

---

Отчёт по лабораторной работе №7

Выполнил: Фаик Карим Яссерович

## Цель работы

Изучить и построить модель эффективности рекламы.

## Теоретическое введение. Построение математической модели.

Организуется рекламная кампания нового товара или услуги. Необходимо, чтобы прибыль будущих продаж с избытком покрывала издержки на рекламу. Вначале расходы могут превышать прибыль, поскольку лишь малая часть потенциальных покупателей будет информирована о новинке. Затем, при увеличении числа продаж, возрастает и прибыль, и, наконец, наступит момент, когда рынок насытится, и рекламировать товар станет бесполезным.

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени  $t$  из числа потенциальных покупателей  $N$  знает лишь  $n$  покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем не знающих

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами. Считаем, что  $\frac{dn}{dt}$  - скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить,  $t$  - время, прошедшее с начала рекламной кампании,  $N$  - общее число потенциальных платежеспособных покупателей,  $n(t)$  - число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем, это описывается следующим образом  $\alpha_1(t)(N - n(t))$ , где  $\alpha_1 > 0$  - характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени). Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной  $\alpha_2(t)n(t)(N - n(t))$ . эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре.

Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

$$\frac{dn}{dt} = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t)n(t))(N - n(t))$$

При  $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$  получается модель типа модели Мальтуса, решение которой имеет вид

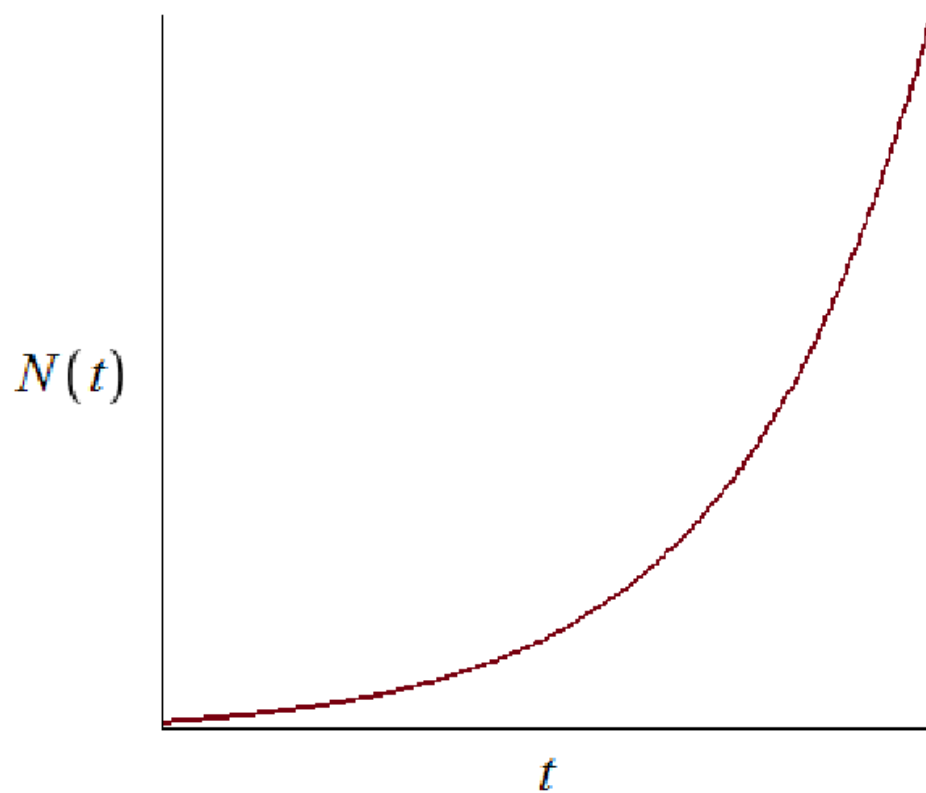


График решения уравнения модели Мальтуса

В обратном случае  $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$  получаем уравнение логистической кривой

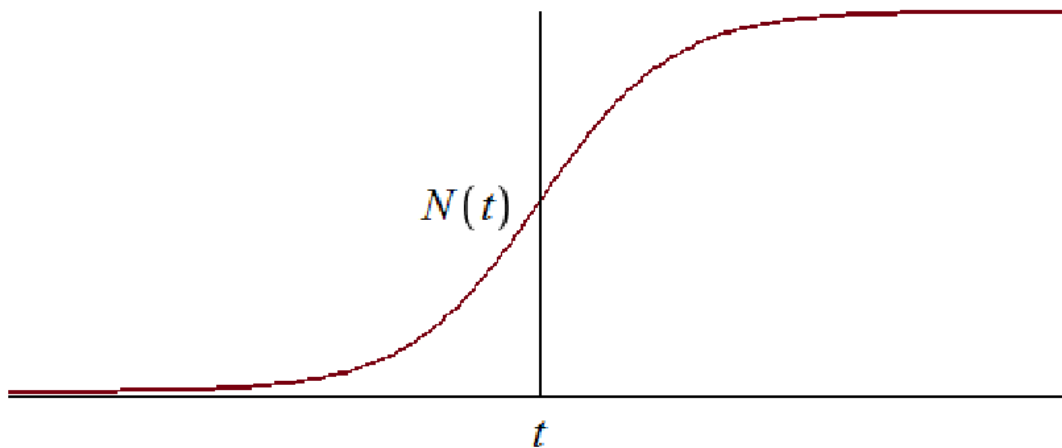


График логистической кривой

## Задание

Вариант 30

Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

1.  $\frac{dn}{dt} = (0.66 + 0.000061n(t))(N - n(t))$
2.  $\frac{dn}{dt} = (0.000056 + 0.66n(t))(N - n(t))$
3.  $\frac{dn}{dt} = (0.66\sin t + 0.66\sin(6t)n(t))(N - n(t))$

При этом объем аудитории  $N = 860$ , в начальный момент о товаре знает 2 человек.

Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

## Выполнение лабораторной работы

### Решение с помощью программ

#### Julia

Код программы для первого случая  $\frac{dn}{dt} = (0.66 + 0.000061n(t))(N - n(t))$ :

```
using Plots
using DifferentialEquations

N = 860
n0 = 2

function ode_fn(du, u, p, t)
    (n) = u
    du[1] = (0.66 + 0.00061*u[1])*(N - u[1])
end

v0 = [n0]
tspan = (0.0, 30.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
n = [u[1] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt = plot(
    dpi = 600,
    title = "Эффективность распространения рекламы (1) ",
    legend = false)
plot!(
    plt,
    T,
    n,
    color = :red)

savefig(plt, "lab07_1.png")
```

Код программы для второго случая  $\frac{dn}{dt} = (0.000056 + 0.66n(t))(N - n(t))$ :

```
using Plots
using DifferentialEquations

N = 860
n0 = 2

function ode_fn(du, u, p, t)
    (n) = u
    du[1] = (0.000056 + 0.66*u[1])*(N - u[1])
end

v0 = [n0]
tspan = (0.0, 0.1)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob)
n = [u[1] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

max_dn = 0;
max_dn_t = 0;
max_dn_n = 0;
for (i, t) in enumerate(T)
    if sol(t, Val{1})[1] > max_dn
        global max_dn = sol(t, Val{1})[1]
        global max_dn_t = t
        global max_dn_n = n[i]
    end
end

plt = plot(
    dpi = 600,
    title = "Эффективность распространения рекламы (2) ",
    legend = false)
plot!(
    plt,
    T,
    n,
    color = :red)
plot!(
    plt,
    [max_dn_t],
    [max_dn_n],
    seriestype = :scatter,
    color = :red)

savefig(plt, "lab07_2.png")
```

Код программы для третьего случая  $\frac{dn}{dt} = (0.66\sin t + 0.66\sin(6t)n(t))(N - n(t))$ :

```

using Plots
using DifferentialEquations

N = 860
n0 = 2

function ode_fn(du, u, p, t)
    (n) = u
    du[1] = (0.66 + 0.66*sin(6*t)*u[1])*(N - u[1])
end

v0 = [n0]
tspan = (0.0, 0.1)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
n = [u[1] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt = plot(
    dpi = 600,
    title = "Эффективность распространения рекламы (3) ",
    legend = false)
plot!(
    plt,
    T,
    n,
    color = :red)

savefig(plt, "lab07_3.png")

```

Результаты работы кода на Julia

### Эффективность распространения рекламы (1)

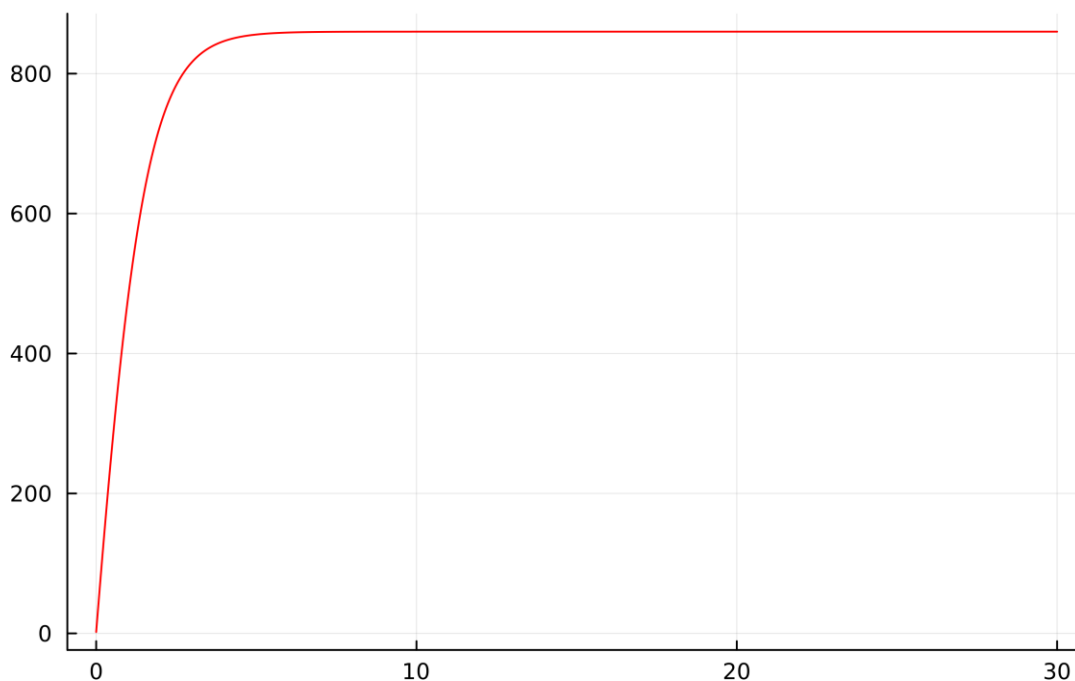


График распространения рекламы для первого случая, построенный на языке Julia

### Эффективность распространения рекламы (2)

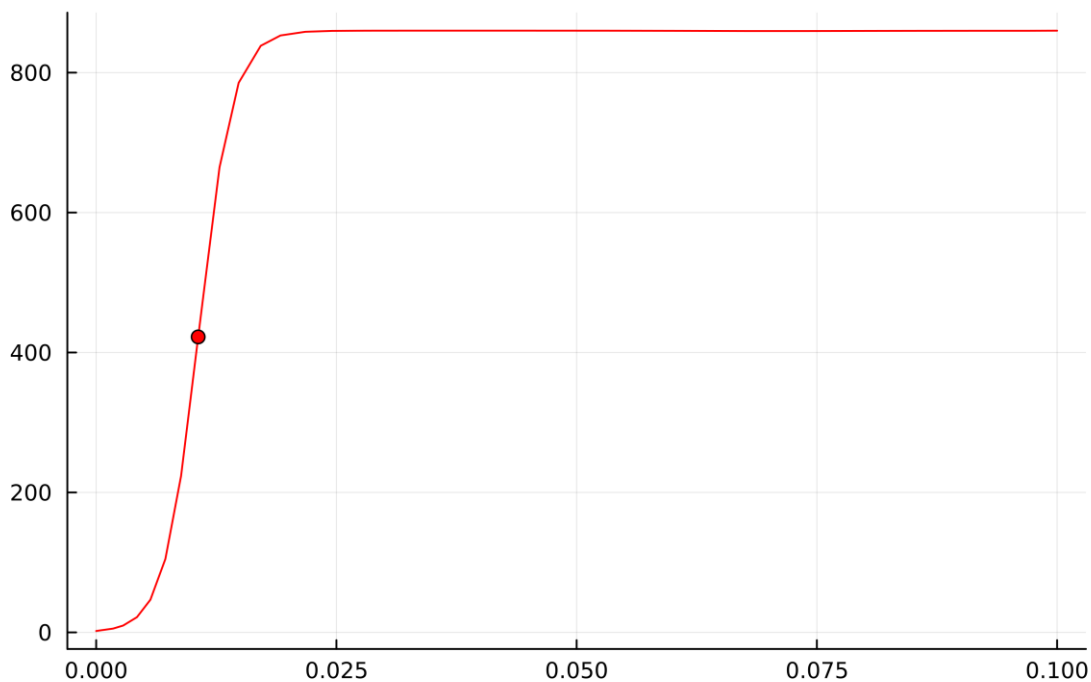


График распространения рекламы для второго случая, построенный на языке Julia

### Эффективность распространения рекламы (3)

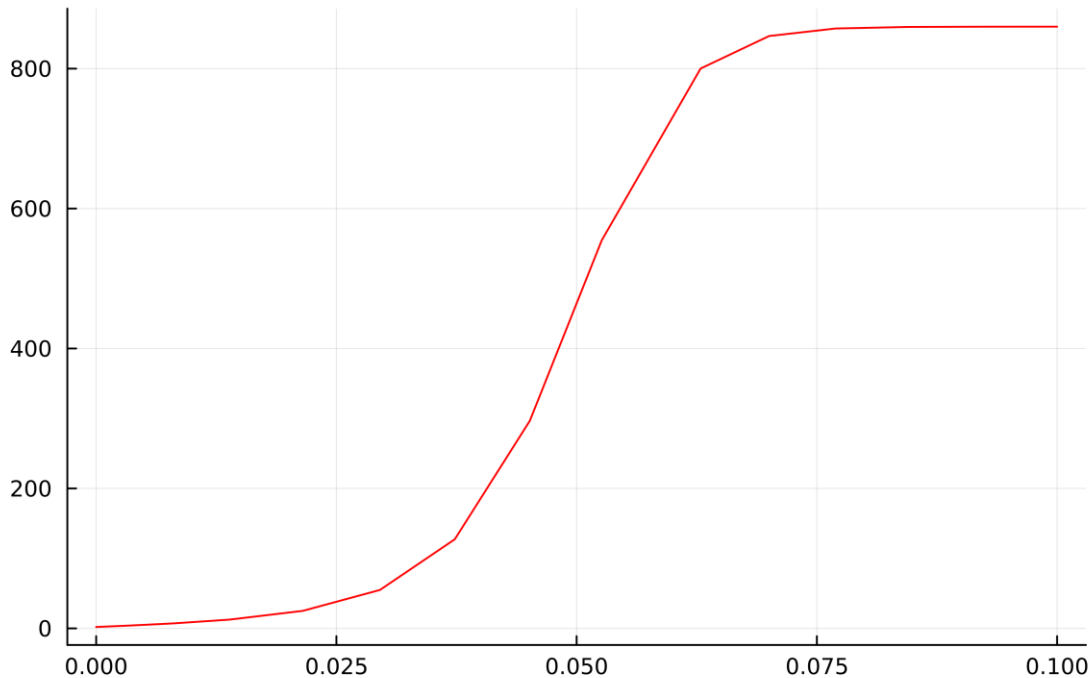


График распространения рекламы для третьего случая, построенный на языке Julia

#### OpenModelica

Код программы для первого случая  $\frac{dn}{dt} = (0.66 + 0.000061n(t))(N - n(t))$ :

```
model lab07_1
Real N = 610;
Real n;
initial equation
n = 2;
equation
der(n) = (0.66 + 0.00061*n)*(N-n);
end lab07_1;
```

Код программы для второго случая  $\frac{dn}{dt} = (0.000056 + 0.66n(t))(N - n(t))$ :

```
model lab07_2
Real N = 860;
Real n;
initial equation
n = 2;
equation
der(n) = (0.000056 + 0.66*n)*(N-n);
end lab07_2;
```

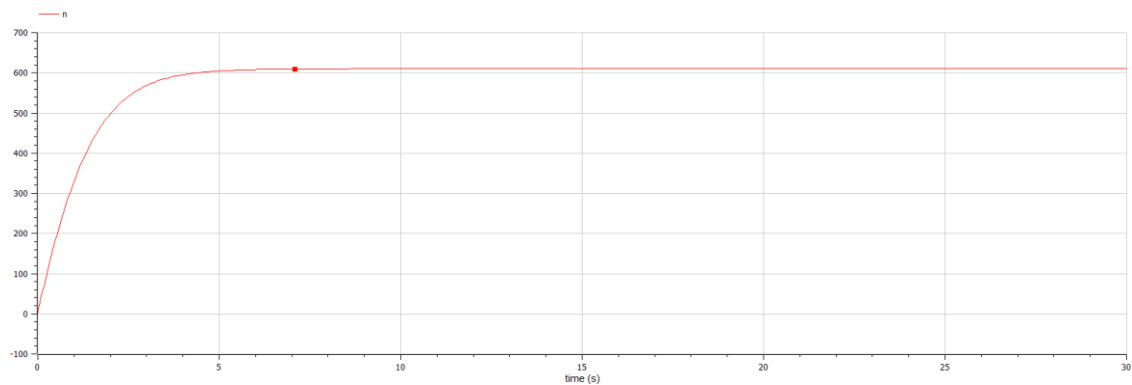
Код программы для третьего случая  $\frac{dn}{dt} = (0.66\sin t + 0.66\sin(6t)n(t))(N - n(t))$ :

```

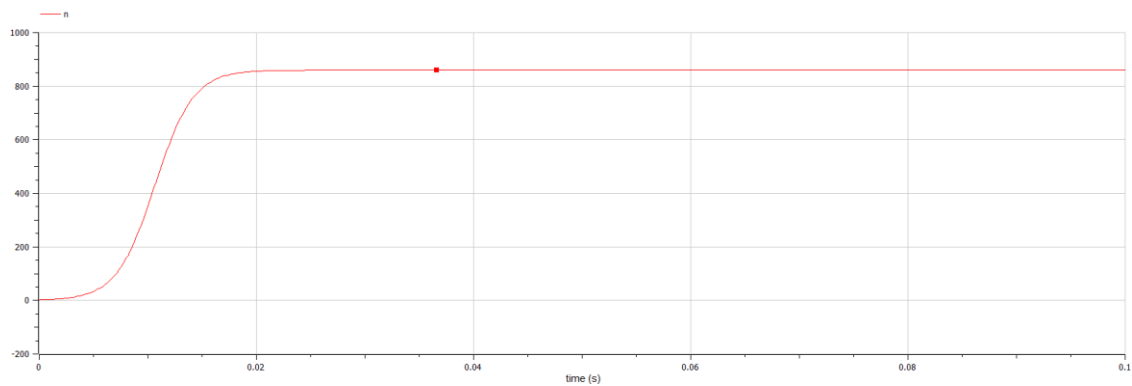
model lab07_3
Real N = 860;
Real n;
initial equation
n = 2;
equation
der(n) = (0.66 + 0.66*sin(6*time)*n)*(N-n);
end lab07_3;

```

### Результаты работы кода на OpenModelica

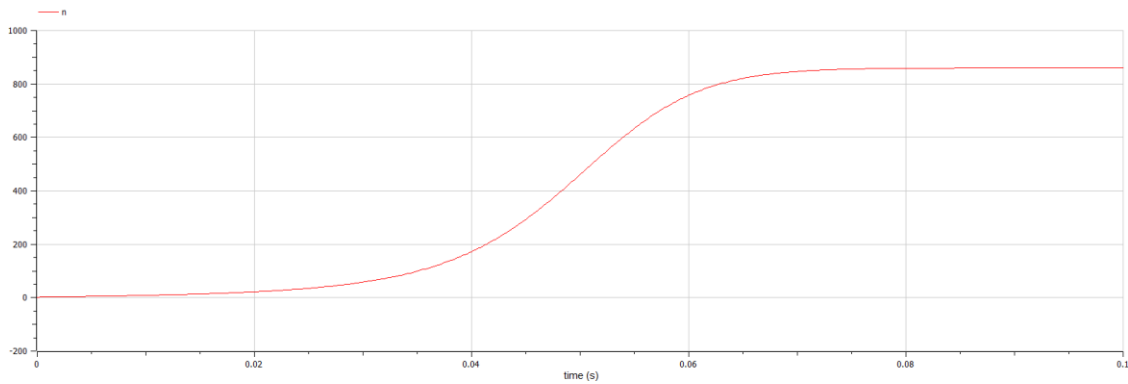


*График распространения рекламы для первого случая, построенный с помощью OpenModelica*



*График распространения рекламы для второго случая, построенный с помощью OpenModelica*





*График распространения рекламы для третьего случая, построенный с помощью OpenModelica*

## Анализ полученных результатов. Сравнение языков.

В итоге проделанной работы мы построили графики распространения рекламы для трех случаев на языках Julia и OpenModelica. Построение модели распространения рекламы на языке OpenModelica занимает значительно меньше строк, чем аналогичное построение на Julia. Кроме того, построения на языке OpenModelica проводятся относительно значения времени  $t$  по умолчанию, что упрощает нашу работу.

## Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель эффективности рекламы и в дальнейшем построена модель на языках Julia и Open Modelica.

## Список литературы. Библиография.

- [1] Документация по Julia: <https://docs.julialang.org/en/v1/>
- [2] Документация по OpenModelica: <https://openmodelica.org/>
- [3] Решение дифференциальных уравнений: <https://www.wolframalpha.com/>
- [4] Мальтузианская модель роста:  
<https://www.stolaf.edu//people/mckelvey/envision.dir/malthus.html>