στο γραφείο στις 8:40 , προκυπτει οτι $X_4 = X_2 + 15 \implies X_4 = 55$, δηλαδή η Ελενη εφτασε στο γραφείο στις 8:55. Αυτο σημαινει οτι $X_3 = X_4 - d$, $d \in [5, 15]$, δηλαδή $X_3 = 55 - d$ και εαν επιλεξουμε για παραδειγμα $d = 10$ εχουμε οτι η Ελενη εφυγε απο το σπιτι της στις 8:45. Παρατηρουμε οτι και αυτη η αναθεση τιμων πληρει ολους του περιορισμους του προβληματος.

Συμπαιρενοντας απο τα παραπανω υπαρχει τουλαχιστον μια λυση του STP αρα το προβλημα είναι συνεπες.

-Διαδοση Περιορισμων:

Αρχικα εχουμε οτι $0 \leq X_1 \leq 10$

Επειδη $30 \leq X_2 - X_1 \leq 40$ και $0 \leq X_1 \leq 10$ εχουμε:

Για $X_1 = 0 \implies 30 \leq X_2 \leq 40$

Για $X_1 = 10 \implies 40 \leq X_2 \leq 50$

Απο τις παραπανω δυο σχεσεις προκυπτει οτι $30 \leq X_2 \leq 50$

Επίσης ισχύει ότι $X_4 = X_2 + 15 \implies 30 + 15 \leq X_2 + 15 \leq 50 + 15 \implies 45 \leq X_2 + 15 \leq 65$
 και επειδή $X_2 + 15 = X_4$

Εχουμε ότι $45 \leq X_4 \leq 65$

Τέλος επειδή $5 \leq X_4 - X_3 \leq 15$

Για $X_4 = 45 \implies 30 \leq X_3 \leq 40$

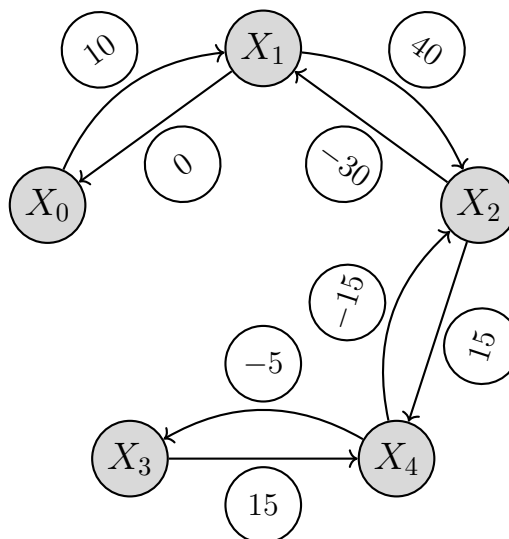
Για $X_4 = 65 \implies 50 \leq X_3 \leq 60$

Απο τις παραπάνω δυο σχέσεις προκύπτει ότι $30 \leq X_3 \leq 60$

Αρα η Ελένη εφυγε απο το σπιτι της μεταξύ 8:30 και 9:00 το πρωι.

• Ερωτημα 2:

• Γραφος Αποστασεων:



Ο γραφος εχει οσες κορυφες οσες και οι μεταβλητες του προβληματος και δυο μεταβλητες συνδεονται με μια ακμη εαν εμπλεκονται σε καποιον περιορισμο. Επισης για να καταλαβουμε ποιο ειναι το βαρος καθε ακμης (X_i, X_j) θα πρεπει να παμε στην ανισοση που συνδεει αυτες τις δυο μεταβλητες. Οι ανισοσεις για καθε ζευγαρι μεταβλητων ειναι οι παρακατω:

$$0 \leq X_1 - X_0 \leq 10$$

$$30 \leq X_2 - X_1 \leq 40$$

$$5 \leq X_4 - X_3 \leq 15$$

$$15 \leq X_4 - X_2 \leq 15$$

Για να βρουμε παραδειγματος χαρη το βαρος της ακμης (X_0, X_1) παιρνουμε τον μεγαλυτερο αριθμο απο τα ακρα της ανισοσης $0 \leq X_1 - X_0 \leq 10$, που στην συγκεκριμενη περιπτωση ειναι το 10 . Αντιθετα για να βρουμε το βαρος της ακμης (X_1, X_0) περνουμε την μεγαλυτερη τιμη απο τα δυο ακρα της ανισοσης οταν την εχουμε πολλαπλασιασει με το -1 , αρα εφοσον το $0 > -10$ το βαρος της ακμης (X_1, X_0) ειναι το 0 . Κανουμε την ιδια διαδικασια και για τις υπολοιπες ακμες και προκυπτει ο παραπανω γραφος.

• Ερωτημα 5:

Εαν εφαρμουςουμε τον αλγοριθμο Floyd-Warhall all pairs-shortest-paths σε ενα απλο χρονικο πρόβλημα, προκύπτει ένα πρόβλημα το οποίο είναι n-consistent(οπου n το πληθος των μεταβλητων). Γνωριζουμε οτι ενα απλο χρονικο προβλημα ειναι συνεπες εαν στον γραφο αποστασεων δεν υπαρχει αρνητικος κυκλος , δηλαδη κυκλος οπου το συνολικο αθροισμα απο τα βαρη των ακμων του να ειναι αρνητικο. Επειδη ομως ο αλγοριθμος του Floyd εντοπιζει τους αρνητικους κυκλους που προκαλουν αυτην την ασυνεπεια μπορουμε να συμπερανουμε οτι εαν δεν βρει καποιον τετοιο κυκλο τοτε το προβλημα που θα προκυψει μετα την εφαρμογη του αλγοριθμου θα ειναι n-consistent δηλαδη θα ειναι συνεπες σε ολα τα επιπεδα , αφου θα ειμαστε σιγουροι οτι δεν υπαρχουν αρνητικοι κυκλοι.

- Σχεδιαστικές Επιλογές:

-Csp.py file:

Οι τροποποιήσεις που έχω κάνει στο αρχείο csp.py αφορούν τον variable ordering αλγόριθμο $\frac{dom}{wdeg}$

Συγκεκριμένα:

Έχω προσθέσει σαν πεδίο στην κλάση CSP ένα dictionary με όνομα weight στο οποίο αποθηκεύω κλειδιά της μορφής (X_i, X_j) όπου X_i και X_j είναι μεταβλητές του προβλήματος που συνδέονται με κάποιον περιορισμό και σαν value έχω το βάρος του συγκεκριμένου περιορισμού. Όλα τα βάρη έχουν αρχικοποιηθεί στο 1.

Επίσης στον αλγόριθμο forward checking στο σημείο που καταλαβαίνουμε ότι το πεδίο της μεταβλητής B έχει αδειασεί αυξάνω το βάρος του περιορισμού (B, var) κατά 1. Το ίδιο ισχύει και για τον αλγόριθμο mac όπου στην συνάρτηση revise έχω προσθέσει έναν επιπλέον έλεγχο που τσεκάρει εάν το domain της μεταβλητής X_i έχει αδειασεί και τότε αυξάνω κατά 1 το βάρος του αντιστοιχού περιορισμού. Επίσης στην συνάρτηση mac καλώ σαν constraint propagation τον AC3 και όχι τον AC3b γιατί αλλιώς δεν θα καλεστεί ποτέ η συνάρτηση revise (που είναι και η συνάρτηση στην οποία αυξάνονται τα weights στο paper).

Όσον αφορά τον αλγόριθμο $\frac{dom}{wdeg}$ ο στόχος είναι να επιστρέψουμε την μεταβλητή με την μικρότερη τιμή $\frac{dom}{wdeg}$. Για να γίνει αυτό τρέχουμε μια επαναληψη για κάθε μεταβλητή του προβλήματος και υπολογίζουμε το άθροισμα των weights που περιλαμβάνουν την μεταβλητή και τον αντιστοιχο γείτονα της. Στην συνέχεια διαιρούμε (εφόσον είναι διάφορο του μηδένος αλλιώς το θεωρούμε μονάδα) με το άθροισμα των weights των περιορισμών της μορφής (X_i, X_j) όπου X_i είναι η μεταβλητή που εξετάζουμε και κρατάμε παράλληλα και ένα min στο οποίο αποθηκεύουμε την μικρότερη τιμή $\frac{dom}{wdeg}$, επιστρέφοντας στο τέλος την μεταβλητή που αντιστοιχεί σε αυτήν. Εάν δεν βρούμε κάποια τέτοια μεταβλητή τότε καλούμε

την συναρτηση first unassigned variable η οποία θα επιστεψει μια μεταβλητη με βαση το default variable order.

-Schedule.py file:

ΣΗΜΑΝΤΙΚΟ: ΓΙΑ ΝΑ ΤΡΕΞΕΤΕ ΕΝΑΝ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟ ΘΑ ΠΡΕΠΕΙ ΝΑ ΤΟΝ ΒΓΑΛΕΤΕ ΑΠΟ ΣΧΟΛΙΟ ΜΕΣΑ ΣΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ

Αποφασισα να μοντελοποιησω το προγραμμα φτιαχνοντας μια κλαση Exam timetabling η οποία κληρωνομει την CSP. Μεσα σε αυτην την κλαση οριζω τις μεταβλητες του προβληματος , το domain καθε μεταβλητης , τους γειτονες της , την συναρτηση Exam constraints μεσα στην οποια ελεγχω εαν ικανοποιουνται ολοι οι περιορισμοι μεταξυ δυο μεταβλητων A και B . Τελος καλω τον constructor του CSP στον οποιο περναω σαν παραμετρους τις μεταβλητες , τα domains , τα neighbors και την constraint function.

Οι μεταβλητες του προβληματος ειναι τα 38 ονοματα των μαθηματων(Τα εργαστηρια δεν τα μετραω ως ξεχωριστο μαθημα)

Το domain καθε μεταβλητης αποφασισα να ειναι ολοι οι δυνατοι συνδιασμοι μερας και ωρας σαν string της μορφης "day κατω παυλα time" . Για να παρω την μερα και την ωρα κανω split το string.

Καθε μεταβλητη εχει σαν γειτονα ολες τις υπολοιπες αφου εχουμε μονο μια αιθουσα και σε καθε ωρα μπορουμε να εξεταζουμε μονο ενα μαθημα.

Επισης εχω ενα dictionary με ονομα other data στο οποιο κανω μια αντιστοιχιση μεταξυ μεταβλητης και μιας λιστας που περιεχει το ονομα του καθηγητη που διδασκει το μαθημα, το εξαμηνο του μαθηματος , εαν ειναι δυσκολο ή οχι και εαν εχει Lab.

Οσον αφορα την συναρτηση Exam constraints πρεπει να δωσουμε ιδιαιτερη προσοχη στα μαθηματα που εχουν Lab καθως πρεπει να εξεταζονται αμεσως μετα την θεωρια. Ο ελεγχος

αυτος γίνεται με το να τσεκαρουμε εαν μετα την εξεταση της θεωριας δεν εξεταζεται το μαθημα B που εχουμε σαν δευτερη μεταβλητη στην συναρτηση, ή εαν το μαθημα της θεωριας εξεταζεται στις 3-6 τοτε σημαινει οτι δεν υπαρχει διαθεσιμο slot για την εξεταση του Lab αρα θα πρεπει να επιστρεψουμε False. Εαν και τα δυο μαθηματα εχουν εργαστηριο και εξεταζονται την ιδια μερα τοτε ειναι αδυνατο να εξεταστει και η θεωρια και το Lab του αντιστοιχου μαθηματος καθως εχουμε μονο 3 διαθεσιμα slots για καθε μερα. Φυσικα μαθηματα ιδιου εξαμηνου , ιδιου καθηγητη πρεπει να εξεταζονται σε διαφορετικες μερες , οπως και τα hard μαθηματα πρεπει να απεχουν τουλαχιστον δυο μερες.

Τελος εχω φτιαξει μια συναρτηση Print Result η οποια τυπωνει το τελικο προγραμμα της εξεταστικης ξεκινωντας απο την μερα 1.

-Floyd.py file:

Δεν εχω να προσθεσω κατι , εχω παραθεσει αναλυτικα σχολια μεσα στον κωδικα.