

LABORATORIUM III  
ZADANIA

**Zadanie 1 (obowiązkowe), 1 pkt.** Uzupełnić kod w pliku `fermat_test.cpp` tak, aby całość dawała testowanie pierwszości testem Fermata. Za pomocą tego programu (spróbować) uzasadnić, że liczba RSA - 617 jest złożona (jest ona zapisana w pliku `rsa617.txt`). Dodatkowo program powinien wypisywać "świadka złożoności", czyli podstawę za pomocą, której stwierdzamy, iż liczba jest złożona.

**Zadanie 2 (obowiązkowe), 1 pkt.** Wiadomo, że liczba

$$N = 1590231231043178376951698401$$

jest liczbą Carmichaela (zob. ciąg A006931 w OEIS). Sprawdźmy to "doświadczalnie" – w tym celu proszę zmodyfikować program z zadania pierwszego by wykonywał 20 prób testu Fermata i dla każdego ze świadka złożoności wypisywał jego największy wspólny z liczbą  $N$ .

Dodatkowo korzystając z pakietu Mathematica obliczyć jakie jest prawdopodobieństwo, iż wylosowana liczba będzie świadkiem złożoności.

Liczba  $N$  zapisana jest w pliku `carmichael.txt`.

**Zadanie 3 (obowiązkowe), 2 pkt.** Napisać program, który implementuje test Millera - Rabina. Za jego pomocą zbadać, czy liczby  $F_1, \dots, F_{15}$  są złożone czy też (prawdopodobnie) pierwsze. Tutaj  $F_n = 2^{2^n} + 1$ . Prawdopodobieństwo pomyłki (dla pojedynczej liczby  $F_k$ ) powinno wynosić co najwyżej  $\frac{1}{2^{30}} \approx 9.3 \cdot 10^{-10}$ .