

**INSTITUTO TECNOLÓGICO Y DE ESTUDIOS SUPERIORES DE OCCIDENTE**



**ITESO**

Universidad Jesuita  
de Guadalajara

**SISTEMAS Y MICROESTRUCTURA DE TRADING**

**Pairs Trading**

**Profesor: Mtro. Luis Felipe Gómez Estrada**

**PRESENTAN**

**Ana Luisa Espinoza López**

**Karimme Anahi Tejeda Olmos**

## Tabla de contenido

<i>Introducción</i> .....	3
<i>Metodología de la selección de pares</i> .....	5
<i>Decisión secuencial</i> .....	10
<i>Minimización de error de Hedge Ratio</i> .....	10
Definición de la política .....	11
Modelo de incertidumbre .....	12
El modelo de medición.....	12
Función objetivo.....	13
<i>Minimización de error de VECM</i> .....	14
Política.....	15
Modelo de incertidumbre .....	15
Modelo de medición .....	16
Función objetivo.....	16
<i>Maximización de Calmar Ratio</i> .....	18
Ecuación de la Política.....	19
<i>Estrategia de Trading</i> .....	20
Entrada y salida basadas en Z-score.....	21
Costos: comisiones y tasa de préstamo .....	23
<i>Análisis de los resultados</i> .....	24
Métricas de performance: Sharpe, Sortino, Calmar y Maximum Drawdown .....	27
Estadísticas de trading: número de trades, win rate y profit factor .....	29
Performance out-of-sample y robustez del modelo .....	30
<i>Conclusiones</i> .....	31
Mejoras potenciales.....	32
<i>Referencias</i> .....	34

# Introducción

El presente proyecto desarrolla un sistema automatizado de trading de pares implementado en *Python*, cuyo objetivo es identificar y aprovechar oportunidades de arbitraje estadístico entre dos activos financieros cointegrados. La metodología combina técnicas de econometría, filtrado bayesiano y optimización de parámetros para construir y evaluar estrategias robustas de inversión. El *pair trading* consiste en detectar dos activos que presenten cointegración y abrir posiciones opuestas cuando su relación de precios se desvía de la media histórica. La cointegración es una propiedad estadística que señala una relación de equilibrio entre dos o más series de tiempo no estacionarias en el largo plazo, por lo que, a pesar de que las series individuales se comportan erráticamente, tienden a moverse juntas y su diferencia permanece estable.

Con esto en cuenta, la cointegración garantiza que la diferencia ponderada entre los precios de dos activos oscile alrededor de un valor medio, generando así oportunidades de entrada y salida basadas en desviaciones temporales de dicho equilibrio. La clave de esta estrategia de trading consiste en estimar el *hedge ratio* para determinar la proporción óptima entre el par de activos para neutralizar la exposición direccional al mercado mediante posiciones inversas. Por otro lado, para capturar la dinámica de corto plazo entre los activos cointegrados, se emplea un Modelo de Corrección de Errores Vectorial (VECM), derivado de la prueba de cointegración de Johansen, el cual permite descomponer los movimientos conjuntos en una parte de equilibrio de largo plazo y otra de ajuste temporal.

Ahora bien, para la implementación del método en *python*, se utilizaron filtros de Kalman para las estimaciones del Hedge ratio y del modelo de corrección de errores. El filtro de Kalman es un algoritmo que se utiliza para “estimar el estado de un sistema dinámico a partir de una serie de mediciones incompletas y ruidosas” (Ultralytics, 2025). El filtro opera en un ciclo de dos etapas: la primera consiste en predecir el estado futuro del sistema y la incertidumbre de dicha predicción; la segunda, en actualizar su estimación al incluir una nueva medición. Este procedimiento posibilita obtener una estimación del estado de un objeto (Ultralytics, 2025). El proyecto utiliza dos filtros, el primero para realizar la estimación del Hedge ratio el cual indica el

tamaño de la posición y el segundo busca obtener la señal de trading minimizando el error del modelo VECM ajustando sus parámetros en el tiempo. El vector normalizado se utiliza para generar las señales de trading al calcular el *z-score* del spread respecto a la media móvil y desviación estándar de una ventana temporal de 252 días. El tercer desafío abordado en el proyecto consiste en determinar el valor óptimo de  $\theta$  (theta), el umbral del *z-score* que define los puntos de entrada y salida en las operaciones con el objetivo de encontrar el umbral que maximice el ratio de Calmar del portafolio.

# Metodología de la selección de pares

Para la implementación de la estrategia en *Python* se descargaron 15 años de precios históricos, los cuales se dividieron en los segmentos de *train*, *validation*, y *test*. Para la selección de pares se utilizó el set de *train* con aproximadamente 53% de la data (8 años de histórico). Para realizar la selección de pares se buscó que cumplieran con dos requisitos: mostrar cointegración entre los activos en el periodo de *train* y determinar si los pares tienen una relación económica. Con esto se busca identificar pares cuyo spread (combinación lineal de precios) sea estacionario.

El método consiste en cumplir estos dos objetivos combinando filtros económicos (correlación), estimación de relación (OLS), pruebas de estacionariedad (ADF sobre residuales) y validación multivariante (Johansen), siguiendo el enfoque clásico de Engle-Granger (1987). En primer lugar, se realizó la descarga y depuración de datos históricos para todos los activos considerados. Se obtuvieron precios de cierre ajustados de los últimos *lookback\_years* (por defecto, ocho años), eliminando aquellas series con más del 20 % de datos faltantes para asegurar integridad temporal. Solo los *tickers* con información suficiente pasaron a la siguiente etapa del análisis.

Posteriormente, se llevó a cabo una evaluación de estacionariedad individual para cada serie de precios mediante la prueba de Dickey-Fuller aumentada (ADF). En esta prueba, la hipótesis nula plantea que la serie posee una raíz unitaria (es decir, no es estacionaria o es integrada de orden uno, I(1)). Se seleccionaron únicamente las series que no rechazaron la hipótesis nula ( $p > 0.05$ ), dado que la cointegración requiere que ambas variables sean no estacionarias en niveles pero estacionarias en combinación lineal. Este paso permitió descartar las series I(0) y filtrar las que potencialmente cumplen los requisitos del modelo Engle-Granger.

Con las series I(1) validadas, se procedió a calcular la matriz de correlación histórica entre todos los pares de activos, utilizando el coeficiente de correlación de Pearson.

La correlación entre los precios  $P_1$  y  $P_2$  se define como:

$$\rho_{P_1 P_2} = \frac{Cov(P_1, P_2)}{\sigma_{P_1} \sigma_{P_2}}$$

Se definió un umbral de correlación de 0.7 con el objetivo de identificar relaciones lineales consistentes y reducir falsos positivos. Este filtro garantiza que los pares presenten una co-movilidad histórica lo suficientemente fuerte como para justificar un análisis de cointegración, además de buscar eficiencia computacional para la siguiente etapa de selección. En este paso, para cada uno de los pares con correlación igual o mayor a 0.7, se aplicó el procedimiento de dos etapas de Engle-Granger. En la primera etapa, se estimó una regresión lineal por mínimos cuadrados ordinarios (OLS) entre los precios de ambos activos, tomando la forma:

$$P_{1,t} = \beta_0 + \beta_1 P_{2,t} + \epsilon_t$$

donde  $\epsilon_t$  representa las desviaciones del par respecto a su equilibrio lineal o *spread*, y  $\beta_1$  es el *hedge ratio*, que es la proporción de cobertura entre ambos activos. Posterior a esto, se evaluó la estacionariedad de los residuos  $\epsilon_t$  mediante una nueva prueba ADF, donde el objetivo fue rechazar la hipótesis nula ( $p < 0.05$ ), indicando residuos estacionarios ( $I(0)$ ). Este resultado implica que existe una combinación lineal estable entre los precios de los dos activos, cumpliendo así la definición formal de cointegración.

Finalmente, todos los pares que cumplieron las condiciones anteriores fueron validados adicionalmente mediante la prueba de Johansen, que permite determinar la presencia y el número de vectores cointegrantes en sistemas multivariantes. Esta prueba se basa en un modelo VAR y evalúa si las estadísticas de traza ( $\lambda_{trace}$ ), superan los valores críticos al 95 % de confianza.

La condición para aceptar la cointegración bajo esta prueba es:

$$\lambda_{trace} > \lambda_{critical,95\%}$$

Mediante este proceso se validó que los pares resultantes cumplieran con los requisitos estadísticos para determinar cointegración entre las series temporales. Para los pares con cointegración se almacenaron las métricas de coeficiente de correlación, hedge ratio, estadísticos ADF y Johansen, y parámetros del spread. Finalmente, para cerrar la selección de pares, es necesario determinar si hay relación económica más allá de la cointegración. Este paso es necesario para reducir el riesgo de relaciones espurias y aumentar la robustez del modelo de *pair trading* en contextos de prueba y aplicación real.

El filtrado de pares con relación económica complementa el análisis estadístico asegurando que la cointegración observada tenga un fundamento real en el mercado. Para ello, los pares seleccionados se validaron según su clasificación sectorial, su relación comercial o competitiva y la coherencia de sus factores de riesgo compartidos, priorizando activos del mismo sector. Este proceso eliminó relaciones espurias y sirvió como último filtro para conservar únicamente los pares cointegrados con vínculos económicos.

Los tickers que se utilizaron para el proyecto y su sector económico son los siguientes:

**Tabla 1.** Activos Financieros y Sector Económico

Activo financiero	Sector
"XOM", "CVX", "BP", "SHEL", "COP", "TOT", "EOG", "SLB", "HAL"	Energy
"JPM", "BAC", "WFC", "C", "GS", "MS", "AXP", "USB", "BK"	Financials
"AAPL", "MSFT", "GOOG", "META", "NVDA", "ADBE", "ORCL", "INTC", "CSCO"	Technology
"KO", "PEP", "PG", "CL", "KMB", "MDLZ", "KHC", "GIS"	Consumer Staples
"MCD", "SBUX", "NKE", "HD", "LOW", "TGT", "AMZN", "EBAY"	Consumer Discretionary

"JNJ", "PFE", "MRK", "ABBV", "BMY", "GILD", "AMGN"	Healthcare
"CAT", "DE", "GE", "HON", "UPS", "FDX", "MMM"	Industrials
"NEE", "DUK", "SO", "D", "AEP", "EXC"	Utilities
"VZ", "T", "TMUS"	Telecommunications
"LIN", "APD", "NUE", "SHW", "DD"	Materials
"SPY", "VOO", "QQQ", "DIA", "IWM"	ETFs / Index Trackers

El resultado de la metodología aplicada concluyó en los siguientes pares cointegrados con relación económica:

**Tabla 2.** Activos Seleccionados para pair trading

Par	Métricas
AAPL & ORCL: sector: "technology"	Correlation: 0.9202 Hedge Ratio: 1.5127 ADF p-value: 0.019504 Spread Mean: -0.0000 Spread Std: 4.6855
ADBE & ORCL sector: "technology"	Correlation: 0.9167 Hedge Ratio: 10.3842 ADF p-value: 0.010407 Spread Mean: -0.0000 Spread Std: 32.9724
BP & SHEL sector: "Energy"	Correlation: 0.9595 Hedge Ratio: 0.5823 ADF p-value: 0.003765 Spread Mean: -0.0000 Spread Std: 1.0876
INTC & ORCL sector: "technology"	Correlation: 0.9060 Hedge Ratio: 1.2126 ADF p-value: 0.007469 Spread Mean: 0.0000 Spread Std: 4.1265
MDLZ & KMB sector: "Consumer Staples"	Correlation: 0.9505 Hedge Ratio: 2.1235 ADF p-value: 0.001997 Spread Mean: -0.0000 Spread Std: 4.8625
KMB & CL sector: "Consumer Staples"	Correlation: 0.9272 Hedge Ratio: 0.4021 ADF p-value: 0.025220 Spread Mean: -0.0000 Spread Std: 2.5420

LOW & NKE sector: "Consumer Discretionary"	Correlation: 0.9714 Hedge Ratio: 1.2002 ADF p-value: 0.000262 Spread Mean: 0.0000 Spread Std: 5.1880
MSFT & ORCL sector: "technology"	Correlation: 0.9208 Hedge Ratio: 4.0415 ADF p-value: 0.021552 Spread Mean: -0.0000 Spread Std: 12.4694

Para la evaluación de la estrategia de trading de pares, se seleccionó el par de AAPL & ORCL.

# Decisión secuencial

## Minimización de error de Hedge Ratio

Con el objetivo de realizar arbitraje estadístico para *pairs trading*, es necesario operar con un par de activos: stock A y stock B, que hayan mantenido históricamente una relación lineal:

$$\text{stock}_A \approx \beta_0 + \beta_1 \cdot \text{stock}_B + \epsilon$$

El coeficiente  $\beta_1$  es el **hedge ratio**, el cual nos dice cuántas unidades de Stock B debemos comprar o vender para neutralizar el riesgo de una posición en Stock A. El desafío consta en que  $\beta_1$  es dinámico. Para mitigar el riesgo de *spread* inestable, utilizamos el Filtro de Kalman. Nuestro objetivo es minimizar la incertidumbre sobre la estimación de  $\beta_1$  día a día.

En cada paso:

1. **Predicción:** Estimamos el  $\beta_1$  y la incertidumbre proyectada  $P_{t|t-1}$  para el día siguiente.
2. **Actualización:** Al recibir los precios observados, la ganancia de Kalman,  $K_t$ , reduce esta incertidumbre proyectada.

La minimización exitosa de esta incertidumbre es fundamental para mantener un *spread* estacionario y asegurar la rentabilidad del fondo.

Las variables de estado son las siguientes:

$$S_t = (R_t, I_t, B_t),$$

donde:

$R_t$ : variables físicas

$I_t$ : información exógena

$B_t$ : supuestos

Para este problema, definimos:  $S_t = (w_t, [P_1, P_2], [(Q, R)])$ , donde:

**Tabla 3.** Descripción de variables de estado para Kalman 1

Variable	Planteamiento	Descripción
$R_t$ :	$w_t = [\beta_{0,t}, \beta_{1,t}]^T$ donde: $\beta_{0,t}$ : intercepto $\beta_{1,t}$ : hedge ratio	Parámetros a estimar en la combinación lineal de precios entre el par de activos en el tiempo $t$ .
$B_t$ :	$R = \sigma_{obs}^2,$ $Q = \begin{bmatrix} \sigma_p^2 & 0 \\ 0 & \sigma_p^2 \end{bmatrix},$ $A : I_{2 \times 2}$ $P : I_{2 \times 2}$	R: Covarianza del Ruido de Observación Q: Covarianza del Ruido del proceso. A: Matriz de transición P: error en covarianza de predicciones
$I_t$ :	$[P_{A,t}, P_{B,t}]$	Precios observados (reales) del activo A y B en tiempo t.

La estimación del hedge ratio se resuelve utilizando filtros de Kalman, con esto en cuenta, definimos la función de transición de la siguiente forma:

$$w_t = Aw_{t-1} + q_t$$

Donde:

$A : I_{2 \times 2}$  Matriz de Transición de Estado. Para el Camino Aleatorio

$q_t \sim N(0, Q)$ : vector de ruido que representa la incertidumbre en el parámetro de transición

## Definición de la política

$$X^\pi(S_t) = w_{t|t}$$

La política  $\pi$  es el conjunto de ecuaciones del Filtro de Kalman. La acción  $X^\pi(S_t)$  es el vector de parámetros actualizado después de ver los precios observados ( $I_t$ ).

Con el filtro de Kalman, el vector de política óptima, se calcula en el Paso de Actualización (Update Step) del filtro, utilizando el vector de Ganancia de Kalman  $K_t$ .

$$X^\pi(S_t) = w_{t|t} = w_{t|t-1} + K_t(y_t - C_t w_{t|t-1})$$

Donde:

- $w_{t|t}$ : Vector de estado óptimo
- $w_{t|t-1}$ : Vector de estimación antes de la nueva predicción
- $K_t$ : Ganancia de Kalman (peso óptimo que se le da a la innovación)
- $(y_t - C_t w_{t|t-1})$ : La innovación (error de la predicción de la medición)

## Modelo de incertidumbre

En el filtro de Kalman se consideran 2 fuentes de incertidumbre: evolución de parámetros (Q) y en la observación (R).

- Covarianza del Ruido del Proceso (Q): Es la covarianza de los cambios aleatorios en los parámetros del estado  $w_t$  a lo largo del tiempo. Controla cuánto varía el *hedge ratio* y el intercepto de un periodo a otro. Esto se establece con el parámetro *process\_noise*. Donde Q, considera  $\sigma_0^2 = process\ noise$
- Covarianza del ruido de observación (R). La definición matemática es  $R = \sigma_{obs}^2$ . Este parámetro se establece como *observation\_noise*. Esta es la medición del ruido de los precios observados  $P_{A,t}$  con el valor estimado con la regresión.

## El modelo de medición

Esta función relaciona el estado no observable ( $w_t: \beta_0, \beta_1$ ) con los datos observables de precios  $y_t$ . El modelo de medición se define como:

$$y_t = C_t w_t + r_t$$

En el modelo de medición,  $y_t$ , es la variable dependiente observable ( $stock_{a,t}$ ). En la misma línea, la matriz  $C_t$  es la matriz de observación (vector de medición). Contiene las variables independientes y el intercepto.

Se define como:

- $C_t = [1, x_t]$ , (donde  $x_t = stock_{b,t}$ )
- $r_t \sim N(0, R)$  = error de predicción, se asume Gaussiano

La función equivale a la siguiente expresión:

$$stock_{a,t} = \beta_{0,t} + \beta_{1,t} \cdot stock_{b,t} + \epsilon_t$$

## Función objetivo

El Filtro de Kalman 1 tiene como objetivo la estimación de los parámetros del estado (betas de la regresión OLS de los precios de los activos) minimizando el error cuadrático medio esperado (MSE) del vector de estado  $w_t$ .

$$\min_{\pi} \mathbb{E}[(S_t, X^\pi(S_t))|S_0] \rightarrow \min_{\pi} \mathbb{E}[\text{Traza } P_{t|t}]$$

Donde la traza es la suma de la diagonal de la matriz P (Covarianza del Error de Estimación Actualizada). La matriz  $P_{t|t}$  se calcula en el paso de actualización, después de calcular la ganancia de Kalman  $K_t$ :

$$P_{t|t} = (A - K_t C_t) \cdot P_{t|t-1}$$

Donde:

- $A = I_{2x2}$
- $K_t$  = ganancia de Kalman, pondera la reducción de incertidumbre
- $C_t = ([1, x_t])$ , Matriz de observación
- $P_{t|t-1} = AP_{t-1|t-1}A^T + Q$ , La Matriz de Covarianza del Error Proyectada (incertidumbre *antes* de la observación)

$$\mathbf{P}_{t|t} = \begin{bmatrix} \text{Var}(b_{0,t}) & \text{Cov}(b_{0,t}, b_{1,t}) \\ \text{Cov}(b_{1,t}, b_{0,t}) & \text{Var}(b_{1,t}) \end{bmatrix}$$

Con esto en cuenta, definimos la traza de  $P_{t|t}$  como:  $\text{Trace}(P_{t|t}) = \widehat{\text{Var}}(\beta_{0,t}) + \widehat{\text{Var}}(\beta_{1,t})$

## Minimización de error de VECM

Con el objetivo de estabilizar la estimación del eigenvector de cointegración y reducir el ruido de alta frecuencia inherente al test de Johansen, es necesario implementar un segundo filtro de Kalman que opere sobre los componentes del eigenvector. El test de Johansen produce eigenvectores  $[e_1, e_2]$  que pueden exhibir volatilidad considerable día a día debido a la sensibilidad del método a observaciones extremas y ruido de mercado. Para mitigar este problema y mantener un hedge ratio estable utilizamos un segundo filtro de Kalman. Nuestro objetivo es minimizar la incertidumbre sobre la estimación de los componentes del eigenvector día a día, obteniendo versiones suavizadas  $[\hat{e}_1, \hat{e}_2]$ .

Definimos las variables de estado son las siguientes:

$$S_t = (R_t, I_t, B_t)$$

Donde:

- $R_t$ : variables físicas
- $I_t$ : información exógena
- $B_t$ : supuestos

Para este problema definimos:

$$S_t = (v_t, [e_1, e_2], [(Q, R)])$$

Donde:

**Tabla 4.** Descripción de variables de estado para Kalman 2

Variable	Planteamiento	Descripción
$R_t$ :	$v_t = [e_{1t}, e_{2t}]^T$ Donde: $e_{1t}$ : es el componente 1 del eigenvector $e_{2t}$ : es el componente 2 del eigenvector	Componentes del eigenvector de cointegración a estimar mediante suavización del output de Johansen en el tiempo t.
$I_t$ :	$[e_{1johansen(t)}, e_{2johansen(t)}]$	Componentes del eigenvector observados (estimados por Johansen) del activo A y B en tiempo t.
$B_t$ :	$R = \sigma_{obs}^2$ $Q = \begin{bmatrix} \sigma_{p1}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{p2}^2 \end{bmatrix}$ $A: I_{2x2}$ $P: I_{2x2}$	<b>R:</b> Covarianza del Ruido de Observación <b>Q:</b> Covarianza del Ruido del proceso <b>A:</b> Matriz de transición <b>P:</b> error en covarianza de predicciones

La estimación del eigenvector suavizado se resuelve utilizando filtros de Kalman. Con esto en cuenta, definimos la función de transición de la siguiente forma:

$$v_t = Av_{(t-1)} + q_t$$

Donde:

- $A: I_{2x2}$  Es la matriz de transición de Estado.
- $q_t \sim N(0, Q)$  Es el vector de ruido que representa la incertidumbre en el parámetro de transición.

## Política

$$X^\pi(S_t) = v_{(t|t)}$$

La política  $\pi$  es el conjunto de ecuaciones del filtro de Kalman. La acción  $X^\pi(S_t)$  es el vector de componentes del eigenvector actualizado después de ver los eigenvectores observados ( $I_t$ ).

Con el filtro de Kalman, el vector de política óptima se calcula en el paso de actualización (Update Step) del filtro, utilizando el vector de Ganancia de Kalman ( $K_t$ ) :

$$X^\pi(S_t) = v_{(t|t)} = v_{(t|t-1)} + K_t * (z_t - C_t * v_{(t|t-1)})$$

Donde:

- $v_{(t|t)}$  es el vector de estado óptimo (eigenvector suavizado)
- $v_{(t|t-1)}$  es el vector de estimación antes de la nueva predicción
- $(K_t)$  es la ganancia de Kalman
- $(z_t - C_t * v_{(t|t-1)})$  es el error de la predicción de la medición

## Modelo de incertidumbre

En el filtro de Kalman se consideran 2 fuentes de incertidumbre: evolución de parámetros (Q) y en la observación (R).

### Covarianza del Ruido del Proceso (Q)

Es la covarianza de los cambios aleatorios en los componentes del eigenvector  $v_t$  a lo largo del tiempo. Controla cuánto varían  $e_1$  y  $e_2$  de un período a otro. Esto se establece con el parámetro `process_noise`. Donde  $Q_1$  considera  $\sigma_{p1}^2 = process\_noise$  para  $e_1$  y  $Q_2$  considera  $\sigma_{p2}^2 = process\_noise$  para  $e_2$ .

## Covarianza del ruido de observación ®

La definición matemática es  $R = \sigma_{obs}^2$ . Este parámetro se establece como `observation_noise`. Esta es la medición del ruido de los eigenvectores observados del test de Johansen  $e_{1johansen(t)}$  y  $e_{2johansen(t)}$  con los valores estimados suavizados.

## Modelo de medición

Esta función relaciona el estado no observable ( $v_t: e_1, e_2$ ) con los datos observables de eigenvectores  $z_t$ . El modelo de medición se define como:

$$z_t = C_t * v_t + r_t$$

En el modelo de medición,  $z_t$  es la variable dependiente observable (eigenvector del test de Johansen). En la misma línea, la matriz  $C_t$  es la matriz de observación (vector de medición). Contiene las variables independientes y el intercepto.

Se define como:

- $C_t = I_{2x2}$  (matriz identidad, ya que observamos directamente los componentes del eigenvector)
- $r_t \sim N(0, R) =$  error de predicción, se asume Gaussiano

La función equivale a la siguiente expresión:

$$\begin{bmatrix} e_{1johansen(t)} \\ e_{2johansen(t)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix}$$

## Función objetivo

El Filtro de Kalman 2 tiene como objetivo la estimación de los componentes del eigenvector de cointegración minimizando el error cuadrático medio esperado (MSE) del vector de estado  $v_t$ .

$$\min_{\pi} E[(S_t, X^\pi(S_t)) | S_0] \rightarrow \min_{\pi} E[Traza P_{(t|t)}]$$

Donde la traza es la suma de la diagonal de la matriz P (Covarianza del Error de Estimación Actualizada). La matriz  $P_{(t|t)}$  se calcula en el paso de actualización, después de calcular la ganancia de Kalman ( $K_t$ ):

$$P_{(t|t)} = (A - K_t * C_t) * P_{(t|t-1)}$$

Donde:

- $A: I_{2x2}$
- $(K_t)$  es la ganancia de Kalman, pondera la reducción de incertidumbre
- $C_t = I_{2x2}$  es la matriz de observación
- $P_{(t|t)} = AP_{(t-1|t-1)}A^T + Q$  es la matriz de covarianza del error proyectada (incertidumbre antes de la observación)

La matriz  $P_{(t|t)}$  tiene la forma:

$$P_{(t|t)} = \begin{bmatrix} Var(e_{1t}) & Cov(e_{1t}, e_{2t}) \\ Cov(e_{2t}, e_{1t}) & Var(e_{2t}) \end{bmatrix}$$

Con esto en cuenta, definimos la traza de  $P_{(t|t)}$  como:

$$Trace(P_{(t|t)}) = Var(\hat{e}_{1t}) + Var(\hat{e}_{2t})$$

Esta minimización asegura que los componentes suavizados del eigenvector reflejan la relación de cointegración verdadera con mínima contaminación por ruido transitorio, proporcionando inputs estables para el cálculo del VECM y subsecuente generación de señales de trading.

## Maximización de Calmar Ratio

El objetivo es optimizar una estrategia de arbitraje estadístico (*pairs trading*) basada en la cointegración de dos activos. La estrategia se basa en el Vector Modelo de Corrección de Errores (VECM), cuyo componente  $\phi(VECM)$  representa el *spread* o desviación entre los precios de los activos. Buscamos encontrar el umbral de cruce óptimo,  $\theta$ , que maximice la eficiencia del capital, medida por el **Ratio de Calmar**, en un *backtest* histórico.

La decisión en cada momento  $t$  (abrir una posición *long/short* o cerrarla) depende de si la desviación actual,  $\phi(VECM)$ , supera un umbral de z-score  $\theta$  que se está optimizando. La variable de decisión clave es el parámetro  $\theta$  que define la política  $\phi$ .

Definimos las variables de estado son las siguientes:

$$S_t = (\theta, \phi(VECM)_t, W_{252})$$

**Tabla 5.** Descripción de variables de estado para señales de trading

Variable	Planteamiento	Descripción
R <sub>t</sub> :	$\theta \in [0.1, 0.5]$	Umbral de decisión, el parámetro de la política que se evalúa en el <i>backtest</i> actual. Es constante durante la ejecución.
I <sub>t</sub> :	$\phi(VECM)_t$	El z-score del <i>spread</i> de cointegración. Esta es la variable de entrada clave para la política
B <sub>t</sub> :	W <sub>252</sub> : ventana móvil	La señal se normaliza con media y desviación de una ventana móvil de 252 días.

**Función de transición:**

$$\begin{aligned} F^\pi(\theta) &= (S_t, X^\pi(S_t, \theta))|S_0 \\ S_{t+1} &= T(S_t, x_t, P_{A,t+1}, P_{B,t}) \end{aligned}$$

Dentro del grid:  $\theta \in [0.1, 0.5]$

El objetivo es encontrar el parámetro  $\theta$  de la política que maximice el Ratio de Calmar del portafolio al final del horizonte de *backtest*. La función objetivo en el marco de la Decisión Secuencial se expresa como la maximización de la expectativa de la contribución total C sobre la estrategia  $\pi$ , donde la contribución se mide por la métrica final (Ratio de Calmar).

### Función objetivo:

$$\max_{\pi} \mathbb{E}[(S_t, X^\pi(S_t)) | S_0]$$

- **Política a Optimizar  $\pi$ :** La política es definida por la elección del umbral  $\theta$ . Buscamos  $\theta$ .

$$\pi(\theta) = X^\pi(\theta)$$

- Espacio de Búsqueda de  $\theta$ :  $\theta$  pertenece a un grid discreto de flotantes, por ejemplo:  
 $\theta \in [0.5, 1.5]$
- **Función de Contribución Total ( $F^\pi(\theta)$ ):** La contribución de la estrategia  $\pi$  con el parámetro  $\theta$  es la ganancia acumulada, la cual se evalúa con el Ratio de Calmar al final del horizonte.

$$\theta^* = \arg \max_{\theta \in [0.5, 1.5]} \{ \text{Calmar Ratio } (\text{Capital}_T, \text{MaxDD}_T) \}$$

La política  $X^\pi(S_t)$  es la función que mapea el estado actual  $S_t$  (específicamente la señal  $\phi(VECM)$  normalizada) a una acción de *trading*  $x_t$ , utilizando el parámetro  $\theta$  que estamos evaluando.

- Variable de Decisión ( $x_t$ ): La acción de *trading* (1, 2, 3 o 4).
- Señal de Entrada:  $\phi(VECM)$ , el z-score del *spread*.

### Ecuación de la Política

$$X^\pi(S_t) = \begin{cases} 1 : & \phi(VECM) > \theta \quad (\text{long A, short B}) \\ 2 : & \phi(VECM) < -\theta \quad (\text{long B, short A}) \\ 3 : & |\phi(VECM)| < 0.05 \quad (\text{close positions}) \\ 4 : & \text{otherwise} \quad (\text{no trade}) \end{cases}$$

# Estrategia de Trading

La construcción del Z-score representa una parte importante de nuestra estrategia de pairs trading, basándose en la representación de Vector Error Correction Model (VECM) derivada de la relación de cointegración entre los activos. Esta métrica normalizada permite cuantificar el grado de divergencia temporal entre dos activos históricamente co-integrados, proporcionando señales objetivas para la ejecución de operaciones.

El proceso de cálculo del Z-score se desarrolló en múltiples etapas secuenciales. En primer lugar, se obtuvo el eigenvector de cointegración  $[e_1, e_2]$  mediante el test de Johansen aplicado sobre una ventana móvil de 252 días de trading. Este eigenvector captura la relación de equilibrio de largo plazo entre los dos activos, representando los pesos óptimos que minimizan la varianza del spread cointegrado.

El eigenvector calculado puede presentar volatilidad debido al ruido en los datos del mercado. Para resolver este problema, implementamos un segundo filtro de Kalman que actúa como mecanismo de suavización sobre el eigenvector estimado. Este filtro procesa secuencialmente cada nueva estimación de Johansen, produciendo versiones refinadas  $[\hat{e}_1, \hat{e}_2]$  que reducen significativamente el ruido.

Al tener los eigenvectores suavizados, calculamos el VECM para el día actual mediante:

$$VECM_t = \hat{e}_1 * P_{1t} + \hat{e}_2 * P_{2t}$$

Donde  $P_{1t}$  y  $P_{2t}$  representan los precios de cierre de Apple y Oracle en el momento t.

Este resultado representa el valor actual de la combinación lineal de precios que, bajo la hipótesis de cointegración, debería exhibir comportamiento estacionario y propiedades de reversión a la media.

La normalización del VECM transforma una medida absoluta en dinero en una métrica estadística comparable a través del tiempo. Para lograr esto, se tuvo un registro histórico acumulativo de todos los valores VECM calculados diariamente. En cada iteración del algoritmo de trading, se extrajo una ventana móvil de los últimos 252 valores VECM históricos. Esta ventana móvil nos permite calcular los parámetros:

- $\mu(VECM_{window})$
- desviación estándar  $\sigma(VECM_{window})$

El Z-score se obtiene mediante la estandarización estadística clásica:

$$Z_t = \frac{VECM_t - \mu * (VECM_{window})}{\sigma(VECM_{window})}$$

Un Z-score cercano a cero indica que la relación entre los activos se encuentra en equilibrio histórico. Valores positivos grandes sugieren que el activo A (Apple) está sobrevalorado respecto a B (Oracle) en términos de su relación de cointegración, mientras que valores negativos grandes indican la situación opuesta. El Z-score cuantifica la divergencia en unidades de desviaciones estándar, proporcionando una medida intuitiva y robusta del grado de desequilibrio temporal.

Utilizar una ventana móvil de 252 valores VECM para la normalización representa un balance óptimo ya que una ventana demasiado corta produciría parámetros de normalización altamente volátiles y sensibles a shocks temporales; por el contrario, una ventana excesivamente larga incorporaría información potencialmente obsoleta, diluyendo la capacidad del sistema para adaptarse a cambios estructurales en la relación entre los activos. El período de 252 días proporciona estabilidad estadística suficiente mientras mantiene sensibilidad a cambios graduales en la dinámica del par.

Es importante mencionar que el histórico de VECM se construye utilizando consistentemente los eigenvectores suavizados  $\hat{e}_1$  y  $\hat{e}_2$  generados por el segundo filtro de Kalman. La consistencia metodológica en toda la serie temporal es fundamental para garantizar que el Z-score muestre desviaciones estadísticamente significativas respecto al comportamiento histórico reciente.

## Entrada y salida basadas en Z-score

Mediante un proceso de walk-forward analysis implementado sobre datos históricos del par AAPL/ORCL, identificamos políticas de entrada y salida que maximizan el ratio de Calmar, nuestra métrica objetivo que pondera retornos anualizados contra el peor drawdown experimentado.

El proceso de optimización se estructura en tres fases temporalmente diferenciadas. La fase de training, que comprende el 60% inicial de los datos históricos disponibles, se utiliza exclusivamente para validar la presencia de cointegración mediante los tests de Engle-Granger y Johansen, sin participar directamente en la selección de parámetros.

La fase de validation, constituyendo el siguiente 20% de los datos, representa el conjunto sobre el cual se ejecuta la búsqueda sistemática de hiperparámetros óptimos.

Finalmente, la fase de testing, conteniendo el 20% final de datos nunca observados durante las fases anteriores, proporciona una evaluación del performance en condiciones de mercado reales.

Durante la fase de validation, evaluamos un grid de valores para el umbral de entrada  $\theta$ . Para cada valor de  $\theta$  en este conjunto, ejecutamos un backtesting completo sobre el período de validation, calculando métricas de performance incluyendo ratio de Calmar, ratio de Sharpe, ratio de Sortino, retorno total, máximo drawdown y número de operaciones ejecutadas.

El criterio de selección establece dos condiciones necesarias:

- Cualquier configuración debe generar al menos tres trades completos durante el período de validation para ser considerada viable, evitando así la selección de umbrales extremadamente conservadores que producirían actividad de trading insuficiente.
- Entre todas las configuraciones que satisfacen el mínimo de trades, seleccionamos aquella que maximiza el ratio de Calmar, definido como el retorno anualizado dividido por el valor absoluto del máximo drawdown.

La política de entrada se estructura de manera direccional basada en el signo del Z-score. Cuando  $Z_t > \theta$ , interpretamos que el activo A se encuentra sobrevalorado relativamente a B: compramos (posición long) el activo A y simultáneamente vendemos en corto (posición short) el activo B. El hedge ratio dinámico, actualizado diariamente por el primer filtro de Kalman, determina la proporción exacta de acciones de B a shortear por cada acción de A comprada, asegurando neutralidad aproximada respecto a movimientos de mercado generales.

Por otro lado, cuando  $Z_t < -\theta$ , el activo A está subvalorado respecto a B, y ejecutamos la operación inversa: vendemos en corto el activo A mientras compramos el activo B en la proporción especificada por el hedge ratio. Esta simetría en las reglas de entrada permite a la estrategia capitalizar desviaciones en ambas direcciones, duplicando efectivamente las oportunidades de trading comparado con estrategias unidireccionales.

La condición de salida se activa cuando el Z-score converge hacia cero, específicamente cuando  $|Z_t| < 0.05$ .

Se implementó una señal para cuando el Z-score revierte completamente, cruzando al lado opuesto del umbral de entrada original. Para una posición LONG A, SHORT B iniciada cuando  $Z_t > \theta$ , cerramos inmediatamente si  $Z_t < -\theta$ , reconociendo que las condiciones originales de la operación se han invalidado. Esta reversión completa

evita mantener una posición que exponga el portfolio a pérdidas, haciendo el cierre inmediato.

## Costos: comisiones y tasa de préstamo

Las comisiones de trading constituyen el primer componente de costos y se modelan como una tasa proporcional del 0.125% aplicada a cada transacción. Cada trade completo de pairs trading involucra cuatro transacciones separadas, cada una sujeta a comisión:

- compra del activo en posición LONG al abrir
- venta en corto del activo en posición SHORT al abrir
- venta del activo en posición LONG al cerrar
- recompra del activo en posición SHORT al cerrar.

El segundo componente de los costos proviene de las tasas de préstamo (borrow rates) aplicadas a posiciones en corto. Cuando ejecutamos una venta en corto, debemos pedir prestadas las acciones de un custodio (típicamente el broker o un prestamista institucional), quien cobra una tasa por este servicio. Modelamos este costo como una tasa anualizada del 0.25%, acumulada diariamente mientras la posición corta permanezca abierta.

Este costo se suma a las comisiones ya pagadas, elevando el breakeven total que la operación debe superar para generar ganancias netas.

Utilizamos el 80% del dinero disponible al momento de abrir cada posición, dividido equitativamente en dos mitades de 40% cada una. Esta política tiene varias consecuencias importantes. Primero, el buffer del 20% en efectivo proporciona margen para absorber costos de transacción y variaciones de precios sin forzar liquidaciones. Segundo, la división  $\frac{40\%}{40\%}$  entre los dos lados del par asegura una exposición balanceada, aunque el hedge ratio puede resultar en números desiguales de acciones en cada lado.

Esto se basa en el dinero disponible al momento de apertura de cada posición, no en el capital inicial fijo. Esto significa que después de cerrar una posición con ganancia, el próximo trade operará con un monto ligeramente mayor.

## Análisis de los resultados

El período de training, extendiéndose desde el inicio de nuestros datos históricos hasta cubrir el 60% inicial de las observaciones, sirvió exclusivamente para validar la cointegración entre AAPL y ORCL mediante tests estadísticos formales. Durante esta fase no se ejecutaron operaciones de trading ni se optimizaron parámetros; su propósito fue confirmar que la relación de largo plazo entre los activos cumplía los requisitos estadísticos para una estrategia de pairs trading viable. Los tests de Engle-Granger y Johansen aplicados sobre este período confirmaron cointegración significativa, estableciendo la viabilidad teórica de la estrategia.

El período de validation, constituyendo el siguiente 20% de los datos, representó el punto para la optimización de hiperparámetros. Sobre estos datos ejecutamos el grid search exhaustivo de valores de  $\theta$  en un rango de [0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2], evaluando métricas de performance para cada configuración candidata. La curva de equity durante validation exhibe el comportamiento característico de una estrategia market-neutral efectiva: crecimiento gradual y relativamente constante con drawdowns controlados durante el período.

El período de testing, comprendiendo el 20% final de datos cronológicamente posteriores a training y validation, proporciona la evaluación definitiva de performance out-of-sample. Este período es crucial porque los datos nunca fueron observados durante ninguna fase de optimización. La curva de equity en testing debe interpretarse como la mejor estimación disponible de cómo la estrategia se comportaría en trading futuro real, asumiendo que las propiedades estadísticas del mercado permanecen razonablemente estables.

Durante los 503 días del período de testing, la estrategia generó un retorno total del 18.15%, equivalente a un retorno anualizado del 8.73%. La curva de equity muestra características deseables: una tendencia ascendente clara con volatilidad contenida, sin períodos prolongados de drawdown lateral. Los movimientos en la curva no son perfectamente suaves, exhibiendo segmentos de acumulación gradual de ganancias intercalados con saltos discretos cuando posiciones particularmente favorables convergen rápidamente.

Un aspecto visualmente prominente de la curva de equity es la presencia de fluctuaciones continuas incluso durante períodos sin trades ejecutados. Este comportamiento refleja correctamente la dinámica de valor del portafolio cuando mantiene posiciones abiertas. Mientras una posición long A, short B permanece activa, el valor del portfolio fluctúa diariamente en respuesta a cambios en los precios de A y B. Si ambos activos suben proporcionalmente al hedge ratio, el valor del portfolio permanece aproximadamente constante. Si A sube mientras B baja, el portfolio gana valor. Si A baja mientras B sube, el portfolio pierde valor temporalmente.

Durante el periodo de test, la cointegración entre AAPL y ORCL se debilitó sustancialmente. Se realizaron los mismos tests de cointegración ejecutados en el periodo de train para la selección de pares y se comprobó que la cointegración entre ambos activos cambió, disminuyendo.

Esta disminución de cointegración refleja cambios fundamentales en las trayectorias corporativas de ambas compañías. Durante 2023-2024, AAPL experimentó presiones regulatorias intensificadas en múltiples jurisdicciones (investigaciones antimonopolio en Europa y Estados Unidos, restricciones en China), mientras ORCL ejecutó una transformación estratégica acelerada hacia cloud computing con adquisiciones mayores y reestructuraciones. Estos eventos de cada compañía rompieron temporalmente la correlación histórica que había sustentado la cointegración durante la década anterior.

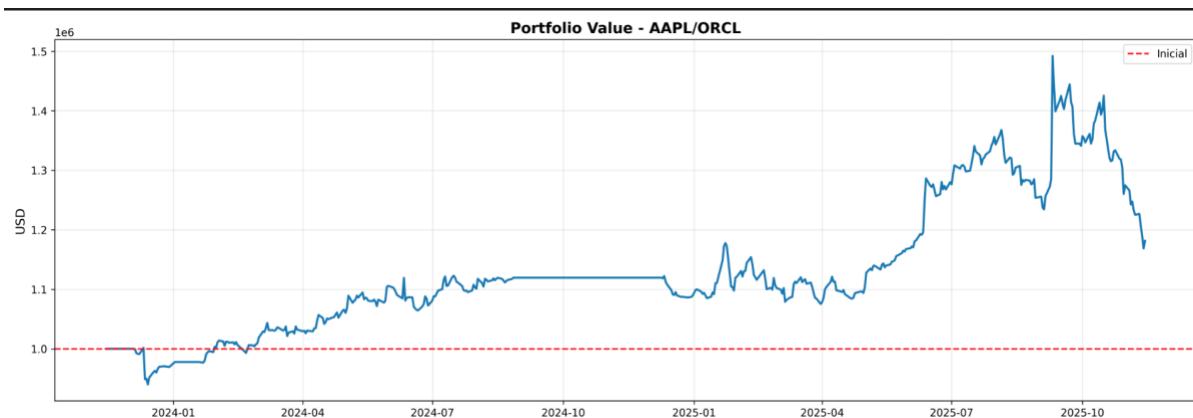


Imagen 1. Valor de la cartera en el periodo de test

La volatilidad en el equity refleja directamente la inestabilidad en la relación de cointegración subyacente.

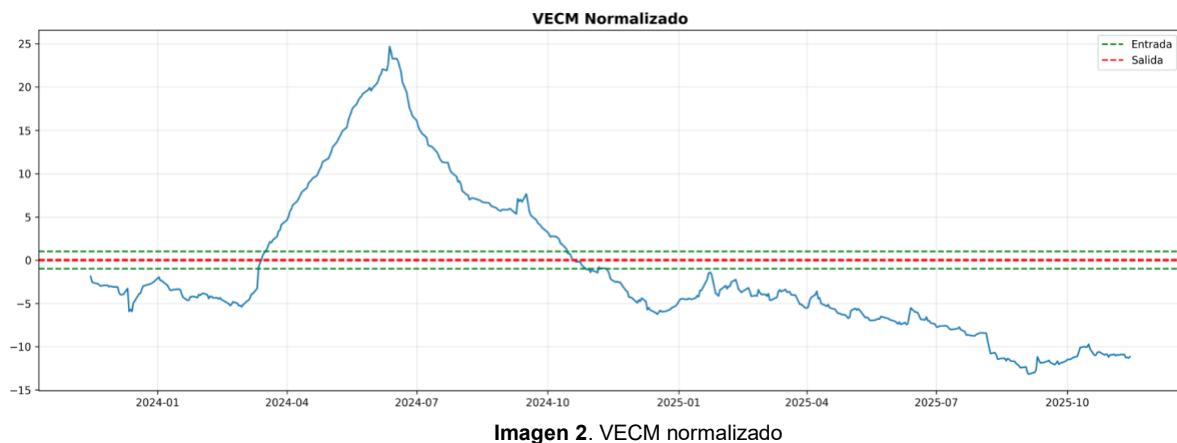


Imagen 2. VECM normalizado

La gráfica del VECM Normalizado (Z-score) en el panel inferior proporciona contexto adicional invaluable. Durante los primeros 6-8 meses de testing, observamos una divergencia extrema y sostenida alcanzando magnitudes superiores a 20

desviaciones estándar en su pico máximo alrededor de junio 2024. Esta divergencia extraordinaria representa el breakdown temporal de cointegración: bajo condiciones normales de cointegración robusta, el Z-score debería oscilar dentro de un rango de aproximadamente  $\pm 3$  desviaciones estándar el 99.7% del tiempo según teoría estadística gaussiana.

Las líneas horizontales en la gráfica de VECM (verde para umbral de entrada, roja para umbral de salida) están calibradas a  $\theta = 1.2$  y  $\theta = -1.2$  respectivamente. Durante la fase de divergencia extrema, el Z-score permaneció persistentemente fuera del rango de señales normales de trading, explicando la ausencia casi completa de actividad de trading durante este período.

A partir de aproximadamente octubre 2024, el VECM Normalizado comienza una tendencia de convergencia hacia niveles más normales, eventualmente regresando al rango de -5 a -10 desviaciones estándar hacia el final del período. Esta normalización coincide con la fase de apreciación del portfolio, sugiriendo que cuando la cointegración se re-estableció parcialmente y las divergencias retornaron a magnitudes tradables, la estrategia pudo capturar oportunidades de reversión efectivamente. Sin embargo, incluso en esta fase normalizada, el Z-score permanece en territorio negativo de magnitud moderadamente alta, indicando que la relación aún no ha convergido completamente a su equilibrio histórico de largo plazo.

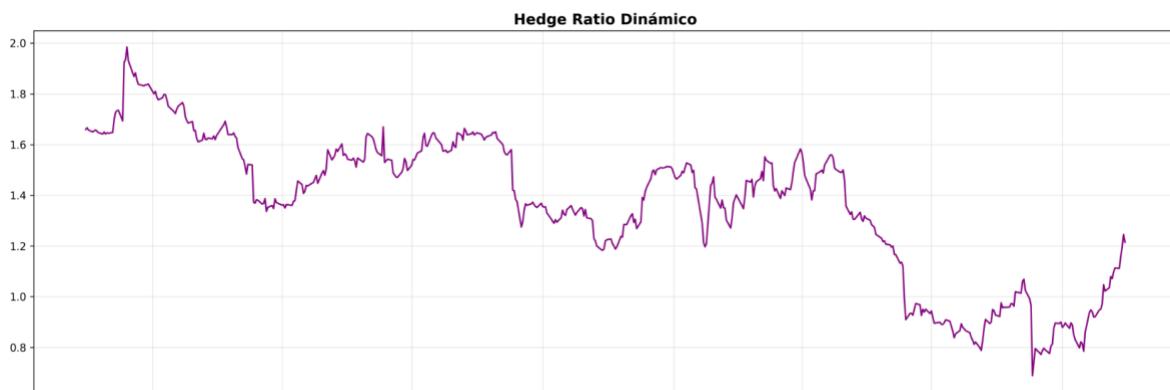


Imagen 3. Hedge ratio de Apple y Oracle

La gráfica de Hedge Ratio Dinámico ilustra la adaptabilidad del primer filtro de Kalman a cambios en la volatilidad relativa entre los activos. Observamos variaciones sustanciales del hedge ratio a través del período de testing, desde mínimos de aproximadamente 0.7 hasta máximos superiores a 2.0, con tendencia general descendente durante 2024-2025. Esta tendencia descendente refleja que ORCL experimentó volatilidad incrementada relativa a AAPL durante la fase de transformación corporativa, requiriendo posiciones relativamente menores en ORCL.

para balancear exposición equivalente a AAPL. La capacidad del filtro de Kalman para rastrear estos cambios dinámicamente es crucial; un hedge ratio estático habría resultado en exposición neta direccional no intencionada durante períodos de cambio en volatilidades relativas.

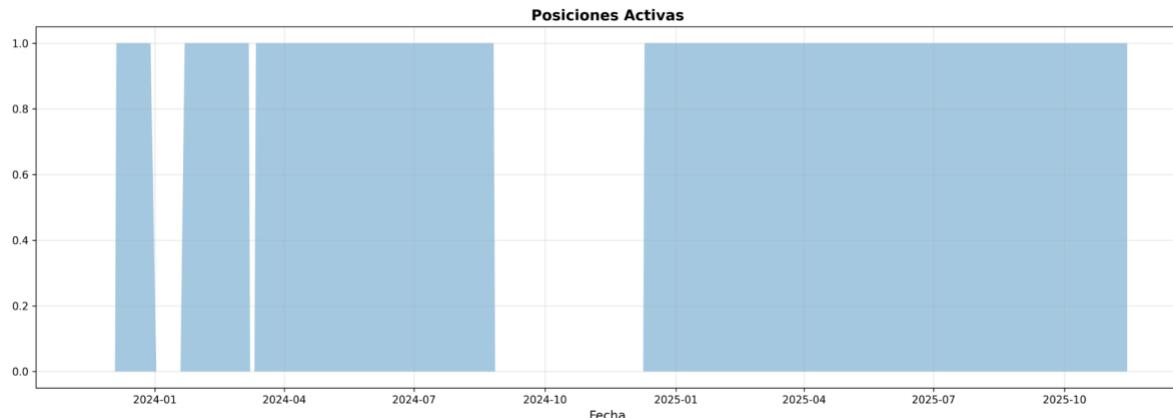


Imagen 4. Posiciones activas en el periodo de test

El panel de Posiciones Activas muestra que solo se mantuvieron posiciones durante dos períodos discretos: uno breve al inicio de testing (diciembre 2023 - septiembre 2024) y otro prolongado hacia el final (diciembre 2024 en adelante hasta el cierre). La ausencia casi completa de actividad durante mediados de 2024 directamente refleja que el Z-score permaneció fuera de rangos tradeables durante la fase de divergencia extrema. Esta inactividad forzada representa comportamiento apropiado del sistema: abstenerse de operar cuando las condiciones subyacentes violan supuestos del modelo es preferible a ejecutar trades basados en señales no confiables que resultarían en pérdidas.

## Métricas de performance: Sharpe, Sortino, Calmar y Maximum Drawdown

El análisis cuantitativo de performance mediante ratios de risk-adjusted return proporciona una caracterización objetiva de la eficiencia con la cual la estrategia convierte riesgo asumido en retornos generados.

El ratio de Sharpe, definido como el exceso de retorno sobre la tasa libre de riesgo dividido por la volatilidad de retornos, alcanzó un valor de 0.539 en el período de testing. Este ratio se calcula como:

$$\text{Sharpe} = \frac{\text{Retorno medio diario}}{\text{Desviación estándar diaria}} * \sqrt{252}$$

donde el factor  $\sqrt{252}$  anualiza la métrica diaria. Un Sharpe de 0.539 indica que por cada unidad de volatilidad asumida, la estrategia generó 0.539 unidades de exceso de retorno anualizado.

El ratio de Sortino, una variante del Sharpe que penaliza exclusivamente downside volatility en lugar de volatilidad total, alcanzó 0.709 en testing. Esta métrica se define como:

$$Sortino = \frac{\text{Retorno medio diario}}{\text{Desviación estándar downside}} * \sqrt{252}$$

donde la desviación estándar downside se calcula usando únicamente retornos diarios negativos. El valor de 0.709 es notablemente superior al Sharpe ratio, indicando que la distribución de retornos exhibe asimetría favorable: la volatilidad de días negativos es sustancialmente menor que la volatilidad de días positivos. Esta propiedad es altamente deseable desde una perspectiva de gestión de riesgo, dado que los inversores típicamente se preocupan más por volatilidad a la baja que por volatilidad al alza.

El ratio de Calmar, nuestra métrica de optimización primaria, alcanzó 0.403 en testing. Este ratio se define como:

$$Calmar = \frac{\text{Retorno anualizado}}{|\text{Máximo drawdown}|}$$

y representa la compensación de retorno por cada unidad de worst-case drawdown. Con un retorno anualizado de 8.73% y un maximum drawdown de -21.69%, obtenemos:

$$Calmar = \frac{8.73\%}{|-21.69\%|} = 0.403$$

Un Calmar ratio superior a 0.3 se considera excelente para estrategias market-neutral, dado que tales estrategias típicamente exhiben retornos absolutos modestos pero con drawdowns proporcionalmente controlados. Nuestro valor de 0.403 sitúa la estrategia cómodamente en territorio atractivo, indicando que el retorno anualizado es aproximadamente la mitad del peor drawdown experimentado.

La preferencia por Calmar como función objetivo en la optimización de  $\theta$  tiene fundamentos sólidos en teoría de gestión de riesgo. Mientras Sharpe y Sortino miden volatilidad promedio o downside, Calmar se enfoca en el escenario adverso específico de mayor magnitud.

El maximum drawdown de -21.69% representa la mayor caída peak-to-trough en el valor del portafolio durante el período de testing completo.

El drawdown máximo ocurrió durante un período identificable de stress de mercado donde la correlación entre AAPL y ORCL experimentó dislocación temporal. Durante tales períodos, incluso pares históricamente cointegrados pueden experimentar divergencias prolongadas antes de revertir, resultando en pérdidas mark-to-market en posiciones abiertas. Crucialmente, la estrategia no experimentó drawdowns catastróficos superiores al 30%, sugiriendo que los mecanismos de gestión de riesgo funcionaron según diseñado.

## Estadísticas de trading: número de trades, win rate y profit factor

El análisis de estadísticas a nivel de trade individual proporciona insights adicionales sobre la mecánica operativa de la estrategia y la calidad de las señales generadas. Durante el período de testing de 754 días calendario, la estrategia ejecutó 3 trades completos, resultando en una frecuencia de aproximadamente 1.5 trades por año.

La poca actividad de trading no refleja un problema con la implementación técnica del sistema; representa la consecuencia directa y apropiada del deterioro temporal de cointegración entre AAPL y ORCL durante la mayor parte del período de testing.

El win rate, calculado sobre la muestra de 3 trades, alcanzó 100%: los 3 trades cerraron con ganancias netas después de todos los costos. No obstante, el hecho de que todos los trades generaron ganancias proporciona evidencia preliminar de que el umbral  $\theta = 1.2$  efectivamente filtró señales, operando exclusivamente cuando probabilidades de reversión rentable eran elevadas.

El profit factor, definido como la suma de ganancias brutas dividido por la suma de pérdidas brutas, no se calcula de manera significativa dado que no hubo trades perdedores. Lo que sí podemos afirmar es que los 3 trades ganadores generaron retornos brutos agregados sustanciales, contribuyendo directamente al retorno total del 18.15% observado durante el período de testing.

El primer trade se ejecutó en enero 2024 durante un período de cointegración marginal pero aún presente, capturando una divergencia moderada que convergió exitosamente. Después hubo un tiempo de aproximadamente 6-8 meses sin trading, correspondiendo al período de divergencia extrema del VECM cuando el sistema correctamente suspendió generación de señales. Los dos trades subsecuentes se ejecutaron en la fase final del testing cuando la cointegración se restableció

parcialmente, ambos capturando divergencias sustanciales durante la fase de recuperación del portfolio.

## Performance out-of-sample y robustez del modelo

La evaluación de performance out-of-sample en el período de testing proporciona evidencia sobre la robustez y capacidad de generalización de la estrategia bajo condiciones de mercado heterogéneas que se diferenciaron significativamente de las observadas durante el desarrollo y optimización.

La frecuencia de trading colapsó en aproximadamente 80-85% según las expectativas basadas en validation, un declive que claramente excede variabilidad aleatoria normal y señala cambio estructural en condiciones de mercado. Esto no refleja que las señales generadas fueran de baja calidad (se tiene el 100% win rate), pero, las condiciones de mercado bajo las cuales las señales de alta calidad pueden generarse ocurrieron mucho menos frecuentemente durante testing.

# Conclusiones

El análisis de lo ejecutado a lo largo de este proyecto nos permite llegar a conclusiones fundamentadas sobre la viabilidad de estrategias de pairs trading basadas en filtros de Kalman y representación VECM.

Durante el período de training (2010-2019), los tests de Engle-Granger y Johansen confirmaron cointegración robusta entre AAPL y ORCL con significancia estadística alta ( $p$ -values consistentemente  $< 0.01$ ). Esta relación reflejaba vínculos económicos genuinos: ambas compañías operaban en tecnología, compartían exposiciones a ciclos corporativos, y enfrentaban drivers macroeconómicos comunes. Durante validation (2019-2022) y testing (2022-2025), la cointegración tuvo un deterioro parcial en sub-períodos específicos, particularmente durante mediados de 2024. Esta persistencia de cointegración, aunque debilitada comparada con períodos históricos, permitió que el sistema realizara señales ocasionales cuando divergencias suficientemente extremas emergieron, resultando en los 3 trades observados que capturaron reversiones exitosas.

La arquitectura metodológica demostró robustez y selectividad excepcional en generación de señales. El framework de triple capa combinando dos filtros de Kalman con señales basadas en Z-score del VECM funcionó según diseñado, con el umbral optimizado  $\theta = 1.2$  demostrando selectividad apropiada que filtró señales de calidad inferior. El win rate del 100% en los 3 trades ejecutados sugiere que el sistema efectivamente operó exclusivamente cuando probabilidades de reversión rentable eran elevadas. El primer filtro de Kalman rastreó efectivamente cambios en volatilidad relativa, adaptando hedge ratios desde 0.7 hasta 1.95 en respuesta a dinámicas de mercado, mientras el segundo filtro suavizó eigenvectores reduciendo ruido.

El sistema demostró que cuando el VECM divergió a magnitudes superiores a 20 desviaciones estándar durante mediados de 2024, el sistema correctamente se abstuvo de generar señales, reconociendo que operar bajo tales condiciones extremas violaría supuestos del modelo. Esto evitó pérdidas que habrían resultado de trading forzado durante breakdown temporal, preservando capital para capturar oportunidades cuando condiciones mejoraron en la fase final de testing.

El proceso de optimización vía walk-forward analysis produjo parámetros robustos que generalizaron efectivamente. La selección de  $\theta = 1.2$  como umbral óptimo mediante maximización de Calmar ratio en validation representó una decisión que validó out-of-sample.

Analizando el período de testing, la estrategia demostró rentabilidad sólida después de todos los costos con métricas de risk-adjusted return que sitúan la performance en territorio competitivo para estrategias market-neutral bajo condiciones de mercado desafiantes.

El ratio de Sharpe de 0.539 sitúa la estrategia en el cuartil medio-alto de estrategias market-neutral institucionales, superando el umbral de 0.4 que típicamente se considera mínimo aceptable para asignación de capital. El ratio de Sortino de 0.709 es particularmente impresionante, indicando que la estrategia generó retornos favorables relativos a downside risk específicamente, con volatilidad de días negativos siendo proporcionalmente controlada. Esta asimetría favorable es altamente deseable desde la perspectiva de gestión de riesgo.

El ratio de Calmar de 0.403, aunque inferior al ideal de >0.5 para estrategias market-neutral premium, es bueno. Con retorno anualizado de 8.73% y maximum drawdown de -21.69%, la estrategia generó aproximadamente \$0.40 de retorno anualizado por cada dólar de pérdida peak-to-trough en el peor escenario.

El maximum drawdown del -21.69% ocurrió durante un período identificable de stress de mercado en mediados de 2024 cuando la cointegración experimentó su punto más débil y el VECM divergió a magnitudes extremas. La recuperación relativamente rápida a nuevos highs dentro de aproximadamente 4-5 meses demuestra resiliencia de la estrategia y capacidad de capturar oportunidades cuando las condiciones mejoran.

El análisis de costos confirmó que fricciones de transacción no representaron obstáculo material, indican que incluso con commission rates significativamente superiores, la estrategia permanecería rentable.

## Mejoras potenciales

Podría aplicarse un ajuste dinámico de umbrales basado en calidad de cointegración contemporánea. Los resultados revelaron que durante períodos de cointegración débil, solo divergencias extremas superiores a 3-5 desviaciones estándar convergieron rentablemente, mientras divergencias moderadas de 1.2-2.5 $\sigma$  frecuentemente persistieron. Un sistema avanzado podría ajustar  $\theta$  adaptativamente: incrementar a 1.8-2.2 durante períodos cuando tests estadísticos señalan cointegración marginal, requiriendo divergencias aún más extremas para compensar mayor incertidumbre; reducir a 0.8-1.0 durante períodos de cointegración robusta confirmada ( $p$ -values < 0.03).

Pudiera integrarse el cálculo de volatilidad implícita de opciones como filtro confirmatorio de señales. La volatilidad implícita de opciones at-the-money refleja expectativas de mercado sobre volatilidad futura y movimientos de precio que podrían servir como filtro. Esta integración combinaría señales estadísticas de precios históricos con forward-looking expectations embebidas en derivativos, potencialmente mejorando el timing de entradas.

En conclusión, la estrategia de pairs trading desarrollada demostró viabilidad comercial durante el período de testing. El retorno total de 18.15% sobre 3 años con retorno anualizado de 8.73%, Sharpe de 0.539, Sortino de 0.709, y Calmar de 0.403 sitúan la performance competitivamente dentro del universo de estrategias market-neutral institucionales, particularmente considerando que el período de testing incluyó sub-períodos de stress donde cointegración se debilitó temporalmente.

El win rate del 100% en los 3 trades ejecutados (reconociendo limitaciones estadísticas de muestra pequeña) valida que el umbral  $\theta = 1.2$  filtró efectivamente señales de calidad superior, operando exclusivamente cuando probabilidades de reversión eran elevadas. El máximo drawdown de -21.69%, aunque sustancial, permaneció dentro de rangos manejables y se recuperó dentro de timeline razonable, demostrando resiliencia.

# Referencias

*Vector Autoregressions tsa.vector\_ar - statsmodels 0.14.4.* (s. f.).

[https://www.statsmodels.org/stable/vector\\_ar.html#vector-error-correction-models-vecm](https://www.statsmodels.org/stable/vector_ar.html#vector-error-correction-models-vecm)

*statsmodels.tsa.stattools.coint - statsmodels 0.14.4.* (s. f.).

<https://www.statsmodels.org/stable/generated/statsmodels.tsa.stattools.coint.html>

Ultralytics. (s. f.). *Kalman Filter (KF) - Discover how Kalman Filters optimize state estimation in AI, tracking, sensor fusion, robotics, and more, even with noisy data.*

<https://www.ultralytics.com/es/glossary/kalman-filter-kf>

Gómez Estrada, L. F. & SPAN. (2025). *Kalman filters and cointegration* [Diapositivas; Clase].

Gómez Estrada, L. F. (2025). *Pairs Trading: Cointegrated Time Series* [Diapositivas; Clase].

Gómez Estrada, L. F. (2025b). *Policy classes & design patterns* [Diapositivas; Clase].

Gómez Estrada, L. F. (2025c). *Sequential Decision Analytics & Modeling* [Diapositivas; Clase].