Laboratorio de Métodos Numéricos - Segundo cuatrimestre 2014
El Pong Caprichoso - Viernes 14 de Noviembre

Introducción

Luego del extenuante cuatrimestre de Métodos Numéricos, en el que los alumnos resolvieron satisfactoriamente varias aplicaciones del área, los docentes decidieron que llegó el momento de relajarse un poco. De esta manera, surgió la idea de que el taller 3 se trate simplemente de jugar al clásico, y siempre bien recordado, Pong.

Sin embargo, un malévolo docente del que preferimos ocultar su identidad, opinó que los alumnos de la materia son capaces de mucho más que simplemente utilizar dos botones para jugar a este juego. Se argumentó que si esta es una de las últimas clases de laboratorio, entonces los alumnos pueden generar jugadores de pong inteligentes a partir de los métodos numéricos aprendidos. Además, no contento con el primer pedido, el docente malévolo fue por más y creo un Pong *caprichoso* en el que la pelota no describe una línea recta. De esta manera logró complicar aún más un juego que en sus albores resultaba muy simple.

Como ejemplo de jugador inteligente, en la siguiente figura se ve una imagen del Pong, en donde uno de los jugadores posee *visión interpoladora*

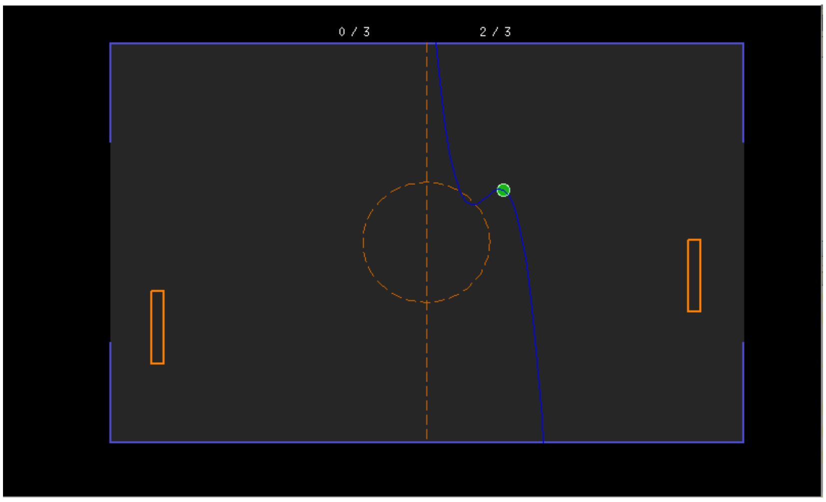

Figura 1: Jugador de Pong con visión interpoladora

Luego, el presente taller se basa en generar un jugador de Pong a partir de algunos métodos vistos en la materia. Al concretar la tarea, el jugador creado por cada grupo será enviado como representante a competir en el Masters ATP (Asociación Transgaláctica de Pong) World Tour Finals.

Los postes del arco están ubicados en coordenadas fijas, y la línea de gol es el segmento entre estos dos puntos. Se marca un gol cuando la pelota cruza este segmento. Vistos desde arriba, la pelota es un círculo de radio determinado y el arquero se representa mediante un segmento paralelo a la línea de gol, ubicado sobre la misma. Inicialmente el arquero se encuentra en punto del plano, sobre la línea de gol, y en cada paso se le indica al arquero qué acción debe tomar. Las posibles acciones en cada instante de tiempo son dos: moverse hacia alguno de los lados, izquierda o derecha, una cantidad de pasos (acotada por un valor máximo μ), o quedarse quieto y no hacer nada.

Formalmente, consideraremos un horizonte discreto de tiempo $0, 1, \ldots, T$ en el cual se realiza el disparo y describiremos la trayectoria de la pelota mediante una función $p : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$, $p(t) = (x(t), y(t))$ que permite describir la posición de la pelota en función del tiempo. Tanto el arco como los arqueros y la pelota se ubican en posiciones que representaremos con coordenadas (x_i, y_i) en el plano $\mathbb{R}^2$. En particular, nuestro arquero sólo se moverá sobre el eje y, manteniendo fija su coordenada x en la línea de gol. El objetivo del trabajo es en cada instante de tiempo reportar un valor que represente la estimación de dónde cruzará la pelota la línea de nuestro arquero, a fin de poder interceptarla.

Para ello, el esquema propuesto es el siguiente: sean $t_0, \ldots, t_k$ los instantes de tiempo presentes en el buffer, x_{arq} la posición de nuestro arquero.

1. Aproximamos la componente $x(t)$ de la trayectoria, $\bar{x}(t)$.
2. Buscamos la solución a la ecuación $\bar{x}(t) = x_{\text{arq}}$. Sea t^* la solución.
3. Analizamos si t^* es *razonable.* En caso afirmativo, calculamos la aproximación sobre la otra componente, $\bar{y}(t)$, y evaluamos en t^*.

Así obtenemos la posición donde nuestro arquero podría interceptar la pelota.

Enunciado

El objetivo principal de este taller es implementar un jugador de Pong. Para ello, se implementarán diversos métodos que ayudarán al jugador a predecir dónde irá la pelota para poder atajarla.

Se debe:

- Rellenar el archivo *cmAlu.m* de forma tal que tome 5 parámetros: t, x, y, pos, $lim1$ y $lim2$. Se debe resolver el problema de cuadrados mínimos para los puntos $(t,x(t))$ y $(t,y(t))$, para un polinomio de grado elegido por el grupo. Luego, se debe evaluar el polinomio obtenido en pos, ya que esto indicará a qué altura se encontrará la pelota en la posición donde está parado el arquero.

  Para este punto, es imprescindible revisar las documentación de las funciones *polyval* y *polyfit* para no implementar cuadrados mínimos desde cero. Además, para resolver la ecuación $\bar{x}(t) = pos$, considerar la función *fzero.*
- Mostrar cómo quedaría el sistema a resolver por cuadrados mínimos del punto anterior. Es decir, mostrar cómo serían A, x y b.
- Rellenar el archivo *lagrangepolyAlu.m* de forma tal que su comportamiento sea idéntico a todo lo pedido en el primer punto, pero que el polinomio utilizado sea el interpolador de Lagrange.
- Rellenar el archivo *splineAlu.m* de forma tal que su comportamiento sea idéntico a todo lo pedido en el primer punto, pero que la función utilizada sea un spline. Notar que al no estar presentes las condiciones de borde, el grupo deberá elegir las mismas para determinar un spline.

  Para este punto, es imprescindible revisar la documentación de las funciones *spline* y *ppval.*
- Considere $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Formule la iteración propuesta por el método de Newton, explique las condiciones y orden de convergencia.
- Enuncie el Teorema de Punto Fijo y explique cómo lo utilizaría para demostrar la convergencia de una sucesión. ¿Qué se puede decir si alguna de las propiedades pedidas no vale?
- Enviar todo lo pedido a *metnum.lab@gmail.com*, indicando con cuál de los métodos atajará el arquero del grupo.

Evaluación:

- Envío de códigos y sistema de cuadrados mínimos a *metnum.lab@gmail.com*
- En caso de no asistir a clase, se puede entregar lo pedido hasta el Lunes 12 de Diciembre