INTEGRACIÓN NUMÉRICA

Erik Mendoza De la luz

Abril 2021

La integración numérica es una herramienta esencial que se usa en la ingeniería y en la ciencia para obtener valores aproximados de integrales definidas que no pueden calcularse analíticamente.

Por ejemplo en el campo de la termodinámica estadística, el modelo de Debye para calcular la capacidad calórica de un sólido, considera la siguiente función

$$\phi(x) = \int_0^x \frac{t^3}{e^t - 1} dt$$

Puesto que no hay una expresión analítica para $\phi(x)$, debemos usar algún método de **integración numérica** para calcular sus valores

Introducción

La integración numérica es una herramienta esencial que se usa en la ingeniería y en la ciencia para obtener valores aproximados de integrales definidas que no pueden calcularse analíticamente.
Por ejemplo en el campo de la termodinámica estadística, el modelo de Debye para calcular la capacidad calórica de un sólido, considera la siguiente función

$$\phi(x) = \int_0^x \frac{t^3}{e^t - 1} dt$$

Puesto que no hay una expresión analítica para $\phi(x)$, debemos usar algún método de **integración numérica** para calcular sus valores

Introducción

La integración numérica es una herramienta esencial que se usa en la ingeniería y en la ciencia para obtener valores aproximados de integrales definidas que no pueden calcularse analíticamente.
Por ejemplo en el campo de la termodinámica estadística, el modelo de Debye para calcular la capacidad calórica de un sólido, considera la siguiente función

$$\phi(x) = \int_0^x \frac{t^3}{e^t - 1} dt$$

Puesto que no hay una expresión analítica para $\phi(x)$, debemos usar algún método de **integración numérica** para calcular sus valores

Introducción

La integración numérica es una herramienta esencial que se usa en la ingeniería y en la ciencia para obtener valores aproximados de integrales definidas que no pueden calcularse analíticamente.
Por ejemplo en el campo de la termodinámica estadística, el modelo de Debye para calcular la capacidad calórica de un sólido, considera la siguiente función

$$\phi(x) = \int_0^x \frac{t^3}{e^t - 1} dt$$

Puesto que no hay una expresión analítica para $\phi(x)$, debemos usar algún método de **integración numérica** para calcular sus valores

Ejemplo

Por ejemplo, el valor $\phi(5)$ es el área bajo la curva

$$y = f(t) = \frac{t^3}{e^t - 1}$$

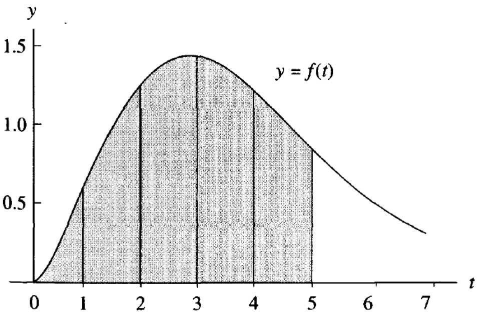
para $0 < y < 5$.

Ejemplo

Por ejemplo, el valor $\phi(5)$ es el área bajo la curva

$$y = f(t) = \frac{t^3}{e^t - 1}$$

para $0 < y < 5$.



La aproximación numérica a $\phi(5)$ es

$$\phi(5) = \int_0^5 \frac{t^3}{e^t - 1} dt \approx 4.8998922$$

Métodos de Cuadratura

En los cursos de cálculo se describen muchas técnicas para evaluar integrales exactamente, pero estas técnicas apenas pueden utilizarse para evaluar integrales que surgen en los problemas que se dan en la realidad. Las técnicas exactas no pueden resolver muchos problemas que aparecen en el mundo físico; para estos necesitamos métodos de aproximación de integrales. Estos métodos se llaman genéricamente, **métodos de cuadratura**.

La aproximación numérica a $\phi(5)$ es

$$\phi(5) = \int_0^5 \frac{t^3}{e^t - 1} dt \approx 4.8998922$$

Métodos de Cuadratura

En los cursos de cálculo se describen muchas técnicas para evaluar integrales exactamente, pero estas técnicas apenas pueden utilizarse para evaluar integrales que surgen en los problemas que se dan en la realidad. Las técnicas exactas no pueden resolver muchos problemas que aparecen en el mundo físico; para estos necesitamos métodos de aproximación de integrales. Estos métodos se llaman genéricamente, **métodos de cuadratura**.

La aproximación numérica a $\phi(5)$ es

$$\phi(5) = \int_0^5 \frac{t^3}{e^t - 1} dt \approx 4.8998922$$

Métodos de Cuadratura

En los cursos de cálculo se describen muchas técnicas para evaluar integrales exactamente, pero estas técnicas apenas pueden utilizarse para evaluar integrales que surgen en los problemas que se dan en la realidad. Las técnicas exactas no pueden resolver muchos problemas que aparecen en el mundo físico; para estos necesitamos métodos de aproximación de integrales. Estos métodos se llaman genéricamente, **métodos de cuadratura**.

Estudiaremos métodos para el cálculo aproximado de integrales de la forma

$$\int_a^b f(x)dx$$

donde f es una función integrable en el intervalo acotado $[a,b]$.

Caso I La primitiva de la función f no se puede expresar en términos de funciones elementales.

Caso II La primitiva se puede escribir, pero es tan complicada que se desea la aplicación de un método de cuadratura para su evaluación numérica.

Caso III El integrando se conoce solo puntualmente (por ejemplo, como resultado de una medición experimental).

Introduciremos algunas fórmulas simples que son casos particulares de una familia mayor de fórmulas de cuadratura conocidas como fórmulas de Newton-Cotes.

Integración Numérica

Estudiaremos métodos para el cálculo aproximado de integrales de la forma

$$\int_a^b f(x)dx$$

donde f es una función integrable en el intervalo acotado $[a, b]$.

Caso I La primitiva de la función f no se puede expresar en términos de funciones elementales.

Caso II La primitiva se puede escribir, pero es tan complicada que se desea la aplicación de un método de cuadratura para su evaluación numérica.

Caso III El integrando se conoce solo puntualmente (por ejemplo, como resultado de una medición experimental).

Introduciremos algunas fórmulas simples que son casos particulares de una familia mayor de fórmulas de cuadratura conocidas como fórmulas de Newton-Cotes.

Integración Numérica

Estudiaremos métodos para el cálculo aproximado de integrales de la forma

$$\int_a^b f(x)dx$$

donde f es una función integrable en el intervalo acotado $[a, b]$.

Caso I La primitiva de la función f no se puede expresar en términos de funciones elementales.

Caso II La primitiva se puede escribir, pero es tan complicada que se desea la aplicación de un método de cuadratura para su evaluación numérica.

Caso III El integrando se conoce solo puntualmente (por ejemplo, como resultado de una medición experimental).

Introduciremos algunas fórmulas simples que son casos particulares de una familia mayor de fórmulas de cuadratura conocidas como fórmulas de Newton-Cotes.

Estudiaremos métodos para el cálculo aproximado de integrales de la forma

$$\int_a^b f(x)dx$$

donde f es una función integrable en el intervalo acotado $[a, b]$.

Caso I La primitiva de la función f no se puede expresar en términos de funciones elementales.

Caso II La primitiva se puede escribir, pero es tan complicada que se desea la aplicación de un método de cuadratura para su evaluación numérica.

Caso III El integrando se conoce solo puntualmente (por ejemplo, como resultado de una medición experimental).

Introduciremos algunas fórmulas simples que son casos particulares de una familia mayor de fórmulas de cuadratura conocidas como fórmulas de Newton-Cotes.

Integración Numérica

Estudiaremos métodos para el cálculo aproximado de integrales de la forma

$$\int_a^b f(x)dx$$

donde f es una función integrable en el intervalo acotado $[a, b]$.

Caso I La primitiva de la función f no se puede expresar en términos de funciones elementales.

Caso II La primitiva se puede escribir, pero es tan complicada que se desea la aplicación de un método de cuadratura para su evaluación numérica.

Caso III El integrando se conoce solo puntualmente (por ejemplo, como resultado de una medición experimental).

Introduciremos algunas fórmulas simples que son casos particulares de una familia mayor de fórmulas de cuadratura conocidas como fórmulas de Newton-Cotes.

Estudiaremos métodos para el cálculo aproximado de integrales de la forma

$$\int_a^b f(x)dx$$

donde f es una función integrable en el intervalo acotado $[a, b]$.

Caso I La primitiva de la función f no se puede expresar en términos de funciones elementales.

Caso II La primitiva se puede escribir, pero es tan complicada que se desea la aplicación de un método de cuadratura para su evaluación numérica.

Caso III El integrando se conoce solo puntualmente (por ejemplo, como resultado de una medición experimental).

Introduciremos algunas fórmulas simples que son casos particulares de una familia mayor de fórmulas de cuadratura conocidas como fórmulas de Newton-Cotes.

Integración Numérica

Estudiaremos métodos para el cálculo aproximado de integrales de la forma

$$\int_a^b f(x)dx$$

donde f es una función integrable en el intervalo acotado $[a, b]$.

Caso I — La primitiva de la función f no se puede expresar en términos de funciones elementales.

Caso II — La primitiva se puede escribir, pero es tan complicada que se desea la aplicación de un método de cuadratura para su evaluación numérica.

Caso III — El integrando se conoce solo puntualmente (por ejemplo, como resultado de una medición experimental).

Introduciremos algunas fórmulas simples que son casos particulares de una familia mayor de fórmulas de cuadratura conocidas como fórmulas de Newton-Cotes.

Integración Numérica

Estudiaremos métodos para el cálculo aproximado de integrales de la forma

$$\int_a^b f(x)dx$$

donde f es una función integrable en el intervalo acotado $[a, b]$.

Caso I La primitiva de la función f no se puede expresar en términos de funciones elementales.

Caso II La primitiva se puede escribir, pero es tan complicada que se desea la aplicación de un método de cuadratura para su evaluación numérica.

Caso III El integrando se conoce solo puntualmente (por ejemplo, como resultado de una medición experimental).

Introduciremos algunas fórmulas simples que son casos particulares de una familia mayor de fórmulas de cuadratura conocidas como fórmulas de Newton-Cotes.

Regla del punto medio

El caso más simple, se da cuando se utiliza un nodo x_0

$$\Longrightarrow p_0(x) = f(x_0)$$

Así, la integral en $[a, b]$ se aproxima por:

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x)dx &\simeq \int_a^b p_0(x)dx \\ &= \int_a^b f(x_0)dx \\ &= (b-a)f(x_0) \end{aligned}$$

Regla del punto medio

El caso más simple, se da cuando se utiliza un nodo x_0

$$\Longrightarrow p_0(x) = f(x_0)$$

Así, la integral en $[a, b]$ se aproxima por:

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x)dx &\simeq \int_a^b p_0(x)dx \\ &= \int_a^b f(x_0)dx \\ &= (b-a)f(x_0) \end{aligned}$$

Regla del punto medio

El caso más simple, se da cuando se utiliza un nodo x_0

$$\Longrightarrow p_0(x) = f(x_0)$$

Así, la integral en $[a, b]$ se aproxima por:

$$\begin{aligned}
\int_a^b f(x)dx &\simeq \int_a^b p_0(x)dx \\
&= \int_a^b f(x_0)dx \\
&= (b-a)f(x_0)
\end{aligned}$$

Regla del punto medio

El caso más simple, se da cuando se utiliza un nodo x_0

$$\Longrightarrow p_0(x) = f(x_0)$$

Así, la integral en $[a, b]$ se aproxima por:

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x)dx &\simeq \int_a^b p_0(x)dx \\ &= \int_a^b f(x_0)dx \\ &= (b-a)f(x_0) \end{aligned}$$

Regla del punto medio

El caso más simple, se da cuando se utiliza un nodo x_0

$$\Longrightarrow p_0(x) = f(x_0)$$

Así, la integral en $[a, b]$ se aproxima por:

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x)dx &\simeq \int_a^b p_0(x)dx \\ &= \int_a^b f(x_0)dx \\ &= (b-a)f(x_0) \end{aligned}$$

Reglas de cuadratura básicas

Regla del punto medio

El caso más simple, se da cuando se utiliza un nodo x_0

$$\Longrightarrow p_0(x) = f(x_0)$$

Así, la integral en $[a, b]$ se aproxima por:

$$\begin{aligned}\int_a^b f(x)dx &\simeq \int_a^b p_0(x)dx \\ &= \int_a^b f(x_0)dx \\ &= (b-a)f(x_0)\end{aligned}$$

Regla del punto medio

El caso más simple, se da cuando se utiliza un nodo x_0

$$\Longrightarrow p_0(x) = f(x_0)$$

Así, la integral en $[a, b]$ se aproxima por:

$$\begin{aligned}
\int_a^b f(x)dx &\simeq \int_a^b p_0(x)dx \\
&= \int_a^b f(x_0)dx \\
&= (b-a)f(x_0)
\end{aligned}$$

Regla del punto medio

El caso más simple, se da cuando se utiliza un nodo x_0

$$\Longrightarrow p_0(x) = f(x_0)$$

Así, la integral en $[a, b]$ se aproxima por:

$$\begin{aligned}
\int_a^b f(x)dx &\simeq \int_a^b p_0(x)dx \\
&= \int_a^b f(x_0)dx \\
&= (b-a)f(x_0)
\end{aligned}$$

Graficamente, si f es no negativa, se aproxima el área bajo la curva $y = f(x)$, comprendida entre a y b, por el área del rectángulo de base $b - a$ y altura $f(x_0)$.

Elección de x_0

- $x_0 = a$, regla del rectángulo izquierdo

Graficamente, si f es no negativa, se aproxima el área bajo la curva $y = f(x)$, comprendida entre a y b, por el área del rectángulo de base $b - a$ y altura $f(x_0)$.

Elección de x_0

- $x_0 = a$, regla del rectángulo izquierdo

Graficamente, si f es no negativa, se aproxima el área bajo la curva $y = f(x)$, comprendida entre a y b, por el área del rectángulo de base $b - a$ y altura $f(x_0)$.

Elección de x_0

- $x_0 = a$, regla del rectángulo izquierdo

Graficamente, si f es no negativa, se aproxima el área bajo la curva $y = f(x)$, comprendida entre a y b, por el área del rectángulo de base $b - a$ y altura $f(x_0)$.

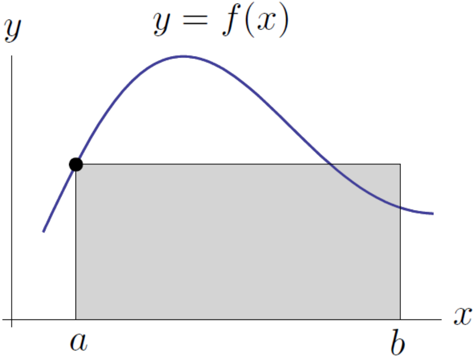
Elección de x_0

- $x_0 = a$, regla del rectángulo izquierdo

Graficamente, si f es no negativa, se aproxima el área bajo la curva $y = f(x)$, comprendida entre a y b, por el área del rectángulo de base $b - a$ y altura $f(x_0)$.

Elección de x_0

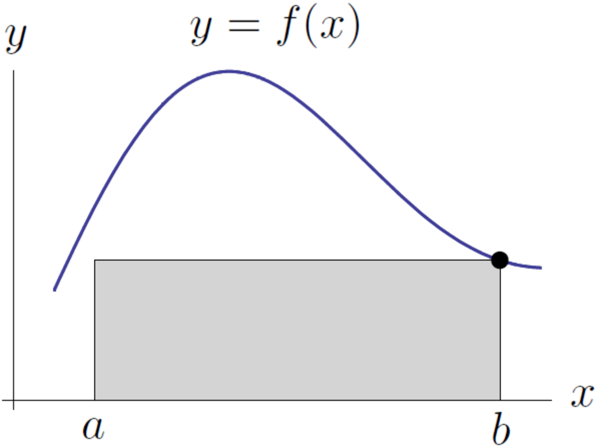
- $x_0 = a$, regla del rectángulo izquierdo



- $x_0 = b$, regla del rectángulo derecho

- $x_0 = b$, regla del rectángulo derecho

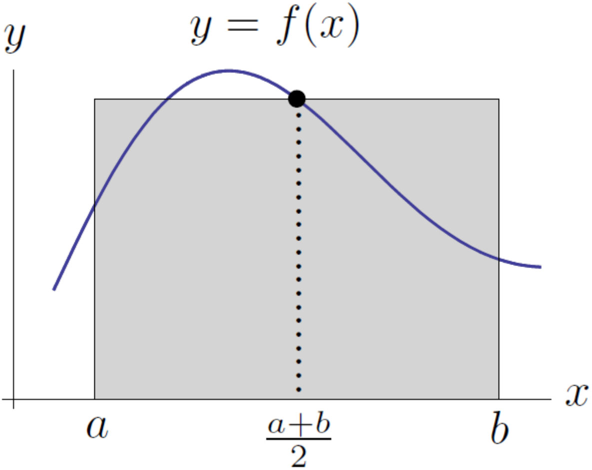
- $x_0 = b$, regla del rectángulo derecho



- $x_0 = \frac{a+b}{2}$, regla del punto medio

- $x_0 = \frac{a+b}{2}$, regla del punto medio

- $x_0 = \frac{a+b}{2}$, regla del punto medio



Si usamos dos nodos x_0 y x_1

$$\Longrightarrow p_1(x) = f(x_0) + f\left[x_0, x_1\right](x - x_0)$$

entonces;

$$\begin{aligned}
\int_a^b f(x)dx &\simeq \int_a^b p_1(x)dx \\
&= \int_a^b \left[f(x_0) + f\left[x_0, x_1\right](x - x_0)\right] dx \\
&= (b-a)f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}\left(\frac{(b-x_0)^2}{2} - \frac{(a-x_0)^2}{2}\right)
\end{aligned}$$

Si $x_0 = a$ y $x_1 = b$ se obtiene

$$\int_a^b f(x)dx \simeq \frac{b-a}{2}(f(a) + f(b))$$

conocida como la **regla del trapecio**.

Regla del Trapecio

Si usamos dos nodos x_0 y x_1

$$\Longrightarrow p_1(x) = f(x_0) + f[x_0, x_1](x - x_0)$$

entonces;

$$\begin{aligned}
\int_a^b f(x)dx &\simeq \int_a^b p_1(x)dx \\
&= \int_a^b [f(x_0) + f[x_0, x_1](x - x_0)]\, dx \\
&= (b-a)f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}\left(\frac{(b-x_0)^2}{2} - \frac{(a-x_0)^2}{2}\right)
\end{aligned}$$

Si $x_0 = a$ y $x_1 = b$ se obtiene

$$\int_a^b f(x)dx \simeq \frac{b-a}{2}(f(a) + f(b))$$

conocida como la **regla del trapecio**.

Regla del Trapecio

Si usamos dos nodos x_0 y x_1

$$\Longrightarrow p_1(x) = f(x_0) + f[x_0, x_1](x - x_0)$$

entonces;

$$\begin{aligned}
\int_a^b f(x)dx &\simeq \int_a^b p_1(x)dx \\
&= \int_a^b [f(x_0) + f[x_0, x_1](x - x_0)]\, dx \\
&= (b-a)f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}\left(\frac{(b-x_0)^2}{2} - \frac{(a-x_0)^2}{2}\right)
\end{aligned}$$

Si $x_0 = a$ y $x_1 = b$ se obtiene

$$\int_a^b f(x)dx \simeq \frac{b-a}{2}(f(a) + f(b))$$

conocida como la **regla del trapecio**.

Si usamos dos nodos x_0 y x_1

$$\Longrightarrow p_1(x) = f(x_0) + f[x_0, x_1](x - x_0)$$

entonces;

$$\begin{aligned}\int_a^b f(x)dx &\simeq \int_a^b p_1(x)dx \\ &= \int_a^b [f(x_0) + f[x_0, x_1](x - x_0)]\, dx \\ &= (b-a)f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}\left(\frac{(b-x_0)^2}{2} - \frac{(a-x_0)^2}{2}\right)\end{aligned}$$

Si $x_0 = a$ y $x_1 = b$ se obtiene

$$\int_a^b f(x)dx \simeq \frac{b-a}{2}(f(a) + f(b))$$

conocida como la **regla del trapecio**.

Regla del Trapecio

Si usamos dos nodos x_0 y x_1

$$\Longrightarrow p_1(x) = f(x_0) + f[x_0, x_1](x - x_0)$$

entonces;

$$\begin{aligned}
\int_a^b f(x)dx &\simeq \int_a^b p_1(x)dx \\
&= \int_a^b [f(x_0) + f[x_0, x_1](x - x_0)]\, dx \\
&= (b-a)f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}\left(\frac{(b-x_0)^2}{2} - \frac{(a-x_0)^2}{2}\right)
\end{aligned}$$

Si $x_0 = a$ y $x_1 = b$ se obtiene

$$\int_a^b f(x)dx \simeq \frac{b-a}{2}(f(a) + f(b))$$

conocida como la **regla del trapecio**.

Regla del Trapecio

Si usamos dos nodos x_0 y x_1

$$\Longrightarrow p_1(x) = f(x_0) + f[x_0, x_1](x - x_0)$$

entonces;

$$\begin{aligned}
\int_a^b f(x)dx &\simeq \int_a^b p_1(x)dx \\
&= \int_a^b [f(x_0) + f[x_0, x_1](x - x_0)]\, dx \\
&= (b-a)f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}\left(\frac{(b-x_0)^2}{2} - \frac{(a-x_0)^2}{2}\right)
\end{aligned}$$

Si $x_0 = a$ y $x_1 = b$ se obtiene

$$\int_a^b f(x)dx \simeq \frac{b-a}{2}(f(a) + f(b))$$

conocida como la **regla del trapecio**.

Regla del Trapecio

Si usamos dos nodos x_0 y x_1

$$\Longrightarrow p_1(x) = f(x_0) + f[x_0, x_1](x - x_0)$$

entonces;

$$\begin{aligned}
\int_a^b f(x)dx &\simeq \int_a^b p_1(x)dx \\
&= \int_a^b [f(x_0) + f[x_0, x_1](x - x_0)]\, dx \\
&= (b-a)f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}\left(\frac{(b-x_0)^2}{2} - \frac{(a-x_0)^2}{2}\right)
\end{aligned}$$

Si $x_0 = a$ y $x_1 = b$ se obtiene

$$\int_a^b f(x)dx \simeq \frac{b-a}{2}(f(a) + f(b))$$

conocida como la **regla del trapecio**.

Regla del Trapecio

Si usamos dos nodos x_0 y x_1

$$\Longrightarrow p_1(x) = f(x_0) + f[x_0, x_1](x - x_0)$$

entonces;

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x)dx &\simeq \int_a^b p_1(x)dx \\ &= \int_a^b [f(x_0) + f[x_0, x_1](x - x_0)]\, dx \\ &= (b-a)f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}\left(\frac{(b-x_0)^2}{2} - \frac{(a-x_0)^2}{2}\right) \end{aligned}$$

Si $x_0 = a$ y $x_1 = b$ se obtiene

$$\int_a^b f(x)dx \simeq \frac{b-a}{2}(f(a) + f(b))$$

conocida como la **regla del trapecio**.

Regla del Trapecio

Si usamos dos nodos x_0 y x_1

$$\Longrightarrow p_1(x) = f(x_0) + f[x_0, x_1](x - x_0)$$

entonces;

$$\begin{aligned}
\int_a^b f(x)dx &\simeq \int_a^b p_1(x)dx \\
&= \int_a^b \left[f(x_0) + f[x_0, x_1](x - x_0)\right] dx \\
&= (b-a)f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}\left(\frac{(b-x_0)^2}{2} - \frac{(a-x_0)^2}{2}\right)
\end{aligned}$$

Si $x_0 = a$ y $x_1 = b$ se obtiene

$$\int_a^b f(x)dx \simeq \frac{b-a}{2}(f(a) + f(b))$$

conocida como la **regla del trapecio**.

Regla del Trapecio

Si usamos dos nodos x_0 y x_1

$$\Longrightarrow p_1(x) = f(x_0) + f[x_0, x_1](x - x_0)$$

entonces;

$$\begin{aligned}\int_a^b f(x)dx &\simeq \int_a^b p_1(x)dx \\ &= \int_a^b \left[f(x_0) + f[x_0, x_1](x - x_0)\right] dx \\ &= (b-a)f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}\left(\frac{(b-x_0)^2}{2} - \frac{(a-x_0)^2}{2}\right)\end{aligned}$$

Si $x_0 = a$ y $x_1 = b$ se obtiene

$$\int_a^b f(x)dx \simeq \frac{b-a}{2}(f(a) + f(b))$$

conocida como la **regla del trapecio**.

Si usamos dos nodos x_0 y x_1

$$\Longrightarrow p_1(x) = f(x_0) + f[x_0, x_1](x - x_0)$$

entonces;

$$\begin{aligned}
\int_a^b f(x)dx &\simeq \int_a^b p_1(x)dx \\
&= \int_a^b \left[f(x_0) + f[x_0, x_1](x - x_0)\right] dx \\
&= (b-a)f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}\left(\frac{(b - x_0)^2}{2} - \frac{(a - x_0)^2}{2}\right)
\end{aligned}$$

Si $x_0 = a$ y $x_1 = b$ se obtiene

$$\int_a^b f(x)dx \simeq \frac{b-a}{2}(f(a) + f(b))$$

conocida como la **regla del trapecio**.

Si usamos dos nodos x_0 y x_1

$$\Longrightarrow p_1(x) = f(x_0) + f\left[x_0, x_1\right](x - x_0)$$

entonces;

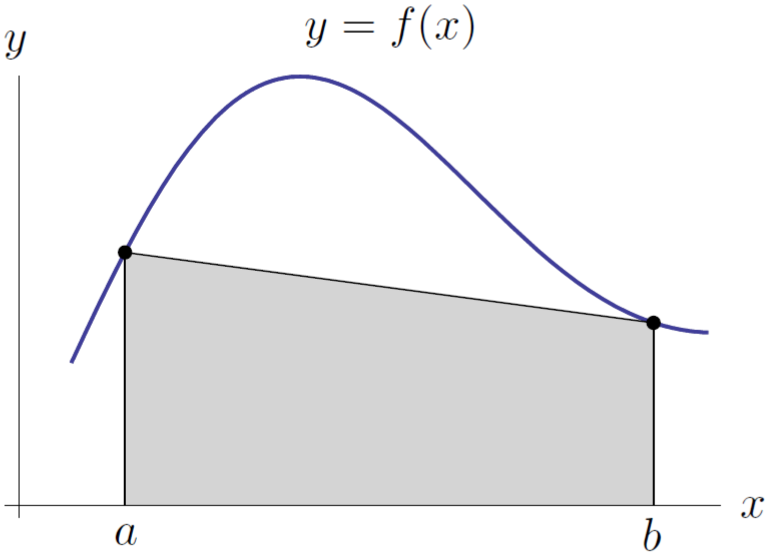
$$\begin{aligned}
\int_a^b f(x)dx &\simeq \int_a^b p_1(x)dx \\
&= \int_a^b \left[f(x_0) + f\left[x_0, x_1\right](x - x_0)\right] dx \\
&= (b-a)f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}\left(\frac{(b-x_0)^2}{2} - \frac{(a-x_0)^2}{2}\right)
\end{aligned}$$

Si $x_0 = a$ y $x_1 = b$ se obtiene

$$\int_a^b f(x)dx \simeq \frac{b-a}{2}(f(a) + f(b))$$

conocida como la **regla del trapecio**.

Regla del Trapecio



Si usamos tres nodos x_0, x_1 y x_2

Se tiene una de las fórmulas más importantes, la regla de Cavalieri-Simpson que es la que corresponde a:

$$x_0 = a \quad x_1 = \frac{a+b}{2} \quad \text{y} \quad x_2 = b$$

Si $p_2(x)$ es el polinomio de interpolación en estos puntos entonces;

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x)dx &\simeq \int_a^b p_2(x)dx \\ &= \frac{b-a}{6}\left(f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b)\right) \end{aligned}$$

Si usamos tres nodos x_0, x_1 y x_2

Se tiene una de las fórmulas más importantes, la regla de Cavalieri-Simpson que es la que corresponde a:

$$x_0 = a \quad x_1 = \frac{a+b}{2} \quad \text{y} \quad x_2 = b$$

Si $p_2(x)$ es el polinomio de interpolación en estos puntos entonces;

$$\begin{aligned}\int_a^b f(x)dx &\simeq \int_a^b p_2(x)dx \\ &= \frac{b-a}{6}\left(f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b)\right)\end{aligned}$$

Si usamos tres nodos x_0, x_1 y x_2

Se tiene una de las fórmulas más importantes, la regla de Cavalieri-Simpson que es la que corresponde a:

$$x_0 = a \quad x_1 = \frac{a+b}{2} \quad \text{y} \quad x_2 = b$$

Si $p_2(x)$ es el polinomio de interpolación en estos puntos entonces;

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x)dx &\simeq \int_a^b p_2(x)dx \\ &= \frac{b-a}{6}\left(f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b)\right) \end{aligned}$$

Si usamos tres nodos x_0, x_1 y x_2

Se tiene una de las fórmulas más importantes, la regla de Cavalieri-Simpson que es la que corresponde a:

$$x_0 = a \quad x_1 = \frac{a+b}{2} \quad \text{y} \quad x_2 = b$$

Si $p_2(x)$ es el polinomio de interpolación en estos puntos entonces;

$$\begin{aligned}\int_a^b f(x)dx &\simeq \int_a^b p_2(x)dx \\ &= \frac{b-a}{6}\left(f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b)\right)\end{aligned}$$

Si usamos tres nodos x_0, x_1 y x_2

Se tiene una de las fórmulas más importantes, la regla de Cavalieri-Simpson que es la que corresponde a:

$$x_0 = a \quad x_1 = \frac{a+b}{2} \quad \text{y} \quad x_2 = b$$

Si $p_2(x)$ es el polinomio de interpolación en estos puntos entonces;

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x)dx &\simeq \int_a^b p_2(x)dx \\ &= \frac{b-a}{6}\left(f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b)\right) \end{aligned}$$

Si usamos tres nodos x_0, x_1 y x_2

Se tiene una de las fórmulas más importantes, la regla de Cavalieri-Simpson que es la que corresponde a:

$$x_0 = a \quad x_1 = \frac{a+b}{2} \quad \text{y} \quad x_2 = b$$

Si $p_2(x)$ es el polinomio de interpolación en estos puntos entonces;

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x)dx &\simeq \int_a^b p_2(x)dx \\ &= \frac{b-a}{6}\left(f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b)\right) \end{aligned}$$

Regla de Cavalieri-Simpson

Si usamos tres nodos x_0, x_1 y x_2

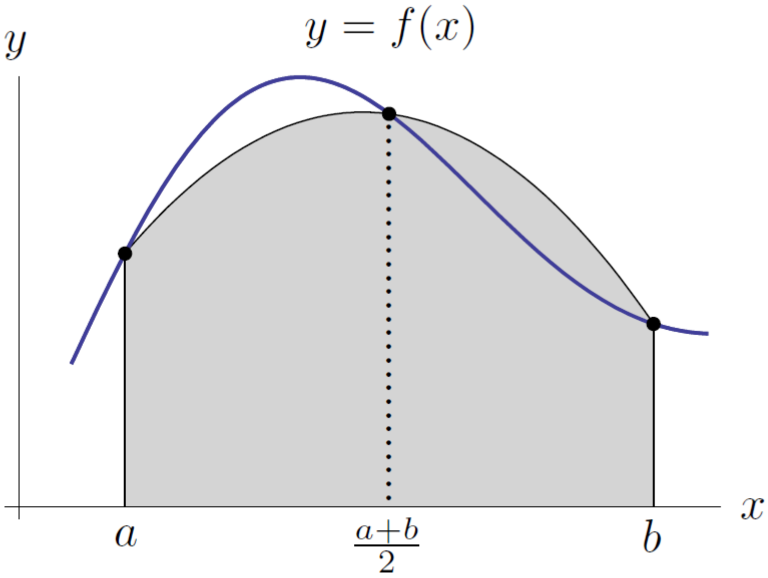
Se tiene una de las fórmulas más importantes, la regla de Cavalieri-Simpson que es la que corresponde a:

$$x_0 = a \quad x_1 = \frac{a+b}{2} \quad \text{y} \quad x_2 = b$$

Si $p_2(x)$ es el polinomio de interpolación en estos puntos entonces;

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x)dx &\simeq \int_a^b p_2(x)dx \\ &= \frac{b-a}{6}\left(f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b)\right) \end{aligned}$$

Regla de Cavalieri-Simpson



Ejercicio

⋇ Encontrar una aproximación de $\int_0^3 x^2 e^x dx$ mediante los métodos anteriores.