

Interpolacja Lagrange'a z optymalizacją położenia węzłów.

Tomasz Chwiej

16 kwietnia 2018

Naszym zadaniem jest znalezienie wielomianu interpolacyjnego Lagrange'a ($W_n(x)$) dla funkcji:

$$f(x) = \exp(-x^2) \quad (1)$$

w przedziale $x \in [-5, 5]$. Zadania do wykonania

1. Zaprogramować na komputerze metodę wyznaczającą przybliżoną wartość funkcji w położeniu międzywęzłowym wykorzystując wielomian interpolacyjny Lagrange'a. Argumentami niech będą: wektor węzłów, wektor wartości funkcji w węzłach, stopień wielomianu (zawsze o jeden niższy niż liczba węzłów) oraz wartość x dla którego wyliczamy wartość funkcji. Węzły indeksujemy od 0 tj. określamy x_m dla:

$$m = 0, 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

Czyli dla $(n + 1)$ węzłów poszukujemy wielomianu stopnia n .

2. Przeprowadzić interpolację funkcji (1) dla $n = 5, 10, 15, 20$. Węzły mają być równoodległe. Pierwszy i ostatni węzeł mają wyznaczać krańce przedziału interpolacji. Dla każdego n proszę sprządzić wykresy funkcji (1) oraz wielomianu interpolacyjnego na jednym rysunku.
3. Optymalizujemy położenia węzłów. Określamy położenia węzłów jako zera wielomianów Czebyszewa:

$$x_m = \frac{1}{2} \left[(x_{max} - x_{min}) \cos \left(\pi \frac{2m + 1}{2n + 2} \right) + (x_{min} + x_{max}) \right] \quad (3)$$

gdzie: $m = 0, 1, \dots, n$, natomiast $(n+1)$ jest całkowitą liczbą węzłów oraz stopniem wielomianu Czebyszewa. Po optymalizacji położenia węzłów proszę powtórzyć interpolację dla tych samych wartości n co w punkcie 2. Sporządzić wykresy funkcji $f(x)$ oraz $W_n(x)$ na jednym rysunku.