Metody numeryczne – wyniki, laboratorium nr 5, grupa 6

Diagonalizacja macierzy metodą potęgową

Uwaga: zaimplementowana metoda dla dwunastu iteracji zachowuje się dość niestabilnie. W zależności od błędu operacji zmiennoprzecinkowych niektóre wartości mogą się nieznacznie różnić od przedstawionych poniżej, ale co za tym idzie: **kolejność uzyskanych wartości i wektorów własnych może się różnić**. Poniższe wyniki uzyskano przy użyciu typu `double`.

Ad 1.2.

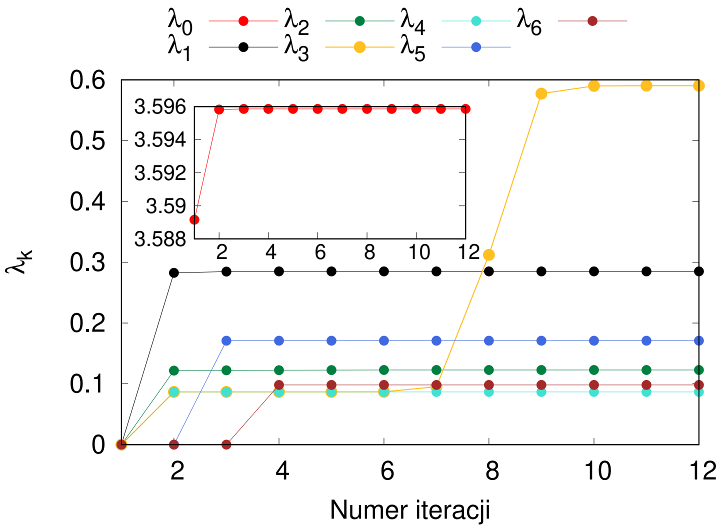
$$\vec{x}_0 = \begin{pmatrix} 0.352941 \\ 0.377935 \\ 0.392221 \\ 0.396889 \\ 0.392221 \\ 0.377935 \\ 0.352941 \end{pmatrix} \vec{x}_1 = \begin{pmatrix} 0.477239 \\ 0.164774 \\ -0.314852 \\ -0.540298 \\ -0.314852 \\ 0.164774 \\ 0.477239 \end{pmatrix} \vec{x}_2 = \begin{pmatrix} 0.361191 \\ -0.463966 \\ -0.14042 \\ 0.518765 \\ -0.14042 \\ -0.463967 \\ 0.36119 \end{pmatrix} \vec{x}_3 = \begin{pmatrix} -0.479159 \\ -0.446634 \\ -0.266307 \\ -3.98951\text{e}{-05} \\ 0.266379 \\ 0.446583 \\ 0.479179 \end{pmatrix}$$

$$\vec{x}_4 = \begin{pmatrix} 0.130873 \\ -0.337792 \\ 0.477129 \\ -0.531332 \\ 0.476855 \\ -0.338251 \\ 0.130381 \end{pmatrix} \vec{x}_5 = \begin{pmatrix} -0.449005 \\ 0.172676 \\ 0.518245 \\ -5.19045\text{e}{-10} \\ -0.518245 \\ -0.172676 \\ 0.449005 \end{pmatrix} \vec{x}_6 = \begin{pmatrix} 0.262282 \\ -0.520312 \\ 0.400604 \\ -9.77221\text{e}{-14} \\ -0.400604 \\ 0.520312 \\ -0.262282 \end{pmatrix}$$

Ad 1.3.

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \mathbf{3.59586} & -1.18905\text{e}{-13} & 2.16493\text{e}{-15} & 2.22045\text{e}{-16} & -2.22045\text{e}{-15} & 2.22045\text{e}{-16} & -2.22045\text{e}{-16} \\ -1.18898\text{e}{-13} & \mathbf{0.284988} & -6.25267\text{e}{-06} & -2.28247\text{e}{-12} & -3.81662\text{e}{-09} & -1.38778\text{e}{-17} & 6.93889\text{e}{-17} \\ 2.25861\text{e}{-15} & -6.25267\text{e}{-06} & \mathbf{0.122786} & -8.92259\text{e}{-07} & -0.000329107 & -3.06873\text{e}{-13} & -2.25514\text{e}{-17} \\ -2.77556\text{e}{-17} & -2.28245\text{e}{-12} & -8.92259\text{e}{-07} & \mathbf{0.59039} & -0.000296956 & -3.70259\text{e}{-14} & 1.38778\text{e}{-17} \\ -2.12417\text{e}{-15} & -3.81662\text{e}{-09} & -0.000329107 & -0.000296956 & \mathbf{0.0865959} & -2.45141\text{e}{-10} & -4.52416\text{e}{-15} \\ 1.66533\text{e}{-16} & -6.93889\text{e}{-18} & -3.06897\text{e}{-13} & -3.69496\text{e}{-14} & -2.45141\text{e}{-10} & \mathbf{0.170974} & -3.62189\text{e}{-08} \\ -2.84495\text{e}{-16} & 2.08167\text{e}{-17} & 1.73472\text{e}{-18} & -9.19403\text{e}{-17} & -4.48426\text{e}{-15} & -3.62189\text{e}{-08} & \mathbf{0.0981544} \end{pmatrix}$$

Ad 1.4.



Rysunek 1: Kolejne przybliżenia znalezionych wartości własnych λ_k w funkcji numeru iteracji.

Wyniki pośrednie

- Macierz wejściowa $\mathbf{A}$:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0.707107 & 0.57735 & 0.5 & 0.447214 & 0.408248 & 0.377964 & 0.353553 \\ 0.57735 & 0.707107 & 0.57735 & 0.5 & 0.447214 & 0.408248 & 0.377964 \\ 0.5 & 0.57735 & 0.707107 & 0.57735 & 0.5 & 0.447214 & 0.408248 \\ 0.447214 & 0.5 & 0.57735 & 0.707107 & 0.57735 & 0.5 & 0.447214 \\ 0.408248 & 0.447214 & 0.5 & 0.57735 & 0.707107 & 0.57735 & 0.5 \\ 0.377964 & 0.408248 & 0.447214 & 0.5 & 0.57735 & 0.707107 & 0.57735 \\ 0.353553 & 0.377964 & 0.408248 & 0.447214 & 0.5 & 0.57735 & 0.707107 \end{pmatrix}$$

- Kolejne wartości λ_0^i we wszystkich dwunastu iteracjach i:

$$\begin{aligned} \lambda_0^1 &= 3.58916 \\ \lambda_0^2 &= 3.59582 \\ \lambda_0^3 &= 3.59586 \\ \lambda_0^4 &= 3.59586 \\ \lambda_0^5 &= 3.59586 \\ \lambda_0^6 &= 3.59586 \\ \lambda_0^7 &= 3.59586 \\ \lambda_0^8 &= 3.59586 \\ \lambda_0^9 &= 3.59586 \\ \lambda_0^{10} &= 3.59586 \\ \lambda_0^{11} &= 3.59586 \\ \boldsymbol{\lambda_0^{12}} &= \mathbf{3.59586} \end{aligned}$$

  Ostatnia wartość została uznana za pierwszą obliczoną wartość własną: λ_0 (tj. dla $k = 0$).

- Po pierwszej **redukcji Hotellinga** przybliżenia drugiej wartości własnej powinny zaczynać się od wartości równej mniej więcej:

$$\lambda_1^1 = 0.000548461.$$

  Jeśli tak nie jest, a poprzednią wartość własną λ_0 obliczono prawidłowo, to błąd jest najprawdopodobniej w redukcji Hotellinga:

$$\mathbf{W}_{k+1} = \mathbf{W}_k - \lambda_k \vec{x}_k^i \left(\vec{x}_k^i\right)^{\mathrm{T}}.$$

  Wskazówka: wynikiem mnożenia $\vec{x}_k^i \left(\vec{x}_k^i\right)^{\mathrm{T}}$ jest oczywiście macierz kwadratowa.