Vadym Semkovych

296669

22.04.2020

Sprawozdanie 8

Interpolacja funkcjami sklejanymi poprzez wyznaczenie wartości drugich pochodnych w węzłach

1. **Wstęp teoretyczny**

**Interpolacja funkcjami sklejanymi –** metoda numeryczna polegająca na przybliżaniu nieznanej funkcji wielomianami niskiego stopnia. W przedziale **[a, b]** mamy **n+1** punktów, takich że:

Punkty nazywane są węzłami interpolacji. Punkty te określają podział przedziału **[a, b]** na **n** podprzedziałów tj. [ ,]. W każdym takim podprzedziale interpoluje się funkcję wielomianem interpolacyjnym. „Połączenie” tych wielomianów ma utworzyć funkcję sklejaną.

**Interpolacja funkcjami sklejanymi poprzez wyznaczenie wartości drugich pochodnych w węzłach.**

Oznaczmy . Zgodnie z założeniem druga pochodna funkcji s(x) jest ciągła i liniowa w każdym z podprzedziałów [ ,], więc możemy całkować nasze wyrażenie dwukrotnie. W wyniku dostajemy następujące wyrażenie:

gdzie: i- numer podprzedziału, w którym leży argument wartości wyznaczanej.

Stałe i można obliczyć korzystając z warunku interpolacji i mają one następującą postać:

Teraz problem sprowadza się do znalezienie i . Aby go rozwiązać, należy rozwiązać układ równań liniowych:

Którego generatorem jest:

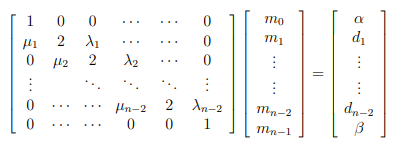
Przy czym , to szukane wartości drugich pochodnych w węzłach. Pozostałe oznaczenia to:

Wektor wyrazów wolnych inicjalizowany jest w następujący sposób:

Odległość międzywęzłową określa :

Należy określić jeszcze warunki brzegowe:

Po wprowadzeniu powyższych warunków układ (4) przyjmuje postać:



Po rozwiązaniu układu równań - znalezieniu współczynników – wyznaczamy funkcję sklejaną wg wzoru (1).

1. **Problem**

Na laboratorium trzeba było wykonać interpolacje funkcjami sklejanymi dla funkcji:

oraz

Robiliśmy to dla różnej ilości węzłów **n = 5, 8, 21** w przedziale **.** . Odległość pomiędzy węzłami liczyliśmy za pomocą poniższego wzoru:

Trzeba było zaimplementować dwie funkcji. Pierwsza (**wynacz\_M)** zwracała wartości drugich pochodnych w węzłach, druga (**wyznacz\_Sx**) wyznaczała wartości funkcji w położeniach międzywęzłowych. W funkcji **wynacz\_M** aby rozwiązać układ (11) (w naszym przypadku )korzystaliśmy z funkcji biblioteki **GSL:**

gsl\_linalg\_HH\_svx (gsl\_matrix \*A, gsl\_vector \*d),

gdzie: A - jest macierzą układu

d  - wektorem wyrazów wolnych  który w wyniku działania funkcji zostanie zamieniony na rozwiązanie **.**

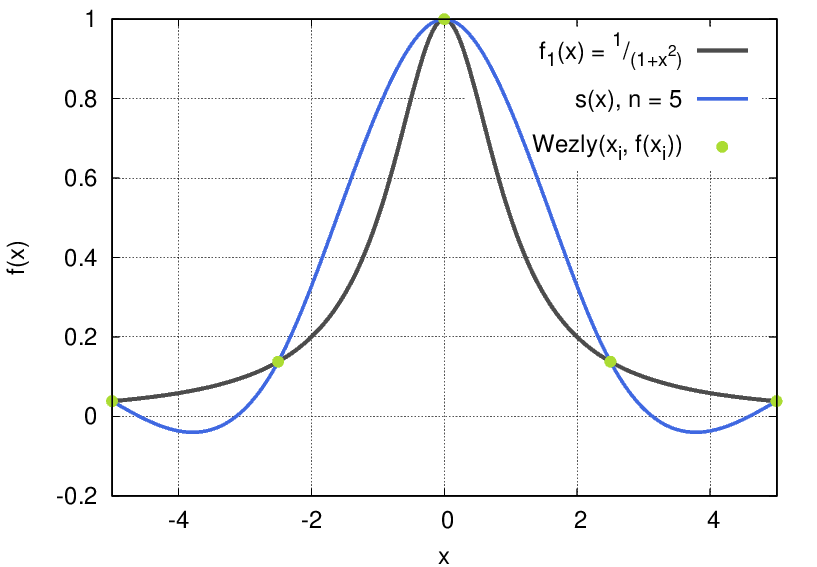
Na końcu dla funkcji danej wzorem (12) oraz dla n = 10 węzłów w przedziale **,** wyznaczyliśmy wartości drugich pochodnych za pomocą funkcji **wynacz\_M** oraz za pomocą wzoru:

Gdzie:

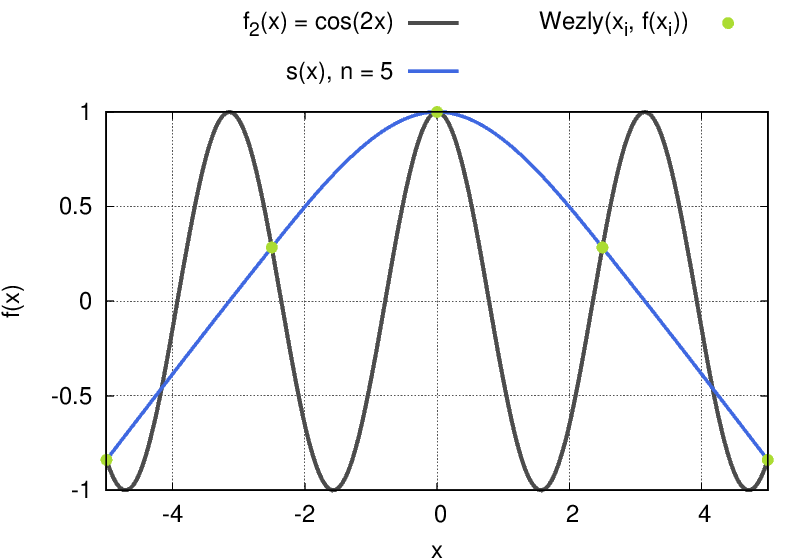
1. **Wyniki**

Wyniki działania programu zapisaliśmy do pliku, na podstawie którego wygenerowaliśmy wykresy w GnuPlot.

* **n = 5**



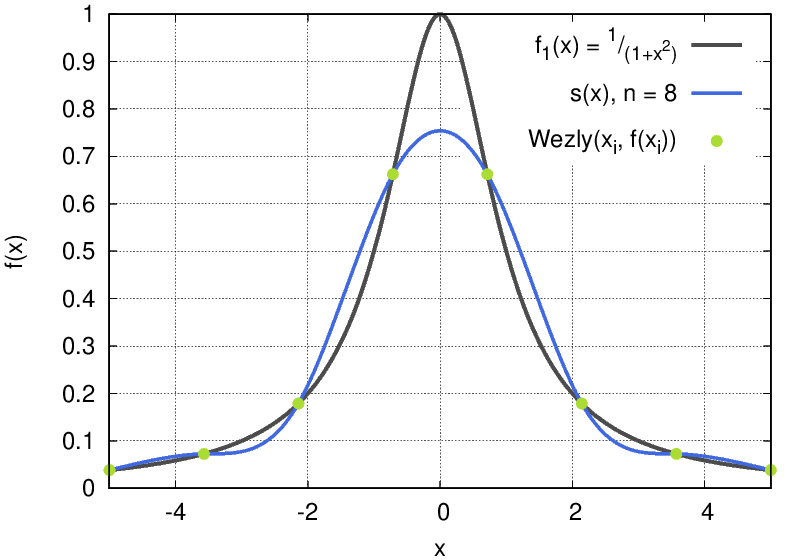
*Wykres (1). Wykres funkcji oraz jej interpolacji dla n = 5*



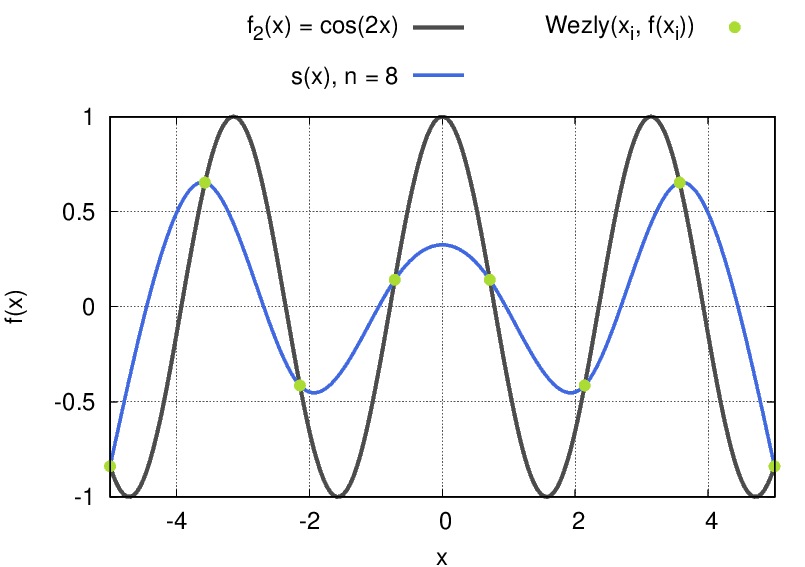
*Wykres (2). Wykres funkcji oraz jej interpolacji dla n = 5*

Dla pięciu węzłów dopasowanie funkcji  nie jest idealne, dla funkcji dopasowanie w ogóle jest nieudane.

* **n = 8**



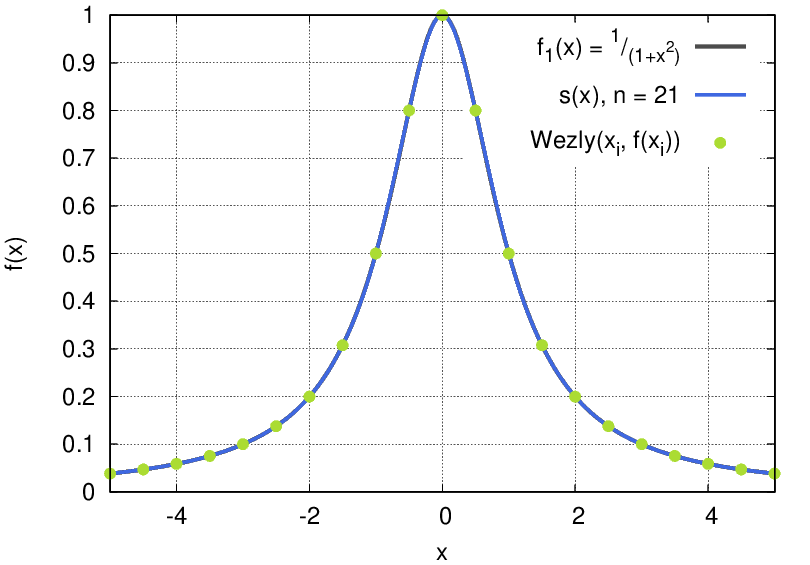
*Wykres (3). Wykres funkcji oraz jej interpolacji dla n = 8*



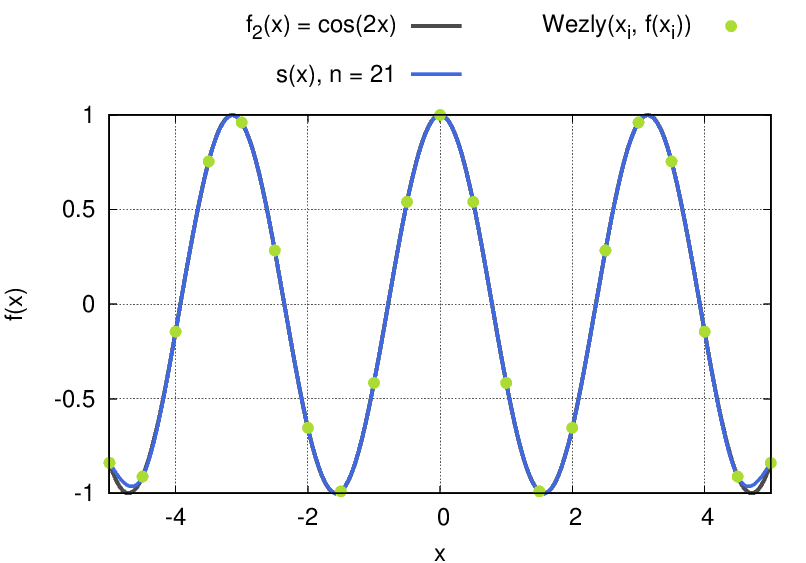
*Wykres (4). Wykres funkcji oraz jej interpolacji dla n = 8*

Dla funkcji zwiększenie liczby węzłów do 8 nie poprawiło sytuacji, dla funkcji dokładność jest już lepsza, ale nie jest to jeszcze dopasowanie którego oczekujemy.

* **n = 21**

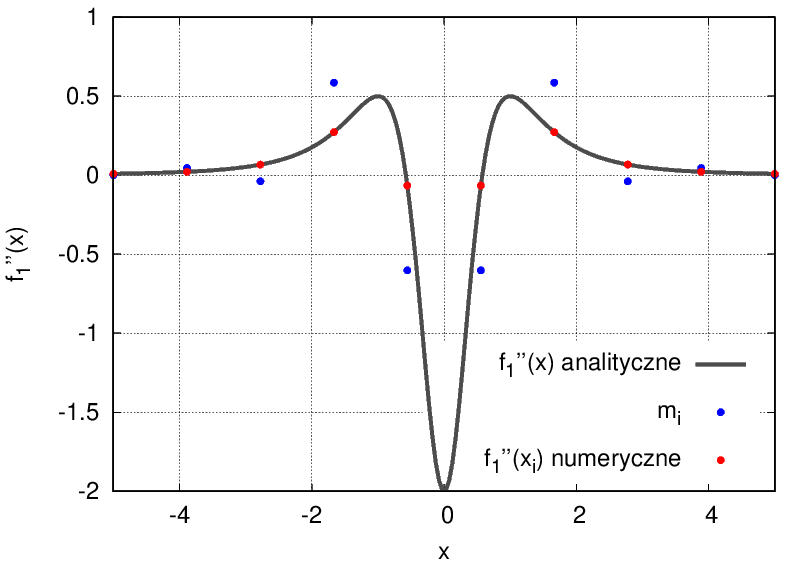


*Wykres (5). Wykres funkcji oraz jej interpolacji dla n = 21*



*Wykres (6). Wykres funkcji oraz jej interpolacji dla n = 21*

Dla funkcji oraz zwiększenie liczby węzłów do 21 poprawiło sytuację. Teraz wykresy funkcji oraz ich dopasowanie pokrywają się ze sobą.



*Wykres(7). Wartości drugich pochodnych wyznaczone analityczne oraz numeryczne(n=10)*

**4.Wnioski**

Interpolacja funkcjami sklejanymi poprzez wyznaczenie wartości drugich pochodnych w węzłach pozwala osiągnąć dokładną interpolację funkcji. Im większa ilość węzłów tym dokładniejsze nasze wyniki. Chociaż dla funkcji oraz ilości węzłów równej 21 nie udało się osiągnąć idealnego dopasowania. Na wykresie (6) widzimy, że na początku oraz na końcu jest rozbieżność wartości.