

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИКУМА
«ИЗУЧЕНИЕ РЕЖИМОВ РАСПРОСТРАНЕНИЯ
ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ
В ДИССИПАТИВНЫХ СРЕДАХ
С НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ И ДИСПЕРСИЕЙ**

Оглавление

1. Порядок выполнения исследовательских работ	1
2. Получение базовой математической модели	2
3. Нормировка уравнений.....	3
4. Описание формы входного импульса	4
5. Получение вычислительной модели	5
6. Пример получения математической и вычислительной моделей.....	8
7. Проведение вычислительных экспериментов	12
8. Варианты задания.....	14
9. Рекомендательный библиографический список	15

1. Порядок выполнения исследовательских работ

1. Получение базовой математической модели: преобразование обобщенного нелинейного уравнения Шрёдингера в соответствии с индивидуальным вариантом задания.
2. Получение безразмерной математической модели:
 - 2.1. Переход к системе пространственно-временных координат, связанной с импульсом (с групповой скоростью импульса).
 - 2.2. Нормировка в уравнении величин, имеющих размерность времени, на длительность входного импульса.
 - 2.3. Нормировка амплитуды на пиковую мощность входного импульса.
 - 2.4. Введение характерных длин процессов, влияющих на изменение формы импульса (дисперсии, фазовой самомодуляции и т.д.).
 - 2.5. Нормировка величин, имеющих размерность длины, на длину, указанную в варианте задания.
 - 2.6. Получение выражения для входного импульса в отнормированной форме.
3. Выполнение вычислительных экспериментов в соответствии с условиями, указанными в варианте задания.
4. Подготовка отчётных материалов (в случае выполнения задания по указанию преподавателя).

2. Получение базовой математической модели

Как известно, одним из основных применений лазерного излучения является использование широкого спектра явлений, возникающих в нелинейных оптических средах. Количество приложений таких явлений огромно: волоконные и солитонные лазеры, параметрические усилители и преобразователи света, формирование неклассических состояний света, оптическая обработка информации, и многие другие направления.

Одним из важнейших классов используемых в перечисленных областях систем является класс нелинейных пространственно-периодических систем. Основные уравнения, описывающие их, оказываются достаточно схожими для различных конкретных систем (будь то туннельно-связанные оптические волокна, дифракционные решетки, оптические волокна с подкруткой и др.). Отличия чаще всего заключаются в коэффициентах, описывающих различные линейные и нелинейные эффекты. В рамках курсовой работы для практического освоения основных этапов математического моделирования рассматривается один из базовых типов таких оптических систем – распространение оптических импульсов в одномодовых волоконных световодах.

Полный вывод основного уравнения распространения для данной системы, начинающийся с уравнений Максвелла, можно найти, например, в [1]. Он довольно длинный, но в результате приводит к следующему уравнению:

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} A = i\gamma |A|^2 A + \frac{1}{6} \beta_3 \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} - a_1 \frac{\partial}{\partial t} (|A|^2 A) - ia_2 A \frac{\partial |A|^2}{\partial t}. \quad (1)$$

Данное уравнение иногда называют обобщенным нелинейным уравнением Шрёдингера (НУШ). Здесь:

A [Вт^{1/2}] – комплексная амплитуда импульса (медленноменяющаяся амплитуда огибающей импульса);

z [м] – координата вдоль оси волокна;

t [с] – время в системе отсчета, связанной с наблюдателем;

$\beta_1, \beta_2, \beta_3$ – коэффициенты дисперсии различного порядка, определяемые свойствами среды и связанные с разложением постоянной распространения моды β в ряд Тейлора вблизи несущей частоты импульса ω_0 :

$$\beta(\omega) = n(\omega) \frac{\omega}{c} = \beta_0 + \beta_1(\omega - \omega_0) + \frac{\beta_2}{2}(\omega - \omega_0)^2 + \dots;$$

$\beta_1 = 1/v_g$ [с · м⁻¹] – коэффициент, определяющий групповую скорость импульса;

β_2 [с² · м⁻¹] – коэффициент дисперсии групповых скоростей;

β_3 [с³ · м⁻¹] – для сверхкоротких импульсов учитывает дисперсионные эффекты третьего порядка;

v_g [м · с⁻¹] – групповая скорость импульса;

ω_0 [с⁻¹] – несущая частота импульса;

α [м⁻¹] – коэффициент поглощения;

γ [Вт⁻¹ · м⁻¹] – коэффициент нелинейности, $\gamma = n_2 \omega_0 / (c A_{\text{эфф}})$, где

n_2 [м² · Вт⁻¹] – нелинейный показатель преломления оболочки волокна, c [м · с⁻¹] – скорость света, $A_{\text{эфф}} = \pi w^2$ [м²] – эффективная площадь моды, w [м] – параметр гауссовской моды;

$a_1 = 2\gamma/\omega_0$ [с · Вт⁻¹ · м⁻¹] – коэффициент, характеризующий эффект образования ударной волны огибающей импульса;

$a_2 = \gamma T_R$ [с · Вт⁻¹ · м⁻¹] – коэффициент, характеризующий эффект вынужденного комбинационного саморассеяния (самосмещения частоты);

T_R [с] – время, связанное с наклоном линии ВКР-усиления, если предположить, что оно линейно изменяется вблизи несущей частоты.

Для выполнения работы обобщенное уравнение Шрёдингера является базовым, однако обязательным шагом является его преобразование с учетом выданного варианта задания. Результатом этого преобразования станет исчезновение из уравнения ряда слагаемых в связи с тем, что часть коэффициентов могут иметь нулевое значение.

3. Нормировка уравнений

В большинстве случаев обязательной процедурой для математического анализа модели физической системы должна являться нормировка размерных величин. Процедура нормировки состоит в том, чтобы выразить значение одной размерной величины через другую величину, имеющую такую же размерность (примером может служить измерение ускорения в единицах постоянной свободного падения). Математически эта процедура

состоит в умножении или делении друг на друга параметров, имеющих одинаковую размерность – нормировочного и нормируемого.

В ходе выполнения работы необходима нормировка величин, имеющих размерности времени, амплитуды импульса и длины. В качестве нормировочных величин следует использовать, соответственно:

- а) полуширину начального импульса T_0 по уровню интенсивности $1/e$ от максимальной;
- б) пиковую мощность начального импульса P_0 ;
- в) характерную длину процесса, указанную в варианте задания, либо длину среды.

При этом в ходе нормировки амплитуды для вариантов, предполагающих наличие потерь излучения, следует эти потери учесть, введя для нормированной амплитуды дополнительный множитель $\exp(\alpha z/2)$.

Особенностью рассматриваемой в работе модели является то, что в большинстве случаев длительность импульса оказывается меньшей времени, в течение которого импульс находится в среде. По этой причине возможно возникновение трудностей с интерпретацией результатов решения, изображаемых в виде графиков зависимости огибающей импульса от координаты и времени. Полезным приемом, позволяющим избежать данных трудностей, может служить переход в систему координат, движущуюся с групповой скоростью импульса и имеющую точку отсчета, совпадающую с максимальной интенсивностью начального импульса. Данный переход выполняется с помощью введения новой временной координаты:

$$T = t - \frac{z}{v_g} = t - \beta_1 z.$$

При выполнении работы переход в новую систему координат должен быть выполнен перед процедурой нормировки уравнения.

4. Описание формы входного импульса

При моделировании нестационарных систем обязательным является задание входного распределения интенсивности (амплитуды, мощности) излучения. Классическим случаем, соответствующим большинству реальных оптических систем, является описание световых импульсов, генериру-

емых лазером, с помощью функции распределения Гаусса («гауссовский импульс»). С использованием введенных выше обозначений форма огибающей такого импульса имеет вид:

$$A(0,t) = \sqrt{P_0} \exp\left(-\frac{t^2}{2T_0^2}\right)$$

Другой возможной формой импульса является супергауссовский импульс, описываемый выражением:

$$A(0,t) = \sqrt{P_0} \exp\left[-\frac{1+iC}{2}\left(\frac{t}{T}\right)^{2m}\right],$$

где C – параметр частотной модуляции, m – параметр, определяющий крутизну фронта импульса. Случай $m=1$ соответствует случаю гауссовских импульсов с частотной модуляцией. При больших m форма импульса приближается к прямоугольной с резким передним и задним фронтами.

Наконец, еще одной часто используемой формой импульса является солитонная, то есть имеющая огибающую, описываемую функцией гиперболического секанса:

$$A(0,t) = \sqrt{P_0} \operatorname{sech}\left(\frac{t}{T}\right) \exp\left(-\frac{iCt^2}{2T_0^2}\right),$$

где C , как и в предыдущем случае, является коэффициентом частотной модуляции.

Поскольку в выражения для формы начального импульса входят размерные величины, эти выражения также следует подвергнуть процедуре нормировки.

5. Получение вычислительной модели

Обобщенное нелинейное уравнение Шрёдингера (1) – это нелинейное дифференциальное уравнение в частных производных, которое, вообще говоря, нельзя решить аналитически, за исключением нескольких частных случаев, когда для решения применим метод обратной задачи рассеяния Захарова-Шабата [3]. Поэтому часто для изучения нелинейных эффектов в световодах необходимо численное моделирование. Для этой цели можно использовать множество численных методов, которые относят либо к

разностным, либо к псевдоспектральным. Среди последних одним из наиболее широко используемых методов решения задачи распространения импульсов в нелинейной среде с дисперсией является фурье-метод расщепления по физическим факторам (SSFM) [1,4].

Чтобы разобрать принцип метода SSFM, удобно формально записать обобщенное НУШ в виде

$$\frac{\partial A}{\partial z} = (\hat{D} + \hat{N})A, \quad (2)$$

где \hat{D} – дифференциальный оператор, учитывающий дисперсию и поглощение в линейной среде, а \hat{N} – нелинейный оператор, описывающий действие нелинейностей световода на распространение импульса.

$$\hat{D} = -\frac{i}{2}\beta_2 \frac{\partial^2}{\partial T^2} + \frac{1}{6}\beta_3 \frac{\partial^3}{\partial T^3} - \frac{\alpha}{2},$$

$$\hat{N} = i\gamma|A|^2 - \frac{a_1}{A} \frac{\partial}{\partial T}(|A|^2 A) - ia_2 \frac{\partial|A|^2}{\partial T}.$$

(Здесь и далее будем полагать, что выполнен переход в систему координат, движущуюся с групповой скоростью импульса).

Дисперсия и нелинейность действуют в световоде совместно. Однако в методе SSFM приближенное решение получают, предполагая, что при распространении оптического поля на малое расстояние h в световоде нелинейные и дисперсионные эффекты действуют независимо. Расчет ведется в два шага. Сначала действует только нелинейность, и $\hat{D} = 0$. На втором шаге действует только дисперсия, а $\hat{N} = 0$.

$$A(z+h, T) \cong \exp(h\hat{D})\exp(h\hat{N})A(z, T).$$

Действие оператора $\exp(h\hat{D})$ удобно выполнять в фурье-представлении, следуя формуле:

$$\exp(h\hat{D})B(z, T) = \{F^{-1} \exp[h\hat{D}(i\omega)]F\} B(z, T), \quad (3)$$

где F обозначает оператор фурье-преобразования. $\hat{D}(i\omega)$ можно получить, заменяя дифференциальный оператор $\partial/\partial T$ на $i\omega$, где $\omega = 2\pi/T$ – частота в спектральном представлении. $\hat{D}(i\omega)$ в фурье-представлении есть просто число, поэтому никаких вычислительных проблем, кроме преобразования Фурье, не возникает.

Оценка точности описанного метода основана на учете некоммутативности операторов \hat{D} и \hat{N} и использовании формулы Бейкера-Хаусдор-

фа для двух некоммутирующих операторов. Эта оценка показывает, что метод SSFM имеет точность порядка h^2 .

Увеличение точности до порядка h^3 (при малом шаге) достигается модификацией итерационной расчетной формулы:

$$A(z+h, T) \cong \exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)\exp(h\hat{N})\exp\left(\frac{h}{2}\hat{D}\right)A(z, T).$$

Отличие состоит в том, что действие нелинейности учитывается в середине, а не на краю шага. Такой метод называют симметричным.

Применять метод SSFM относительно просто. Как показано на рис.1, длина световода делится на множество сегментов, которые не обязательно

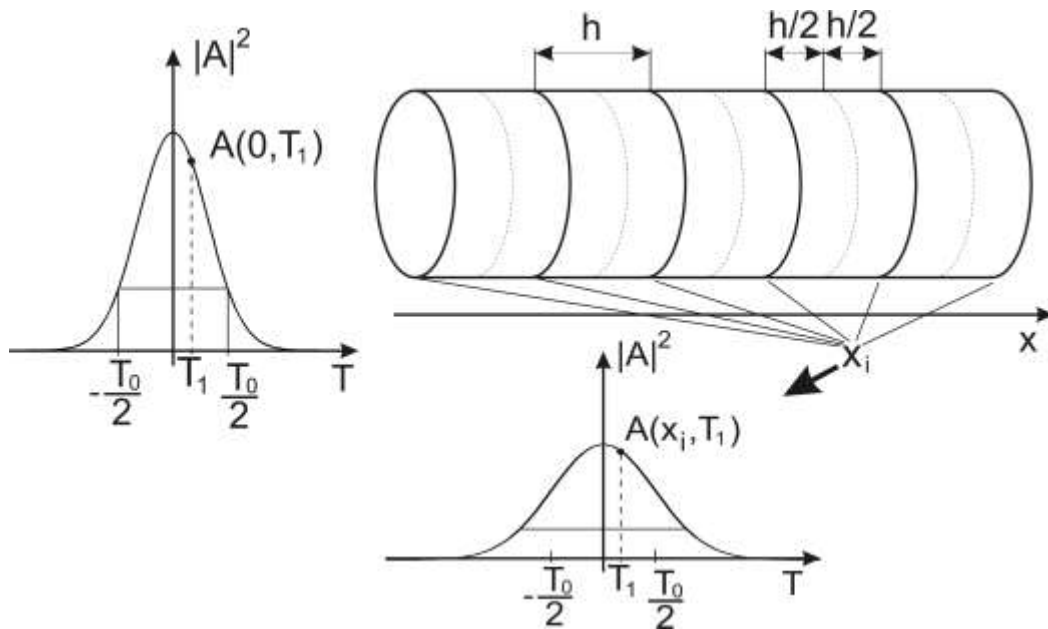


Рис.1

должны быть одинаковой длины. Входной импульс задается набором значений амплитуды огибающей (на рисунке показан график для квадрата модуля амплитуды). В соответствии с итерационной формулой, эти значения изменяются от сегмента к сегменту, давая приближенное решение уравнения. Оптическое поле $A(z, T)$ сначала проходит расстояние $h/2$, на котором действует только дисперсия групповых скоростей; при этом используется алгоритм быстрого преобразования Фурье [5] и выражение (3). В точке $z+h/2$ поле умножается на нелинейный фактор, который характеризует действие нелинейности на полной длине сегмента h , и, наконец, поле проходит оставшееся расстояние $h/2$, где действует только диспер-

сия; В результате получается $A(z+h, T)$. Таким образом, предполагается, что нелинейность действует только в средней точке каждого сегмента.

6. Пример получения математической и вычислительной моделей

Исходным уравнением является обобщенное нелинейное уравнение Шрёдингера (1). Будем рассматривать самый общий случай, когда в этом уравнении присутствуют все слагаемые. Перейдем в систему координат, связанную с групповой скоростью v_g импульса. В такой системе координат время будет иметь значение

$$T = t - \frac{z}{v_g} = t - \beta_1 z,$$

а само уравнение примет вид:

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + \frac{\alpha}{2} A = i\gamma |A|^2 A + \frac{1}{6} \beta_3 \frac{\partial^3 A}{\partial T^3} - a_1 \frac{\partial}{\partial T} (|A|^2 A) - ia_2 A \frac{\partial |A|^2}{\partial T}. \quad (4)$$

Отнормируем уравнение (4) на длительность исходного импульса T_0 . Получим:

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{i}{2} \frac{\beta_2}{T_0^2} \frac{\partial^2 A}{\partial \tau^2} + \frac{\alpha}{2} A = i\gamma |A|^2 A + \frac{1}{6} \frac{\beta_3}{T_0^3} \frac{\partial^3 A}{\partial \tau^3} - \frac{a_1}{T_0} \frac{\partial}{\partial \tau} (|A|^2 A) - i \frac{a_2}{T_0} A \frac{\partial |A|^2}{\partial \tau}.$$

Теперь нормируем амплитуду огибающей импульса. Для этого введем безразмерную амплитуду

$$U(z, \tau) = \frac{A(z, \tau)}{\sqrt{P_0}} \exp\left(\frac{\alpha z}{2}\right), \quad (5)$$

где P_0 – пиковая мощность входного импульса. Экспонента в выражении (5) учитывает наличие процессов рассеяния в системе, характеризующихся коэффициентом α . В случае отсутствия подобных процессов экспонента должна отсутствовать. При такой нормировке амплитуды получим:

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{P_0} \exp\left(-\frac{\alpha z}{2}\right) U, \\ \frac{\partial A}{\partial z} &= \sqrt{P_0} \exp\left(-\frac{\alpha z}{2}\right) \frac{\partial U}{\partial z} - \frac{\alpha}{2} U \sqrt{P_0} \exp\left(-\frac{\alpha z}{2}\right), \\ |A|^2 &= P_0 \exp(-\alpha z) |U|^2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
|A|^2 A &= P_0 \sqrt{P_0} \exp(-\alpha z) \exp\left(-\frac{\alpha z}{2}\right) |U|^2 U, \\
\frac{\partial A}{\partial \tau} &= \sqrt{P_0} \exp\left(-\frac{\alpha z}{2}\right) \frac{\partial U}{\partial \tau}, \\
\frac{\partial^2 A}{\partial \tau^2} &= \sqrt{P_0} \exp\left(-\frac{\alpha z}{2}\right) \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2}, \\
\frac{\partial^3 A}{\partial \tau^3} &= \sqrt{P_0} \exp\left(-\frac{\alpha z}{2}\right) \frac{\partial^3 U}{\partial \tau^3}, \\
\frac{\partial |A|^2}{\partial \tau} &= P_0 \exp(-\alpha z) \frac{\partial |U|^2}{\partial \tau}, \\
\frac{\partial}{\partial \tau} (|A|^2 A) &= P_0 \sqrt{P_0} \exp(-\alpha z) \exp\left(-\frac{\alpha z}{2}\right) \frac{\partial}{\partial \tau} (|U|^2 U).
\end{aligned}$$

Используя приведенные выше выражения, можно получить уравнение для безразмерных амплитуд:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{i}{2} \frac{\beta_2}{T_0^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} &= i \gamma P_0 \exp(-\alpha z) |U|^2 U + \frac{1}{6} \frac{\beta_3}{T_0^3} \frac{\partial^3 U}{\partial \tau^3} - \\
&- \frac{a_1}{T_0} P_0 \exp(-\alpha z) \frac{\partial}{\partial \tau} (|U|^2 U) - i \frac{a_2}{T_0} P_0 \exp(-\alpha z) U \frac{\partial |U|^2}{\partial \tau}.
\end{aligned}$$

Введем характерные длины физических процессов в системе:

$$L_{D2} \equiv \frac{T_0^2}{|\beta_2|} - \text{длина дисперсии второго порядка (параметр } \beta_2 \text{ взят по}$$

модулю, так как длина – величина положительная);

$$L_{D3} \equiv \frac{T_0^3}{|\beta_3|} - \text{длина дисперсии третьего порядка;}$$

$$L_{NL} \equiv \frac{1}{\gamma P_0} - \text{длина фазовой самомодуляции;}$$

$$L_S \equiv \frac{T_0}{a_1 P_0} - \text{длина образования ударной волны огибающей;}$$

$$L_{ICS} \equiv \frac{T_0}{a_2 P_0} - \text{длина вынужденного комбинационного саморассеяния.}$$

С учетом введенных обозначений уравнение принимает вид:

$$\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{i \operatorname{sgn}(\beta_2)}{2L_{D2}} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} = \frac{i}{L_{NL}} \exp(-\alpha z) |U|^2 U + \frac{\operatorname{sgn}(\beta_3)}{6L_{D3}} \frac{\partial^3 U}{\partial \tau^3} -$$

$$- \frac{\exp(-\alpha z)}{L_S} \frac{\partial}{\partial \tau} (|U|^2 U) - i \frac{\exp(-\alpha z)}{L_{ICS}} U \frac{\partial |U|^2}{\partial \tau}.$$

Нормируем величины, имеющие размерность длины, на длину фазовой самомодуляции (на длину, указанную в варианте задания). Получаем:

$$\frac{\partial U}{\partial (z/L_{NL})} + \frac{i \operatorname{sgn}(\beta_2)}{2} \frac{L_{NL}}{L_{D2}} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} =$$

$$= i \frac{L_{NL}}{L_{NL}} \exp \left[-(\alpha L_{NL}) \frac{z}{L_{NL}} \right] |U|^2 U + \frac{\operatorname{sgn}(\beta_3)}{6} \frac{L_{NL}}{L_{D3}} \frac{\partial^3 U}{\partial \tau^3} -$$

$$- \frac{L_{NL}}{L_S} \exp \left[-(\alpha L_{NL}) \frac{z}{L_{NL}} \right] \frac{\partial}{\partial \tau} (|U|^2 U) - i \frac{L_{NL}}{L_{ICS}} \exp \left[-(\alpha L_{NL}) \frac{z}{L_{NL}} \right] U \frac{\partial |U|^2}{\partial \tau}.$$

Введем еще ряд обозначений:

$$x \equiv \frac{z}{L_{NL}}, \quad \tilde{\alpha} \equiv \alpha L_{NL}, \quad \mu_{ND2} \equiv \frac{L_{NL}}{L_{D2}}, \quad \mu_{ND3} \equiv \frac{L_{NL}}{L_{D3}}, \quad \mu_{NS} \equiv \frac{L_{NL}}{L_S}, \quad \mu_{NI} \equiv \frac{L_{NL}}{L_{ICS}}.$$

После этого получим окончательный вид безразмерной математической модели системы:

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{i}{2} \operatorname{sgn}(\beta_2) \mu_{ND2} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} =$$

$$= i \exp(-\tilde{\alpha} x) |U|^2 U + \frac{1}{6} \operatorname{sgn}(\beta_3) \mu_{ND3} \frac{\partial^3 U}{\partial \tau^3} -$$

$$- \mu_{NS} \exp(-\tilde{\alpha} x) \frac{\partial}{\partial \tau} (|U|^2 U) - i \mu_{NI} \exp(-\tilde{\alpha} x) U \frac{\partial |U|^2}{\partial \tau}. \quad (6)$$

Отнормируем входной импульс. В системе координат, связанной с импульсом, форма огибающей описывается следующим образом:

$$U(0, T) = \exp \left[-\frac{1+iC}{2} \left(\frac{T}{T_0} \right)^{2m} \right] - \text{супергауссовский импульс};$$

$$U(0, T) = \operatorname{sech} \left(\frac{T}{T_0} \right) \exp \left[-\frac{iC}{2} \left(\frac{T}{T_0} \right)^2 \right] - \text{солитонный импульс}.$$

После нормировки на длительность исходного импульса эти выражения принимают вид:

$$U(0, \tau) = \exp\left(-\frac{1+iC}{2}\tau^{2m}\right) - \text{супергауссовский импульс};$$

$$U(0, \tau) = \text{sech}(\tau)\exp\left(-\frac{iC}{2}\tau^2\right) - \text{солитонный импульс}.$$

Теперь найдем выражения, необходимые для проведения численных экспериментов (получим вычислительную модель). Для этого требуется выразить операторы дисперсии и нелинейности, используемые в фурье-методе расщепления по физическим факторам.

Запишем безразмерное уравнение распространения (6) в виде (2):

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial x} = & \left[-\frac{i}{2} \text{sgn}(\beta_2) \mu_{ND2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} + \frac{1}{6} \text{sgn}(\beta_3) \mu_{ND3} \frac{\partial^3}{\partial \tau^3} + \right. \\ & \left. + i \exp(-\tilde{\alpha} x) |U|^2 - \frac{\mu_{NS}}{U} \exp(-\tilde{\alpha} x) \frac{\partial}{\partial \tau} (|U|^2 U) - i \mu_{NI} \exp(-\tilde{\alpha} x) \frac{\partial |U|^2}{\partial \tau} \right] U. \end{aligned}$$

Таким образом, получаем операторы дисперсии и нелинейности:

$$\begin{aligned} \hat{D} = & -\frac{i}{2} \text{sgn}(\beta_2) \mu_{ND2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} + \frac{1}{6} \text{sgn}(\beta_3) \mu_{ND3} \frac{\partial^3}{\partial \tau^3}, \\ \hat{N} = & i \exp(-\tilde{\alpha} x) |U|^2 - \frac{\mu_{NS}}{U} \exp(-\tilde{\alpha} x) \frac{\partial}{\partial \tau} (|U|^2 U) - i \mu_{NI} \exp(-\tilde{\alpha} x) \frac{\partial |U|^2}{\partial \tau} = \\ = & \left[\frac{\partial |U|^2}{\partial \tau} = U \frac{\partial U^*}{\partial \tau} + U^* \frac{\partial U}{\partial \tau}; \quad \frac{\partial (|U|^2 U)}{\partial \tau} = U \left(U \frac{\partial U^*}{\partial \tau} + 2U^* \frac{\partial U}{\partial \tau} \right) \right] = \\ = & i \exp(-\tilde{\alpha} x) |U|^2 - \\ & - \mu_{NS} \exp(-\tilde{\alpha} x) \left(U \frac{\partial U^*}{\partial \tau} + 2U^* \frac{\partial U}{\partial \tau} \right) - i \mu_{NI} \exp(-\tilde{\alpha} x) \left(U \frac{\partial U^*}{\partial \tau} + U^* \frac{\partial U}{\partial \tau} \right). \end{aligned}$$

Наконец, записываем оператор дисперсии в частотном представлении:

$$\hat{D}(i\omega) = \left[\frac{\partial}{\partial \tau} \rightarrow i\omega \right] = \frac{i}{2} \text{sgn}(\beta_2) \mu_{ND2} \omega^2 - \frac{i}{6} \text{sgn}(\beta_3) \mu_{ND3} \omega^3.$$

После получения последних выражений, фактически, являющихся вычислительной моделью системы, можно приступить к программной их реализации и выполнению численных экспериментов.

7. Проведение вычислительных экспериментов

В ходе численных экспериментов требуется выявить все режимы распространения оптического импульса, возможные в нелинейной среде, описываемой полученной математической моделью. Для этого требуется многократное решение уравнения при различных значениях характеристик исходного оптического импульса и свойств среды. К таковым в общем случае могут относиться:

- а) коэффициенты модуляции исходного импульса m и C ;
- б) длина среды L ;
- в) соотношения характерных длин процессов, происходящих в среде;
- г) постоянная затухания.

Набор подлежащих изменению параметров определяется вариантом задания, но в любом случае необходимо придерживаться общего подхода, используемого при численном моделировании.

Серию расчетов следует начинать с предельных случаев, соответствующих наличию только одного из процессов в среде. Например, задать такие значения коэффициентов, которые описывают действие одной лишь дисперсии второго порядка или одного лишь процесса фазового самовоздействия и т.п.

Получив результат для предельного случая, можно изменять один из параметров эксперимента, начав с его предельного значения (например, нулевого) и перебирая ряд значений в рамках всего возможного диапазона для данного параметра.

Необходимо охватить все характерные сочетания параметров эксперимента. При этом из получаемых графиков для импульса и его спектра должны быть отобраны все качественно различные. Нет необходимости включать в отчётные материалы все графики – достаточно ограничиться теми, которые дают наилучшее представление о поведении импульса. В случае если значительное изменение какого-либо параметра не приводит к заметному изменению получаемого решения, это следует отметить в описании результатов экспериментов.

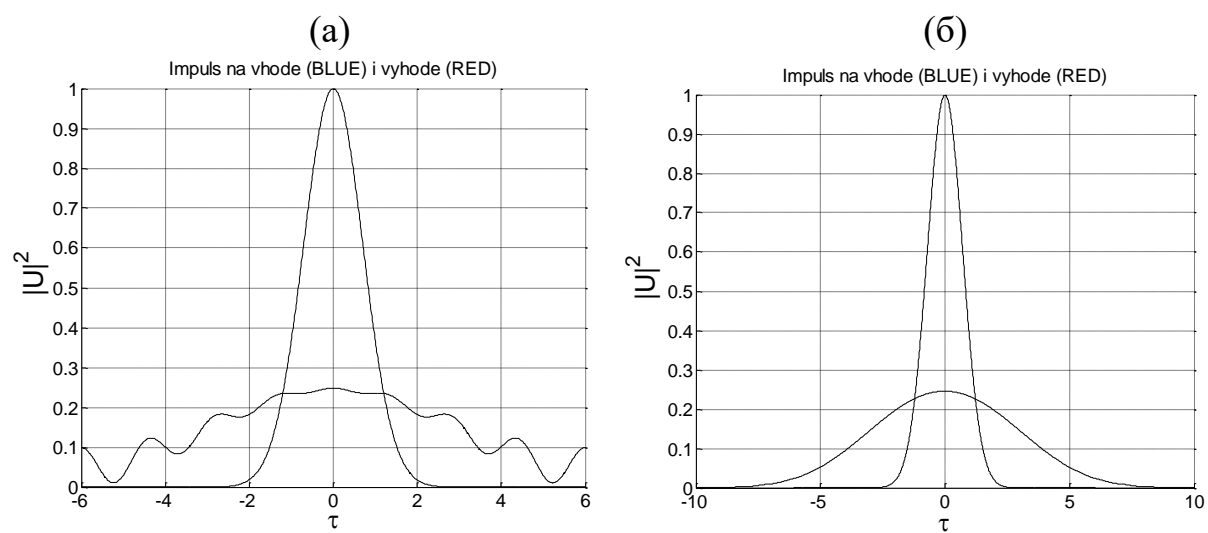


Рис.2

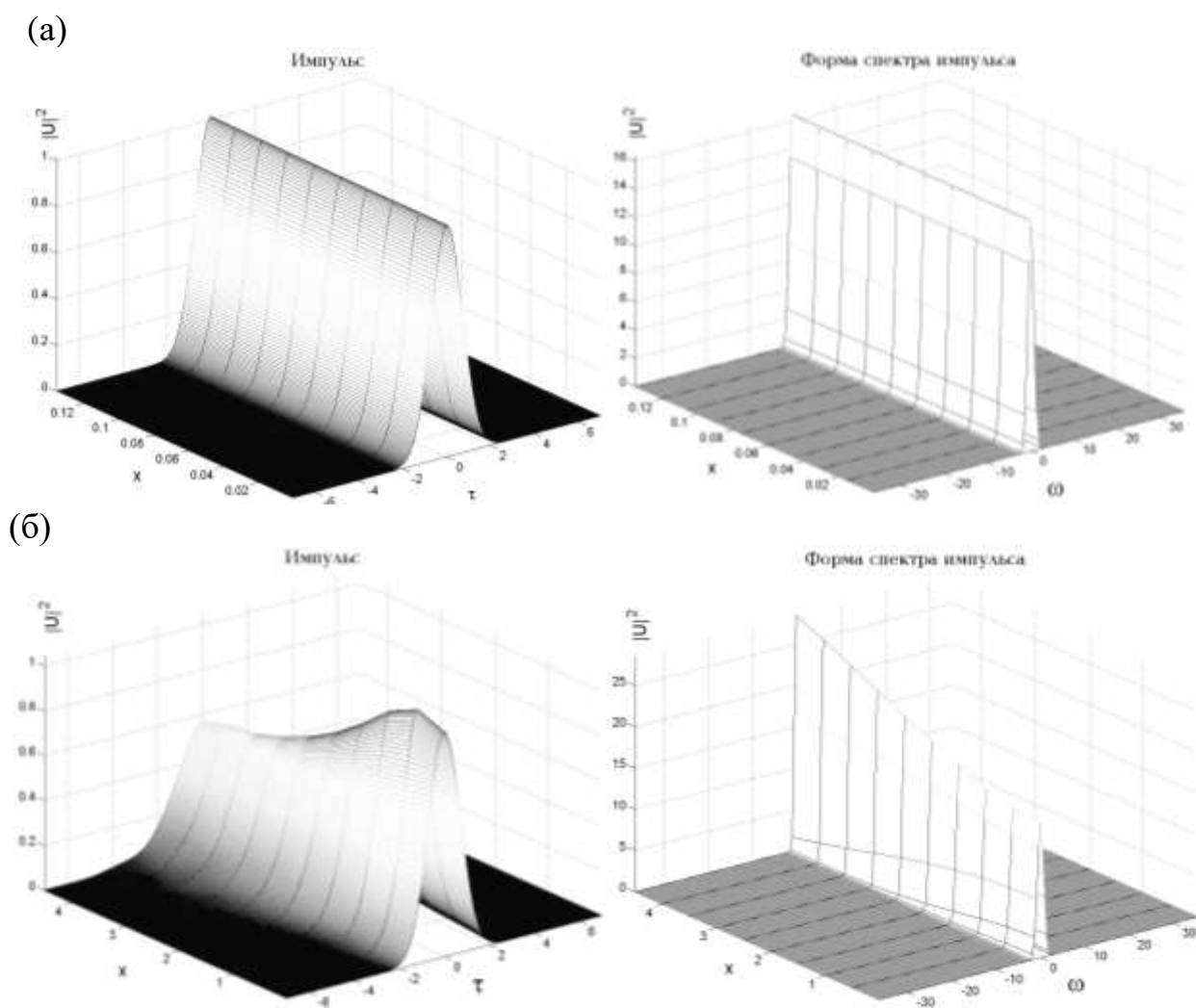


Рис.3

Важными параметрами, во многом определяющими точность и интерпретируемость получаемых результатов, являются: размер временного окна T , количество точек дискретизации временной оси N_t , количество точек на пространственной оси N_z . При проведении экспериментов всегда следует помнить об этом и варьировать данные переменные так, чтобы получать приемлемые точность и время расчета. На рис. 2 и рис. 3 показаны примеры результатов расчета, соответствующих верному и неверному выбору характеристик осей. Рис. 2а демонстрирует пример зависимостей, полученных при недостаточном размере временного окна. На рис. 2б временное окно подобрано корректно. Рис. 3а получен при недостаточной длине среды ($L=0.15$), поскольку не изменяется ни форма импульса, ни его спектр. Результат для правильно выбранной длины ($L=5$) при тех же параметрах эксперимента показан на рис. 3б.

8. Варианты задания

В табл. 1 приведены варианты задания. Указаны значения параметров среды, форма входного импульса и величина, на которую следует нормировать параметры, имеющие размерность длины. Если указано, что значение коэффициента отлично от нуля, это означает, что в ходе численных экспериментов данный параметр следует изменять в указанном диапазоне (для параметра β_2) или на всей числовой оси (в любом случае рассматривая и нулевое значение). Цифры в графе «Форма входного импульса» имеют следующий смысл:

- 1 – гауссовский импульс;
- 2 – супергауссовский импульс;
- 3 – солитонный импульс.

При проведении численных экспериментов для супергауссовского и солитонного импульсов следует варьировать коэффициенты амплитудной и частотной модуляции. Нормировочные длины обозначены в соответствии с описанным далее примером получения математической модели.

Таблица 1

№ варианта	α	β_2	β_3	γ	a_1	a_2	Форма входного импульса	Норми- ровочная длина
1	$=0$	$=0$	$\neq 0$	$\neq 0$	$\neq 0$	$=0$	1	L_{D3}
2	$\neq 0$	$=0$	$\neq 0$	$\neq 0$	$=0$	$=0$	1	L_{NL}
3	$=0$	>0	$=0$	$\neq 0$	$\neq 0$	$=0$	3	L_S
4	$\neq 0$	$=0$	$=0$	$\neq 0$	$\neq 0$	$=0$	3	L_{NL}
5	$=0$	<0	$\neq 0$	$=0$	$\neq 0$	$\neq 0$	2	L_{D2}
6	$\neq 0$	$=0$	$\neq 0$	$=0$	$\neq 0$	$\neq 0$	1	L_{D3}
7	$=0$	<0	$=0$	$=0$	$\neq 0$	$\neq 0$	2	L_S
8	$\neq 0$	>0	$=0$	$=0$	$\neq 0$	$\neq 0$	1	L_{D2}
9	$=0$	<0	$\neq 0$	$\neq 0$	$=0$	$\neq 0$	3	L_{ICS}
10	$\neq 0$	>0	$\neq 0$	$\neq 0$	$=0$	$\neq 0$	1	L_{D2}
11	$=0$	<0	$=0$	$\neq 0$	$=0$	$\neq 0$	3	L_{ICS}
12	$\neq 0$	<0	$=0$	$\neq 0$	$=0$	$\neq 0$	1	L_{NL}
13	$=0$	>0	$\neq 0$	$=0$	$=0$	$=0$	2	L_{D2}
14	$\neq 0$	$\in (-\infty; \infty)$	$\neq 0$	$=0$	$=0$	$=0$	3	L_{D3}
15	$=0$	$\in (-\infty; \infty)$	$=0$	$=0$	$\neq 0$	$=0$	2	L_S
16	$\neq 0$	$\in (-\infty; \infty)$	$=0$	$\neq 0$	$=0$	$\neq 0$	3	L_{D2}
17	$=0$	>0	$\neq 0$	$\neq 0$	$\neq 0$	$=0$	1	L_{D3}
18	$\neq 0$	$=0$	$\neq 0$	$\neq 0$	$\neq 0$	$=0$	3	L_S
19	$=0$	<0	$=0$	$\neq 0$	$\neq 0$	$=0$	2	L_S
20	$\neq 0$	<0	$=0$	$\neq 0$	$\neq 0$	$=0$	2	L_{D2}

9. Рекомендательный библиографический список

1. Агравал Г. Нелинейная волоконная оптика: Пер. с англ. – М.: Мир, 1996. – 323 с., ил. ISBN 5-03-002418-2
2. Prokhorov A.V., Korolkova N.V., Arakelian S.M. Nonlinear control of light pulses in doped optical fibers // Laser Physics, 2005, v.15 (3), p.422.

3. Захаров В.Е., Шабат А.Б. Точная теория двумерной самофокусировки и одномерная автомодуляция волн в нелинейных средах // ЖЭТФ, 1971, т.61, с.118.
4. Fisher R.A., Bischel W.K. "Numerical studies of the interplay between self-phase modulation and dispersion for intense plane-wave laser pulses" // J. of Appl.Phys., 1975, v.46, No.11, p.4921.