Домашнее задание №17. М3135

Карасева

Тензорная алгебра (часть 1)

Задача 1

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc|ccc}
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\
\hline
0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\
\hline
0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right)$$

Задача 2

Задача 2

(1) чд = 3 $\quad n = 2$

$$\left(\begin{array}{cc|cc} \alpha^1_{11} & \alpha^1_{21} & \alpha^1_{12} & \alpha^1_{22} \\ \alpha^2_{11} & \alpha^2_{21} & \alpha^2_{12} & \alpha^2_{22} \end{array}\right) \begin{array}{l} \Rightarrow i=1 \\ \Rightarrow i=2 \end{array}$$

$k=1 \qquad k=2$

и еще 2 сечения для $j=1$ и $j=2$

итого 6 сечений

(2) чд = 3 $\quad n = 3$

перебираем аналогично.

$i = 1, 2, 3 \quad j = 1, 2, 3 \quad k = 1, 2, 3$

итого 9 сечений

(3) чд = 4 $\quad n = 3.$

$ij = \underbrace{11, 12, 13, 21, 22, 23, 31, 32, 33}_{9}.$

Всего сочетаний из 4 по 2 = 6

итого $9 \cdot 6 = 54$ сечения

Задание 3

① $a^i_j \to A = \begin{pmatrix}1&2&4\\-2&3&1\\2&2&2\end{pmatrix}$ $\quad b_k = (3\ 2\ 1)$

$C = a \otimes b \qquad a(1,1) \otimes b(1,0) = C(2,1)$

$$C = \left(\begin{array}{ccc|ccc|ccc}3&6&12&2&4&8&1&2&4\\-6&9&3&-4&6&2&-2&3&1\\6&6&6&4&4&4&2&2&2\end{array}\right)$$

② $a^i_j \to A\begin{pmatrix}3&4\\1&2\end{pmatrix}$ $\quad b_{kl} \to B\begin{pmatrix}1&0\\-2&2\end{pmatrix}$

$c = a\otimes b \qquad a(1,1)\otimes b(2,0) = c(3,1)$

$$C = \left(\begin{array}{cc|cc}3&4&0&0\\1&2&0&0\\\hline -6&-8&6&8\\-2&-4&2&4\end{array}\right)$$

Задание 4

$a \overset{4}{\otimes} (b \overset{1}{\otimes} a \overset{3}{+} a \overset{2}{\otimes} c)$

① $a^i = \begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ $\quad b^j = \begin{pmatrix}-1\\2\\3\end{pmatrix}$ $\quad c^k = \begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}$

1) $b\otimes a = \begin{pmatrix}-1&-1&-1\\2&2&2\\3&3&3\end{pmatrix}$ $\quad$ 2) $a\otimes c = \begin{pmatrix}1&0&-1\\1&0&-1\\1&0&-1\end{pmatrix}$

3) $\begin{pmatrix}0&-1&-2\\3&2&1\\4&3&2\end{pmatrix}$ $\quad$ 4) $\left(\begin{array}{ccc|ccc|ccc}0&3&4&-1&2&3&-2&1&2\\0&3&4&-1&2&3&-2&1&2\\0&3&4&-1&2&3&-2&1&2\end{array}\right)$

(2.) $a_i = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\quad b^j_k = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$ $\quad c^j_k = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

1) $d^j_{ki} = \left(\begin{array}{cc|cc} -1 & 2 & -2 & 4 \\ 3 & -3 & 6 & -6 \end{array}\right)$ $\qquad$ 2) $d^j_{ik} = \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & -1 & -2 \\ -1 & -2 & 1 & 2 \end{array}\right)$.

3) $\begin{array}{c} j \\ ki \end{array} \left(\begin{array}{cc|cc} 0 & 4 & -3 & 2 \\ 2 & -5 & 7 & -4 \end{array}\right)$ $\qquad$ 4) $\begin{array}{c} j \\ ikl \end{array} \left(\begin{array}{cc|cc} 0 & 0 & -3 & -6 \\ 2 & 4 & 7 & 14 \\ \hline 4 & 8 & 2 & 4 \\ -5 & -10 & -4 & -8 \end{array}\right)$

Задача 5

$A^{ij}_{kl} = \left(\begin{array}{cc|cc} 3 & 5 & 6 & 10 \\ 5 & 9 & 8 & 7 \\ \hline 1 & 2 & 0 & 1 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{array}\right)$

$a^{ij}_{il} = \begin{pmatrix} 3+5 & 6+7 \\ 5+6 & 10+8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 13 \\ 11 & 18 \end{pmatrix}$

$a^{ij}_{jl} = \begin{pmatrix} 3+2 & 6+1 \\ 5+6 & 8+8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 11 & 16 \end{pmatrix}$

$a^{ij}_{ji} = (3+2+8+8) = (21)$

Задание 6

$$a^i_{jk} \to A = \left(\begin{array}{ccc|ccc|ccc} 1&1&1&2&2&2&3&3&3\\ 4&4&4&5&5&5&6&6&6\\ 7&7&7&8&8&8&9&9&9 \end{array}\right) \qquad T = \begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$$

$$S = T^{-1} = \begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$$

$$a^{i'}_{j'k'} = a^i_{jk} \cdot S^{i'}_i \cdot t^j_{j'} \cdot t^k_{k'} =$$

$$= a^1_{11} \cdot S^{i'}_1 \cdot t_{j'} \cdot t_{k'} + a^1_{12} \cdot S^{i'}_1 \cdot t^1_{j'} \cdot t^2_{k'} + a^1_{13} \cdot S^{i'}_1 \cdot t^1_{j'} \cdot t^3_{k'} +$$

$$+ a^1_{21} \cdot S^{i'}_1 \cdot t^2_{j'} \cdot t^1_{k'} + a^1_{22} \cdot S^{i'}_1 \cdot t^2_{j'} \cdot t^2_{k'} + a^1_{23} \cdot S^{i'}_1 \cdot t^2_{j'} \cdot t^3_{k'} +$$

$$+ a^1_{31} \cdot S^{i'}_1 \cdot t^3_{j'} \cdot t^1_{k'} + a^1_{32} \cdot S^{i'}_1 \cdot t^3_{j'} \cdot t^2_{k'} + a^1_{33} \cdot S^{i'}_1 \cdot t^3_{j'} \cdot t^3_{k'} +$$

$$+ a^2_{11} \cdot S^{i'}_2 \cdot t^1_{j'} \cdot t^1_{k'} + a^2_{12} \cdot S^{i'}_2 \cdot t^1_{j'} \cdot t^2_{k'} + a^2_{13} \cdot S^{i'}_2 \cdot t^1_{j'} \cdot t^3_{k'} +$$

$$+ a^2_{21} \cdot S^{i'}_2 \cdot t^2_{j'} \cdot t^1_{k'} + a^2_{22} \cdot S^{i'}_2 \cdot t^2_{j'} \cdot t^2_{k'} + a^2_{23} \cdot S^{i'}_2 \cdot t^2_{j'} \cdot t^3_{k'} +$$

$$+ a^2_{31} \cdot S^{i'}_2 \cdot t^3_{j'} \cdot t^1_{k'} + a^2_{32} \cdot S^{i'}_2 \cdot t^3_{j'} \cdot t^2_{k'} + a^2_{33} \cdot S^{i'}_2 \cdot t^3_{j'} \cdot t^3_{k'} +$$

$$+ a^3_{11} \cdot S^{i'}_3 \cdot t^1_{j'} \cdot t^1_{k'} + a^3_{12} \cdot S^{i'}_3 \cdot t^1_{j'} \cdot t^2_{k'} + a^3_{13} \cdot S^{i'}_3 \cdot t^1_{j'} \cdot t^3_{k'} +$$

$$+ a^3_{21} \cdot S^{i'}_3 \cdot t^2_{j'} \cdot t^1_{k'} + a^3_{22} \cdot S^{i'}_3 \cdot t^2_{j'} \cdot t^2_{k'} + a^3_{23} \cdot S^{i'}_3 \cdot t^2_{j'} \cdot t^3_{k'} +$$

$$+ a^3_{31} \cdot S^{i'}_3 \cdot t^3_{j'} \cdot t^1_{k'} + a^3_{32} \cdot S^{i'}_3 \cdot t^3_{j'} \cdot t^2_{k'} + a^3_{33} \cdot S^{i'}_3 \cdot t^3_{j'} \cdot t^3_{k'}$$

$a^{1'}_{1'1'} = a^3_{33} \cdot S^{i'}_3 \cdot t^3_{j'} \cdot t^3_{k'}$ (остальные занулились) $= 9$

$$A' = \left(\begin{array}{ccc|ccc|ccc} 9&0&9&0&0&0&7&0&7\\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0\\ 3&0&3&0&0&0&1&0&1 \end{array}\right)$$