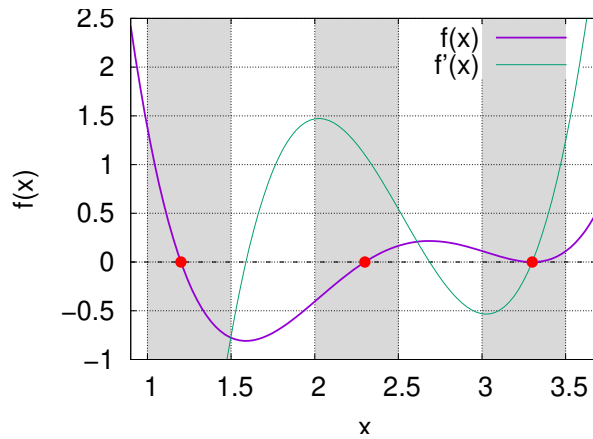


Wyznaczanie zer wielomianu metodą siecznych

Ad 1.



Rysunek 1: Wykres funkcji $f(x) = (x-1.2)(x-2.3)(x-3.3)^2$ oraz jej pochodnej $f'(x)$ w przedziale $x \in [0.9, 3.7]$

Ad 3.

| k | x_{k+1} | ε_{k+1} | $f(x_{k+1})$ |
|-----|-----------|---------------------|--------------|
| 1 | 1.13177 | 0.131769 | 0.374736 |
| 2 | 1.18111 | 0.0493456 | 0.0948721 |
| 3 | 1.19784 | 0.0167279 | 0.0105107 |
| 4 | 1.19993 | 0.00208415 | 0.000358444 |
| 5 | 1.2 | 7.35846e-05 | 1.43563e-06 |
| 6 | 1.2 | 2.95904e-07 | 1.97418e-10 |

| k | x_{k+1} | ε_{k+1} | $f(x_{k+1})$ |
|-----|-----------|---------------------|--------------|
| 1 | 2.63105 | 0.88105 | 0.212 |
| 2 | 2.43208 | 0.198968 | 0.122586 |
| 3 | 2.1593 | 0.272784 | -0.17563 |
| 4 | 2.31995 | 0.160652 | 0.0214606 |
| 5 | 2.30246 | 0.0174929 | 0.00269569 |
| 6 | 2.29994 | 0.00251296 | -6.13175e-05 |
| 7 | 2.3 | 5.58899e-05 | 1.65087e-07 |
| 8 | 2.3 | 1.5007e-07 | 1.00372e-11 |

(a) Pierwsze miejsce zerowe: $x = 1.2$ (dla $x_0 = 0.9, x_1 = 1.0$)

(b) Drugie miejsce zerowe: $x = 2.3$ (dla $x_0 = 1.7, x_1 = 1.75$)

| k | x_{k+1} | ε_{k+1} | $f(x_{k+1})$ |
|-----|-----------|---------------------|--------------|
| 1 | 3.51916 | 0.130842 | 0.135802 |
| 2 | 3.45319 | 0.0659641 | 0.0609795 |
| 3 | 3.39943 | 0.0537603 | 0.0239082 |
| 4 | 3.36476 | 0.0346713 | 0.00966736 |
| 5 | 3.34123 | 0.0235366 | 0.00378918 |
| 6 | 3.32605 | 0.0151721 | 0.00148075 |
| 7 | 3.31632 | 0.00973224 | 0.000572969 |
| 8 | 3.31018 | 0.00614271 | 0.000220855 |
| 9 | 3.30633 | 0.00385286 | 8.48219e-05 |
| 10 | 3.30392 | 0.00240241 | 3.25142e-05 |
| 11 | 3.30243 | 0.00149333 | 1.24463e-05 |
| 12 | 3.3015 | 0.000926181 | 4.76059e-06 |
| 13 | 3.30093 | 0.00057368 | 1.81991e-06 |

| k | x_{k+1} | ε_{k+1} | $f(x_{k+1})$ |
|-----|-----------|---------------------|--------------|
| 14 | 3.30058 | 0.000355037 | 6.9551e-07 |
| 15 | 3.30036 | 0.000219611 | 2.65747e-07 |
| 16 | 3.30022 | 0.000135798 | 1.01527e-07 |
| 17 | 3.30014 | 8.39552e-05 | 3.87845e-08 |
| 18 | 3.30008 | 5.18976e-05 | 1.48155e-08 |
| 19 | 3.30005 | 3.20784e-05 | 5.65929e-09 |
| 20 | 3.30003 | 1.98271e-05 | 2.16172e-09 |
| 21 | 3.30002 | 1.22544e-05 | 8.25718e-10 |
| 22 | 3.30001 | 7.57385e-06 | 3.154e-10 |
| 23 | 3.30001 | 4.68098e-06 | 1.20473e-10 |
| 24 | 3.3 | 2.89304e-06 | 4.60167e-11 |
| 25 | 3.3 | 1.78801e-06 | 1.75769e-11 |
| 26 | 3.3 | 1.10505e-06 | 6.71378e-12 |
| 27 | 3.3 | 6.82963e-07 | 2.56444e-12 |

(c) Trzecie miejsce zerowe: $x = 3.3$ (dla $x_0 = 3.7, x_1 = 3.65$)

Tabela 1: Tabele przybliżeń miejsc zerowych wyszukiwanych **niemodyfikowaną metodą siecznych**; w kolumnach kolejno: k – numer iteracji, x_{k+1} – nowe przybliżenie miejsca zerowego w danej iteracji, ε_{k+1} – różnica między dwoma ostatnimi przybliżeniami, $f(x_{k+1})$ – wartość funkcji w punkcie x_{k+1} .

| k | x_{k+1} | ε_{k+1} | $f(x_{k+1})$ |
|-----|-----------|---------------------|--------------|
| 1 | 3.25065 | 0.399349 | 0.0047475 |
| 2 | 3.32054 | 0.0698935 | 0.000913445 |
| 3 | 3.30675 | 0.0137991 | 9.65125e-05 |
| 4 | 3.30297 | 0.00377639 | 1.85962e-05 |
| 5 | 3.30161 | 0.00136042 | 5.44866e-06 |
| 6 | 3.30091 | 0.000694918 | 1.7565e-06 |
| 7 | 3.30054 | 0.00037378 | 6.13227e-07 |
| 8 | 3.30032 | 0.000215585 | 2.21348e-07 |
| 9 | 3.3002 | 0.000127248 | 8.17992e-08 |
| 10 | 3.30012 | 7.66162e-05 | 3.06083e-08 |
| 11 | 3.30007 | 4.65704e-05 | 1.15467e-08 |
| 12 | 3.30005 | 2.84972e-05 | 4.37654e-09 |
| 13 | 3.30003 | 1.75031e-05 | 1.6638e-09 |
| 14 | 3.30002 | 1.07765e-05 | 6.33659e-10 |
| 15 | 3.30001 | 6.64457e-06 | 2.416e-10 |
| 16 | 3.30001 | 4.10062e-06 | 9.21802e-11 |
| 17 | 3.3 | 2.53205e-06 | 3.51855e-11 |
| 18 | 3.3 | 1.56403e-06 | 1.34339e-11 |
| 19 | 3.3 | 9.66291e-07 | 5.12996e-12 |

(a) Punkty startowe: $x_0 = 3.7$, $x_1 = 3.65$, iloraz różnicowy obliczany z krokiem $\Delta x = 0.1$

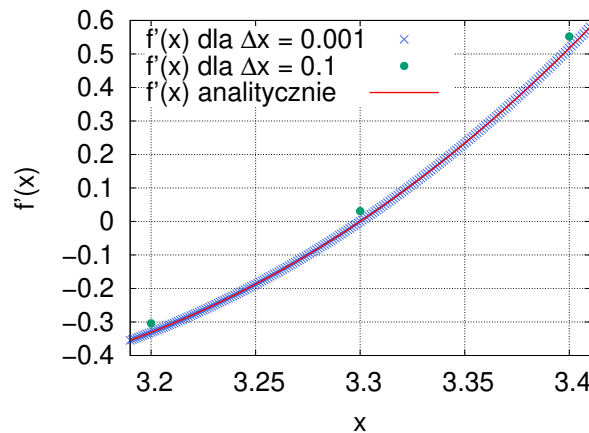
| k | x_{k+1} | ε_{k+1} | $f(x_{k+1})$ |
|-----|-----------|---------------------|--------------|
| 1 | 3.24179 | 0.408215 | 0.00651669 |
| 2 | 3.31242 | 0.0706299 | 0.000329644 |
| 3 | 3.30056 | 0.0118593 | 6.49539e-07 |
| 4 | 3.3 | 0.000560219 | 3.87543e-11 |
| 5 | 3.3 | 5.18779e-06 | 1.67059e-12 |
| 6 | 3.3 | 4.46132e-07 | 4.17323e-13 |

(b) Punkty startowe: $x_0 = 3.7$, $x_1 = 3.65$, iloraz różnicowy obliczany z krokiem $\Delta x = 0.001$

Tabela 2: Tabele przybliżeń **dwukrotnego miejsca zerowego** $x = 3.3$, wyszukiwanego **modyfikowaną metodą siecznych**; w kolumnach kolejno: k – numer iteracji, x_{k+1} – nowe przybliżenie miejsca zerowego w danej iteracji, ε_{k+1} – różnica między dwoma ostatnimi przybliżeniami, $f(x_{k+1})$ – wartość funkcji w punkcie x_{k+1} .
Wyniki uzyskano przy użyciu typu double.

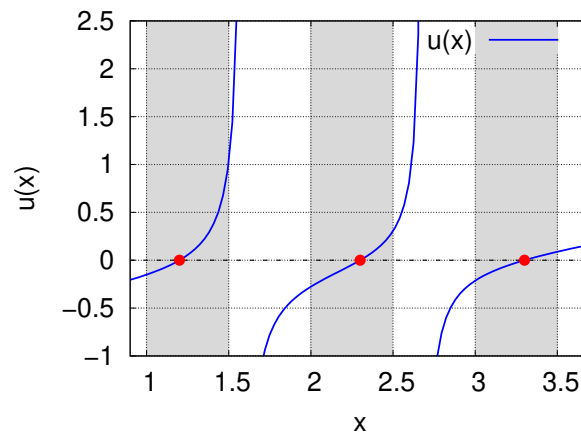
Komentarz

- Z czego wynika tak znaczna różnica iteracji **modyfikowanej metody siecznych** przy różnych wartościach Δx ? \Rightarrow im mniejsze Δx , tym iloraz różnicowy dokładniej przybliża pochodną: patrz rys. 2.



Rysunek 2: Wykres pochodnej $f'(x)$ wyznaczonej analitycznie (czerwona linia ciągła) wraz z oszacowaniami przy pomocy ilorazu różnicowego w dwóch przypadkach kroku Δx . Dla $\Delta x = 0.1$ punkty wyraźnie odstają od analitycznej pochodnej.

- Dlaczego **modyfikowana metoda siecznych** szybciej znajduje pierwiastki wielokrotne, niż jej niemodyfikowana wersja? \Rightarrow Problem pierwiastka **wielokrotnego** funkcji $f(x)$ zostaje sprowadzony do problemu pierwiastka **jednokrotnego** funkcji $u(x)$: patrz rys. 3.



Rysunek 3: Wykres funkcji $u(x) = \frac{f(x)}{f'(x)}$