Карасева М3135

Вариант 4.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 3 \\ -1 & 8 & 6 \\ 2 & -14 & -10 \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} -t & 3 & 3 \\ -1 & 8-t & 6 \\ 2 & -14 & -10-t \end{vmatrix} = 0$$

$$-t(8-t)(-10-t) + 36 + 42 - 6(8-t) - 84t + 3(-10-t) = 0.$$

$$-t(t^2 + 2t - 80) + 36 + 42 - 48 + 6t - 84t - 30 - 3t = 0$$

$$-t^3 - 2t^2 + 80t + 6t - 84t - 3t = 0$$

$$t^3 + 2t^2 + 1 = 0.$$

$$t(t^2 + 2t + 1) = 0. \quad t(t+1)^2 = 0$$

Спектр: $\sigma(A) = \{\lambda_1 = 0, \lambda_2 = -1\}$

$\alpha(\lambda_1) = 1 \quad \alpha(\lambda_2) = 2$

$$\lambda_1: \begin{pmatrix} 0 & 3 & 3 \\ -1 & 8 & 6 \\ 2 & -14 & -10 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & 3 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ -1 & 8 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 8 & 6 \end{pmatrix}$$

$x_1 = -2x_3$

$x_2 = -x_3$

$x_3 = x_3$

$$x = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} 2$$

λ_2:
$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ -1 & 9 & 6 \\ 2 & -14 & -9 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 0 & 12 & 9 \\ 0 & -20 & -15 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 0 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$y_1 = -3/4\, y_3$
$y_2 = -3/4\, y_3$
$y_3 = y_3$

$$y = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix} \alpha$$

Найдём ЖУ соединённый к y.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 3 & -3\alpha \\ -1 & 9 & 6 & -3\alpha \\ 2 & -14 & -9 & 4 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 3 & -3\alpha \\ 0 & 12 & 9 & -6\alpha \\ 0 & -20 & -15 & 10\alpha \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 3 & -3\alpha \\ 0 & 4 & 3 & -2\alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

Совместна при $\forall \alpha$.

$\exists\ \alpha = 1$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 3 & -3 \\ 0 & 4 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$$

$z_1 = \frac{-3z_3 - 6}{4}$
$z_2 = \frac{-2 - 3z_3}{4}$
$z_3 = z_3$

$\exists z_3 = 2, \Rightarrow z = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$

Жорданов базис:

$$e_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad e_2 = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad e_3 = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$J_A = \begin{pmatrix} \boxed{0} & 1 & 0 \\ 0 & \boxed{-1} & 1 \\ 0 & 0 & \boxed{-1} \end{pmatrix} \qquad T = \begin{pmatrix} -2 & -3 & -3 \\ -1 & -3 & -2 \\ 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Кратности:

λ_1: $\alpha(\lambda_1) = 1$ $\quad \alpha(\lambda_2) = 2$

$\gamma(\lambda_1) = 1$ $\quad \gamma(\lambda_2) = 1$

$m(\lambda_1) = 1$ $\quad m(\lambda_2) = 2$

$\chi(A) = t(t+1)^2$ - характеристический

$\psi(A) = t(t+1)^2$ - минимальный

Найдем 2^A: $f(A) = 2^A$ $f(x) = 2^x \cdot \ln 2$

Возьмем функцию от каждой жорд. клетки

$f(\boxed{0}) = \boxed{1}$

$f\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \boxed{\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \cdot \ln 2 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix}}$

$$f(A) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \cdot \ln 2 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix}$$