Metody numeryczne – wyniki, laboratorium nr 4, grupa 6

Wyznaczanie wartości i wektorów własnych macierzy symetrycznej

Ad 1.3. Macierz przekształcenia Householdera:

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 0.127995 & 0.473318 & 0.748056 & -0.447214 & 0 \\ -0.559029 & -0.639797 & 0.21169 & -0.483046 & 0 \\ 0.75337 & -0.341655 & -0.221449 & -0.516398 & 0 \\ -0.321774 & 0.499901 & -0.588694 & -0.547723 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ad 1.5. Wartości własne macierzy **A** (identyczne jak dla **T**):

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -2.4575\text{e}{-07}, \\ \lambda_2 &= -7.34517\text{e}{-05}, \\ \lambda_3 &= -0.00511678, \\ \lambda_4 &= -0.381893, \\ \lambda_5 &= 12.2415. \end{aligned}$$

Wektory własne $\vec{y}_k$ macierzy **T** dla odpowiednich wartości λ_k:

$$\vec{y}_1 = \begin{pmatrix} -0.860161 \\ 0.371571 \\ -0.216227 \\ -0.137207 \\ -0.23765 \end{pmatrix}, \quad \vec{y}_2 = \begin{pmatrix} -0.509986 \\ -0.618499 \\ 0.369873 \\ 0.234827 \\ 0.406723 \end{pmatrix}, \quad \vec{y}_3 = \begin{pmatrix} -0.00604528 \\ -0.692329 \\ -0.436638 \\ -0.287573 \\ -0.497285 \end{pmatrix},$$

$$\vec{y}_4 = \begin{pmatrix} 1.00407\text{e}{-06} \\ 0.00861619 \\ 0.790691 \\ -0.332559 \\ -0.513943 \end{pmatrix}, \quad \vec{y}_5 = \begin{pmatrix} -2.99203\text{e}{-11} \\ 8.22916e{-06} \\ -0.024372 \\ -0.856 \\ 0.5164 \end{pmatrix}.$$

Ad 1.6. Wektory własne $\vec{x}_k$ macierzy **A** dla odpowiednich wartości λ_k:

$$\vec{x}_1 = \begin{pmatrix} -0.0346135 \\ 0.263629 \\ -0.656232 \\ 0.664969 \\ -0.23765 \end{pmatrix} \vec{x}_2 = \begin{pmatrix} -0.186354 \\ 0.645677 \\ -0.376067 \\ -0.49145 \\ 0.406723 \end{pmatrix} \vec{x}_3 = \begin{pmatrix} -0.526489 \\ 0.492809 \\ 0.477178 \\ 0.0704053 \\ -0.497285 \end{pmatrix} \vec{x}_4 = \begin{pmatrix} 0.744284 \\ 0.32251 \\ -0.00630781 \\ -0.279018 \\ -0.513943 \end{pmatrix} \vec{x}_5 = \begin{pmatrix} 0.364587 \\ 0.408323 \\ 0.447431 \\ 0.483203 \\ 0.5164 \end{pmatrix}$$

Ad 1.8.

$$\begin{aligned} \beta_1 &= -5.60687\text{e}{-07}, \\ \beta_2 &= -7.35992\text{e}{-05}, \\ \beta_3 &= -0.00511705, \\ \beta_4 &= -0.381893, \\ \beta_5 &= 12.2415. \end{aligned}$$

Uwaga: osoby, które znajdą w dokumentacji biblioteki Numerical Recipes sposób na uzyskanie od razu wektorów własnych $\vec{x}_k$ macierzy $\mathbf{A}$ przy pomocy funkcji `tqli` są zwolnione z obowiązku obliczania wektorów własnych $\vec{y}_k$ macierzy $\mathbf{T}$. Ponadto w takim przypadku wyniki zadania **1.8** będą się nieznacznie różnić od przedstawionych powyżej.

Wyniki pośrednie

- Macierz $\mathbf{A}$ według wzoru (1) z treści zadania:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1.41421 & 1.73205 & 2 & 2.23607 & 2.44949 \\ 1.73205 & 2 & 2.23607 & 2.44949 & 2.64575 \\ 2 & 2.23607 & 2.44949 & 2.64575 & 2.82843 \\ 2.23607 & 2.44949 & 2.64575 & 2.82843 & 3 \\ 2.44949 & 2.64575 & 2.82843 & 3 & 3.16228 \end{pmatrix}$$

- Macierz twójdiagonalna $\mathbf{T}$ (wartości diagonalne to kolejne elementy wektora `d` po wywołaniu funkcji `tred2`; wartości pod i nad diagonalą: elementy wektora `e` zaczynając od `e[2]`):

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} -1.94726e{-}05 & -4.45088e{-}05 & 0 & 0 & 0 \\ -4.45088e{-}05 & -0.00250906 & -0.00413417 & 0 & 0 \\ 0 & -0.00413417 & -0.232471 & 0.355158 & 0 \\ 0 & 0 & 0.355158 & 8.92713 & -5.47723 \\ 0 & 0 & 0 & -5.47723 & 3.16228 \end{pmatrix}$$

- Niemal jedyne miejsce na błąd to wzór na β_k – jeśli wartości β_k wychodzą nieprawidłowe, to proszę go dokładnie sprawdzić. Np. proszę się upewnić, że w liczniku wzoru (10) używana jest **oryginalna macierz A** (jej wartości zostały utracone w wyniku działania `tred2`).