

Домашнее задание 1 КАРАСОВА МЗ135
матрицы и действия с ними
Задание 1.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & \alpha_1 \\ \beta_1 & \delta_1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & \alpha_2 \\ \beta_2 & \delta_2 \end{pmatrix}$$

$$A+B = \begin{pmatrix} 4 & \alpha_3 \\ \beta_3 & \delta_3 \end{pmatrix} \leftarrow \text{не верно } \begin{pmatrix} 2 & \alpha \\ \beta & \delta \end{pmatrix}$$

Ответ: матрица $A+B$ не будет такой же
верна

Задание 2

$$\textcircled{1} X = A \cdot (B^T \cdot \alpha + C) \cdot (D \cdot E)^T$$

$$\textcircled{2} B^T = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix} \quad \textcircled{2} B^T \cdot \alpha = \begin{pmatrix} -1 & -3 & -5 \\ -1 & 0 & 0 \\ -3 & 0 & -5 \end{pmatrix} \quad \textcircled{2} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -4 \\ 4 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} 3) \quad & 11) = 3 + 8 + (-6) = 5 \\ & 12) = (-1) + 0 + 3 = 2 \\ & 13) = (-4) + 2 + (-5) = -7 \\ & 21) = 0 + 8 + (-8) = 0 \\ & 22) = 0 + 0 + 4 = 4 \\ & 23) = 0 + 2 + (-20) = -18 \\ & 31) = 3 + 0 + (-6) = -3 \\ & 32) = (-1) + 0 + 3 = 2 \\ & 33) = (-4) + 0 + (-5) = -9 \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -1 & -4 \\ 4 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\parallel$$

$$\begin{pmatrix} 5 & 2 & -17 \\ 0 & 4 & -18 \\ -3 & 2 & -19 \end{pmatrix}$$

$$\textcircled{4} (D \cdot E)^T = D^T = \begin{pmatrix} 7 & 5 & 6 \\ 8 & 3 & 11 \\ 9 & 8 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5 & 2 & -17 \\ 0 & 4 & -18 \\ -3 & 2 & -19 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 & 5 & 6 \\ 8 & 3 & 11 \\ 9 & 8 & 5 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} -102 & -105 & -33 \\ -130 & -132 & -46 \\ -176 & -161 & -91 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{5} \quad & 11) 55 + 16 + (-155) = -102 \\ & 12) 25 + 6 + (-136) = -105 \\ & 13) 30 + 22 + (-85) = -33 \\ & 21) 0 + 32 + (-162) = -130 \\ & 22) 0 + 12 + (-144) = -132 \\ & 23) 0 + 44 + (-90) = -46 \\ & 31) (-21) + 16 + (-171) = -176 \\ & 32) (-15) + 6 + (-152) = -161 \\ & 33) (-18) + 22 + (-95) = -91 \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} X = A_{2 \times 2} \cdot (B_{3 \times 2}^T \cdot \alpha + C_{2 \times 3}) \cdot (D_{5 \times 3} \cdot E)^T$$

Такая матрицы не существует

т.к. мы не можем сложить матрицы
 3×2 и 2×3

Задача 3

$$A = \frac{1}{\sqrt{1-\beta_1^2}} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -\beta_1 \\ -\beta_1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B = \frac{1}{\sqrt{1-\beta_2^2}} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -\beta_2 \\ -\beta_2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B = \frac{1}{\sqrt{1-\beta_1^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\beta_2^2}} \cdot \begin{pmatrix} 1-\beta_1 \\ -\beta_2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1-\beta_2 \\ -\beta_2 & 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{(1-\beta_1^2)(1-\beta_2^2)}} \cdot X$$

$$X = \begin{pmatrix} 1-\beta_1 & -\beta_2 \\ -\beta_1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1-\beta_2 \\ -\beta_2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$11) = 1 + \beta_1 \cdot \beta_2$$

$$12) = -\beta_1 - \beta_2$$

$$X = \begin{pmatrix} 1 + \beta_1 \cdot \beta_2 & -(\beta_1 + \beta_2) \\ -(\beta_1 + \beta_2) & 1 + \beta_1 \cdot \beta_2 \end{pmatrix}$$

Задача 4

$$a) \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ -9 & 4 \end{pmatrix}$$

$$11) 4 + 3 = 7$$

$$12) (-2) + (-1) = -3$$

$$21) (-6) + (-3) = -9$$

$$22) 3 + 1 = 4$$

$$b) \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}^3 = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & -16 \\ 40 & 39 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -89 & -94 \\ 235 & 193 \end{pmatrix}$$

$$11) 1 + (-10) = -9$$

$$(-9) + (-80) = -89$$

$$12) (-2) + (-14) = -16$$

$$18 + (-112) = -94$$

$$21) 5 + 35 = 40$$

$$40 + 195 = 235$$

$$22) (-10) + 49 = 39$$

$$(-80) + 273 = 193$$

$$c) \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix} \dots$$

$$11) \alpha^2$$

$$12) 2\alpha$$

$$21) 0$$

$$22) \alpha^2$$

$$11) \alpha^4$$

$$12) 4\alpha^3$$

$$21) 0$$

$$22) \alpha^4$$

$$\begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} \alpha^2 & 2\alpha \\ 0 & \alpha^2 \end{pmatrix}$$

$$11) \alpha^3$$

$$12) 3\alpha^2$$

$$21) 0$$

$$22) \alpha^3$$

$$\begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}^3 = \begin{pmatrix} \alpha^3 & 3\alpha^2 \\ 0 & \alpha^3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}^4 = \begin{pmatrix} \alpha^4 & 4\alpha^3 \\ 0 & \alpha^4 \end{pmatrix}$$

Сформулируем закон перемножения

$$\text{Тогда } \begin{pmatrix} \alpha & 1 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} \alpha^n & n\alpha^{n-1} \\ 0 & \alpha^n \end{pmatrix}$$

$$d) \begin{pmatrix} \alpha & \alpha \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} \alpha & \alpha \\ 0 & \alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \alpha & \alpha \\ 0 & \alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \alpha & \alpha \\ 0 & \alpha \end{pmatrix} \dots$$

$$11) \alpha^2$$

$$12) 2\alpha^2 \quad \begin{pmatrix} \alpha & \alpha \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} \alpha^2 & 2\alpha^2 \\ 0 & \alpha^2 \end{pmatrix}$$

$$21) 0$$

$$22) \alpha^2$$

$$11) \alpha^3$$

$$12) 3\alpha^3$$

$$21) 0$$

$$22) \alpha^3$$

$$\begin{pmatrix} \alpha & \alpha \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}^3 = \begin{pmatrix} \alpha^3 & 3\alpha^3 \\ 0 & \alpha^3 \end{pmatrix}$$

Замечание: замкнутое пространство

$$\begin{pmatrix} \alpha & \alpha \\ 0 & \alpha \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} \alpha^n & n\alpha^n \\ 0 & \alpha^n \end{pmatrix}$$

Задача 5

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & -5 & 3 & -1 \\ 2 & 4 & -7 & 6 & -2 \\ 7 & 2 & -8 & 3 & -1 \\ -5 & 2 & 1 & 3 & -1 \\ -6 & 4 & -1 & 6 & -2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 7 & 2 & -8 & 3 & -1 \\ -6 & 4 & -1 & 6 & -2 \\ -5 & 2 & 1 & 3 & -1 \\ 3 & 2 & -5 & 3 & -1 \\ 2 & 4 & -7 & 6 & -2 \end{pmatrix}$$

Выносимое

замкнутое число 1-й строки

$$\begin{pmatrix} 7 & 2 & -8 & 3 & -1 \\ -6 & 4 & -1 & 6 & -2 \\ -5 & 2 & 1 & 3 & -1 \\ 3 & 2 & -5 & 3 & -1 \\ 2 & 4 & -7 & 6 & -2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\times \frac{-2}{5} +}$$

$$\begin{pmatrix} 7 & 2 & -8 & 3 & -1 \\ -6 & 4 & -1 & 6 & -2 \\ -5 & 2 & 1 & 3 & -1 \\ 3 & 2 & -5 & 3 & -1 \\ 0 & \frac{8}{5} & -\frac{11}{5} & 4 & -\frac{4}{5} \end{pmatrix} \xrightarrow{\times \frac{3}{5} +}$$

$$\begin{pmatrix} 7 & 2 & -8 & 3 & -1 \\ -6 & 4 & -1 & 6 & -2 \\ -5 & 2 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & \frac{16}{5} & -\frac{22}{5} & \frac{24}{5} & -\frac{8}{5} \\ 0 & \frac{8}{5} & -\frac{11}{5} & 4 & -\frac{4}{5} \end{pmatrix} \xrightarrow{\times \frac{-6}{8} +}$$

$$\begin{pmatrix} 7 & 2 & -8 & 3 & -1 \\ -6 & 4 & -1 & 6 & -2 \\ 0 & \frac{14}{5} & -\frac{11}{5} & -2 & \frac{2}{5} \\ 0 & \frac{16}{5} & -\frac{22}{5} & \frac{24}{5} & -\frac{8}{5} \\ 0 & \frac{8}{5} & -\frac{11}{5} & 4 & -\frac{4}{5} \end{pmatrix} \xrightarrow{\times \frac{6}{7} +}$$

$$\begin{pmatrix} 7 & 2 & -8 & 3 & -1 \\ 0 & \frac{40}{7} & -\frac{55}{7} & \frac{60}{7} & -\frac{60}{7} \\ 0 & \frac{14}{5} & -\frac{11}{5} & -2 & \frac{2}{5} \\ 0 & \frac{16}{5} & -\frac{22}{5} & \frac{24}{5} & -\frac{8}{5} \\ 0 & \frac{8}{5} & -\frac{11}{5} & 4 & -\frac{4}{5} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 7 & 2 & -8 & 3 & -1 \\ 0 & \frac{40}{7} & -\frac{55}{7} & \frac{60}{7} & -\frac{60}{7} \\ 0 & \frac{14}{5} & -\frac{11}{5} & -2 & \frac{2}{5} \\ 0 & \frac{16}{5} & -\frac{22}{5} & \frac{24}{5} & -\frac{8}{5} \\ 0 & \frac{8}{5} & -\frac{11}{5} & 4 & -\frac{4}{5} \end{pmatrix}$$

Выполнить преобразование матрицы по правилу

$$\begin{pmatrix} 7 & 2 & -8 & 3 & -1 \\ 0 & \frac{40}{7} & -\frac{55}{7} & \frac{60}{7} & -\frac{20}{7} \\ 0 & \frac{16}{5} & -\frac{22}{5} & \frac{24}{5} & -\frac{8}{5} \\ 0 & \frac{8}{5} & -\frac{11}{5} & 4 & -\frac{4}{5} \\ 0 & -\frac{4}{5} & \frac{11}{5} & -2 & \frac{2}{5} \end{pmatrix} \xrightarrow{\times \frac{1}{2}} \begin{pmatrix} 7 & 2 & -8 & 3 & -1 \\ 0 & \frac{40}{7} & -\frac{55}{7} & \frac{60}{7} & -\frac{20}{7} \\ 0 & \frac{16}{5} & -\frac{22}{5} & \frac{24}{5} & -\frac{8}{5} \\ 0 & \frac{8}{5} & -\frac{11}{5} & 4 & -\frac{4}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\times \frac{-5}{6}} +$$

$$\begin{pmatrix} 7 & 2 & -8 & 3 & -1 \\ 0 & \frac{40}{7} & -\frac{55}{7} & \frac{60}{7} & -\frac{20}{7} \\ 0 & \frac{16}{5} & -\frac{22}{5} & \frac{24}{5} & -\frac{8}{5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\times \frac{-14}{25}} + \begin{pmatrix} 7 & 2 & -8 & 3 & -1 \\ 0 & \frac{40}{7} & -\frac{55}{7} & \frac{60}{7} & -\frac{20}{7} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

ны и все
мы получили
матрицу нуля

$$\begin{pmatrix} x & x & x \\ 0 & x & x \\ 0 & 0 & x \end{pmatrix}$$

Задача 5

$$\textcircled{1} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} 11) a^2 + bc &= 0 \rightarrow a^2 + bc = 0 \\ 12) ab + bd &= 0 \rightarrow b(a+d) = 0 \\ 21) ac + dc &= 0 \rightarrow c(a+d) = 0 \\ 22) bc + d^2 &= 0 \rightarrow d^2 + bc = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} b=0 \\ c=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 + bc = 0 \\ d^2 + bc = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b=0 \\ a+d=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 + bc = 0 \\ c=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+d=0 \\ a^2 + bc = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a+d=0 \\ a^2 + bc = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b=0 \\ c=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=0 \\ d=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b=0 \\ a=0 \end{cases} \quad c=c$$

$$\begin{cases} d=0 \\ c=0 \end{cases} \quad b=b$$

$$\begin{cases} a=0 \\ d=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} d = \pm \sqrt{-bc} \\ a = \pm \sqrt{bc} \end{cases}$$

$$\begin{cases} b=b \\ c=c \end{cases}$$

$$\begin{cases} b=0 \\ a+d=0 \\ c=0 \\ a+d=0 \\ a^2 + bc = 0 \\ d^2 + bc = 0 \end{cases}$$

то же и-угол
выполн:

$$\begin{pmatrix} 0 & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ c & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \sqrt{-bc} & b \\ c & -\sqrt{-bc} \end{pmatrix}$$

$$(2) \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$11) a^2 + 8c = 1$$

$$12) 8(a+d) = 0$$

$$21) c(a+d) = 0$$

$$22) d^2 + 8c = 1$$

$$\text{Если } a+d \neq 0 \Rightarrow b=0 \text{ и } c=0 \Rightarrow a^2=d^2=1 \Rightarrow$$

$$\begin{matrix} 1-\text{й шаг} \\ 2-\text{й шаг} \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} a=d=1 \\ a=d=-1 \end{cases}$$

$$\text{Если } a+d=0 \Rightarrow \begin{cases} d=-a \\ a^2+8c=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} d=-a \\ a^2+8c=1 \\ c=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} d=-a \\ a^2=1 \\ c=0 \end{cases}$$

$$\begin{matrix} \rightarrow 3\text{-й шаг} \\ \rightarrow 4\text{-й шаг} \end{matrix} \begin{cases} d=-a \\ a=1 \\ c=0 \end{cases} \begin{cases} d=-a \\ a=-1 \\ c=0 \end{cases}$$

$$5\text{-й шаг} \begin{cases} d=-a \\ a^2+8c=1 \\ c \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} d=-a \\ b = \frac{1-a^2}{c} \\ c \neq 0 \end{cases}$$

Вспомогательные матрицы:

$$1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad 2) \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad 3) \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad 4) \begin{pmatrix} -1 & 8 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$5) \begin{pmatrix} a & \frac{1-a^2}{c} \\ c & -a \end{pmatrix}$$