Vadym Semkovych

296669

22.04.2020

Sprawozdanie 6

Wyznaczanie zer wielomianu metodą siecznych

1. **Wstęp teoretyczny**

**Metoda siecznych** – metoda, która  pozwala stosunkowo szybko znaleźć pierwiastek dowolnej funkcji w zadanym przedziale poszukiwań [**a,b**]. Aby można było zastosować metodę, funkcja musi spełniać kilka warunków początkowych:

* Funkcja musi być określona w przedziale [**a, b**];
* Funkcja musi być ciągła w przedziale [**a, b**];
* Na krańcach przedziału [**a, b**] funkcja musi mieć różne znaki

Metoda siecznych jest modyfikacją metody Regula Falsi. Prostą przeprowadza się przez dwa ostatnie przybliżenia i (metoda dwupunktowa).

Kolejne przybliżenia w metodzie siecznych wyznacza się według relacji rekurencyjnej:

**Rząd metody numerycznej** – liczba, która charakteryzuje szybkość, z jaką podana metoda znajduje rozwiązanie. Rząd metody siecznych jest równy:

1. **Problem**

Nasze zadanie polegało na znajdowaniu wszystkich pierwiastków równania nieliniowego:

Najpierw korzystaliśmy z niemodyfikowanej metody siecznych, to znaczy że kolejne przybliżenia liczyliśmy ze wzoru:

Jako punkty startowe przyjmowaliśmy:

* ,
* 1.7,
* ,

Następnie zmodyfikowaliśmy naszą metodę. Funkcję zastępujemy funkcją :

Kolejne przybliżenia zdefiniowane są następująco:

Pochodną funkcji przybliżyliśmy ilorazem różnicowym:

Obliczenia wykonaliśmy dla: ∆x = 0.1 oraz ∆x = 0.001.

1. **Wyniki**

Tabele przybliżeń miejsc zerowych wyszukiwanych niemodyfikowaną metodą siecznych; w kolumnach kolejno: ***k*** – numer iteracji**,** – nowe przybliżenie miejsca zerowego w danej iteracji, – różnica między dwoma ostatnimi przybliżeniami, **f()** – wartość funkcji w punkcie **.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ***k*** |  |  |  |
| 1 | 1.13177 | 0.131769 | 0.374736 |
| 2 | 1.18111 | 0.0493456 | 0.0948721 |
| 3 | 1.19784 | 0.0167279 | 0.0105107 |
| 4 | 1.19993 | 0.00208415 | 0.000358444 |
| 5 | 1.2 |  |  |
| 6 | 1.2 |  |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ***k*** |  |  |  |
| 1 | 2.63105 | 0.88105 | 0.212 |
| 2 | 2.43208 | 0.198968 | 0.122586 |
| 3 | 2.1593 | 0.272784 | −0.17563 |
| 4 | 2.31995 | 0.160652 | 0.0214606 |
| 5 | 2.30246 | 0.0174929 | 0.00269569 |
| 6 | 2.29994 | 0.00251296 |  |
| 7 | 2.3 |  |  |
| 8 | 2.3 |  |  |

*Tabela 1.* Pierwsze miejsce zerowe: x = 1.2

(dla = 0.9, = 1.0)

*Tabela 2.* Drugie miejsce zerowe: x = 2.3

(dla = 1.7, = 1.75)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 14 | 3.30058 | 0.000355037 |  |
| 15 | 3.30036 | 0.000219611 |  |
| 16 | 3.30022 | 0.000135798 |  |
| 17 | 3.30014 |  |  |
| 18 | 3.30008 |  |  |
| 19 | 3.30005 |  |  |
| 20 | 3.30003 |  |  |
| 21 | 3.30002 |  |  |
| 22 | 3.30001 |  |  |
| 23 | 3.30001 |  |  |
| 24 | 3.3 |  |  |
| 25 | 3.3 |  |  |
| 26 | 3.3 |  |  |
| 27 | 3.3 |  |  |

*Tabela 3.* Trzecie miejsce zerowe: x = 3.3 (dla = 3.7, = 3.75)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ***k*** |  |  |  |
| 1 | 3.51916 | 0.130842 | 0.135802 |
| 2 | 3.45319 | 0.0659641 | 0.0609795 |
| 3 | 3.39943 | 0.0537603 | 0.0239082 |
| 4 | 3.36476 | 0.0346713 | 0.00966736 |
| 5 | 3.34123 | 0.0235366 | 0.00378918 |
| 6 | 3.32605 | 0.0151721 | 0.00148075 |
| 7 | 3.31632 | 0.00973224 | 0.000572969 |
| 8 | 3.31018 | 0.00614271 | 0.000220855 |
| 9 | 3.30633 | 0.00385286 |  |
| 10 | 3.30392 | 0.00240241 |  |
| 11 | 3.30243 | 0.00149333 |  |
| 12 | 3.3015 | 0.000926181 |  |
| 13 | 3.30093 | 0.00057368 |  |

Tabele przybliżeń dwukrotnego miejsca zerowego, wyszukiwanego modyfikowaną metodą siecznych; w kolumnach kolejno: ***k*** – numer iteracji**,** – nowe przybliżenie miejsca zerowego w danej iteracji, – różnica między dwoma ostatnimi przybliżeniami, **f()** – wartość funkcji w punkcie **.**

*Tabela 5.* Punkty startowe: = 3.7, = 3.75 iloraz różnicowy obliczany z krokiem ∆x = 0.001

*Tabela 4.* Punkty startowe: = 3.7, = 3.75 iloraz różnicowy obliczany z krokiem ∆x = 0.1

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ***k*** |  |  |  |
| 1 | 3.25065 | 0.399349 | 0.0047475 |
| 2 | 3.32054 | 0.0698935 | 0.000913445 |
| 3 | 3.30675 | 0.0137991 |  |
| 4 | 3.30297 | 0.00377639 |  |
| 5 | 3.30161 | 0.00136042 |  |
| 6 | 3.30091 | 0.000694918 |  |
| 7 | 3.30054 | 0.00037378 |  |
| 8 | 3.30032 | 0.000215585 |  |
| 9 | 3.3002 | 0.000127248 |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *10* | 3.30012 |  |  |
| 11 | 3.30007 |  |  |
| 12 | 3.30005 |  |  |
| 13 | 3.30003 |  |  |
| 14 | 3.30002 |  |  |
| 15 | 3.30001 |  |  |
| 16 | 3.30001 |  |  |
| 17 | 3.3 |  |  |
| 18 | 3.3 |  |  |
| 19 | 3.3 |  |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| ***k*** |  |  |  |
| 1 | 3.24179 | 0.408215 | 0.00651669 |
| 2 | 3.31242 | 0.0706299 | 0.000329644 |
| 3 | 3.30056 | 0.0118593 |  |
| 4 | 3.3 | 0.000560219 |  |
| 5 | 3.3 |  |  |
| 6 | 3.3 |  |  |

1. **Wnioski**

Korzystając z metody siecznych znaleźliśmy pierwiastki równania (2). Dla pierwiastków jednokrotnych zwykła metoda siecznych jest bardzo skuteczna, ale już dla pierwiastków r-krotnych () efektywność tej metody maleje. Dla pierwiastków r-krotnych korzystaliśmy z modyfikowanej metody siecznych, gdzie funkcję f(x) zastępowaliśmy funkcją u(x) (4). Pozwala to nam sprowadzić problem pierwiastka wielokrotnego funkcji f(x) do problemu pierwiastka jednokrotnego funkcji u(x). Jak widzimy w tabeli 4-5 dostaliśmy różną ilość iteracji dla jednakowych punków startowych. Przyczyną tego jest różna wartość ∆x, im mniejsze ∆x, tym iloraz różnicowy dokładniej przybliża pochodną, więc dostajemy dokładniejsze wyniki.