

6410301022

นายชนกัณต์ ชมทัฬ



# Regression Equation

	High temp. in °C $x$	Iced tea orders $y$
22nd (Mon.)	29	77
23rd (Tues.)	28	62
24th (Wed.)	34	93
25th (Thurs.)	31	84
26th (Fri.)	25	59

> การกำหนดหา Regression Equation ของข้อมูลด้านบน

step 1 : หา Sum of  $(x - \bar{x})^2$ ,  $(y - \bar{y})^2$ , and  $(x - \bar{x})(y - \bar{y})$

	High temp. in °C $x$	Iced tea orders $y$	$x - \bar{x}$	$y - \bar{y}$	$(x - \bar{x})^2$	$(y - \bar{y})^2$	$(x - \bar{x})(y - \bar{y})$
22nd (Mon.)	29	77	-0.4	2	0.2	4.0	-0.8
23rd (Tues.)	28	62	-1.4	-13	2.0	169.0	18.2
24th (Wed.)	34	93	4.6	18	21.2	324.0	82.8
25th (Thurs.)	31	84	1.6	9	2.6	81.0	14.4
26th (Fri.)	25	59	-4.4	-16	19.4	256.0	70.4
Sum	147	375			45.4	834.0	185
Average	29.4	75					
	$\downarrow$	$\downarrow$			$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$
	$\bar{x}$	$\bar{y}$			$S_{xx}$	$S_{yy}$	$S_{xy}$

step 2 : หา  $S_e$

	High temp. in °C $x$	Iced tea orders $y$	Predicted $\hat{y} = ax + b$	$y - \hat{y}$	$(y - \hat{y})^2$
22nd (Mon.)	29	77	$a \times 29 + b$	$77 - (a \times 29 + b)$	$[77 - (a \times 29 + b)]^2$
23rd (Tues.)	28	62	$a \times 28 + b$	$62 - (a \times 28 + b)$	$[62 - (a \times 28 + b)]^2$
24th (Wed.)	34	93	$a \times 34 + b$	$93 - (a \times 34 + b)$	$[93 - (a \times 34 + b)]^2$
25th (Thurs.)	31	84	$a \times 31 + b$	$84 - (a \times 31 + b)$	$[84 - (a \times 31 + b)]^2$
26th (Fri.)	25	59	$a \times 25 + b$	$59 - (a \times 25 + b)$	$[59 - (a \times 25 + b)]^2$
Sum	147	375	$147a + 5b$	$375 - (147a + 5b)$	$S_e \leftarrow$
Average	29.4 $\downarrow$ $\bar{x}$	75 $\downarrow$ $\bar{y}$	$29.4a + b$ $= \bar{x}a + b$	$75 - (29.4a + b)$ $= \bar{y} - (\bar{x}a + b)$	$= \frac{S_e}{14}$

$S_e = [77 - (a \times 29 + b)]^2 + \dots + [59 - (a \times 25 + b)]^2$

step 3 : Diff  $S_e$  โดยเทียบกับ  $a$  และ  $b$  แล้วนำเท่ากับ 0  $\rightarrow \frac{dy}{dx} = n(ax+b)^{n-1} \times a$

• Diff เทียบ  $a$

$$\frac{dS_e}{da} = 2[77 - (a \times 29 + b)] \times (-29) + \dots + 2[59 - (a \times 25 + b)] \times (-25) = 0 \quad \text{--- (1)}$$

• Diff เทียบ  $b$

$$\frac{dS_e}{db} = 2[77 - (a \times 29 + b)] \times (-1) + \dots + 2[59 - (a \times 25 + b)] \times (-1) = 0 \quad \text{--- (2)}$$

step 4 and 5 : นำสมการ ① และ ② มาจัดรูปใหม่

> จัดสมการ ② ก่อนโดย

$$2[77 - (a \times 29 + b)] \times (-1) + \dots + 2[59 - (a \times 25 + b)] \times (-1) = 0$$

1. นำทั้ง 2 ด้านด้วย 2 เพื่อให้ 2 หาย

$$[77 - (a \times 29 + b)] \times (-1) + \dots + [59 - (a \times 25 + b)] \times (-1) = 0$$

2. คูณ -1 ทั้ง 2 ด้าน

$$[(29a + b) - 77] + \dots + [(25a + b) - 59] = 0$$

3. แยก a และ b ออกจากกัน

$$(29 + \dots + 25)a + \overbrace{b + \dots + b}^5 - (77 + \dots + 59) = 0$$
$$(29 + \dots + 25)a + 5b - (77 + \dots + 59) = 0$$

4. ย้าย b ไปอีกฝั่งแล้วคูณ -1 ทั้ง 2 ด้าน

$$-5b = -(77 + \dots + 59) + (29 + \dots + 25)a$$
$$\begin{matrix} \times -1 \\ \downarrow \end{matrix}$$
$$5b = (77 + \dots + 59) - (29 + \dots + 25)a$$

5. แยกเหลือแต่ b

$$b = \frac{77 + \dots + 59}{5} - \frac{29 + \dots + 25}{5} a$$
$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ \bar{y} & \bar{x} \end{matrix}$$

$$\therefore b = \bar{y} - \bar{x}a$$

> จัดสมการ ①

$$2[77 - (a \times 29 + b)] \times (-29) + \dots + 2[59 - (a \times 25 + b)] \times (-25) = 0$$

1. นำทั้ง 2 ด้านด้วย 2 เพื่อให้ 2 หาย

$$[77 - (a \times 29 + b)] \times (-29) + \dots + [59 - (a \times 25 + b)] \times (-25) = 0$$

2. คูณ -1 ทั้ง 2 ด้าน

$$29[(29a + b) - 77] + \dots + 25[(25a + b) - 59] = 0$$

3. กระจาย

$$(29 \times 29a + 29 \times b - 29 \times 77) + \dots + (25 \times 25a + 25 \times b - 25 \times 59) = 0$$

4. แยก a กับ b ออกมา

$$(29^2 + \dots + 25^2)a + (29 + \dots + 25)b - (29 \times 77 + \dots + 25 \times 59) = 0$$

5. แทน b ด้วยค่าจากการจัดสมการ ② เพื่อให้เหลือแต่ a

$$(29^2 + \dots + 25^2)a + (29 + \dots + 25) \left( \frac{77 + \dots + 59}{5} - \frac{29 + \dots + 25}{5} a \right) - (29 \times 77 + \dots + 25 \times 59) = 0$$

$$(29^2 + \dots + 25^2)a + \frac{(29 + \dots + 25)(77 + \dots + 59)}{5} - \frac{(29 + \dots + 25)^2}{5} a - (29 \times 77 + \dots + 25 \times 59) = 0$$

$$\left[ (29^2 + \dots + 25^2) - \frac{(29 + \dots + 25)^2}{5} \right] a + \frac{(29 + \dots + 25)(77 + \dots + 59)}{5} - (29 \times 77 + \dots + 25 \times 59) = 0$$

$$\left[ (29^2 + \dots + 25^2) - \frac{(29 + \dots + 25)^2}{5} \right] a = (29 \times 77 + \dots + 25 \times 59) - \frac{(29 + \dots + 25)(77 + \dots + 59)}{5}$$

③

④

6. จัดสมการ ③ ก่อน

$$\begin{aligned} \frac{\text{ADD and SUB}}{(29 + \dots + 25)^2} &\rightarrow = (29^2 + \dots + 25^2) - 2 \times \frac{(29 + \dots + 25)^2}{5} + \frac{(29 + \dots + 25)^2}{5} \\ &= (29^2 + \dots + 25^2) - 2 \times (29 + \dots + 25) \times \frac{29 + \dots + 25}{5} + \left( \frac{(29 + \dots + 25)^2}{5} \right) \times 5 \\ &= (29^2 + \dots + 25^2) - 2 \times (29 + \dots + 25) \times \bar{x} + (\bar{x})^2 \times 5 \\ &= (29^2 + \dots + 25^2) - 2 \times (29 + \dots + 25) \times \bar{x} + \overbrace{(\bar{x})^2 + \dots + (\bar{x})^2}^5 \\ &= [29^2 - 2 \times 29 \times \bar{x} + (\bar{x})^2] + \dots + [25^2 - 2 \times 25 \times \bar{x} + (\bar{x})^2] \\ &= (29 - \bar{x})^2 + \dots + (25 - \bar{x})^2 = S_{xx} a \end{aligned}$$

7. กิดสมการ (4)

$$= (29 \times 77 + \dots + 25 \times 59) - \frac{29 + \dots + 25}{5} \times \frac{77 + \dots + 59}{5} \times 5$$

$$= (29 \times 77 + \dots + 25 \times 59) - \bar{x} \times \bar{y} \times 5$$

ADD and SUB  
 $\bar{x} \times \bar{y} \times 14$

$$\rightarrow = (29 \times 77 + \dots + 25 \times 59) - \bar{x} \times \bar{y} \times 5 - \bar{x} \times \bar{y} \times 5 + \bar{x} \times \bar{y} \times 5$$

$$= (29 \times 77 + \dots + 25 \times 59) - \frac{29 + \dots + 25}{5} \times \bar{y} \times \cancel{5} - \bar{x} \times \frac{77 + \dots + 59}{5} \times \cancel{5} + \bar{x} \times \bar{y} \times 5$$

$$= (29 \times 77 + \dots + 25 \times 59) - (29 + \dots + 25) \bar{y} - \bar{x} (77 + \dots + 59) + \bar{x} \times \bar{y} \times 5$$

$$= (29 \times 77 + \dots + 25 \times 59) - (29 + \dots + 25) \bar{y} - (77 + \dots + 59) \bar{x} + \underbrace{\bar{x} \times \bar{y} + \dots + \bar{x} \times \bar{y}}_5$$

$$= (29 - \bar{x})(77 - \bar{y}) + \dots + (25 - \bar{x})(59 - \bar{y})$$

$$= S_{xy}$$

$$\therefore S_{xx}a = S_{xy}$$

$$a = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}$$

step 6 : แทนค่าที่ได้เพื่อหาค่า regression equation

$$a = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} = \frac{185}{45.4} = 4.07 \approx 4.1$$

$$b = \bar{y} - \bar{x}a = 75 - (29.4 \times 4.1) = -44.658 \approx -45.5$$

$\therefore$  regression equation คือ

$$y = ax + b$$

$$y = 4.1x - 45.5$$