

Métodos Numéricos

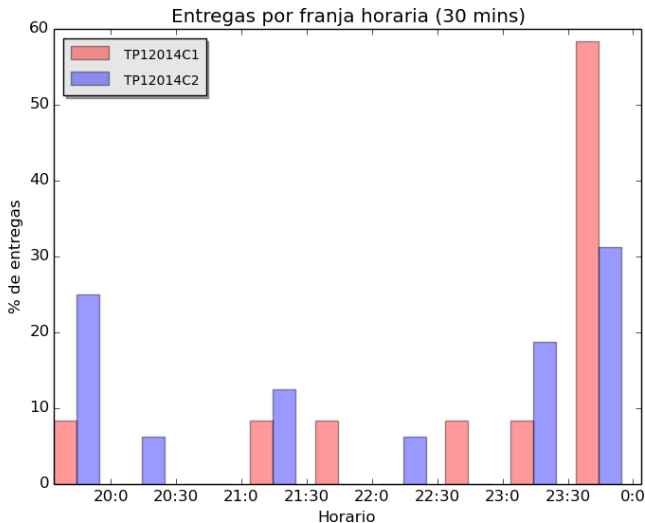
Image denoising:
Eliminando ruido en imágenes



Antes que nada...

- Sobre el Trabajo Práctico 1. ? ¿ ? ? ¿ ¿ ¿ ?

- Sobre el Trabajo Práctico 1. ? ¿ ? ? ¿ ¿ ¿ ?



- Dada una **imagen ruidosa**, remover el ruido de la misma para obtener una imagen similar a la original.

- ¿Qué es una imagen?

Pará, para, para. . .

- ¿Qué es una imagen?
- ¿Qué significa que sea ruidosa?

Pará, pará, pará. . .

- ¿Qué es una imagen?
- ¿Qué significa que sea ruidosa?
- ¿Cómo puedo extraer ruido de una imagen si no conozco la original?

- ¿Qué es una imagen?
- ¿Qué significa que sea ruidosa?
- ¿Cómo puedo extraer ruido de una imagen si no conozco la original?
- ¿Qué significa que la imagen sea similar a la original?

¿Qué es una imagen?

- Para nosotros es simplemente una matriz de píxeles con valores de una escala de grises.
- La leemos en MATLAB con **imread**
- La procesamos como cualquier matriz
- La mostramos con funciones como **imshow**, **image**, **imagesc**

¿Qué es una imagen?

- Para nosotros es simplemente una matriz de píxeles con valores de una escala de grises.
- La leemos en MATLAB con **imread**
- La procesamos como cualquier matriz
- La mostramos con funciones como **imshow**, **image**, **imagesc**
- Es decir que cualquier matriz podemos verla como una imagen. (ejemplo: **imagesc(rand(16))**, arte, arte, arte ...)

¿Qué es el ruido?

- Para nosotros quiere decir que los valores de una imagen difieren del valor real.
- Existen varios tipos de ruidos (aditivo, multiplicativo, etc.).

¿Qué es el ruido?

- Para nosotros quiere decir que los valores de una imagen difieren del valor real.
- Existen varios tipos de ruidos (aditivo, multiplicativo, etc.).
- En MATLAB los simulamos **a mano** o con la función **imnoise**.

¿Cómo hacemos para sacar el ruido de una imagen?

- Existen muchos métodos.
- Varios de ellos dependen de conocer la distribución de ruido particular de la imagen a procesar.
- Filtro de mediana.
- Filtro pasabajos.
- Filtros basados en DFT y DCT.

Nuestro método

Consultamos a un muy trabajador experto del dominio, y nos dijo:

“Se puede pensar el problema de filtrar una imagen con ruido como la minimización del siguiente funcional”

$$\Pi = \int_{\Omega} \frac{\lambda}{2} |u - \tilde{u}|^2 + \frac{1}{2} \|\nabla u\|^2 d\Omega \quad (1)$$

donde:

$u : \Omega \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ describe la imagen filtrada

$\tilde{u} : \Omega \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ describe la imagen a filtrar (con ruido)



Minimizando...

Y mientras seguía trabajando, el experto enseguida agregó:

“La minimización del funcional de la ecuación (1) da lugar a la siguiente ecuación diferencial:”

$$\lambda(u - \tilde{u}) - \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = 0. \quad (2)$$



La solución de la ecuación (2) que representa la imagen filtrada se puede aproximar de manera discreta utilizando el método de diferencias finitas, lo cual conduce al siguiente sistema de ecuaciones:

$$\lambda u_{i,j} - (u_{i-1,j} + u_{i+1,j} + u_{i,j-1} + u_{i,j+1} - 4u_{i,j}) = \lambda \tilde{u}_{i,j}$$

donde ahora $u, \tilde{u} : \Omega \subset \mathbb{Z}^2 \rightarrow [0 \dots 255]$ son la versiones discretas de la imagen filtrada y la imagen original, respectivamente. Viendo la imagen u como una matriz, i, j son los índices de fila y columna de cada elemento (píxel) de la matriz, donde el 0 es representado por el color negro y el 255 por el blanco.

¿Quedó mejor?

Una vez que filtramos la imagen, ¿cómo medimos que tan similar quedo a la original?.

¿Quedó mejor?

Una vez que filtramos la imagen, ¿cómo medimos que tan similar quedo a la original?

El PSNR se define como:

$$PSNR = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{MAX_u^2}{ECM} \right)$$

donde MAX_u define el rango máximo de la imagen (para nuestro caso sería 255) y ECM es el *error cuadrático medio*, definido como:

$$\frac{1}{N} \sum_{i,j} (u_{i,j}^0 - u_{i,j})^2$$

donde N es la cantidad de píxeles de la imagen, u^0 es la imagen original y u es la imagen perturbada (o en nuestro caso, la imagen recuperada).

Pasemos al enunciado