

[BÀI TẬP TUẦN 9]

Bài tập 1:

1.1 Cho hệ phương trình sau:

$$\begin{array}{rrcr} x & -2y & +3z & = & 9 \\ -x & +3y & & = & -4 \\ 2x & -5y & +5z & = & 17 \end{array}$$

Dùng lệnh `help rref` tìm hiểu về lệnh `rref` và dùng lệnh này giải hệ trên.

1.2 Viết hệ phương trình tuyến tính sau dưới $AX = B$, và giải hệ bằng lệnh `X = A \ B`

$$\begin{array}{rrcr} 3x & +3y & +4z & = & 2 \\ x & +y & +4z & = & -2 \\ 2x & -5y & +4z & = & 3 \end{array}$$

Kiểm tra kết quả lại với lệnh `rref`

Bài tập 2: Vẽ đồ thị, xác định giao điểm và đánh dấu vào hình của :

a. Hai đồ thị $f(x) = x \sin(x)$, $g(x) = x \cos(x)$

b. Đồ thị sau

$$\begin{cases} x = 5(\cos(t) + t \sin(t)) \\ y = 5(\sin(t) - t \cos(t)) \end{cases}$$

và đường thẳng $y = x$, với $t \in [-20, 20]$

Bài tập 3: Sử dụng quy tắc Cramer để giải hệ $Ax = b$. Cho

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 3 & -5 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 10 \\ 11 \end{bmatrix}$$

Dùng những câu lệnh sau:

```
x = zeros(2,1);  
A1 = A;  
A1(:, [1]) = b;  
x(1) = det(A1)/det(A);  
  
A2 = A;  
A2(:, [2]) = b;  
x(2) = det(A2)/det(A);
```

Áp dụng Cramer giải hệ sau:

$$\begin{array}{rrcr} 3x & +3y & +4z & = & 2 \\ x & +y & +4z & = & -2 \\ 2x & -5y & +4z & = & 3 \end{array}$$

Bài tập 4: Áp dụng lệnh ở **Bài tập 3** (có thể biến đổi lệnh áp dụng cho ma trận A cấp n bất kỳ thì càng tốt) giải hệ sau:

a.

$$\begin{array}{rrrrcr} x_1 & +3x_2 & +3x_3 & -2x_4 & = & 6 \\ 2x_1 & -x_2 & -2x_3 & -3x_4 & = & 4 \\ 3x_1 & +2x_2 & -x_3 & +2x_4 & = & 4 \\ 2x_1 & -3x_2 & +2x_3 & +x_4 & = & -8 \end{array}$$

b.

$$\begin{array}{rrrrrrcr} x_1 & +3x_2 & +5x_3 & -4x_4 & & & = & 1 \\ x_1 & +3x_2 & +2x_3 & -2x_4 & +x_5 & & = & -1 \\ x_1 & -2x_2 & +x_3 & -x_4 & -x_5 & & = & 3 \\ x_1 & -4x_2 & +x_3 & +x_4 & -x_5 & & = & 3 \\ x_1 & +2x_2 & +x_3 & -x_4 & +x_5 & & = & -1 \end{array}$$

Bài tập 5: Ta có thể tìm ma trận khả nghịch bằng cách biến đổi sơ cấp $(A|I) \longrightarrow (I|A^{-1})$. Tạo ngẫu nhiên ma trận A là ma trận vuông có 25 phần tử thuộc \mathbb{R}

- Kiểm tra ma trận A có khả nghịch hay không, nếu không thì cho lại ma trận ngẫu nhiên khác.
- Xác định ma trận nghịch đảo của A bằng phép biến đổi sơ cấp trên dòng.
- Xác định ma trận nghịch đảo của A bằng hàm `inv`

Bài tập 6: Vẽ các mặt tham số sau:

- $\mathbf{r}(R, \theta) = (R \cos(\theta), R \sin(\theta), R^2 + 1), \quad 0 \leq R \leq 4, 0 \leq \theta \leq 2\pi$
- $\mathbf{r}(u, v) = (\sqrt{1+4v^2} \cos(u), v, \sqrt{1+4v^2} \sin(u)), \quad -1 \leq v \leq 1, 0 \leq u \leq 2\pi$
- $\mathbf{r}(y, t) = ((2 + \sin(y)) \cos(t), y, (2 + \sin(y)) \sin(t)), \quad 0 \leq y \leq 4\pi, 0 \leq t \leq 2\pi$
- $\mathbf{r}(u, v) = (\frac{\cos(u)}{4} + \cos(v), \frac{\sin(u)}{4} + \sin(v), v), \quad 0 \leq u \leq 2\pi, 0 \leq v \leq 4\pi$

Bài tập 7: Tìm đạo hàm riêng

$$\frac{\partial f}{\partial x}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}, \quad \frac{\partial f}{\partial y}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2},$$

của các hàm sau:

a/ $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 + y$

b/ $f(x, y) = xe^{-2x^2-2y^2}$

c/ $f(x, y) = e^x \cos y$

Bài tập 8: Tính các tích phân sau:

a) $\int \sqrt{1-x^2} dx$

b) $\int \sin(\sqrt{x}) dx$

c) $\int_0^1 \int_x^1 \cos(y^2) dy dx$

d) $\int_0^1 \int_{\sqrt{y}}^1 \frac{ye^{x^2}}{x^3} dx dy$

Bài tập 9: Cho vector $u = [u_1(x, y, z), u_2(x, y, z), u_3(x, y, z)]$, ma trận Jacobi có công thức sau:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial x} & \frac{\partial u_1}{\partial y} & \frac{\partial u_1}{\partial z} \\ \frac{\partial u_2}{\partial x} & \frac{\partial u_2}{\partial y} & \frac{\partial u_2}{\partial z} \\ \frac{\partial u_3}{\partial x} & \frac{\partial u_3}{\partial y} & \frac{\partial u_3}{\partial z} \end{bmatrix}$$

Tìm ma trận Jacobi của các vector u sau:

a/ $u = [\sin(x) + \cos(y), x^2 + 3x - 4, \ln x + y^2 + \sqrt{z}]$

b/ $u = [5x^3 - x^2y^2 + \tan(x), e^{x^2+y^2+z^2}, x^3yx^2 - x^2y - x^3z]$

Bài tập 10: Ta có thể tính diện tích của một miền D cho trước bằng tích phân bội sau:

$$A(D) = \int \int_D 1 dA$$

a) Cho D là miền giới hạn bởi $y = 2x^2$ và $y = 1 + x^2$

b) Cho D là miền giới hạn bởi $y = 2x$ và $y = x^2$