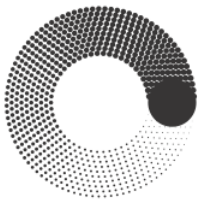
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ



МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ВЫСШАЯ ШКОЛА ПЕЧАТИ И МЕДИАИНДУСТРИИ

Институт Принтмедиа и информационных технологий
Кафедра Информатики и информационных технологий

направление подготовки
09.03.02 «Информационные системы и технологии»

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 18

Дисциплина: Основы алгоритмизации и программирования

Тема: Вычислительная сложность алгоритмов

Цель: Получить практические навыки анализа сложности алгоритмов

Выполнил: студент группы 201-723

Карпушкин Сергей Евгеньевич
(Фамилия И.О.)

Дата, подпись 28.12.2020_ _____
(Дата) (Подпись)

Проверил: _____ _____
(Фамилия И.О., степень, звание) **(Оценка)**

Дата, подпись _____ _____
(Дата) (Подпись)

Замечания: _____

_____

_____

Москва

2020

Оглавление

Цель..... 3
Задача..... 3
Алгоритм сортировки “Пузырёк”..... 3
Алгоритм сортировки “Расчёска”..... 4
Алгоритм сортировки “Вставками” 5
Алгоритм сортировки “Шелла”..... 6
Алгоритм сортировки “Выбором”..... 7
Алгоритм сортировки “Гномья”..... 8
Алгоритм сортировки “Быстрая” 9
Анализ скорости и сложности алгоритмов..... 11

Цель

Получить практические навыки анализа сложности алгоритмов.

Задача

Необходимо выполнить и оформить описание следующих пунктов:

1. Сформулировать идею алгоритма
2. Выполнить словесное представление алгоритма
3. Выполнить полнить представление алгоритма с помощью блок схем с использованием элемента модификации и без него.
4. Выполнить программную реализацию алгоритмов на языке С с использованием параметрического цикла и цикла с предусловием.

Алгоритм сортировки “Пузырёк”

Понятие алгоритма: один из наиболее известных и простых алгоритмов сортировки. Он крайне лёгок в понимании, однако эффективен лишь при малых размерах массива. Средняя сложность алгоритма – квадратичная, или же $O(n^2)$. Алгоритм состоит в повторяющихся проходах по сортируемому массиву. На каждой итерации последовательно сравниваются соседние элементы, и, если порядок в паре неверный, то элементы меняют местами. За каждый проход по массиву как минимум один элемент встает на свое место: меньший по значению элемент (более «лёгкий») продвигается к началу массива, или же «всплывает, как пузырёк», (отсюда и название).

Идея Алгоритма: алгоритм основан на повторяющихся проходах по сортируемому массиву. За каждый проход последовательно сравниваются соседние элементы. Если порядок в паре неверный, то происходит обмен значений элементов. При каждом проходе алгоритма по внутреннему циклу, очередной наибольший элемент массива ставится на своё место в конце массива рядом с предыдущим «наибольшим элементом», а наименьший элемент перемещается на одну позицию к началу массива («всплывает» до нужной позиции, как пузырёк в воде — отсюда и название алгоритма). Проходы по массиву повторяются n-1 (где n – размер массива) раз или до тех пор, пока не будет перестановок, т.е. когда массив окажется отсортированным.

Листинг:

Листинг 1 – исходный код программы “пузырёк”

```
#include <stdio.h>
#include <time.h>

int main()
{
	int j = 0, arr[100000];
	int n = 100000;
	for (int i = 0; i < n; i++) {
		arr[i] = rand() % n;
	}
```

```
	int i = 0;

	clock_t begin = clock();

	while (i < n - 1) {
		while (j < n - 1 - i) {
			if (arr[j] > arr[j + 1]) {
				int buf = arr[j];
				arr[j] = arr[j + 1];
				arr[j + 1] = buf;
			}
			j++;
		}
		j = 0;
		i++;
	}

	clock_t end = clock();

	for (int i = 0; i < n; i++)
		printf("%d ", arr[i]);

	double time_spent = (double)(end - begin) / CLOCKS_PER_SEC;

	printf("Time: %f", time_spent);
}
```

Алгоритм сортировки “Расчёска”

Понятие алгоритма: это довольно упрощённый алгоритм сортировки, изначально спроектированный в 1980 г. Сортировка расчёской улучшает сортировку пузырьком, и конкурирует с алгоритмами, подобными быстрой сортировке. Основная идея — устранить черепах, или маленькие значения в конце списка, которые крайне замедляют сортировку пузырьком. В сортировке пузырьком, когда сравниваются два элемента, промежуток (расстояние друг от друга) равен 1 Основная идея сортировки расчёской в том, что этот промежуток может быть гораздо больше, чем единица.

Идея алгоритма: Алгоритм является модификацией «пузырька». Отличие алгоритмов состоит в том, что сравниваются не соседние элементы, а отстоящие друг от друга на определённую величину, или шаг (назовём его step). Алгоритм реализован с помощью двух циклов. Окончание внешнего цикла (и алгоритма) происходит тогда, когда step станет меньше 1 На первой итерации расстояние (step) максимально возможное (размер массива – 1), а на последующих итерациях оно изменяется по формуле step /= k (дробная часть отбрасывается). k – это фактор уменьшения, константа, равная 1.2473309 (при написании программы можно использовать примерное значение, равное 1.247). Во внутреннем цикле движение происходит от начала к концу, перемещаясь на step. Если значение текущего элемента больше, чем значение элемента через step шагов от текущего, то сравниваемые элементы меняются местами.

Условием продолжения цикла является условие i < n – step (где i – номер текущего элемента).

Листинг:

Листинг 2 – исходный код программы “расческа”

```
#include <stdio.h>
#include <time.h>

int main()
{
    int j = 0, arr[100000];
    int n = 100000;

    for (int i = 0; i < n; i++) {
        arr[i] = rand() % n;
    }
    float k = 1.247;
    int step = n - 1;

    clock_t begin = clock();

    for (int step = n - 1; step >= 1; step /= k)
        for (int i = 0; i < n - step; i++)
            if (arr[i] > arr[i + step])
            {
                int temp = arr[i];
                arr[i] = arr[i + step];
                arr[i + step] = temp;
            }

    clock_t end = clock();

    for (int i = 0; i < n; i++)
        printf("%d ", arr[i]);

    double time_spent = (double)(end - begin) / CLOCKS_PER_SEC;

    printf("Time: %f", time_spent);
}
```

Алгоритм сортировки “Вставками”

Понятие алгоритма: алгоритм сортировки, в котором элементы входной последовательности просматриваются по одному, и каждый новый поступивший элемент размещается в подходящее место среди ранее упорядоченных элементов.

Идея алгоритма: Сортируемый массив можно разделить на две части - отсортированная часть и неотсортированная. В начале сортировки первый элемент массива считается отсортированным, все остальные - не отсортированные. Начиная со второго элемента массива и заканчивая последним, алгоритм вставляет неотсортированный элемент массива в нужную позицию в отсортированной части массива.

Листинг:

Листинг 3 – исходный код программы “вставками”

```
#include <stdio.h>
#include <time.h>
int main()
{
    int i, j, x;
    int array[100000], n=100000;

    for (int i = 0; i < n; i++) {
        array[i] = rand() % n;
    }

    clock_t begin = clock();

    for (i = 1; i < n; i++)
    {
        for (j = i, x = array[i]; (j > 0) && (array[j - 1] > x); j--){
            array[j] = array[j - 1];
        }
        array[j] = x;
    }

    clock_t end = clock();

    for (i = 0; i < n; i++)
    {
        printf("%d ", array[i]);
    }

    double time_spent = (double)(end - begin) / CLOCKS_PER_SEC;

    printf("Time: %f", time_spent);
}
```

Алгоритм сортировки “Шелла”

Понятие алгоритма: алгоритм сортировки, являющийся усовершенствованным вариантом сортировки вставками. Идея метода Шелла состоит в сравнении элементов, стоящих не только рядом, но и на определённом расстоянии друг от друга. Иными словами — это сортировка вставками с предварительными «грубыми» проходами. Аналогичный метод усовершенствования пузырьковой сортировки называется сортировка расчёской.

Идея алгоритма: Алгоритм сортирует элементы, отстоящие друг от друга на некотором расстоянии. Затем сортировка повторяется при меньших значениях шага, и в конце процесс сортировки Шелла завершается при шаге, равном 1 (а именно обычной сортировкой вставками). Шелл предложил такую последовательность размера шага: N/2, N/4, N/8 …, где N – количество элементов в сортируемом массиве.

Листинг:

Листинг 4 – Исходный код программы “Шелла”

```
#include <stdio.h>
#include <time.h>
int main()
```

Продолжение листинга 4

```
{
	int i, j, x, d;
	int array[100000], n = 100000;

	for (int i = 0; i < n; i++) {
		array[i] = rand() % n;
	}

	clock_t begin = clock();

	for (d = n / 2; d > 0; d /= 2)
		for (i = d; i < n; i++)
		{
			x = array[i];
			for (j = i; j >= d; j -= d)
				if (x < array[j - d]) {
					array[j] = array[j - d];
				}
				else
					break;
			array[j] = x;
		}

	clock_t end = clock();

	for (i = 0; i < n; i++)
	{
		printf("%d ", array[i]);
	}

	double time_spent = (double)(end-begin) / CLOCKS_PER_SEC;

	printf("Time: %f", time_spent);
}
```

Алгоритм сортировки “Выбором”

Понятие алгоритма: может быть как устойчивый, так и неустойчивый. На массиве из n элементов имеет время выполнения в худшем, среднем и лучшем случае Θ(n2), предполагая, что сравнения делаются за постоянное время. Это возможно, самый простой в реализации алгоритм сортировки. Как и в большинстве других подобных алгоритмов, в его основе лежит операция сравнения. Сравнивая каждый элемент с каждым, и в случае необходимости производя обмен, метод приводит последовательность к необходимому упорядоченному виду.

Идея алгоритма: пусть имеется массив A размером N, тогда сортировка выбором сводится к следующему:
• берем первый элемент последовательности A[i], здесь i – номер элемента, для первого i равен 1;
• находим минимальный (максимальный) элемент последовательности и запоминаем его номер;

• если номер первого элемента и номер найденного элемента не совпадают, тогда два этих элемента обмениваются значениями, иначе никаких манипуляций не происходит;
• увеличиваем i на 1 и продолжаем сортировку оставшейся части массива. С каждым последующим шагом размер подмассива, с которым работает алгоритм, уменьшается.

Листинг:

Листинг 5 – Исходный код программы “Выбором”

```
#include <stdio.h>
#include <time.h>

int main()
{
    int i, j, min, buf;
    int array[100000], N = 100000;

    for (int i = 0; i < N; i++) {
        array[i] = rand() % N;
    }

    clock_t begin = clock();

    for (i = 0; i < N - 1; i++)
    {
        for (j = i + 1, min = i; j < N; j++)
            if (array[j] < array[min])
                min = j;

        buf = array[i];
        array[i] = array[min];
        array[min] = buf;
    }

    clock_t end = clock();

    for (i = 0; i < N; i++)
        printf("%d ", array[i]);

    double time_spent = (double)(end - begin) / CLOCKS_PER_SEC;

    printf("Time: %f", time_spent);
}
```

Алгоритм сортировки “Гномья”

Понятие алгоритма: алгоритм сортировки, похожий на сортировку вставками, но в отличие от последней перед вставкой на нужное место происходит серия обменов, как в сортировке пузырьком. Название происходит от предполагаемого поведения садовых гномов при сортировке линии садовых горшков. Алгоритм концептуально простой, не требует вложенных циклов. Время работы $O(n^2)$. На практике алгоритм может работать так же быстро, как и сортировка вставками.

Идея алгоритма: пусть имеется массив A размером N, тогда сортировка выбором сводится к следующему:
• Смотрим на текущий и предыдущий элемент массива:
 если они в правильном порядке, шагаем на один элемент вперед,
 иначе меняем их местами и шагаем на один элемент назад.
• Граничные условия:
 если нет предыдущего элемента, шагаем вперёд;
 если нет следующего элемента, стоп.
Это оптимизированная версия с использованием переменной j, чтобы разрешить прыжок вперёд туда, где он остановился до движения влево, избегая лишних итераций и сравнений.

Листинг:

Листинг 6 – Исходный код программы “Гномья”

```
#include <stdio.h>
#include <time.h>

int main()
{
	int i = 1, j = 2, buf;
	int arr[100000], n = 100000;

	for (int i = 0; i < n; i++) {
		arr[i] = rand() % n;
	}

	clock_t begin = clock();

	for (i = 1; i < n;)
	{
		if (arr[i - 1] > arr[i]) {
			buf = arr[i];
			arr[i] = arr[i - 1];
			arr[i - 1] = buf;
			i--;
			if (i > 0) continue;
		}
		i = j++;
	}

	clock_t end = clock();

	for (int i = 0; i < n; i++)
		printf("%d ", arr[i]);

	double time_spent = (double)(end - begin) / CLOCKS_PER_SEC;

	printf("Time: %f", time_spent);
}
```

Алгоритм сортировки “Быстрая”

Понятие алгоритма: один из самых известных и широко используемых алгоритмов сортировки. Среднее время работы O(n log n), что является асимптотически оптимальным временем работы для алгоритма, основанного на

сравнении. Хотя время работы алгоритма для массива из n элементов в худшем случае может составить Θ(n^2), на практике этот алгоритм является одним из самых быстрых. Для этого алгоритма применяется рекурсивный метод. Рекурсией называется ситуация, когда программа вызывает сама себя непосредственно или косвенно (через другие функции).

Идея алгоритма: выбираем из массива элемент, называемый опорным, и запоминаем его значение. Это может быть любой из элементов массива. От выбора опорного элемента не зависит корректность алгоритма, но в отдельных случаях может сильно зависеть его эффективность. Далее начинаем двигаться от начала массива по возрастающей, а потом от конца массива по убывающей. Цель: переместить в правую часть элементы больше опорного, а в левую – элементы меньше опорного. Если во время движения по возрастающей находится элемент со значением больше опорного, то мы выходим из цикла, прибавляем единицу к индексу элемента, на котором остановились, и переходим к циклу с движением по убывающей. В этом цикле мы остаемся до тех пор, пока не находится элемент со значением меньше опорного. Как только такой элемент найден, мы отнимаем единицу от его индекса, и меняем значение элемента со значением элемента, на котором мы остановились в предыдущем цикле. Делаем так до тех пор, пока индекс левого элемента (найденного в первом цикле) меньше либо равен индексу правого элемента (найденного во втором цикле). В итоге получаем два подмассива (от начала до индекса правого элемента и от индекса левого элемента до конца). С этими подмассивами мы рекурсивно проделываем все то же самое, что и с большим массивом до тех пор, пока все элементы окончательно не отсортируются.

Листинг:

Листинг 7 – Исходный код программы “Быстрая”

```
#include <stdio.h>
#include <time.h>

void qsort(int* arr, int b, int e) {
    if (b < e) {
        int buf, l = b, r = e, piv = arr[(b + e) / 2];
        while (l <= r) {
            while (arr[l] < piv)
                l++;
            while (arr[r] > piv)
                r--;
            if (l <= r) {
                int t = arr[l];
                arr[l] = arr[r];
                arr[r] = t;
                l++;
                r--;
            }
        }
        qsort(arr, b, r);
        qsort(arr, l, e);
    }
}
```

```
int main()
{
    int arr[100000], n=100000;
    for (int i = 0; i < n; i++) {
        arr[i] = rand() % n;
    }

    clock_t begin = clock();

    qsort(arr, 0, n - 1);

    clock_t end = clock();

    for (int i = 0; i < n; i++)
        printf("%d ", arr[i]);

    double time_spent = (double)(end - begin) / CLOCKS_PER_SEC;

    printf("Time: %f", time_spent);
}
```

Анализ скорости и сложности алгоритмов

Имя	Пузырёк	Расческа	Вставками	Шелла	Выбором	Гномья	Быстрая
Массив на 100 000 элементов							
Время (тест 1, сек)	23,640	0,016	5,148	0,020	10,366	7,193	0,012
Время (тест 2, сек)	24,286	0,015	5,242	0,021	10,465	7,212	0,015
Время (тест 3, сек)	22,707	0,017	5,006	0,023	10,415	7,346	0,013
Время (тест 4, сек)	22,684	0,015	5,052	0,020	10,477	7,155	0,013
Время (тест 5, сек)	22,644	0,014	5,170	0,021	10,465	7,162	0,014
Время (среднее, сек)	23,1922	0,0154	5,124	0,021	10,438	7,214	0,013
Сложность алгоритма	O(n^2)	O(n^2)	O(n^2)	O(n^1,25)	O(n^2)	O(n^2)	O(n * log n)
Количество перестановок	~ 2,5 млрд	~ 713,5 тыс	~ 2,5 млрд	~ 2,7 млн	~ 100 тыс	~ 2,5 млрд	~ 437 тыс