**Каракозова Регина, 2 ФИТ 7/2**

**Лабораторная работа №3. Метод ветвей и границ. Задача коммивояжера и методы ее решения**

**Цель работы:** освоить общие принципы решения задач методом ветвей и границ, решить задачу о коммивояжере данным методом, сравнить полученное решение задачи с комбинаторным методом перестановок.

1. **Сформулировать условие задачи коммивояжера с параметром.**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **1** |  | 16 | 29 |  | 8 |
| **2** | 8 |  | 23 | 60 | 76 |
| **3** | 10 | 24 |  | 86 | 57 |
| **4** | 25 | 50 | 32 |  | 24 |
| **5** | 85 | 74 | 52 | 21 |  |

**Вариант-8**

1. **Решить сформулированную задачу методом ветвей и границ.**

Находим минимальное значение в каждой строке (min) и выписываем его в отдельный столбец:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |  |
| **1** |  | 16 | 29 |  | 8 | 8 |
| **2** | 8 |  | 23 | 60 | 76 | 8 |
| **3** | 10 | 24 |  | 86 | 57 | 10 |
| **4** | 25 | 50 | 32 |  | 24 | 24 |
| **5** | 85 | 74 | 52 | 21 |  | 21 |
|  |  |  |  |  | Сумма: | 71 |

Производим редукцию строк – из каждого элемента в строке вычитаем соответствующее значение найденного минимума (min) и находим минимальные значения в каждом столбце:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |  |
| **1** |  | 8 | 21 |  | 0 |  |
| **2** | 0 |  | 15 | 52 | 68 |  |
| **3** | 0 | 14 |  | 76 | 47 |  |
| **4** | 1 | 26 | 8 |  | 0 |  |
| **5** | 64 | 53 | 31 | 0 |  |  |
|  | 0 | 8 | 8 | 0 | 0 | Сумма:16 |

Вычитаем из каждого элемента матрицы соответствующее ему минимальные значения в каждом столбце (min):

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **1** |  | 0 | 13 |  | 0 |
| **2** | 0 |  | 7 | 52 | 68 |
| **3** | 0 | 6 |  | 76 | 47 |
| **4** | 1 | 18 | 0 |  | 0 |
| **5** | 64 | 45 | 23 | 0 |  |

ϕ=71+16=87-нижняя граница длины маршрута

**Шаг №1.**

**Определяем ребро ветвления** и разобьем все множество маршрутов относительно этого ребра на два подмножества (i,j) и (i\*,j\*).

С этой целью для всех клеток матрицы с нулевыми элементами заменяем поочередно нули на М(бесконечность) и для каждой нулевой клетки получившейся преобразованной матрицы находим «оценку»(min vertical+min gorizintal). Полученную оценку записываем в скобках:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **1** |  | 0(6) | 13 |  | 0(0) |
| **2** | 0(7) |  | 7 | 52 | 68 |
| **3** | 0(6) | 6 |  | 76 | 31 |
| **4** | 1 | 18 | 0(7) |  | 0(0) |
| **5** | 64 | 29 | 23 | 0(75) |  |

**Исключение ребра**. проводим путем замены элемента d54 = 0 на , после чего осуществляем очередное приведение матрицы расстояний для образовавшегося подмножества (5\*,4\*), в результате получим редуцированную матрицу.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |  |
| **1** |  | 0(6) | 13 |  | 0(0) | 0 |
| **2** | 0(7) |  | 7 | 52 | 68 | 0 |
| **3** | 0(6) | 6 |  | 76 | 31 | 0 |
| **4** | 1 | 18 | 0(7) |  | 0(0) | 0 |
| **5** | 64 | 29 | 23 |  |  | 23 |
|  | 0 | 0 | 0 | 52 | 0 | 75 |

Нижняя граница этого подмножества:

H(5\*,4\*) = 87 + 75 = 162

**Включение ребра** (5,4) проводится путем исключения всех элементов 5-ой строки и 4-го столбца, в которой элемент d45 заменяем на М. В результате получим другую сокращенную матрицу (4 x 4), которая подлежит операции приведения.

После операции приведения сокращенная матрица будет иметь вид:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **5** |  |
| **1** |  | 0(6) | 13 | 0(0) | 0 |
| **2** | 0(7) |  | 7 | 68 | 0 |
| **3** | 0(6) | 6 |  | 31 | 0 |
| **4** | 1 | 18 | 0(7) | 0(0) | 0 |
|  | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Сумма констант приведения сокращенной матрицы: ∑di + ∑dj = 0

Нижняя граница подмножества (5,4) равна: H(5,4) = 87 + 0 = 87 ≤ 162

Поскольку нижняя граница этого подмножества (5,4) меньше, чем подмножества (5\*,4\*), то ребро (5,4) включаем в маршрут с новой границей H = 87.

**Шаг №2.**

**Определяем ребро ветвления**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **5** |  |
| **1** |  | 0(6) | 13 | 0(31) | 0 |
| **2** | 0(7) |  | 7 | 68 | 0 |
| **3** | 0(6) | 6 |  | 31 | 0 |
| **4** | 1 | 18 | 0(8) |  | 0 |
|  | 0 | 6 | 8 | 31 | 0 |

Наибольшая сумма констант приведения равна (0 + 31) = 31 для ребра (1,5).

**Исключение ребра** (1,5).

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **5** |  |
| **1** |  | 0 | 13 |  | 0 |
| **2** | 0 |  | 7 | 68 | 0 |
| **3** | 0 | 6 |  | 31 | 0 |
| **4** | 1 | 18 | 0 |  | 0 |
|  | 0 | 6 | 8 | 31 | 0 |

Нижняя граница этого подмножества: H(1\*,5\*) = 87 + 45 = 132.

**Включение ребра** (1,5) проводится путем исключения всех элементов 1-ой строки и 5-го столбца, в которой элемент d51 заменяем на М. В результате получим другую сокращенную матрицу (3 x 3), которая подлежит операции приведения. После операции приведения сокращенная матрица будет иметь вид:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** |  |
| **2** | 0 |  | 7 | 0 |
| **3** | 0 | 6 |  | 0 |
| **4** | 1 | 18 | 0 | 0 |
|  | 0 | 6 | 0 | 6 |

Сумма констант приведения сокращенной матрицы: ∑di + ∑dj = 6

Нижняя граница подмножества (1,5) равна: H(1,5) = 87 + 9 = 93 ≤ 132

Чтобы исключить подциклы, запретим следующие переходы: (4,1).

Поскольку нижняя граница этого подмножества (1,5) меньше, чем подмножества (1\*,5\*), то ребро (1,5) включаем в маршрут с новой границей H = 93.

**Шаг №3.**

**Определяем ребро ветвления.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** |
| **2** | 0(7) |  | 7 |
| **3** | 0(6) | 6 |  |
| **4** | 1 | 18 | 0(8) |

Наибольшая сумма констант приведения равна (1 + 7) = 8 для ребра (4,3).

**Исключение ребра** (4,3).

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** |  |
| **2** | 0(7) |  | 7 | 0 |
| **3** | 0(6) | 6 |  | 0 |
| **4** | 1 | 18 |  | 1 |
|  | 0 | 6 | 7 |  |

Нижняя граница этого подмножества:

H(4\*,3\*) = 87 + 14 = 101.

**Включение ребра** (4,3) проводится путем исключения всех элементов 4-ой строки и 3-го столбца, в которой элемент d34 заменяем на М.

В результате получим другую сокращенную матрицу (2 x 2), которая подлежит операции приведения.

После операции приведения сокращенная матрица будет иметь вид:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** |  |
| **2** | 0 |  | 0 |
| **3** | 0 | 6 | 0 |
|  | 0 | 0 |  |

Сумма констант приведения сокращенной матрицы: ∑di + ∑dj = 0

Нижняя граница подмножества (4,3) равна: H(4,3) = 87 + 6 = 93 ≤ 101

Поскольку нижняя граница этого подмножества (4,3) меньше, чем подмножества (4\*,3\*), то ребро (4,3) включаем в маршрут с новой границей H = 93.

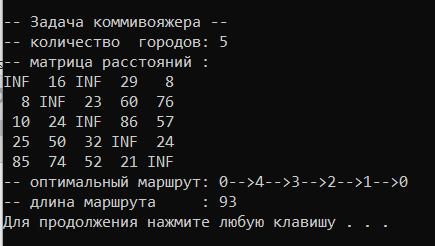
В соответствии с этой матрицей включаем в маршрут ребра (2,1) и (3,2).

В результате по дереву ветвлений цикл образуют ребра:

(5,4), (4,3), (3,2), (2,1), (1,5),

Длина маршрута равна 93.

**3.Проверить полученное решение при помощи генератора перестановок (см. лаб. 2, задание 5.1.) и включить копию экрана с решением в отчет.**



**Вывод**: в ходе лабораторной работы я освоила общие принципы решения задач методом ветвей и границ, решила задачу о коммивояжере данным методом, сравнила полученное решение задачи с комбинаторным методом перестановок.