Saisonale Integration und Cointegration für Monatsdaten

Ratmir Miftachov

Deutsche Bundesbank

18. Juli 2018

Inhalt

Einleitung

Was bedeutet saisonale Kointegration?

- Zwei Zeitreihen sind kointegriert zur Nullfrequenz, wenn sie einem langfristigen gemeinsamen Verlauf unterliegen.
- Zwei Zeitreihen sind kointegriert auf einer saisonalen Frequenz, wenn der saisonale Effekt einem gemeinsamen Verlauf unterliegt.
- Voraussetzung: Beide Zeitreihen sind zur jeweiligen Frequenz von gleicher Ordnung integriert und es besteht eine stationäre Linearkombination.

Einleitung

Einordnung

- Bevor auf Kointegration getestet wird, muss überprüft werden, ob die Zeitreihen jeweils saisonale Integration aufweisen.
- Dafür lässt sich der Test von Hylleberg, Engle, Granger und Yoo (1990) für Quartalsdaten benutzen (HEGY).
  $\rightarrow$ Erweitert von Beaulieu & Miron (1993) für Monatsdaten.
- Für Kointegration lässt sich bei Quartalsdaten der Test von Engle, Granger, Hylleberg und Lee (1993) anwenden (EGHL).
  $\rightarrow$ Für Monatsdaten findet sich keine Erweiterung des EGHL Tests in der Literatur.
- Der EGHL Test wurde demnach für Monatsdaten erweitert und in R in Form eines Packages implementiert.

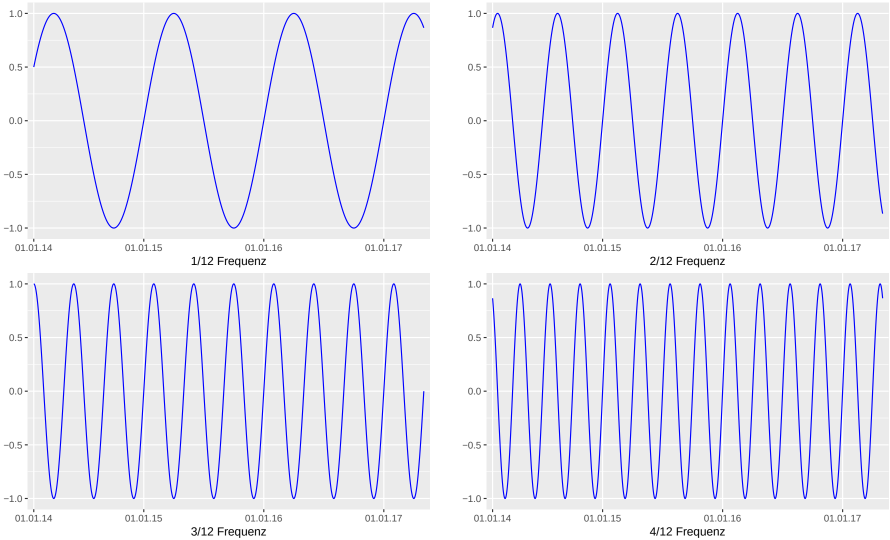
Einleitung

Testvorgehen

1. HEGY Test für X zu allen 12 Frequenzen.
2. HEGY Test für Y zu allen 12 Frequenzen.
3. EGHL Test für X und Y zur 0 Frequenz.
4. EGHL Test für X und Y zur $\frac{6}{12}$ Frequenz.
5. EGHL Test für X und Y zu allen 5 paarweisen Frequenzen.

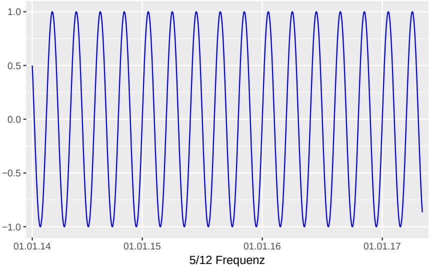
Saisonale Frequenzen

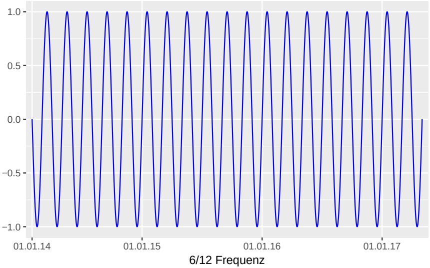
Sinuskurven



Saisonale Frequenzen

Sinuskurven





Saisonale Frequenzen

Frequenz	Zyklen pro Jahr	Periodenlänge in Monaten
$\frac{6}{12}$	6	2
$\{\frac{3}{12}, \frac{9}{12}\}$	3	4
$\{\frac{4}{12}, \frac{8}{12}\}$	4	3
$\{\frac{2}{12}, \frac{10}{12}\}$	2	6
$\{\frac{5}{12}, \frac{7}{12}\}$	5	2.5
$\{\frac{1}{12}, \frac{11}{12}\}$	1	12

- Nullfrequenz durchgeht einen Zyklus nach einer unendlichen Anzahl an Monaten.
- Ein Zyklus entspricht einem Durchgang im Einheitskreis und damit einem Peak.
- Periodenlänge entspricht der Anzahl an Monaten zwischen zwei aufeinander folgenden Peaks.

HEGY Test für Monatsdaten

Beaulieu & Miron (1993)

Regression

$$y_{13t} = \sum_{s=1}^{12} \pi_s y_{s,t-1} + \text{Augmentationen} + \epsilon_t,$$

- $y_{s,t} \mathrel{\widehat{=}}$ Gefilterte Zeitreihe, welche auf alle Frequenzen gefiltert wurde, bis auf die uns Interessierende.
- Augmentationen $\widehat{=}$ Ausgewählte Lags von $y_{13,t}$, welche in ϵ_t weißes Rauschen herbei führen.

HEGY Regressoren

Beaulieu & Miron (1993)

Regressoren 1-4

$$
\begin{aligned}
y_{1t} &= (1 + L + L^2 + L^3 + L^4 + L^5 + L^6 + L^7 + L^8 + L^9 + L^{10} + L^{11})X_t \\
y_{2t} &= -(1 - L + L^2 - L^3 + L^4 - L^5 + L^6 - L^7 + L^8 - L^9 + L^{10} - L^{11})X_t \\
y_{3t} &= -(L - L^3 + L^5 - L^7 + L^9 - L^{11})X_t \\
y_{4t} &= -(1 - L^2 + L^4 - L^6 + L^8 - L^{10})X_t
\end{aligned}
$$

- L ist definiert als der Lag Operator, d.h. $LX_t = X_{t-1}$, $L^2X_t = X_{t-2}$ usw.
- Regressoren $\{y_{1t}, y_{2t}, y_{3t}, y_{4t}\}$ werden mit den Frequenzen $\{0, \frac{6}{12}, \frac{3}{12}, \frac{9}{12}\}$ assoziiert.

Regressoren 5-8

$$y_{5t} = -\tfrac{1}{2}(1 + L - 2L^2 + L^3 + L^4 - 2L^5 + L^6 + L^7 - 2L^8 + L^9 + L^{10} - 2L^{11})X_t$$
$$y_{6t} = \tfrac{\sqrt{3}}{2}(1 - L + L^3 - L^4 + L^6 - L^7 + L^9 - L^{10})X_t$$
$$y_{7t} = \tfrac{1}{2}(1 - L - 2L^2 - L^3 + L^4 + 2L^5 + L^6 - L^7 - 2L^8 - L^9 + L^{10} + 2L^{11})X_t$$
$$y_{8t} = -\tfrac{\sqrt{3}}{2}(1 + L - L^3 - L^4 + L^6 + L^7 - L^9 - L^{10})X_t$$

- Regressoren $\{y_{5t}, y_{6t}, y_{7t}, y_{8t}\}$ werden mit den Frequenzen $\{\frac{4}{12}, \frac{8}{12}, \frac{2}{12}, \frac{10}{12}\}$ assoziiert.

HEGY Regressoren
Beaulieu & Miron (1993)

Regressoren 9-12

$$
\begin{aligned}
y_{9t} &= -\tfrac{1}{2}(\sqrt{3} - L + L^3 - \sqrt{3}L^4 + 2L^5 - \sqrt{3}L^6 + L^7 - L^9 + \sqrt{3}L^{10} - 2L^{11})X_t \\
y_{10t} &= \tfrac{1}{2}(1 - \sqrt{3}L + 2L^2 - \sqrt{3}L^3 + L^4 - L^6 + \sqrt{3}L^7 - 2L^8 + \sqrt{3}L^9 - L^{10})X_t \\
y_{11t} &= \tfrac{1}{2}(\sqrt{3} + L - L^3 - \sqrt{3}L^4 - 2L^5 - \sqrt{3}L^6 - L^7 + L^9 - \sqrt{3}L^{10} + 2L^{11})X_t \\
y_{12t} &= -\tfrac{1}{2}(1 + \sqrt{3}L + 2L^2 + \sqrt{3}L^3 + L^4 - L^6 - \sqrt{3}L^7 - 2L^8 - \sqrt{3}L^9 - L^{10})X_t \\
y_{13t} &= \Delta_{12}x_t = (1 - L^{12})x_t
\end{aligned}
$$

- Regressoren $\{y_{9t}, y_{10t}, y_{11t}, y_{12t}\}$ werden mit den Frequenzen $\{\frac{5}{12}, \frac{7}{12}, \frac{1}{12}, \frac{11}{12}\}$ assoziiert.

HEGY Testverfahren

Beaulieu & Miron (1993)

Linksseitiger t-Test zur 0 und $\frac{6}{12}$ Frequenz

$$H_0 : \pi_s = 0 \qquad \text{vs.} \qquad H_1 : \pi_s < 0 \quad \text{für} \quad s = 1, 2$$

partieller F-Test zu den paarweisen Frequenzen $(\frac{3}{12}, \frac{9}{12}), (\frac{4}{12}, \frac{8}{12}), (\frac{2}{12}, \frac{10}{12}), (\frac{5}{12}, \frac{7}{12}), (\frac{1}{12}, \frac{11}{12})$

$$H_0 : \pi_s = \pi_{s+1} = 0 \qquad \text{vs.} \qquad H_1 : \text{nicht } H_0 \quad \text{für} \quad s = 3, 5, 7, 9, 11$$

- Unter H_0 ist die Zeitreihe integriert zur jeweiligen Frequenz.
- Teststatistiken werden mit kritischen Werten aus der jeweils simulierten Nullverteilung verglichen.

Faktorisierung des Polynoms

$$
\begin{aligned}
(1-L^{12}) = {} & \overbrace{(1-L)}^{0}\,\overbrace{(1+L)}^{\frac{6}{12}}\,\overbrace{(1+L^2)}^{\frac{3}{12},\frac{9}{12}}\,\overbrace{(1+L+L^2)}^{\frac{4}{12},\frac{8}{12}} \\
& \times \underbrace{(1-L+L^2)}_{\frac{2}{12},\frac{10}{12}}\,\underbrace{(1+\sqrt{3}L+L^2)}_{\frac{5}{12},\frac{7}{12}}\,\underbrace{(1-\sqrt{3}L+L^2)}_{\frac{1}{12},\frac{11}{12}}
\end{aligned}
$$

- Die ersten zwei Terme besitzen jeweils eine Einheitswurzel als Lösung.
- Die restlichen fünf Terme besitzen jeweils zwei Einheitswurzeln als Lösung.
- Einheitswurzeln können bestimmt werden und zu einer Frequenz zugeordnet werden.

EGHL Test

Analoges Vorgehen zu Beenstock et al. (1999)

EGHL Filter 1-4

$$\Theta_1 = (1+L)(1+L^2)(1+L+L^2)(1-L+L^2)(1+\sqrt{3}L+L^2)(1-\sqrt{3}L+L^2)$$
$$\Theta_2 = -(1-L)(1+L^2)(1+L+L^2)(1-L+L^2)(1+\sqrt{3}L+L^2)(1-\sqrt{3}L+L^2)$$
$$\Theta_3 = -(1-L)(1+L)(1+L+L^2)(1-L+L^2)(1+\sqrt{3}L+L^2)(1-\sqrt{3}L+L^2)$$
$$\Theta_4 = -(1-L)(1+L)(1+L^2)(1-L+L^2)(1+\sqrt{3}L+L^2)(1-\sqrt{3}L+L^2)$$

- Filter $\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3, \Theta_4$ werden mit den Frequenzen $\{0; \frac{6}{12}; (\frac{3}{12}, \frac{9}{12}); (\frac{4}{12}, \frac{8}{12}); (\frac{2}{12}, \frac{10}{12})\}$ assoziiert.

EGHL Test

Analoges Vorgehen zu Beenstock et al. (1999)

EGHL Filter 5-7

$$
\begin{aligned}
\Theta_5 &= -(1-L)(1+L)(1+L^2)(1+L+L^2)(1+\sqrt{3}L+L^2)(1-\sqrt{3}L+L^2) \\
\Theta_6 &= -(1-L)(1+L)(1+L^2)(1+L+L^2)(1-L+L^2)(1-\sqrt{3}L+L^2) \\
\Theta_7 &= -(1-L)(1+L)(1+L^2)(1+L+L^2) \\
&\quad \times (1-L+L^2)(1+\sqrt{3}L+L^2)(1-\sqrt{3}L+L^2) \\
\Theta_8 &= (1-L)(1+L)(1+L^2)(1+L+L^2)(1-L+L^2) \\
&\quad \times (1+\sqrt{3}L+L^2)(1-\sqrt{3}L+L^2) \\
&= (1-L^{12})
\end{aligned}
$$

- Filter $\Theta_5, \Theta_6, \Theta_7$ werden mit den Frequenzen $\{(\frac{2}{12}, \frac{10}{12}); (\frac{5}{12}, \frac{7}{12}); (\frac{1}{12}, \frac{11}{12})\}$ assoziiert.

EGHL Filter 1-4

$$\Theta_1 = \overbrace{(1+L)}^{\frac{6}{12}}\overbrace{(1+L^2)}^{\frac{3}{12},\frac{9}{12}}\overbrace{(1+L+L^2)}^{\frac{4}{12},\frac{8}{12}}\overbrace{(1-L+L^2)}^{\frac{2}{12},\frac{10}{12}}\overbrace{(1+\sqrt{3}L+L^2)}^{\frac{5}{12},\frac{7}{12}}\overbrace{(1-\sqrt{3}L+L^2)}^{\frac{1}{12},\frac{11}{12}}$$

$$\Theta_2 = -(1-L)(1+L^2)(1+L+L^2)(1-L+L^2)(1+\sqrt{3}L+L^2)(1-\sqrt{3}L+L^2)$$

$$\Theta_3 = -(1-L)(1+L)(1+L+L^2)(1-L+L^2)(1+\sqrt{3}L+L^2)(1-\sqrt{3}L+L^2)$$

$$\Theta_4 = -(1-L)(1+L)(1+L^2)(1-L+L^2)(1+\sqrt{3}L+L^2)(1-\sqrt{3}L+L^2)$$

- Filter $\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3, \Theta_4$ werden mit den Frequenzen $\{0; \frac{6}{12}; (\frac{3}{12}, \frac{9}{12}); (\frac{4}{12}, \frac{8}{12}); (\frac{2}{12}, \frac{10}{12})\}$ assoziiert.

EGHL Test auf Kointegration zur Frequenz Null

Analoges Vorgehen zu Beenstock et al. (1999)

Testregressionen

a) $$\Theta_1 Y_t = \alpha_1 + \beta_1 \Theta_1 X_t + u_t$$

b) $$(1 - L)\hat{u}_t = \lambda_1 \hat{u}_{t-1} + \text{Augmentationen} + e_t$$

Linksseitiger t-Test

$$H_0 : \lambda_1 = 0 \qquad \text{vs.} \qquad H_1 : \lambda_1 < 0$$

- Wird H_0 abgelehnt, sind die Residuen $I(0)$ und es liegt Cointegration zur Frequenz Null vor.
- Teststatistik wird mit kritischen Werten aus der simulierten Nullverteilung verglichen.

EGHL Test auf Kointegration zur Frequenz $\frac{6}{12}$

Analoges Vorgehen zu Beenstock et al. (1999)

Testregressionen

a) $$\Theta_2 Y_t = \alpha_2 + \beta_2 \Theta_2 X_t + v_t$$

b) $$(1+L)\hat{v}_t = -\lambda_2 \hat{v}_{t-1} + \text{Augmentationen} + c_t$$

Linksseitiger t-Test

$$H_0 : \lambda_2 = 0 \qquad \text{vs.} \qquad H_1 : \lambda_2 < 0$$

- Wird H_0 abgelehnt, sind die Residuen $I(0)$ und es liegt Cointegration zur Frequenz $\frac{6}{12}$ vor.
- Teststatistik wird mit kritischen Werten aus der simulierten Nullverteilung verglichen.

EGHL Test auf Kointegration zu paarweisen Frequenzen

Analoges Vorgehen zu Beenstock et al. (1999)

Testregressionen

a) $\Theta_k Y_t = \alpha + \beta_1 \Theta_k X_t + \beta_2 \Theta_k X_{t-1} + w_t \quad \text{für} \quad k = 3, 4, 5, 6, 7$

b) $-\frac{\Theta_8}{\Theta_k} \hat{w}_t = -\lambda_1 \hat{w}_{t-2} - \lambda_2 \hat{w}_{t-1} + \text{Augmentationen} + z_t$

für $k = 3, 4, 5, 6, 7$

F-Test zu den paarweisen Frequenzen $\{(\frac{3}{12}, \frac{9}{12}); (\frac{4}{12}, \frac{8}{12}); (\frac{2}{12}, \frac{10}{12}); (\frac{5}{12}, \frac{7}{12}); (\frac{1}{12}, \frac{11}{12})\}$

$$H_0 : \lambda_1 = \lambda_2 = 0 \quad \text{vs.} \quad H_1 : \text{nicht } H_0 \quad \text{für} \quad k = 3, 4, 5, 6, 7$$

- Wird H_0 abgelehnt, sind die Residuen $I(0)$ und es liegt Cointegration zur jeweiligen Frequenz vor.
- Teststatistik wird mit kritischen Werten aus der simulierten Nullverteilung verglichen.

EGHL Test auf Kointegration zu paarweisen Frequenzen

Analoges Vorgehen zu Beenstock et al. (1999)

Testregressionen

a) $\Theta_k Y_t = \alpha + \beta_1 \Theta_k X_t + \beta_2 \Theta_k X_{t-1} + w_t \quad \text{für} \quad k = 3,4,5,6,7$

b) $-\frac{\Theta_8}{\Theta_k} \hat{w}_t = -\lambda_1 \hat{w}_{t-2} - \lambda_2 \hat{w}_{t-1} + \text{Augmentationen} + z_t$

$\text{für} \quad k = 3,4,5,6,7$

F-Test zu den paarweisen Frequenzen $\{(\frac{3}{12}, \frac{9}{12}); (\frac{4}{12}, \frac{8}{12}); (\frac{2}{12}, \frac{10}{12}); (\frac{5}{12}, \frac{7}{12}); (\frac{1}{12}, \frac{11}{12})\}$

$$H_0 : \lambda_1 = \lambda_2 = 0 \quad \text{vs.} \quad H_1 : \text{nicht } H_0 \quad \text{für} \quad k = 3,4,5,6,7$$

- Wird H_0 abgelehnt, sind die Residuen $I(0)$ und es liegt Cointegration zur jeweiligen Frequenz vor.
- Teststatistik wird mit kritischen Werten aus der simulierten Nullverteilung verglichen.

Augmentationen

Grundidee

- Hilfregression gelingt es oft nicht, weißes Rauschen in den Residuen zu erzeugen.
- D.h. es verbleiben oft signifikante Lags in der ACF der Residuen.
- Augmentationen beheben dieses Problem.
- Augmentationen $\widehat{=}$ ausgewählte Lags des Regressanden der Hilfsregression.

Augmentationen

Lag Auswahl innerhalb des HEGY und des EGHL Tests

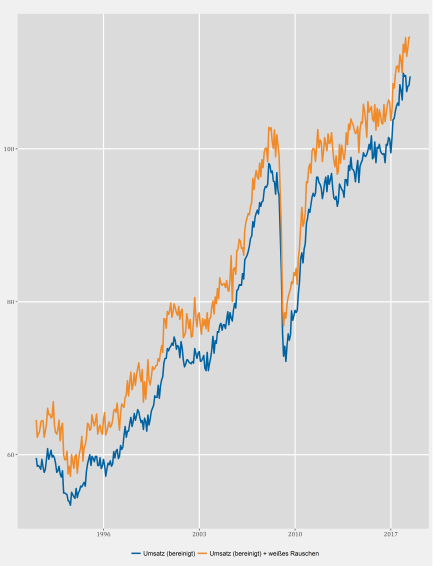
1. Führe Schätzung mit 24 Lags des Regressanden durch.
2. Bestimme die insignifikanteste Augmentation anhand des p-Wertes und entferne diese.
3. Führe Schätzung erneut durch.
4. Wiederhole 2 und 3 bis entweder keine Augmentationen mehr übrig sind oder nur noch signifikante Augmentationen übrig sind.

Ergebnisse

Saisonbereinigter Umsatz und saisonbereinigter Umsatz + weißes Rauschen

	Frequency	P-Value	Integration
X	0	0.99	present
	6/12	0	not present
	3/12 and 9/12	0	not present
	4/12 and 8/12	0	not present
	2/12 and 10/12	0	not present
	5/12 and 7/12	0	not present
	1/12 and 11/12	0	not present
Y	0	0.99	present
	6/12	0	not present
	3/12 and 9/12	0	not present
	4/12 and 8/12	0	not present
	2/12 and 10/12	0	not present
	5/12 and 7/12	0	not present
	1/12 and 11/12	0	not present

	Frequency	P-Value	Cointegration
X, Y	0	0	present
	6/12	0.67	not present
	3/12 and 9/12	0.63	not present
	4/12 and 8/12	0.29	not present
	2/12 and 10/12	0.17	not present
	5/12 and 7/12	0.01	(present)
	1/12 and 11/12	0.75	not present

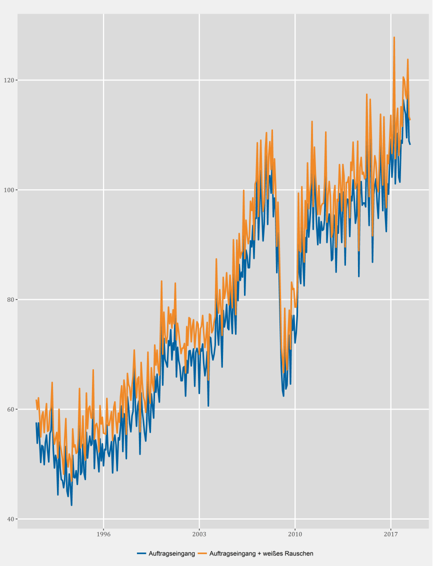


Ergebnisse

Auftragseingang und Auftragseingang + weißes Rauschen

	Frequency	P-Value	Integration
X	0	0.99	present
	6/12	0.17	present
	3/12 and 9/12	0.30	present
	4/12 and 8/12	0.25	present
	2/12 and 10/12	0.17	present
	5/12 and 7/12	0	not present
	1/12 and 11/12	0.001	not present
Y	0	0.99	present
	6/12	0.26	present
	3/12 and 9/12	0.13	present
	4/12 and 8/12	0.04	not present
	2/12 and 10/12	0.07	present
	5/12 and 7/12	0	not present
	1/12 and 11/12	0.01	not present

	Frequency	P-Value	Cointegration
X, Y	0	0	present
	6/12	0.59	not present
	3/12 and 9/12	0.03	present
	4/12 and 8/12	0.60	not present
	2/12 and 10/12	0.04	present
	5/12 and 7/12	0.52	not present
	1/12 and 11/12	0.43	not present

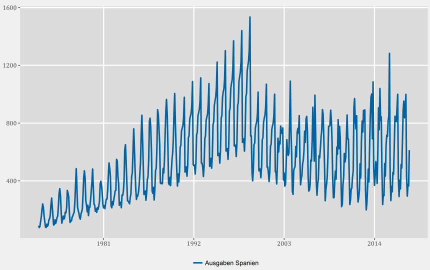


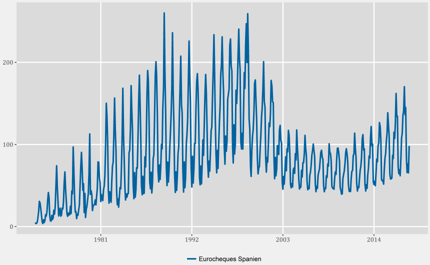
Ergebnisse

Ausgaben und Eurocheques in Spanien

	Frequency	P-Value	Integration
X	0	0.38	present
	6/12	0.19	present
	3/12 and 9/12	0.28	present
	4/12 and 8/12	0.14	present
	2/12 and 10/12	0.21	present
	5/12 and 7/12	0.06	present
	1/12 and 11/12	0.98	present
Y	0	0.45	present
	6/12	0.01	not present
	3/12 and 9/12	0.01	not present
	4/12 and 8/12	0.01	not present
	2/12 and 10/12	0.27	present
	5/12 and 7/12	0.11	present
	1/12 and 11/12	0.92	present

	Frequency	P-Value	Cointegration
X, Y	0	1	not present
	6/12	0.92	not present
	3/12 and 9/12	0.03	(present)
	4/12 and 8/12	0.09	not present
	2/12 and 10/12	0.04	present
	5/12 and 7/12	0.15	not present
	1/12 and 11/12	0.43	not present





Einschränkungen

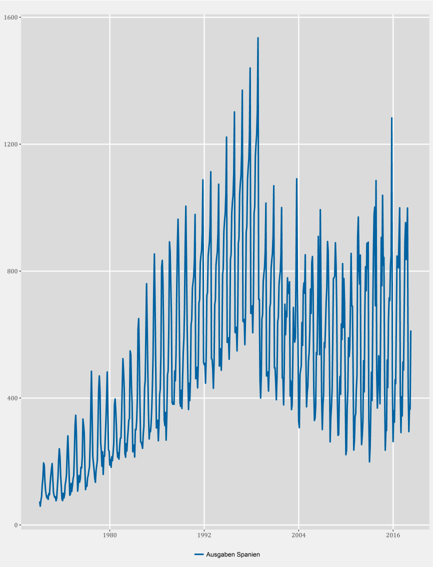
Asymmetrie

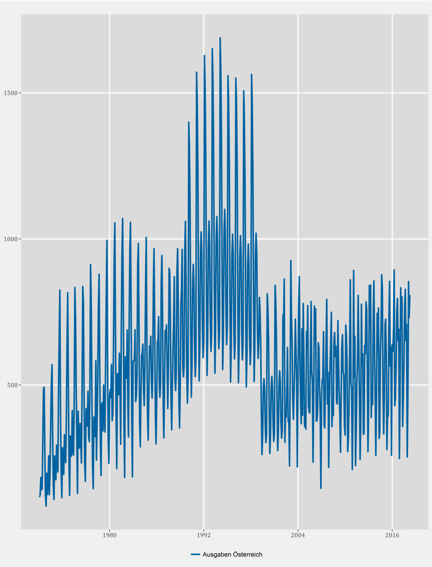
- Der EGHL Test ist asymmetrisch.
  $\rightarrow$ Ob in der Hauptregression X auf Y oder Y auf X regressiert wird kann in unterschiedlichen Testentscheidungen resultieren.

Mögliche Erklärung

- Hauptregression führt zu deutlich unterschiedlichen Residuen.
  $\rightarrow$ Dadurch unterschiedliche Teststatistiken von λ.
- Zusätzlich kann es dazu kommen, dass unterschiedliche Augmentationen gewählt werden.
  $\rightarrow$ Dadurch werden unterschiedliche Teststatistiken von λ verstärkt.

Ausgaben Spanien und Ausgaben Österreich





Ergebnisse

Ausgaben Spanien und Ausgaben Österreich

$X \triangleq$ **Ausgaben Spanien und** $Y \triangleq$ **Ausgaben Österreich**

	Frequency	P-Value	Integration
	0	0.36	present
	6/12	0.17	present
	3/12 and 9/12	0.26	present
X	4/12 and 8/12	0.12	present
	2/12 and 10/12	0.22	present
	5/12 and 7/12	0.06	present
	1/12 and 11/12	0.97	present
	0	0.43	present
	6/12	0.03	not present
	3/12 and 9/12	0.04	not present
Y	4/12 and 8/12	0.08	present
	2/12 and 10/12	0.67	present
	5/12 and 7/12	0.25	present
	1/12 and 11/12	0.04	not present

	Frequency	P-Value	Cointegration
	0	1	not present
	6/12	1	not present
	3/12 and 9/12	0.02	(present)
X, Y	4/12 and 8/12	0.91	not present
	2/12 and 10/12	0.67	not present
	5/12 and 7/12	0.73	not present
	1/12 and 11/12	0.06	not present

$X \triangleq$ **Ausgaben Österreich und** $Y \triangleq$ **Ausgaben Spanien**

	Frequency	P-Value	Integration
	0	0.43	present
	6/12	0.03	not present
	3/12 and 9/12	0.04	not present
X	4/12 and 8/12	0.08	present
	2/12 and 10/12	0.67	present
	5/12 and 7/12	0.25	present
	1/12 and 11/12	0.04	not present
	0	0.36	present
	6/12	0.17	present
	3/12 and 9/12	0.26	present
Y	4/12 and 8/12	0.12	present
	2/12 and 10/12	0.22	present
	5/12 and 7/12	0.06	present
	1/12 and 11/12	0.97	present

	Frequency	P-Value	Cointegration
	0	1	not present
	6/12	0	(present)
	3/12 and 9/12	0.02	(present)
X, Y	4/12 and 8/12	0.02	present
	2/12 and 10/12	0.20	not present
	5/12 and 7/12	0.04	present
	1/12 and 11/12	0.06	not present

Ergebnisse

Ausgaben Spanien und Ausgaben Österreich

$X \triangleq$ **Ausgaben Spanien und** $Y \triangleq$ **Ausgaben Österreich**

	Frequency	P-Value	Integration
X	0	0.36	present
	6/12	0.17	present
	3/12 and 9/12	0.26	present
	4/12 and 8/12	0.12	present
	2/12 and 10/12	0.22	present
	5/12 and 7/12	0.06	present
	1/12 and 11/12	0.97	present
Y	0	0.43	present
	6/12	0.03	not present
	3/12 and 9/12	0.04	not present
	4/12 and 8/12	0.08	present
	2/12 and 10/12	0.67	present
	5/12 and 7/12	0.25	present
	1/12 and 11/12	0.04	not present

	Frequency	P-Value	Cointegration
X, Y	0	1	not present
	6/12	1	not present
	3/12 and 9/12	0.02	(present)
	4/12 und 8/12	0.91	not present
	2/12 and 10/12	0.67	not present
	5/12 and 7/12	0.73	not present
	1/12 and 11/12	0.06	not present

$X \triangleq$ **Ausgaben Österreich und** $Y \triangleq$ **Ausgaben Spanien**

	Frequency	P-Value	Integration
X	0	0.43	present
	6/12	0.03	not present
	3/12 and 9/12	0.04	not present
	4/12 and 8/12	0.08	present
	2/12 and 10/12	0.67	present
	5/12 and 7/12	0.25	present
	1/12 and 11/12	0.04	not present
Y	0	0.36	present
	6/12	0.17	present
	3/12 and 9/12	0.26	present
	4/12 and 8/12	0.12	present
	2/12 and 10/12	0.22	present
	5/12 and 7/12	0.06	present
	1/12 and 11/12	0.97	present

	Frequency	P-Value	Cointegration
X, Y	0	1	not present
	6/12	0	(present)
	3/12 and 9/12	0.02	(present)
	4/12 and 8/12	0.02	present
	2/12 and 10/12	0.20	not present
	5/12 and 7/12	0.04	present
	1/12 and 11/12	0.06	not present

Ausblick

- Gibt es eine Möglichkeit mit der Asymmetrie des EGHL Tests sinnvoll umzugehen?
- Wie genau sehen die Unterschiede in den Residuen der Testregression a) des EGHL Tests aus?
- Kann ein saisonaler Kointergationstest für Monatsdaten überhaupt im Detail zwischen den saisonalen Frequenzen unterscheiden?

Literatur

- Beaulieu, J. J. Miron, J. A. (1993): Seasonal unit roots in aggregate U.S. data. Journal of Econometrics 55, 305-328.
- Beenstock, M.; Goldin, E. Nabot, D. (1999): The demand for electricity in Isreal. Energy Economics 21, 168-183.
- Engle, R. F.; Granger, C. W. J.; Hylleberg, S. Lee, H. S. (1993): Seasonal Cointegration. The Japanese Consumption Function. Journal of Econometrics 55 (1), 275-298.
- Hylleberg, S.; Engle, R. F.; Granger, C. W. Yoo, B. S. (1990): Seasonal integration and cointegration. Journal of Econometrics 44 (1), 215-238.
- Rodrigues, P. Osborn, D. (2010): Performance of seasonal unit root tests for monthly data. Journal of Applied Statistics 26, 985-1004.

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!