МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технологический университет «СТАНКИН»
(ФГБОУ ВО «МГТУ «СТАНКИН»)

Институт информационных технологий

Кафедра прикладной математики

ОТЧЕТ О ВЫПОЛНЕНИИ

ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ № 1 ПО ДИСЦИПЛИНЕ

«Теория массового обслуживания» (вариант №18)

СТУДЕНТА 3 КУРСА бакалавриата ГРУППЫ ИДБ-21-06

Музафаров Карим Риантович

Направление: Информационные системы и технологии

Отчет сдан «   »___________2023г.
Оценка _______________________
Преподаватель Девятерикова Е.А

Подпись___________

Моделирование распределений случайных величин и потоков событий.

Цель работы: изучить свойства и характеристики распределений и потоков потока. Сравнить теоретические и модельные значения полученных характеристик.

Задание 1.

Разыграть n значений ДСВ, имеющей распределение Пуассона с параметром $\lambda\tau$ (табл.1). По выборке построить точечные оценки математического ожидания, дисперсии, СКО и коэффициента вариации. Сравнить полученные оценки с истинными значениями параметров, рассчитанными по формулам. Построить полигон частот и многоугольник теоретического распределения.

Распределение Пуассона - вероятностное распределение дискретного типа. Распределение Пуассона моделирует число событий, произошедших за фиксированное время т, при условии, что данные события происходят с некоторой фиксированной средней интенсивностью λ и независимо друг от друга.

Для простейшего потока вероятность появления m событий за время т равна:

$$\mathrm{P(m)} = \frac{(\lambda\tau)^m}{m!} \cdot e^{-\lambda\tau}$$

Вероятность того, что за время т не появится ни одного события (ш = 0) равна

$$\mathrm{P(0)} = e^{-\lambda\tau}$$

Вероятность появления хотя бы одного события

$$\mathrm{P(m>0)} = 1 - e^{-\lambda\tau}$$

Входные данные:

λ	3,5
τ	1,5
n	130

Закон распределения Пуассона (F-правая граница интервала):

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
p	0,005248	0,027549	0,072317	0,126555	0,166104	0,174409	0,152608	0,114456	0,075112	0,043815	0,023003	0,010979	0,004803	0,00194
F	0,005248	0,032797	0,105114	0,23167	0,397774	0,572183	0,724791	0,839247	0,914359	0,958174	0,981177	0,992155	0,996959	0,998898
w_i	0	0,015385	0,038462	0,161538	0,153846	0,2	0,176923	0,076923	0,069231	0,046154	0,046154	0,007692	0	0,007692

Точечные оценки математического ожидания, дисперсии, СКО и коэффициента вариации:

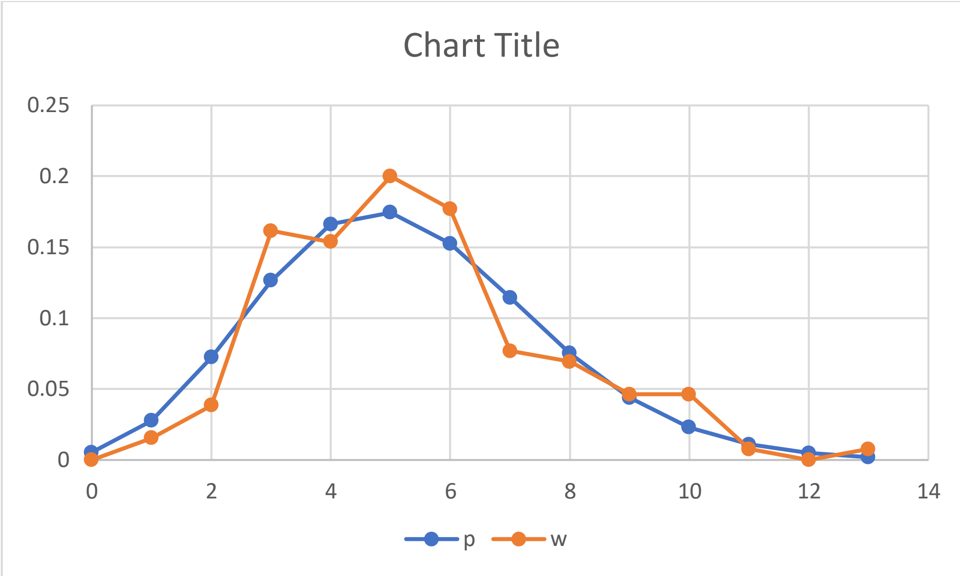
$x_в=$	5,407692
$s^2=$	5,034049
$s=$	2,243669
$v=$	0,414903

Полигон частот:

x_i	n_i	w_i
0	0	0
1	2	0,015385
2	5	0,038462
3	21	0,161538
4	20	0,153846
5	26	0,2
6	23	0,176923
7	10	0,076923
8	9	0,069231

9	6	0,046154
10	6	0,046154
11	1	0,007692
12	0	0
13	1	0,007692

Многоугольник теоретического распределения:



Задание 2.

Разыграть n значений НСВ, имеющей показательное распределение с параметром λ (табл.2). По выборке построить точечные оценки математического ожидания, дисперсии, СКО и коэффициента вариации. Сравнить полученные оценки с истинными значениями параметров, рассчитанными по формулам. Построить гистограмму, кумуляту и график функции распределения. Визуально убедиться, что выборка осуществлена из экспоненциально распределенной генеральной совокупности с параметром λ. Смоделировать простейший поток событий.

Входные данные:

λ	3,5
n	330

Точечные оценки математического ожидания, дисперсии, СКО и коэффициента вариации:

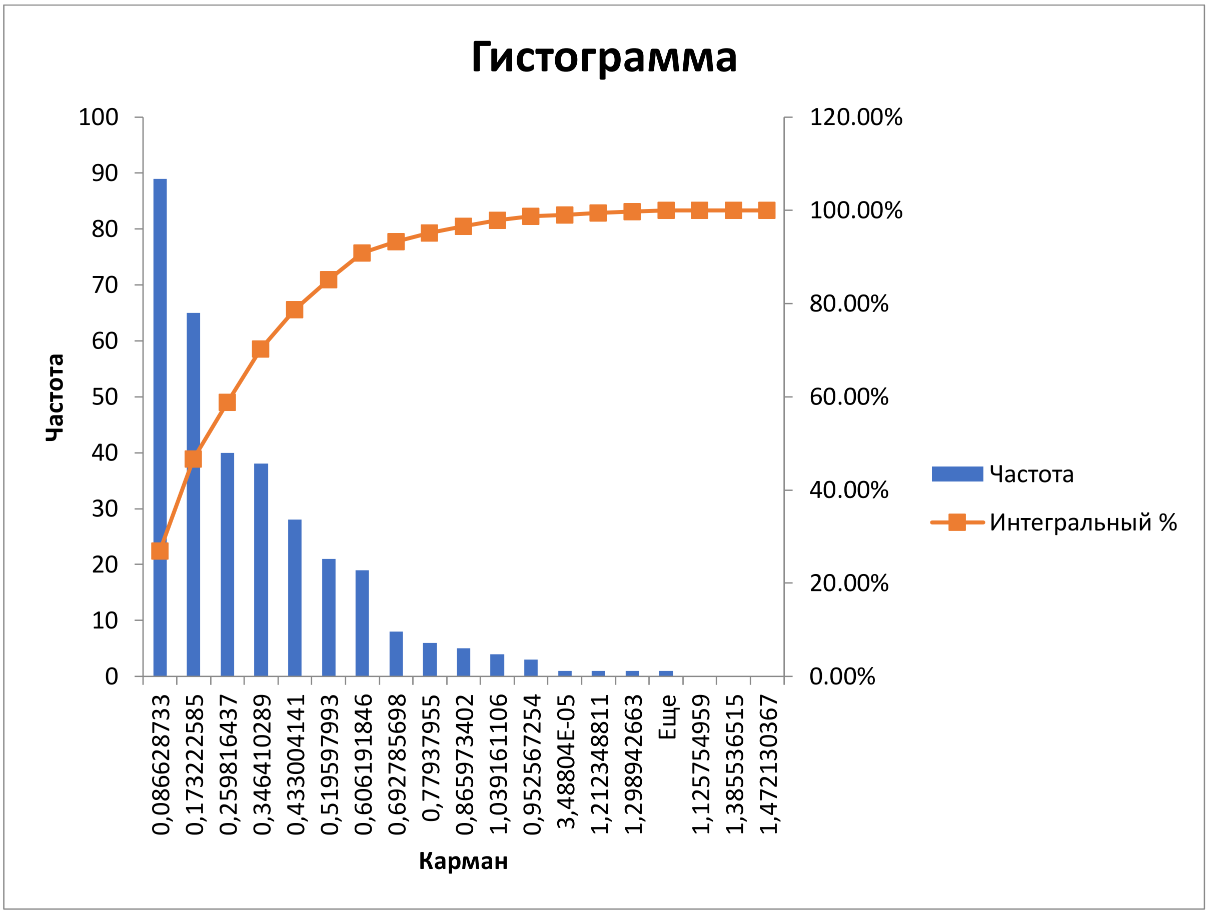
Модель

$x_в$=	0,264692
s^2=	0,060546
s=	0,246062
v=	0,929616

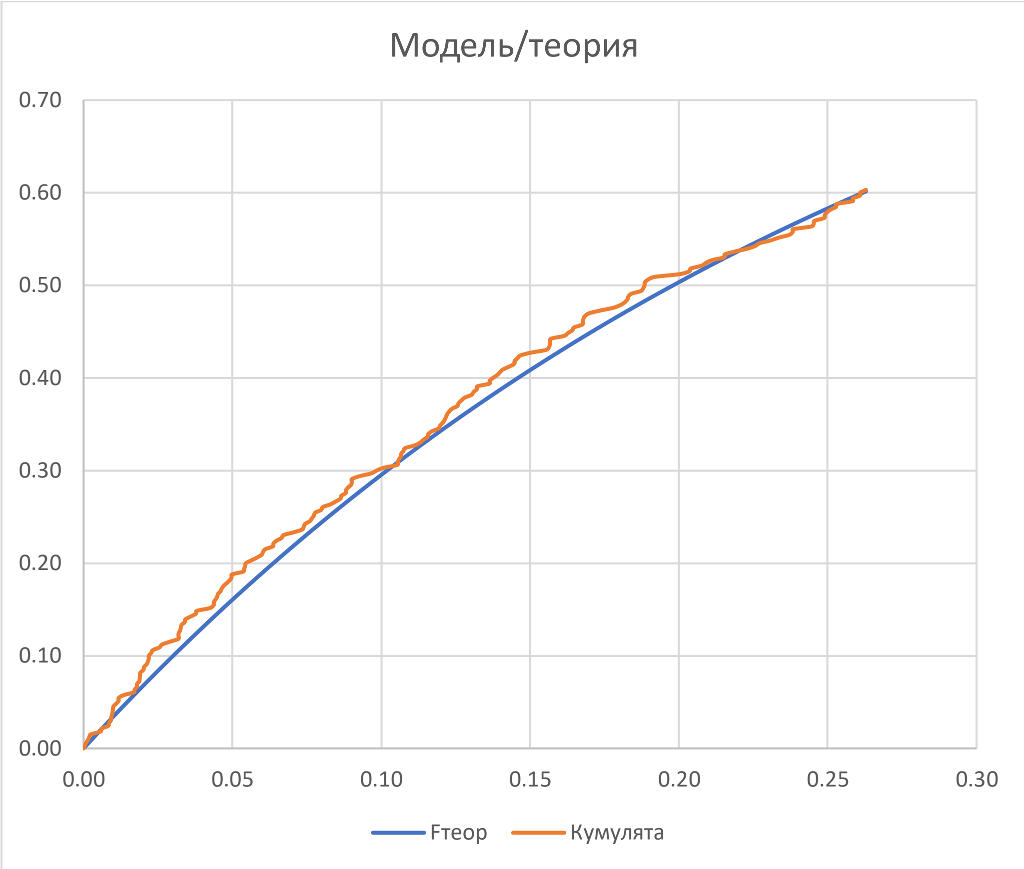
Теория

MX=1/λ	0,285714
DX=1/λ²	0,081633
σX=1/λ	0,285714
varX=σX/MX	1

Гистограмма:



Кумулята и график функции распределения:



Простейший поток событий:

r_i	t_i	*№ заявки*	*Время поступления заявки в СМО*
		1	0
0,181249	0,487966	*2*	0,487966041
0,511093	0,191772	*3*	0,679738262
0,641316	0,126924	*4*	0,806661984
0,198675	0,461738	*5*	1,268399829
0,552049	0,169748	*6*	1,438147798
0,151433	0,539318	*7*	1,977465805
0,667287	0,115581	*8*	2,093047156
0,800348	0,063631	*9*	2,156678229
0,991577	0,002417	*10*	2,159095025
…	…	…	…
0,936186	0,01884	329	87,07755865
0,602435	0,144793	330	87,22235147
0,643422	0,125987	331	87,34833858

Задание 3.

Сформировать (2 способами) выборку n значений НСВ, имеющей распределение Эрланга k-ого порядка с параметром λ (табл.3). По выборке построить точечные оценки математического ожидания, дисперсии, СКО и коэффициента вариации. Сравнить полученные оценки с истинными значениями параметров, рассчитанными по формулам. Построить гистограмму, кумуляту и график функции распределения. Визуально убедиться, что выборка осуществлена из генеральной совокупности, имеющей распределение Эрланга k-ого порядка с параметром λ.

Студентам с нечетными номерами вариантов с помощью критерия Пирсона проверить гипотезу о принадлежности выборки к рассматриваемому распределению.

Входные данные:

λ	3,5
k	3
n	530

2 способ

Точечные оценки математического ожидания, дисперсии, СКО и коэффициента вариации:

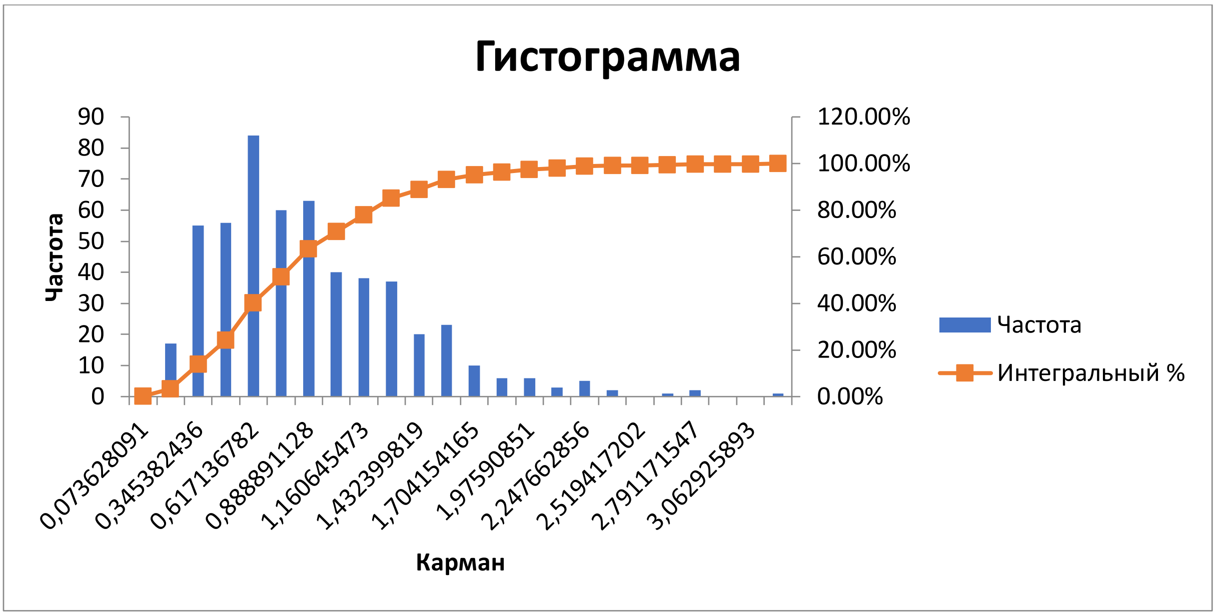
Модель

$t_в$=	0,829764
s^2=	0,226443
s=	0,47586
v=	0,573488

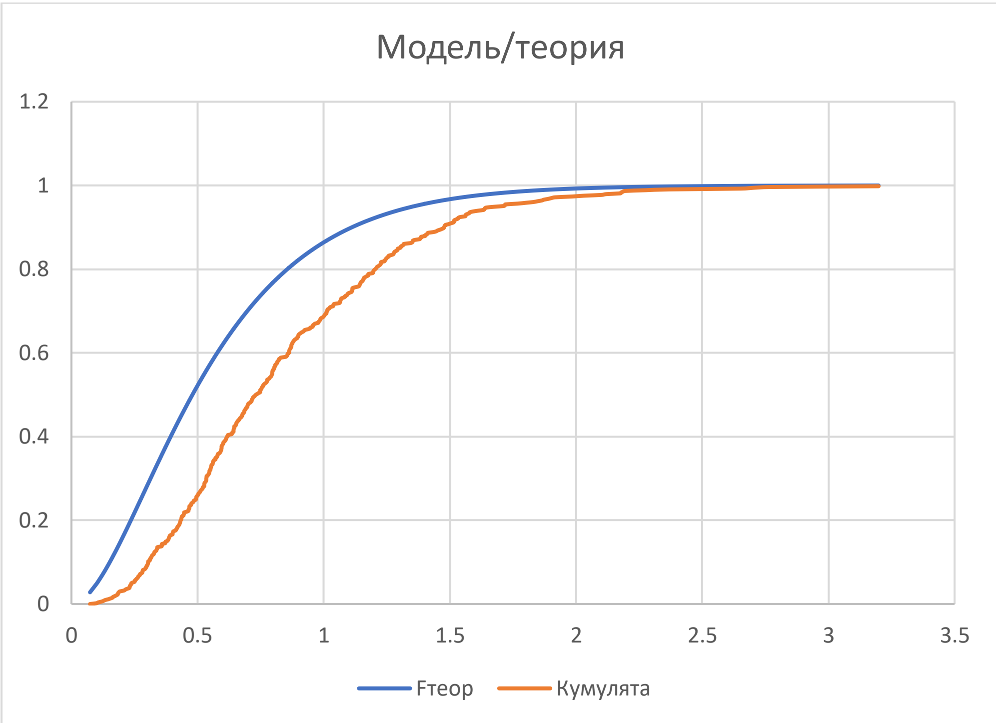
Теория

MT=k/λ	0,857143
DX=k/λ^2	0,244898
σT	0,494872
varT	0,57735

Гистограмма:



Кумулята и график функции распределения:



Задание 4.

Сформировать выборку n значений НСВ, имеющей гиперэкспоненциальное распределение, используя «смесь» двух показательных распределений с параметрами λ1 и λ2 (табл.3). По выборке построить точечные оценки математического ожидания, дисперсии, СКО и коэффициента вариации. Сравнить полученные оценки с истинными значениями параметров, рассчитанными по формулам. Построить гистограмму, кумуляту и график функции распределения. Визуально убедиться, что выборка осуществлена из генеральной совокупности, распределенной по гиперэкспоненциальному закону с параметрами q, λ1 и λ2.

Входные данные:

λ_1	0,21
λ_2	3,5
q	0,14
n	530

Точечные оценки математического ожидания, дисперсии, СКО и коэффициента вариации:

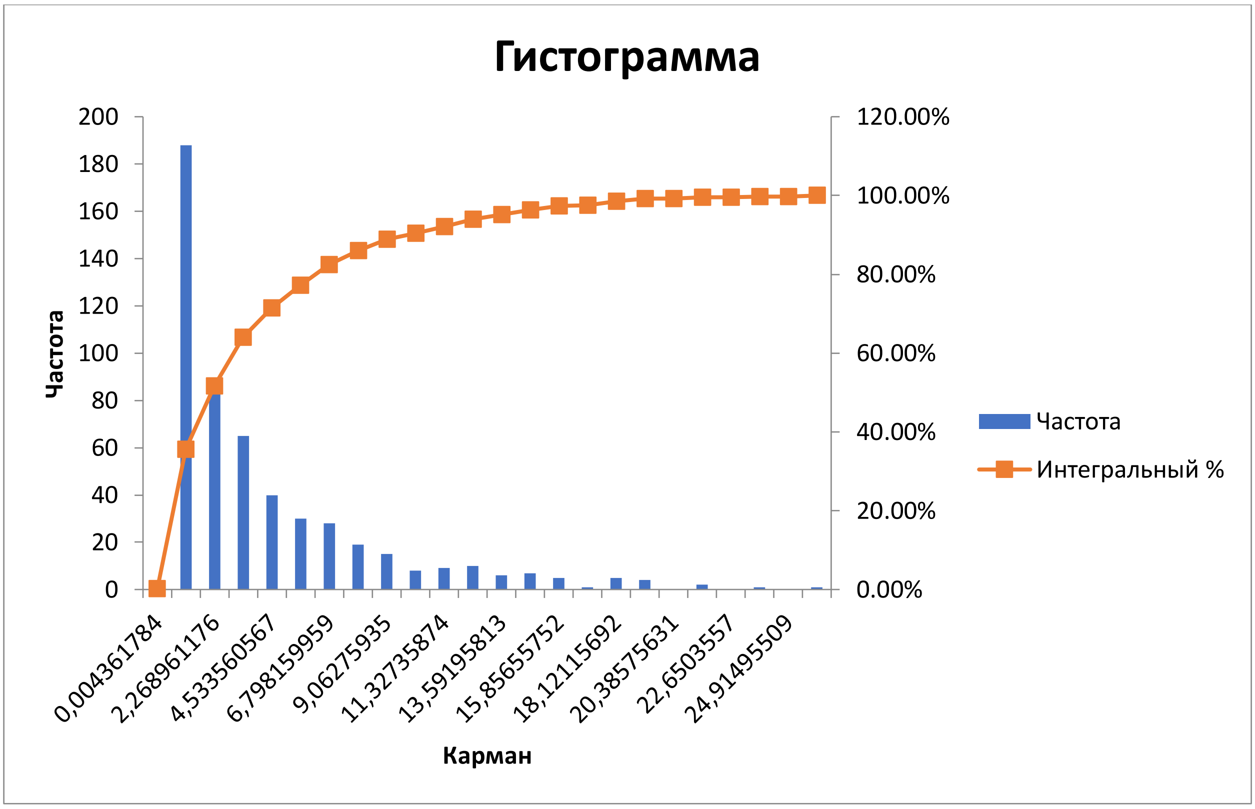
Модель

$t_в$=	3,710454711
s^2=	19,06111448
s=	4,365903627
v=	1,176649216

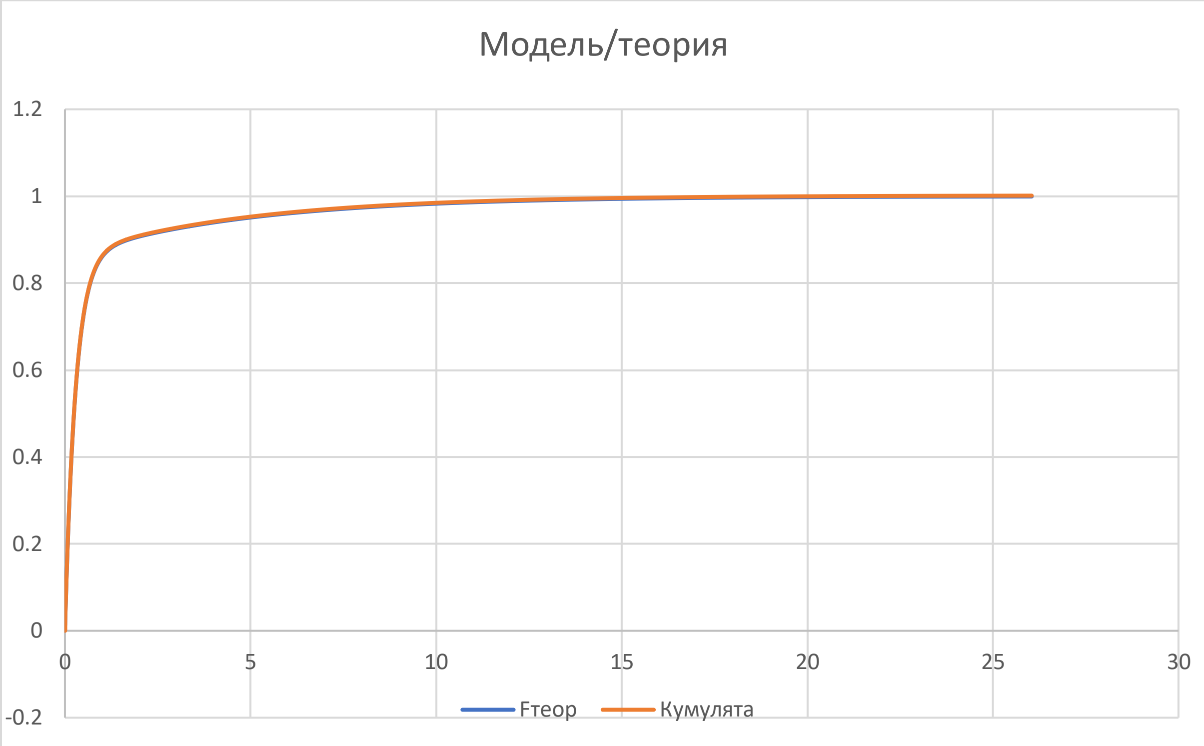
Теория

$MT=q/\lambda_1+(1-q)/\lambda_2$	0,91238
$DT=2[q/(\lambda_1)^2+(1-q)/(\lambda_2)^{2]}-(MT)^2$	5,65718
σT	2,37848
varT	2,6069

Гистограмма:



Кумулята и график функции распределения:



Критерий Пирсона:

α=0,1

i	*лев.гр.*	*пр.гр.*	n_i	p_i	np_i	n_k	np_k	$n_k - np_k$	$(n_k - np_k)^2/np_k$
1	$-\infty$	0,00	1	0,01	6,97	1,00	6,97	-5,97	5,12
2	0,00	1,14	188	0,86	456,05	188,00	456,05	-268,05	157,55
3	1,14	2,27	85	0,04	20,74	85,00	20,74	64,26	199,14
4	2,27	3,40	65	0,02	9,91	65,00	9,91	55,09	306,25
5	3,40	4,53	40	0,01	7,69	40,00	7,69	32,31	135,74
6	4,53	5,67	30	0,01	6,06	30,00	6,06	23,94	94,56
7	5,67	6,80	28	0,01	4,78	121,00	22,58	98,42	429,07
8	6,80	7,93	19	0,01	3,77				
9	7,93	9,06	15	0,01	2,97				
10	9,06	10,20	8	0,00	2,34				
11	10,20	11,33	9	0,00	1,85				
12	11,33	12,46	10	0,00	1,46				
13	12,46	13,59	6	0,00	1,15				
14	13,59	14,72	7	0,00	0,90				
15	14,72	15,86	5	0,00	0,71				
16	15,86	16,99	1	0,00	0,56				
17	16,99	18,12	5	0,00	0,44				
18	18,12	19,25	4	0,00	0,35				
19	19,25	20,39	0	0,00	0,28				
20	20,39	21,52	2	0,00	0,22				
21	21,52	22,65	0	0,00	0,17				
22	22,65	23,78	1	0,00	0,13				

23	23,78	24,91	0	0,00	0,11				
24	24,91	+∞	1	0,00	0,40				
сумма			**530,00**	**1,00**	**530,00**	**530,00**	**530,00**	**0,00**	**1327,44**

1327,44 – наблюдаемое значение статистического критерия χ2

10,64464068 – критическая точка

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной лабораторной работе были изучены свойства и характеристики распределений и потоков потока, а также произведено сравнение теоретических и модельных значений полученных характеристик.