Vadym Semkovych
296669
04.03.2020

Sprawozdanie 1

# Rozwiązywanie układów równań liniowych metodami bezpośrednimi

## 1. Wstęp teoretyczny

**Metoda Gaussa-Jordana** - jest jedną z metod rozwiązywania układów równań przy pomocy operacji elementarnych na macierzach. W metodzie tej sprowadzamy macierz rozszerzoną układu równań

$$\mathbf{A}\overrightarrow{x} = \overrightarrow{b},$$

(gdzie **A** – macierz współczynników, $\vec{x}$ – wektor (macierz $n \times 1$) zmiennych $x_n$,
$\vec{b}$ - wektor (macierz $n \times 1$) wyrazów wolnych.)

do postaci bazowej (macierzy jednostkowej).

$$I\vec{x} = \vec{b}$$

Z tej postaci odczytujemy wprost rozwiązania układu równań. Za pomocą metody przekształcamy macierz współczynników **A** w macierz jednostkową **I.**. Po wykonywanych operacjach wektor wyrazów wolnych $\vec{b}$ będzie zawierał rozwiązanie układu.

## 2. Problem

Podczas laboratorium rozwiązaliśmy numerycznie równanie różniczkowe oscylatora harmonicznego korzystając z metody Gaussa-Jordana.

Równanie ruchu oscylatora harmonicznego z drugiej zasady Newtona ma następującą postać:

$$\frac{\partial^2 x(t)}{\partial t^2} = -\frac{k}{m}x(t) = w^2 x(t)$$

Chcemy rozwiązać problem numerycznie, więc musimy rozpisać wyrażenie drugiej pochodnej do postaci iteracyjnej. Wzór na pierwszą pochodną z definicji dla pewnego kroku $\Delta t = h$ ma postać:

$$\frac{\partial x(t)}{\partial t} \approx \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

Wzór na drugą pochodną położenia x w chwili t, zapisany przy użyciu ilorazu różnicowego ma postać:

$$\frac{\partial^2 x(t)}{\partial t^2} \approx \frac{x(t+\Delta t) - 2x(t) + x(t-\Delta t)}{(\Delta t)^2}$$

Aby otrzymać iteracyjną zależność wprowadzamy oznaczenia: $\Delta t = h,\ \ x_i = x(ih)$ i otrzymujemy następujący wzór:

$$x_{i+1} + (w^2h^2 - 2)x_i + x_{i-1} = 0$$

Korzystając z powyższego wzoru, możemy uzupełnić macierz:

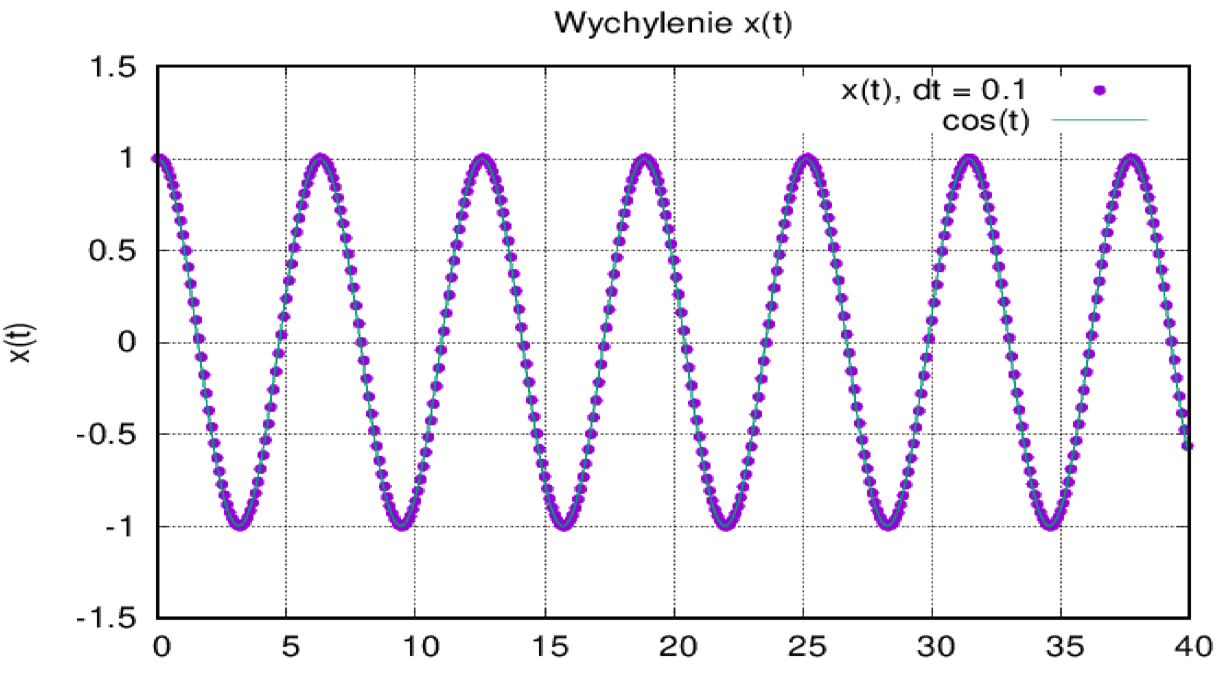
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & (w^2h^2-2) & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & (w^2h^2-2) & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & (w^2h^2-2) & 1 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & .. \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & (w^2h^2-2) & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A \\ v_0 h \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}$$

Parametry $A$, $x_0$ i $h$ są składnikami warunków początkowych pozyskanych z poniższych założeń:

$(x_0 = A)$ – początkowe wychylenia z położenia równowagi
$((x_1 - x_0)/\ h)$ - informuje o początkowej wartości prędkości ciała.
W naszym przypadku: $\frac{k}{m} = 1$, $v_0 = 0$, $A = 1$ oraz krok całkowania $h = 0.1$.

## 3. Wyniki

Wyniku działania programu zapisaliśmy do pliku, na podstawie którego wygenerowaliśmy wykres w programie GnuPlot. Dodatkowo dla porównania wygenerowaliśmy jeszcze wykres cosinusa.




*Wykres (1). Reprezentacja rozwiązania równania oscylatora harmonicznego*

## 4. Wnioski

Z kursu fizyki wiemy, że rozwiązanie analityczne równania oscylatora ma postać:

$$x(t) = Acos(w_0 t)$$

gdzie, $A$ – to amplituda.
Po podstawieniu naszych parametrów rozwiązanie wtedy ma postać:

$$x(t) = cos(t)$$

Na wykresie (1) możemy zobaczyć, że wykresy niemalże się pokrywają. Można stwierdzić, że metody bezpośredni dla UARL dają bardzo dokładne wyniki. Dokładność ta zależy od kroku całkowania: im mniej krok tym więcej dokładność.