Departamento de Matemática **Universidade de Aveiro**

Álgebra Linear e Geometria Analítica

3.ª Prova de Avaliação Mista - 17/01/2011 **Duração: 1h30**

Nome: ______________________________ **N.º mecanográfico:** ____________

Declaro que desisto ______________________________ **N.º de folhas suplementares:** ____

Questão	1	2	3	4	Total
Cotação	40	60	65	35	200
Classificação					

Classificação final
valores

Justifique convenientemente todas as suas respostas e indique os cálculos que efectuar.

1. Seja $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ uma transformação linear tal que $T(1,1,0) = (2,1)$, $T(0,1,0) = (1,2)$ e cujo núcleo é gerado pelo vector $(0,0,1)$.

   (a) Indique, justificando, $T(0,0,1)$.

   (b) Estude T quanto à injectividade e sobrejectividade.

   (c) Determine a matriz representativa de T relativamente às bases canónicas de $\mathbb{R}^3$ e $\mathbb{R}^2$.

2. Seja $L : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ uma transformação linear representada pela matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

em relação à base canónica B_c de $\mathbb{R}^3$.

(a) Determine o núcleo de L e indique uma sua base.

(b) Determine $L(x, y, z)$ para $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.

(c) Seja M a matriz de L em relação à base canónica B_c e à base $B = \big((1, 0, -1), (0, 1, 0), (1, 0, 0)\big)$ de $\mathbb{R}^3$. Apresente uma relação entre A e M, utilizando matrizes de mudança de base e indique-as.

3. Considere a matriz

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

(a) Determine os valores próprios de A.

(b) Determine uma base ortonormada de $\mathbb{R}^3$ formada por vectores próprios de A.

(c) Apresente uma equação reduzida e classifique a quádrica definida por $2x^2 + y^2 + z^2 + 2yz - 4x = 0$.

4. Considere a matriz

$$A = \begin{bmatrix} k+1 & 0 & 0 \\ -1 & k & 0 \\ 0 & k & 1 \end{bmatrix}, \qquad k \in \mathbb{R}.$$

Determine os valores de k para os quais 2 é valor próprio de A e A é uma matriz diagonalizável.