Taller 3

Métodos Numéricos

Departamento de Computación, FCEyN,Universidad de Buenos Aires.

14 de Noviembre de 2014

¿Qué pasó hasta acá?

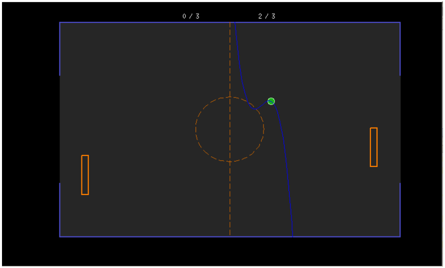
En este cuatrimestre, los métodos numéricos nos ayudaron a:

- Calcular la propagación del calor en una placa
- Eliminar ruido en imágenes
- Realizar un ranking de contenidos en internet
- Esconder mensajes en imágenes
- Reconocer caras de personas
- Encontrar el portfolio de mínima varianza
- Transformar la información captada por una sensor en una imagen
- Entender como funciona un tomógrafo computado

¿Qué hacemos hoy?

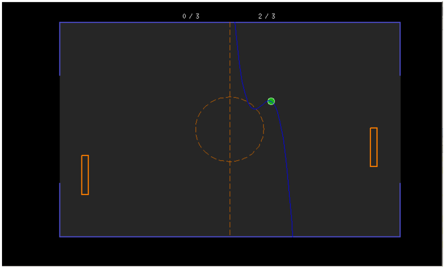
Jugar el Pong!

Descripción del problema



- Una cancha, dos jugadores, dos arcos
- Una pelota que se mueve de forma *caprichosa*
- No sigue las leyes de la física estrictamente

Descripción del problema



- Una cancha, dos jugadores, dos arcos
- Una pelota que se mueve de forma *caprichosa*
- No sigue las leyes de la física estrictamente

Objetivo

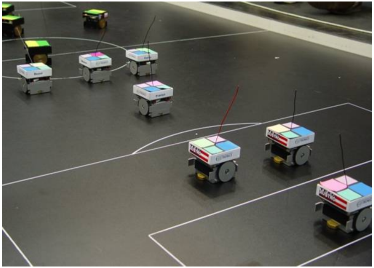
- Programar un jugador autónomo usando interpolación (Lagrange y Splines), Cuadrados Míminos y Ceros de función.
- Hacerlos competir, y el ganador se lleva **la etiqueta autografiada por Isabel.**

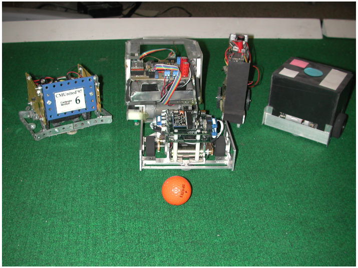
Descripción del problema

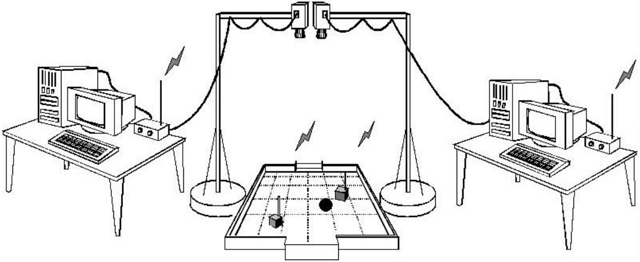
Por las dudas, aclaramos

Hay una **única** etiqueta para todo el grupo...

Fútbol de Robots







El problema

Descripción general

- Consideramos un horizonte discreto de tiempo $0, 1, \ldots, T$ en el cual se realiza el disparo
- Describiremos la trayectoria de la pelota mediante una función $p : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$, $p(t) = (x(t), y(t))$ que permite representar su posición en el plano en función del tiempo.
- En cada instante de tiempo el arquero puede:
  1. moverse hacia alguno de los lados, izquierda o derecha, una cantidad de pasos (acotada por un valor máximo μ), ó
  2. quedarse quieto y no hacer nada.
- La tecnología utilizada puede generar ruido en las mediciones de la posición de la pelota.

¿Cómo encaramos el problema?

Sean $t_0, \ldots, t_k$ los instantes de tiempo presentes en el buffer, x_{arq} la posición de nuestro arquero.

1. Aproximamos la componente $x(t)$ de la trayectoria, $\bar{x}(t)$.
2. Buscamos la solución a la ecuación $\bar{x}(t) = x_{\mathrm{arq}}$. Sea t^* la solución.
3. Analizamos si t^* es *razonable*. En caso afirmativo, calculamos la aproximación sobre la otra componente, $\bar{y}(t)$, y evaluamos en t^*.

Así obtenemos la posición donde nuestro arquero podría interceptar la pelota.

Importante

Solo se programan los métodos para obtener la estimación de la posición. Cuánto se mueve el arquero es igual para todos los grupos, y ya está implementado.

Cuadrados mínimos

En este método tenemos observaciones (x,y) y queremos encontrar la función, dentro de una familia de funciones, que mejor aproxime los puntos en el sentido de cuadrados mínimos.

Este problema analítico lo traducimos a uno algebraico en donde se crea una matriz A y dos vectores x y b. La solución original del problema se traduce en encontrar x, tal que Ax tenga la menor distancia euclidea posible a b.

Interpolación por Lagrange

En este caso, tenemos varias observaciones del tipo (x,y), pero queremos que nuestra función pase exactamente por los puntos. Buscamos el polinomio de menor grado que pase por todos los puntos requeridos.

Para esto, por cada punto armamos un polinomio que de 1 al ser evaluado en la x de dicho punto, y 0 en las x de todos los demás.

Luego, multiplicamos estos polinomios por el valor de la y del punto correspondiente al polinomio.

Por último, al conseguir los polinomios con las propiedades explicitadas, la suma de todos ellos resultará en el polinomio interpolador pedido.

Splines

En este caso realizamos una interpolación fragmentaria. ¿Por qué?

Buscamos polinomios cúbicos S_j, que correspondan al intervalo $[x_j, x_{j+1}]$.
Estos deben cumplir:

- $S(x_j) = f(x_j)$
- $S_{j+1}(x_{j+1}) = S_j(x_{j+1})$
- $S'_{j+1}(x_{j+1}) = S'_j(x_{j+1})$
- $S''_{j+1}(x_{j+1}) = S''_j(x_{j+1})$

Pasemos al enunciado