

**Уровень А:** тест или письменный экзамен 3 вопроса теория и 4 задачи из контрольных работ

### Двузначная логика

- 1 Определение функции двузначной логики от  $n$  переменных и число всех функций от  $n$  переменных
- 2 Определение соседних наборов. Перечислить соседние наборы по переменным  $x, y, z$  для функций 3 переменных.
- 3 Определение существенной и фиктивной переменной
- 4 Дать определение и построить таблицу для импликации, функции Шеффера, стрелки Пирса и сложения по модулю 2, конъюнкции, дизъюнкции, отрицания, эквиваленции
- 5 Закон коммутативности, правила поглощения
- 6 Закон дистрибутивности дизъюнкции относительно конъюнкции, правила расщепления
- 7 Закон дистрибутивности конъюнкции относительно дизъюнкции, правила де Моргана
- 8 Закон ассоциативности, закон двойного отрицания
- 9 Законы с константами
- 10 Определение булевой формулы
- 11 Правила «поглощения отрицания», представление импликации с помощью булевой формулы
- 13 Представление функции Шеффера и сложения по модулю 2 с помощью булевой формулы
- 12 Представление стрелки Пирса и эквиваленции с помощью булевой формулы
- 13 Определение противоположных наборов и двойственной функции
- 14 Свойства двойственных функций
- 15 Пары двойственных функций двузначной логики
- 16 Определение полинома Жегалкина для функции двух и трех переменных
- 17 Представление основных функций полиномами Жегалкина
- 18 Определение полной конъюнкции  $n$  переменных. Определение СДНФ
- 19 Определение полной дизъюнкции  $n$  переменных. Определение СКНФ
- 20 Определение замкнутого класса. Дать определение линейной функции.
- 21 Дать определение сравнимых наборов, монотонной и немонотонной функции
- 22 Дать определение самодвойственной функции и функции, сохраняющей 0 и 1.
- 23 Определение полной системы, теорема Поста

### К-значная логика

- 1 Определение функции  $k$ -значной логики. Сколько всего функций  $k$ -значной логики от  $n$  переменных
- 2 Определение функций  $j_i(x), x \supset y, x \div y, J_i(x), x - y, \bar{x}, J_i(x), -x$ , отрицания Лукашевича и отрицания Поста, функции Вебба  $V_k(x, y)$
- 3 Закон коммутативности и ассоциативности для функций  $k$ -значной логики. Какие функции ему удовлетворяют?
- 4 Закон дистрибутивности  $\max$  относительно  $\min$  и  $\min$  относительно  $\max$
- 5 Закон двойного отрицания. Удовлетворяет ли этому закону отрицание Поста?
- 6 Какая из функций  $k$ -значной логики удовлетворяет закону двойного отрицания?
- 7 Аналоги правил де Моргана в  $k$ -значной логике
- 8 Определение I формы для функции  $k$ -значной логики. Аналогом какой формы для функции 2-значной логики она является?
- 9 Определение II формы для функции  $k$ -значной логики.
- 10 Определение III формы для функции  $k$ -значной логики. Аналогом какой формы для функции 2-значной логики она является?
- 11 Определение полинома по модулю  $k$ . Общий вид полинома для функции  $f(x)$  и  $f(x, y)$  при  $k=3$ .
12. Представление функций  $j_i(x)$  полиномом по модулю  $k$  при простом  $k$ . Полиномы для  $j_i(x)$  при  $k=3$ .
- 13 Теорема о представлении функции полиномом по модулю  $k$ . Можно ли разложить в полином функцию  $j_0(x)$  при  $k=25$ ?

### Теория графов

- 1 определение абстрактного графа и абстрактного ориентированного графа
- 2 определение кратного ребра и петли
- 3 определение смежных вершин, изолированной вершины
- 4 определение простого графа, мультиграфа и псевдографа (ориентированного мультиграфа и псевдографа)
- 5 определение пустого, полного и двудольного графа
- 6 определение матрицы смежности графа (орграфа)
- 7 определение матрицы инцидентности неориентированного графа
- 8 определение матрицы инцидентности орграфа
- 9 определение степени вершины, полустепени захода и полустепени исхода в орграфе.
- 10 теорема о сумме степеней всех вершин в графе
- 11 теорема о сумме полустепеней исхода (захода) в орграфе
- 12 как найти степень вершины по матрице смежности мультиграфа?
- 13 как найти степень вершины по матрице инцидентности мультиграфа?
- 14 как найти полустепень исхода (захода) по матрице смежности ориентированного псевдографа?
- 15 как найти полустепень исхода (захода) по матрице инцидентности ориентированного псевдографа?
- 16 определение изоморфных графов
- 17 определение подразделения ребра (дуги)
- 19 определение гомеоморфных графов
- 20 определение правильно реализованного графа
- 19 определение плоского (планарного) графа
- 21 нарисовать графы  $G_5$ ,  $G_{3,3}$ . Являются ли они планарными?
- 22 Теорема Понтрягина-Куратовского
- 23 определение маршрута, цепи, простой цепи в графе ( в орграфе)
- 24 определение длины маршрута,
- 25 определение замкнутого маршрута, цикла (контура), простого цикла (контура)
- 26 как определить число всех путей длины  $k$  из вершины  $v_i$  в  $v_j$  в графе (орграфе), используя матрицу смежности?
- 27 дать определение расстояния в графе между  $v_i$  и  $v_j$ , матрицы расстояний, диаметра графа, эксцентриситета вершины  $v_i$ , радиуса графа, центров графа и периферийных вершин.
- 28 дать определение эйлеровой цепи и цикла, эйлерова и квазиэйлерова графа
- 29 дать определение гамильтоновой цепи и цикла, гамильтонова и квазигамильтонова графа
- 30 Теорема Эйлера (необходимое и достаточное условие эйлеровости связного графа)
- 31 Необходимое и достаточное условие квазиэйлеровости графа
- 32 Связность графа. Типы связности в орграфе, компоненты связности и сильной связности
- 33 Определение дерева и корневого дерева.
- 34 Перечислить основные свойства дерева
- 35 Остовное дерево связного графа. Цикломатическое число связного графа.

### **Вопросы ВС 2020 Дискретная математика (вопросы с доказательствами)**

Внимание! При использовании теории, не содержащейся в лекциях, вы должны уметь её объяснять и доказывать

1. Алгоритм фронта волны построения минимального пути в орграфе (описание, примеры)
2. Алгоритм Краскала построения минимального остовного дерева в нагруженном графе.  
Пример.
3. Алгоритм Прима построения минимального остовного дерева в нагруженном графе.  
Пример.
4. Алгоритм поиска остовного дерева в связном графе в глубину. Пример.
5. Алгоритм поиска остовного дерева в связном графе в ширину. Пример.
6. Доказать основные свойства дерева (из лекций). Вывод формулы для цикломатического числа связного графа.
7. Признаки гамильтонова графа. Примеры.
8. Доказать необходимое и достаточное условие квазиэйлеровости графа

- 
9. Доказать теорему Эйлера (об эйлеровом графе) – необходимость.
  10. Матрица достижимости орграфа и сильной связности, граф сильной связности
  11. Доказать непланарность графа Петерсена, используя теорему Понтрягина-Куратовского.
  12. Доказать непланарность графов:  $G_5$ ,  $(G_{3,3} - \text{по аналогии})$
  13. Доказать необходимое и достаточное условие существования цикла в ориентированном псевдографе (через матрицу смежности) с  $n$  вершинами.
  14. Доказать необходимое и достаточное условие существования незамкнутого пути из  $i$  в  $j$  – ую вершины (через матрицу смежности) для псевдографа с  $n$  вершинами.
  15. Доказать теорему о правильной реализации графа в пространстве
  16. Полные системы в  $k$ -значной логике, доказать полноту системы, состоящей из функции  $\text{Ve}$   $\text{ССа}$
  17. Теорема о представлении функции полиномом по модулю  $k$  (доказать).
  18. Доказать, что  $j_0(x)$  не представима полиномом при составном  $k$ .
  19. Доказательство законов  $k$ -значной логики (из лекций).
  20. Аналоги полных конъюнкций в  $k$ -значной логике и их свойства. Обоснование представления функций  $k$ -значной логики I, II формами (из лекций)
  21. Аналог полных дизъюнкций в  $k$ -значной логике и его свойства. Обоснование представления функций  $k$ -значной логики III формой (из лекций)
  22. Полнота системы Шеффера (доказать), представление элементарных функций суперпозицией функций Шеффера
  23. Доказать замкнутость классов  $T_0, T_1, S.M.$
  24. Сколько всего функций в классах  $T_0, T_1, L, S$  (вывод формул).
  25. Доказать свойства двойственных функций и принцип двойственности
  26. Вывод законов алгебры Жегалкина
  27. Общий алгоритм МНК для построения полинома Жегалкина для функции  $n$  переменных.

### Задачи на ВС

1. Применить алгоритм Краскала или Прима для заданного нагруженного графа .
2. Применить алгоритм построения остова для связного графа в ширину или в глубину от заданной вершины.
3. Применить алгоритм фронта волны для орграфа, заданного матрицей смежности
4. Проверить, представима ли функция полиномом при  $k=4$
5. Проверка системы функций на полноту при  $k=2$  по теореме Поста. Разложить заданную функцию (отрицание, конъюнкцию, дизъюнкцию) по полной системе.