

Tháp Hà Nội là một câu đố toán học trong đó chúng ta có ba cọc và n đĩa. Mục tiêu của câu đố là di chuyển toàn bộ đĩa sang một cọc khác, tuân theo các quy tắc sau:

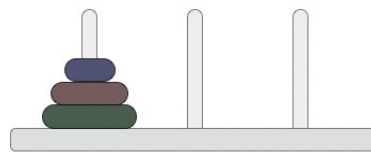
1. Mỗi lần chỉ có thể di chuyển một đĩa.
2. Mỗi lần di chuyển bao gồm việc lấy đĩa trên từ một trong các cọc và đặt nó qua một cọc khác, tức là đĩa chỉ có thể được di chuyển nếu đó là đĩa trên cùng của một cọc.
3. Không được đặt đĩa lớn hơn lên trên đĩa nhỏ hơn.

INPUT: số lượng đĩa ban đầu.

OUTPUT: các bước cụ thể để di chuyển các đĩa sang một cột khác.

INPUT	OUTPUT
3	<ul style="list-style-type: none"> - Di chuyển Đĩa 1 từ A --> B - Di chuyển Đĩa 2 từ A --> C - Di chuyển Đĩa 1 từ B --> C - Di chuyển Đĩa 3 từ A --> B - Di chuyển Đĩa 1 từ C --> A - Di chuyển Đĩa 2 từ C --> B - Di chuyển Đĩa 1 từ A --> B
4	<ul style="list-style-type: none"> - Di chuyển Đĩa 1 từ A --> C - Di chuyển Đĩa 2 từ A --> B - Di chuyển Đĩa 1 từ C --> B - Di chuyển Đĩa 3 từ A --> C - Di chuyển Đĩa 1 từ B --> A - Di chuyển Đĩa 2 từ B --> C - Di chuyển Đĩa 1 từ A --> C - Di chuyển Đĩa 4 từ A --> B - Di chuyển Đĩa 1 từ C --> B - Di chuyển Đĩa 2 từ C --> A - Di chuyển Đĩa 1 từ B --> A - Di chuyển Đĩa 3 từ C --> B - Di chuyển Đĩa 1 từ A --> C - Di chuyển Đĩa 2 từ A --> B - Di chuyển Đĩa 1 từ C --> B

Hướng giải quyết:



Bài toán **Tháp Hà Nội** với số đĩa là n có thể được giải với số bước tối thiểu là $2^n - 1$. Do đó, với trường hợp 3 đĩa, bài toán Tháp Hà Nội có thể được giải sau $2^3 - 1 = 7$ bước.

* Giả sử, cột ban đầu là A, cột đích là C, “cột trung gian” là B.

- Nếu chỉ có 1 đĩa, chúng ta chỉ cần di chuyển từ A --> C.

- Nếu có 2 đĩa:

> Đầu tiên chúng ta di chuyển đĩa trên cùng tới cột B.

> Sau đó chúng ta di chuyển đĩa ở dưới cùng tới cột C.

> Và cuối cùng di chuyển đĩa nhỏ nhất từ cột B đến cột C.

Từ hai phân tích giải thuật trên chúng ta sẽ có giải thuật cho bài toán **Tháp Hà Nội** cho **3 đĩa trở lên**.

Chúng ta chia các đĩa thành hai phần:

+ đĩa thứ lớn nhất (đĩa thứ n) là phần thứ nhất

+ $(n-1)$ đĩa còn lại là phần thứ hai.

Mục đích của chúng ta là di chuyển đĩa thứ n từ “cột Nguồn” tới “cột Đích” và sau đó đặt tất cả $(n-1)$ đĩa còn lại lên trên nó. Bây giờ chúng ta có thể tưởng tượng ra cách giải bài toán trên dựa vào đệ quy theo các bước sau:

Bước 1: Di chuyển $n-1$ đĩa từ “cột Nguồn” tới “cột trung gian”

Bước 2: Di chuyển đĩa thứ n từ “cột Nguồn” tới “cột Đích”

Bước 3: Di chuyển $n-1$ đĩa từ “cột trung gian” về “cột Đích”

Cứ sau mỗi lần 3 bước trên lặp lại, 1 đĩa sẽ được đưa về “cột đích” theo đúng thứ tự sau cùng.

Sau $2^n - 1$ bước, bài toán sẽ được giải quyết.

Sử dụng giải thuật “Chia để trị” - (Divide and Conquer)

Thuật toán “chia để trị” là chia một vấn đề thành các bài toán con nhỏ hơn, các bài toán con này tiếp tục được giải một cách đệ quy.

Trong bài toán “**Tháp Hà Nội**”, vấn đề ban đầu là chuyển n đĩa từ cột A sang cột C.

Ta chia thành 2 bài toán nhỏ hơn với kích thước **($n-1$)** như sau:

- (a) chuyển $(n-1)$ đĩa đầu tiên từ A sang B (vẫn giữ nguyên đĩa dưới cùng ở A)
- (b) chuyển đĩa thứ n từ A sang C và chuyển $(n-1)$ đĩa từ B sang C.

Chú ý rằng khi chuyển $(n-1)$ đĩa từ B sang C ở bài toán con (b), ta có thể dùng lại hoàn toàn thuật toán ở bài (a) nhưng với sự thay đổi giữa A và B và tất nhiên bỏ qua sự có mặt của đĩa thứ n trong A hay C.

Với tư duy như vậy, ta có thể mô hình hóa bài toán ban đầu theo một cách dễ hiểu và rõ ràng hơn ở các bước thực hiện - với việc chỉ cần viết 1 hàm duy nhất rồi gọi đệ quy liên tục đến khi hoàn thành.