

# 位运算

关注Akie秋绘谢谢喵~

# 与、或、异或

- 它们都是将两个整数作为二进制数，对二进制表示中的每一位逐一运算。

运算	运算符	数学符号表示	解释
与	<code>&amp;</code>	<code>&amp;</code> 、and	只有两个对应位都为 1 时才为 1
或	<code> </code>	<code> </code> 、or	只要两个对应位中有一个 1 时就为 1
异或	<code>^</code>	$\oplus$ 、xor	只有两个对应位不同时才为 1



# 与、或、异或

- 异或的性质：
  - 1.任何数和 0 做异或运算，结果仍然是原来的数，即  $a \oplus 0 = a$ 。
  - 2.任何数和其自身做异或运算，结果是 0，即  $a \oplus a = 0$ 。
  - 3.异或运算满足交换律和结合律，即
$$a \oplus b \oplus a = b \oplus a \oplus a = b \oplus (a \oplus a) = b \oplus 0 = b$$
- 思考：如果我给你一个序列，支持单点修改，每次询问区间的异或和，用什么做比较方便？

# 与、或、异或

- 几条重要不等式（这里的  $a, b$  均为自然数）：
  - $a^b \geq |a-b|$
  - $a|b \leq a+b$
  - $a\&b \leq a^b \leq a|b$
- 总结起来就是：  $|a-b|, a\&b \leq a^b \leq a|b \leq a+b$



# 与、或、异或

- [CF2039C1](#)
- 给定  $x$  和  $m$ ，你要统计有多少个正整数  $y$  满足  $1 \leq y \leq m$  并且  $x^y$  是  $x$  的因数或者  $y$  的因数（或者是  $x$  和  $y$  的因数）
- $1 \leq x \leq 1e6$ ,  $m \leq 1e18$

# 与、或、异或

- 若  $x^y > x$ , 则  $x^y$  只可能是  $y$  的因数, 所以当  $x^y > y/2$ , 它就不可能是  $y$  的因数
- 根据不等式  $x^y \geq y-x$ , 那么  $x^y > y/2$  的充分条件为:  $y-x > y/2$
- 所以  $y$  只需要枚举到两倍的  $x$  就可以啦!
- 时间复杂度  $O(x)$



# 左移和右移

`num << i` 表示将  $num$  的二进制表示向左移动  $i$  位所得的值。

`num >> i` 表示将  $num$  的二进制表示向右移动  $i$  位所得的值。

举例：

$$11 = (00001011)_2$$

$$11 << 3 = (01011000)_2 = 88$$

$$11 >> 2 = (00000010)_2 = 2$$

# 左移和右移

移位运算中如果出现如下情况，则其行为未定义：

1. 右操作数（即移位数）为负值；
2. 右操作数大于等于左操作数的位数；

例如，对于 `int` 类型的变量 `a`，`a<<-1` 和 `a<<32` 都是未定义的。

对于左移操作，需要确保移位后的结果能被原数的类型容纳，否则行为也是未定义的。<sup>1</sup> 对一个负数执行左移操作也未定义。<sup>2</sup>

对于右移操作，右侧多余的位将会被舍弃，而左侧较为复杂：对于无符号数，会在左侧补 0；而对于有符号数，则会用最高位的数（其实就是符号位，非负数为 0，负数为 1）补齐。<sup>3</sup>