

# Proyecto del Curso de Análisis Numérico

Karen Juliana Celis Buitrago  
Andres Camilo Muñoz Usamá  
David Steven López Tovar

Mayo 2019

## 1. Introducción

El **clima** se conforma por la variación de las condiciones atmosféricas, caracterizado por estados y evoluciones del tiempo, durante un periodo y un lugar, como lo aclara el IDEAM [1].

Existen diferentes condiciones y/o propiedades los cuales llegan a definir el estado del clima en si. Los principales elementos que logran cambiar esto son: Presión atmosférica, Temperatura, Humedad, Velocidad del aire, Dirección del viento, Precipitación de lluvia, Brillo solar y Nubosidad.

En bastantes ciencias, es necesario el poder representar y analizar los fenómenos del mundo real de manera que se necesita un método con lo cual se pueda estudiar esto.[2] Con el fin de utilizar métodos formales y fundamentados en la lógica, se opta por realizar modelos matemáticos.

Un modelo matemático de un sistema físico frecuentemente involucra la variable del tiempo ( $t$ ). La solución de este modelo representa el estado del sistema en un tiempo determinado. En otra palabras, para valores apropiados del tiempo ( $t$ ), los valores de las variables dependiente describen el sistema en el pasado, el presente y el futuro.

Al querer ver el comportamiento del clima, se puede generar una función donde esta pase por los datos obtenidos. Esta función es posible obtenerla por medio de ajuste de curva.

Como aclara Salvador[4], el ajuste de curva consta de dado un conjunto de  $N$  pares de puntos, se determina una función matemática  $f(x)$  donde la diferencia entre el punto obtenido por la función y el punto original sea mínimo.

## 2. Descripción del Problema

Para el desarrollo del proyecto final del curso de Análisis Numérico se pretende realizar un proyecto que por medio del ajuste de curvas logre representar correctamente la **variación de la radiación solar** en un determinado tiempo, esto con el fin de comparar los datos obtenidos a partir del modelo matemático escogido y los datos reales, además de analizar por medio del error su diferencia.

La radiación solar es aquella energía emitida por el sol, la cual estimula la síntesis de la vitamina D, favorece la circulación sanguínea y la estimulación cerebral responsable del estado anímico.

El Ideam[5] aclara que la radiación solar importante ya que se logra utilizar en múltiples aplicaciones, entre ellas destaca el uso como fuente alternativa de energía para así generar electricidad. Otros usos de tener conocimiento de esta radiación es para el sector de la salud, para monitorear el crecimiento de las plantas, generar modelos de predicción del tiempo y clima.

## 3. Objetivos

- Desarrollar un aplicativo donde se pueda apreciar la variación en la radiación en una ciudad y generar un función con el mínimo error posible.
  - \* Utilizar un modelo matemático para el desarrollo del aplicativo y comparar sus resultados con los datos teóricos. Así mismo poder ver si existe alguna diferencia entre ambas gráficas planteadas.
  - \* Realizar ajuste de curvas con el fin de obtener una función que se aproxime lo máximo posible a los puntos obtenidos, con el mínimo error posible.
  - \* Crear una herramienta de fácil uso para que el usuario final sea capaz de entender como funciona el aplicativo el cual puede desarrollar para diferentes aplicaciones siempre y cuando no se salga de los parametros establecidos para su buen funcionamiento

## 4. Método de Solución

### 4.1. Modelo matemático

Para darle solución al problema se escogió el modelo matemático de radiación solar basado en los datos climatológicos proporcionados por parte de la NASA SSE. En el cual se obtendrá una solución congruente con el comportamiento conocido del sistema físico al mismo tiempo que complementar, reforzar y validar ciertos resultados.

El modelo que se propone usa métodos cuantitativos para simular las interacciones del clima. El estudio de modelado lleva a cabo dos modelos dentro de los cuales el primero es un modelo heurístico que se basa en las explicaciones sobre las causas o mecanismos naturales. En tanto el segundo corresponde a modelos conceptuales mediante fórmulas y algoritmos matemáticos más o menos complejos los procesos físicos que se producen en la naturaleza.

## 4.2. Explicación modelo matemático

A partir de una base de datos[3] en la cual se suministra la temperatura máxima y mínima promedio. Estas temperaturas son cambiantes en el transcurso del año debido al cambio de las distintas corrientes de aire que se reciben por parte de los polos norte y sur. La temperatura de la tierra depende de la diferencia entre la cantidad de energía que la tierra recibe desde el sol y la cantidad de energía que a tierra pierde al espacio.

En el siguiente modelo se podrá apreciar distintas variables, algunas un tanto conocidas otras no tanto pero antes de ir al tema, revisemos un poco sobre la radiación solar. Cabe resaltar que este modelo esta planteado principalmente para el uso y el estudio de paneles solares así que no es de extrañarse encontrarse con palabras de este campo mencionado.

El valor de la radiación solar que llega a la superficie receptora de los paneles solares depende de varios factores, algunos de los cuales son deterministas y otros son de naturaleza estocástica. Los factores deterministas incluyen la latitud geográfica de la ubicación de la planta de energía solar, el día del año, la hora del día y los ángulos de orientación de la superficie receptora del panel solar en relación con el sol. Los factores estocásticos que determinan gran medida la intensidad de la radiación solar incluyen la concentración de gases atmosféricos, polvo, aerosoles y vapor de agua suspendidos en el aire, y la naturaleza de la capa de nubes y la superficie subyacente.

## 4.3. Ecuación modelo matemático

Ecuación diferencial del cambio del modelo de radiación solar.[7]  
El estudio utiliza un modelo combinado de la llegada de la radiación solar, en el que algunos de los parámetros se calculan a partir de ecuaciones analíticas, y algunos se determinan utilizando los coeficientes empíricos de la base de datos SSE de la NASA para la ubicación de la planta de energía solar especificada. La radiación solar total que llega a la superficie inclinada está determinada por la ecuación:

Donde  $G_h$  y  $G_{dh}$  son los valores de radiación solar total y dispersa que llegan a la superficie horizontal respectivamente;  $t$  es el ángulo entre la dirección de la radiación incidente a la superficie y la normal a la superficie;  $t_z$  es el ángulo

$$G = (G_H - G_{DH}) \cdot \frac{\cos \theta}{\cos \theta_z} + G_{DH} \cdot \left[ A_i \cdot \frac{\cos \theta}{\cos \theta_z} + (1 - A_i) \cdot \left( \frac{1 + \cos \beta}{2} \right) \right] + G_H \cdot p \cdot \frac{1 - \cos \beta}{2},$$

Figura 1: Ecuación de la descripción teórica del modelo propuesto

cenital solar;  $p$  es el albedo de la superficie de la Tierra;  $\beta$  es el ángulo de inclinación de la superficie horizontal;  $A_i$  es el índice de anisotropía determinado por la ecuación:

$$A_i = (G_h - G_{dh})/G_o \quad (1)$$

Donde  $G_o$  es la radiación solar extra-atmosférica en la superficie horizontal. El valor del ángulo  $\theta$  puede ser encontrado en [7]

La declinación del ángulo es calculado mediante la siguiente formula teniendo a delta como:

$$d = 23,45 * \sin[360/365 * (N + 284)] \quad (2)$$

Donde  $N$  es el número del día, como lo puede ser  $N=1$  el primero de enero.

El ángulo cenital es el ángulo conjugado de la elevación solar sobre el horizonte  $h$ , que puede ser calculado a partir de:

$$h = 90 - \theta \quad (3)$$

El ángulo de azimuth solar  $Az$  se puede calcular a partir de la siguiente ecuación:

$$\cos Az = (\sinh * \sin(\theta) - \sin(d)) / (\cosh * \cos(\theta)) \quad (4)$$

Los ángulos de azimuth al amanecer  $sr$  y atardecer  $ss$  se pueden calcular a partir de:

$$W_{sr} = 0 - \arccos[-\tan(\theta) * \tan(d)] \quad (5)$$

$$W_{ss} = 0 - \arccos[-\tan(\theta) * \tan(d)] \quad (6)$$

Los valores promedio diarios de la radiación extra-atmosférica que llega a la superficie horizontal están determinados por la ecuación:

$$H_0 = \frac{24}{\pi} \cdot G_{sc} \cdot \left( 1 + 0.033 \cdot \cos \frac{360 \cdot N}{365} \right) \cdot (\cos \varphi \cdot \cos \delta \cdot \sin \omega_s + \sin \varphi \cdot \sin \delta),$$

Donde  $G_{sc} = 1367 \text{ Wt/m}^2$  es la constante solar.

Se calculan los valores diarios actuales de radiación solar total y dispersa en la superficie horizontal por las formulas

$$G_h = rt * H, G_{dh} = Rd * H_d \quad (7)$$

Para calcular los coeficientes de la formula (9), se debe usar la formula propuesta por Collares-Pereira

$$rt = \pi/24 * (a + b * \cos(w) * (\cos(\theta) - \cos(\omega_s)) / (\sin(\omega_s) - \omega_s - \cos(\omega_s))) \quad (8)$$

Con coheficientes

$$a = 0,409 + 0,5016 * \sin(Ws - 60) \quad (9)$$

$$a = 0,6609 + 0,4767 * \sin(Ws - 60) \quad (10)$$

y por Liu y Jordan:

$$rd = \pi/24 * (\cos(ph) - \cos(ws))/(\sin(ws) - ws * \cos(ws)) \quad (11)$$

## 5. Modo de operación del aplicativo

Para esta parte del documento se explicara detalladamente cuales son las componentes del aplicativo explicando dentro de ella sus parámetros para el funcionamiento, el nombre con el cual se invoca, los atributos y funciones que se obtienen al tener esta función.

Cabe aclarar en primera instancia que para el desarrollo de la función "mosr" (Model Of Solar Radiation) se utiliza como preferencia la ecuación (Figura 1).

Esta función puede ser ejecutada una vez hayamos descargado la información necesario a partir de la base de datos de la NASA o si es de deseo personal hallar los datos de manera manual, lo cual no es recomendable ya que la función es muy sensible a cambios suaves dentro de los datos de entrada. Como segundo parámetro, este opcional, tenemos el mismo tipo de tabla pero con tal solo un atributo y es la radiación original, este valor es opcional ya que si se desea hacer la diferencia y hallar el error entre la calculada y la original sera necesaria ingresar la original, si por el contrario, solo se desea saber el valor de la radiación con los datos mencionados es suficiente.

Luego de haber subido el o los archivos por medio de la interfaz del aplicativo tendremos en una tabla guardados todos los datos, por consiguiente el próximo paso es hacer el llamado de la función enviándole como parámetro la o las tablas y el número de meses a los cuales se les desea hacer el estudio.

Esta tabla debe tener los siguientes valores por mes:

- \* Albedo: porcentaje de radiación que cualquier superficie refleja respecto a la radiación que incide sobre ella
- \* Extra-atmospheric
- \* Difusión de la radiación solar horizontal
- \* Radiación solar horizontal total
- \* Ángulo de inclinación del rayo de sol entrante
- \* Ángulo entre el radio incidente

- \* **Ángulo zenith solar:** Es el ángulo entre el zenit y el centro del disco solar. El ángulo de elevación solar es la altitud del Sol, el ángulo entre el horizonte y el centro del disco del Sol.

En caso de no ser así la función arrojará un error por haber ingresado los parámetros incorrectos, por otro lado tenemos que para hacer buen uso de la base de datos de la NASA se recomienda ver el vídeo [8].

Dentro del aplicativo nos encontramos que nuestro modelo es decir la ecuación de la figura 1, toma estos datos y les hace el calculo respectivo. Si los datos han sido ingresados de manera correcta veremos un despliegue de toda la información suministrada al programa junto con los datos originales en caso de que se hayan incluido.

Automáticamente después se podrá ver las gráficas de los datos insertados. En caso de haber ingresado ambos datos tanto el original como el calculado podremos ver el error global y el error local.

## 6. Ejecución del aplicativo

Primeramente, se obtienen los datos desde la plataforma POWER Data Access Viewer, la cual pertenece a la NASA. En esta encontraremos la información necesaria para poder reemplazar en las formulas descritas anteriormente, esta información consta de información de todo un año .

<http://127.0.0.1:5747>
[Open in Browser](#)

### Temperatura

**Ingresar Archivo**

Browse...
No file selected

Tamaño máximo 5MB

Parámetros de la tabla a leer

☒ Header

**Separador de datos**

☒ Punto\_y\_coma




Figura 2: Interfaz para cargar la base de datos deseada

PARAMETER	JAN	FEB	MAR	APR	MAY	JUN	JUL	AUG	SEP	OCT	NOV	DEC	ANN
-END HEADER-													
DIFF	1.93	2.11	2.28	2.32	2.22	2.13	2.12	2.23	2.29	2.16	1.99	1.89	2.14
DNR	3.99	3.66	3.35	2.85	3.25	3.69	4.17	3.86	3.32	3.23	3.52	3.67	3.55
SRF_ALB	0.19	0.17	0.18	0.16	0.15	0.16	0.15	0.15	0.17	0.17	0.18	0.19	0.17
ALLSKY_TOA_SW_DWN	9.36	9.94	10.40	10.46	10.19	9.97	10.63	10.26	10.32	10.01	9.46	9.12	9.96
ALLSKY_SFC_SW_DWN	4.45	4.57	4.63	4.34	4.46	4.63	4.97	4.94	4.64	4.37	4.25	4.16	4.53
SG_MID_CO2_ZEN_ANG	0.63	0.67	0.70	0.70	0.68	0.67	0.67	0.69	0.70	0.68	0.64	0.61	-999
SG_MAX_HRZ_ANG	62.96	71.34	81.92	86.56	77.44	73.20	75.04	82.48	86.82	75.28	65.55	60.84	-999
SG_DEC_AVG	-20.77	-12.39	-1.81	9.71	18.83	23.07	21.22	13.79	3.09	-8.45	-18.18	-22.90	-999

Figura 3: Datos de la base de datos

Esta plataforma nos permite guardar los archivos como csv, por lo que resultan sencillos de utilizar y poder cargar los datos en R. Al tener la formula cargada

```

LAT      LON PARAMETER JAN FEB MAR APR MAY JUN JUL AUG SEP OCT NOV DEC ANN
1 6.26871 -75.73649 DNR 3.99 3.66 3.35 2.85 3.25 3.69 4.17 3.86 3.32 3.23 3.52 3.67 3.55

```

Figura 4: Datos originales

```

> error
[1]      8.983118    90.989524   210.255664    86.522370      3.777826 10060.182880   329.229677   102.016693   104.719602
[10]    -13.753827   103.773677   106.176850

```

Figura 5: Errores locales

en el programa, se procede a reemplazar con los valores leídos y seguido de esto se grafica. Como se puede apreciar en las ultimas dos figuras tenemos ambos

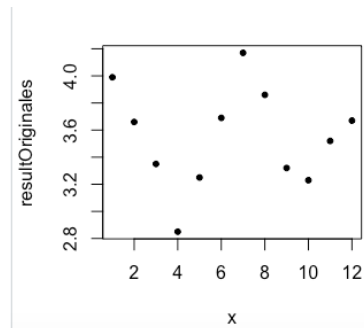


Figura 6: Grafica Datos originales

modelos planteados en las gráficas en los cuales se pueden ver ciertas diferencias uno de otro esto se debe a como el modelo ha sido planteado al igual que sus variables afectan directamente el resultado del programa.

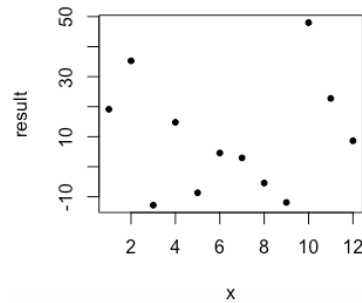


Figura 7: Grafica Datos con modelo

## Referencias

- [1] Ministerio de ambiente y desarrollo sostenible, Clima en Colombia. <http://www.siac.gov.co/clima> Accedido el 8 de abril del 2019
- [2] Sancho F. , El modelado de problemas. <http://www.cs.us.es/~fsancho/?e=94> Accedido el 8 de abril del 2019
- [3] POWER Project Data Sets, NASA Prediction Of Worldwide Energy Resources. <https://power.larc.nasa.gov> Accedido el 9 de abril del 2019
- [4] Salvador Pedro, Ajuste de curvas, Tecnicas Computacionales <http://iqc.udg.es/~perico/docencia/QTC/ajustes.pdf> Accedido el 9 de abril del 2019
- [5] Ideam, Radiación solar <http://www.ideam.gov.co/web/tiempo-y-clima/radiacion-solar> Accedido el 9 de abril del 2019
- [6] Jesús Ildefonso Díaz, Matemáticas para el estudio del clima. <http://www.sinewton.org/numeros/numeros/43-44/Articulo61.pdf> Accedido el 7 de abril del 2019
- [7] Obukhov, Plotnikov, Masolov. Mathematical model of solar radiation based on climatological data from NASA SEE. <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/363/1/012021/pdf> Accedido el 7 de abril del 2019
- [8] NASAs POWER Data Access, Pablo Maril. [Video onlin]. Tomado de: <https://www.youtube.com/watch?v=q5s8mOyY3u8> Accedido el 27 de mayo del 2019
- [9] Anonimo ,Modelos matematicos de la planta solar <http://bibing.us.es/proyectos/abreproy/70554/fichero/3.MODELOS+MATEMATICOS+DE+LA+PLANTA+SOLAR.pdf>