

读程序 判定 → 时间复杂度

时间复杂度表达

Big O notation

$O(1)$ = Constant Complexity 常数复杂度 只要是常数 (1, 2, 3, 4...) 都是 $O(1)$

$O(\log n)$ = Logarithmic Complexity 对数复杂度

$O(n)$ = Linear Complexity 线性时间复杂度

$O(n^2)$ = N square Complexity 平方

$O(n^3)$ = N cubic Complexity 立方

$O(2^n)$ = Exponential Growth 指数

$O(n!)$ = Fractional 阶乘

只看最高复杂度的运算

根据 n 的情况运行了多少次

$O(1)$ `int n = 1000;`
`System.out.println("Hey - your input is: " + n);`

$O(?)$ `int n = 1000;`
 $O(1)$ `System.out.println("Hey - your input is: " + n);`
`System.out.println("Hmm.. I'm doing more stuff with: " + n);`
`System.out.println("And more: " + n);`

$O(N)$ `for (int i = 1; i <= n; i++) {`
`System.out.println("Hey - I'm busy looking at: " + i);`
`}`

$O(N^2)$ `for (int i = 1; i <= n; i++) {`
 $O(N^2)$ `for (int j = 1; j <= n; j++) {`
`System.out.println("Hey - I'm busy looking at: " + i + " and " + j);`
`}`
`}`

如果是并列执行,

还是 $O(N)$ 复杂度

如果是嵌套执行,

则可能是 $O(N^2)$

$O(N^3) \dots$

$O(\log(n))$

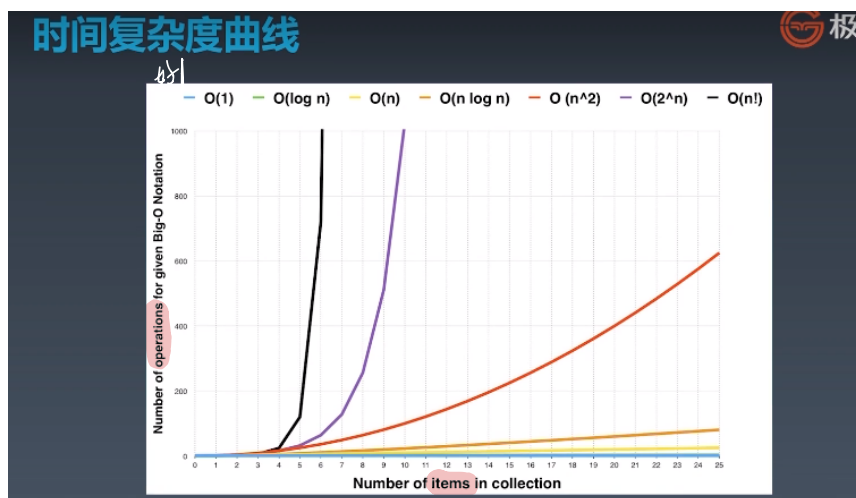
```

for (int i = 1; i < n; i = i * 2)
    System.out.println("Hey - I'm busy looking at: " + i);
    
```

$O(k^n)$
 $O(2^n)$

```

int fib(int n) {
    if (n < 2) return n;
    return fib(n - 1) + fib(n - 2);
}
    
```



计算: $1 + 2 + 3 + \dots + n$

- 方法一: 从1到n的循环累加

$y = 0$
 for i = 1 to n: $O(n)$
 $y += i$
- 方法二: 求和公式 $sum = n(n+1)/2$

$y = n * (n + 1) / 2$
 $O(1)$
 只执行一次

同步系统化的思考题目的方式 刷题四件套

- Clarification: 确保自己对题目的理解是正确的
- Possible Solutions: 想所有可能的解法来解这题目
 - 比较不同的想法, 它们的 **时间** 和 **空间复杂度**
 - compare (time / space)
 - optimal (最强)
- Coding (多写)
- Test cases: 测试样例 - 列举几个

更复杂的情况 = 递归

Solution: 递归状态的递归树 / 状态树

example =

Fib: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...

• $F(n) = F(n - 1) + F(n - 2)$

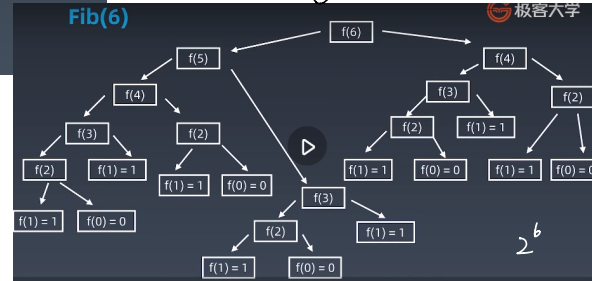
• 面试 (直接用递归)

```
int fib(int n) {
    if (n < 2) return n;
    return fib(n - 1) + fib(n - 2);
}
```

假设计算 $F(6)$

$\therefore n=6 \quad n \neq 2$

\therefore 不 return n



现象: ① 每层展开层运行的节点数
就是上面一层的两倍

② 有重复节点

加一个缓存 / 用一个循环

Master Theorem

定理: 用来解决所有递归的函数, 怎么计算时间复杂度

Binary search: 一般发生在数组本身有序, 在有序的数组里找到想要的目标数

Binary tree traversal (二叉树): 每个节点都访问一次, 且仅访问一次

Application to common algorithms [edit]

Algorithm	Recurrence relationship	Run time	Comment
Binary search 二分查找	$T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + O(1)$	$O(\log n)$	Apply Master theorem case $c = \log_b a$, where $a = 1, b = 2, c = 0, k = 0$ [5]
Binary tree traversal 二叉树	$T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + O(1)$	$O(n)$	Apply Master theorem case $c < \log_b a$ where $a = 2, b = 2, c = 0$ [5]
Optimal sorted matrix search 排好序的二维矩阵	$T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + O(\log n)$	$O(n)$	Apply the Akra-Bazzi theorem for $p = 1$ and $g(u) = \log(u)$ to get $\Theta(2n - \log n)$
Merge sort 归并排序	$T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + O(n)$	$O(n \log n)$	Apply Master theorem case $c = \log_b a$, where $a = 2, b = 2, c = 1, k = 0$

思考题

二叉树遍历 - 前序、中序、后序: 时间复杂度是多少?

$O(n)$

\rightarrow 二叉树里面树的节点总数

为什么 $O(n)$ = 递归得到

or

二叉树每个节点会访问一次且仅访问一次

∴ 时间复杂度线性于二叉树的节点总数

二叉树遍历 - 前序、中序、后序：时间复杂度是多少？ $O(n)$

图的遍历：时间复杂度是多少？ $O(n)$

搜索算法：DFS、BFS 时间复杂度是多少？ $O(n)$

二分查找：时间复杂度是多少？ $O(\log n)$

空间复杂度

1. 数组的长度

2. 递归的深度 (特殊情况)