

# THỰC HÀNH TOÁN RỜI RẠC 2021

## BÀI TẬP BỔ SUNG 1

19110522 – Bùi Thị Thanh Xuân

❖ Vẽ bảng chân trị cho các mệnh đề sau:

1.  $(p \vee r) \rightarrow (r \vee \sim p)$

p	r	$\sim p$	$(p \vee r)$	$(r \vee \sim p)$	$(p \vee r) \rightarrow (r \vee \sim p)$
T	T	F	T	T	T
T	F	F	T	F	F
F	T	T	T	T	T
F	F	T	F	T	T

2.  $\sim(\sim p \wedge \sim q)$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$(\sim p \wedge \sim q)$	$\sim(\sim p \wedge \sim q)$
T	T	F	F	F	T
T	F	F	T	F	T
F	T	T	F	F	T
F	F	T	T	T	F

3.  $(p \wedge q) \rightarrow \sim q$

p	q	$\sim q$	$(p \wedge q)$	$(p \wedge q) \rightarrow \sim q$
T	T	F	T	F
T	F	T	F	T
F	T	F	F	T
F	F	T	F	T

❖ Xét suy luận sau đây có đúng hay không? Trình bày chi tiết các bước và luật sử dụng trong suy luận:

Xuyên suốt bài làm em có dùng tương đương logic:  $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$

Chứng minh điều này bằng bảng chân trị :

p	q	$\sim p$	$\sim p \vee q$	$p \rightarrow q$
T	T	F	T	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	F	T	T	T

Cột 4,5 cùng giống nhau nên nó tương đương logic với nhau.

Đặt  $p \rightarrow q \equiv \sim p \vee q$  là (\*) để dùng cho xuyên suốt bài làm.

$$4. \sim p \vee t$$

$$\sim q \rightarrow \sim r$$

$$\sim s \wedge p$$

$$t \vee s$$

$$\sim t \vee u$$

$$\text{Suy ra, } u \wedge q$$

(1)	$\sim p \vee t$	Giả thiết
(1')	$p \rightarrow t$	(*)
(2)	$\sim q \rightarrow \sim r$	Giả thiết
(2')	$\sim q \rightarrow \sim r \equiv \sim(q \rightarrow r) \equiv \sim(\sim q \vee r)$	(*)
(2'')	$(q \wedge \sim r)$	De Morgan's laws
(2''')	$q$	Simplification
(2''''')	$\sim r$	Simplification
(3)	$\sim s \wedge p$	Giả thiết
(3')	$\sim s$	Simplification
(3'')	$p$	Simplification
(4)	$t \vee s$	Giả thiết
(4')	$\sim t \rightarrow s$	(*)
(5)	$\sim t \vee u$	Giả thiết
(5')	$t \rightarrow u$	(*)
(1'),(3'') suy ra (6)	$t$	Modus ponens
(3'), (4') suy ra (7)	$t$	Modus tollens
(6),(7) suy ra (8)	$t \wedge t \equiv t$	Idempotent laws
(5'),(8) suy ra(9)	$u$	Modus ponens
(2'''),(9) suy ra (10)	$u \wedge q$	Conjunction. ĐCM. Vậy kết luận: suy luận đúng

$$5. \sim(p \vee q)$$

$$r \rightarrow q$$

$$r \vee s$$

$$\sim s \vee t$$

$$\text{Suy ra, } \sim p \wedge t$$

(1)	$\sim(p \vee q)$	Giả thiết
	$\sim p \wedge \sim q$	De Morgan's Laws

(1')	$\sim p$	Simplification
(1'')	$\sim q$	Simplification
(2)	$r \rightarrow q$	Giả thiết
(1'') và (2) suy ra (2')	$\sim r$	Modus Tollens
(3)	$r \vee s$	Giả thiết
(3')	$\sim r \rightarrow s$	(*)
(2') và (3') suy ra (3'')	$s$	Modus Ponens
(4)	$\sim s \vee t$	Giả thiết
(4')	$s \rightarrow t$	(*)
(3'') và (4') suy ra (5)	$t$	Modus Ponens
(1'), (5)	$\sim p \wedge t$	Conjunction ĐCM. Vậy kết luận: suy luận đúng

6.  $\sim(p \vee q) \rightarrow r \vee s$

$q \rightarrow (u \wedge t)$

$u \rightarrow p$

$\sim s$

Suy ra,  $q \rightarrow r$

(1)	$\sim(p \vee q) \rightarrow r \vee s$	Giả thiết
(1')	$(\sim p \wedge \sim q) \rightarrow r \vee s$	De Morgan's laws
(1'')	$\sim p \rightarrow r \vee s$	Simplification: $(\sim p \wedge \sim q) \rightarrow \sim p$
(1''')	$p \vee (r \vee s)$	(*)
(1''')	$s \vee (p \vee r) \equiv \sim s \rightarrow (r \vee p)$	(*)
(2)	$q \rightarrow (u \wedge t)$	Giả thiết
(2')	$q \rightarrow u$	Simplification: $(u \wedge t) \rightarrow u$
(3)	$u \rightarrow p$	Giả thiết
(2') và (3) suy ra (4)	$q \rightarrow p$	Hypothetical syllogism
(4')	$\sim q \vee p$	(*)
(5)	$\sim s$	Giả thiết
(1''') và (5) suy ra (6)	$r \vee p$	Modus Ponens
(4') và (6) suy ra (7)	$p \vee (r \wedge \sim q)$	(Distributive laws) Vậy kết luận: Suy luận sai (không được chứng minh)

❖ Các cặp mệnh đề sau đây có tương đương logic không?

7.

**Mệnh đề 1:**  $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$

**Mệnh đề 2:**  $(p \wedge q) \rightarrow r$

Cách 1: Dùng bảng chân trị

p	q	r	$(p \rightarrow r)$	$(q \rightarrow r)$	$(p \wedge q)$	$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$	$(p \wedge q) \rightarrow r$
F	F	F	T	T	F	T	T
F	F	T	T	T	F	T	T
F	T	F	T	F	F	F	T
F	T	T	T	T	F	T	T
T	F	F	F	T	F	F	T
T	F	T	T	T	F	T	T
T	T	F	F	F	T	F	F
T	T	T	T	T	T	T	T

Cột 7,8 không giống nhau nên hai mệnh đề không tương đương logic

Cách 2: Dùng các luật suy diễn:

$(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)$

$\equiv (\sim p \vee r) \wedge (\sim q \vee r)$  (\*)

$\equiv (\sim p \wedge \sim q) \vee r$  (Distributive laws)

$\equiv \sim(p \vee q) \vee r$  (De Morgan's laws)

$\equiv (p \vee q) \rightarrow r$  (\*)

Nhận thấy, mệnh đề 1 không tương đương mệnh đề 2 :  $(p \wedge q) \rightarrow r$

8.

**Mệnh đề 3:**  $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$

**Mệnh đề 4:**  $p \rightarrow (q \wedge r)$

Cách 1: Dùng bảng chân trị

p	q	r	$(p \rightarrow q)$	$(p \rightarrow r)$	$(q \wedge r)$	$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$	$p \rightarrow (q \wedge r)$
F	F	F	T	T	F	T	T
F	F	T	T	T	F	T	T
F	T	F	T	T	F	T	T
F	T	T	T	T	T	T	T
T	F	F	F	F	F	F	F
T	F	T	F	T	F	F	F
T	T	F	T	F	F	F	F
T	T	T	T	T	T	T	T

Cột 7,8 giống nhau suy ra 2 mệnh đề 3,4 tương đương logic

Cách 2: Dùng các luật suy diễn:

$$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$$

$$\equiv (\sim p \vee q) \wedge (\sim p \vee r) \quad (*)$$

$$\equiv (\sim p) \vee (q \wedge r) \quad (\text{Distributive laws})$$

$$\equiv p \rightarrow (q \wedge r) \quad (*) \text{ ĐCCM}$$

❖ **Không dùng bảng chân trị, chứng minh các mệnh đề sau đây luôn đúng:**

9.  $[p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow q$

$[p \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow q$	Giả thiết
$\equiv \sim [p \wedge (p \rightarrow q)] \vee q$	(*)
$\equiv [\sim p \vee \sim (p \rightarrow q)] \vee q$	De Morgan's Laws
$\equiv \sim (p \rightarrow q) \vee (\sim p \vee q)$	Associative laws
$\equiv \sim (p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow q)$	Negation Laws
$\equiv T$	ĐCCM

10.  $[(p \vee q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow r$

$[(p \vee q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow r$	Giả thiết
--	-----------

$\equiv \sim[(\mathbf{p} \vee \mathbf{q}) \wedge (\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{r}) \wedge (\mathbf{q} \rightarrow \mathbf{r})] \vee \mathbf{r}$	(*)
$\equiv \sim[(\sim \mathbf{p} \rightarrow \mathbf{q}) \wedge (\mathbf{q} \rightarrow \mathbf{r}) \wedge (\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{r})] \vee \mathbf{r}$	(*)
$\equiv \sim[(\sim \mathbf{p} \rightarrow \mathbf{r}) \wedge (\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{r})] \vee \mathbf{r}$	Hypothetical syllogism
$\equiv \sim[(\mathbf{p} \vee \mathbf{r}) \wedge (\sim \mathbf{p} \vee \mathbf{r})] \vee \mathbf{r}$	(*),Resolution
$\equiv \sim(\mathbf{r} \vee \mathbf{r}) \vee \mathbf{r}$	Idempotent laws
$\equiv \sim(\mathbf{r}) \vee \mathbf{r}$	Negation Laws
$\equiv \mathbf{T}$	DCCM