



Departamento de Matemática, Universidade de Aveiro

Cálculo I — Ano lectivo 06/07

Trabalho Teórico-Prático 2

03 de Novembro de 2006

Nome: _____

Nº Mec: _____ Turma: _____

Justifique todas as respostas e indique os cálculos efectuados.

1. Considere a função f definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \ln \frac{1}{x} & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ x e^{1/x} & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

- (a) Estude f quanto à diferenciabilidade em $x = 0$.
- (b) Determine, caso existam, as assíntotas ao gráfico de f .
- (c) Estude f quanto à existência de extremos locais.
- (d) Enuncie o Teorema de Lagrange e mostre que existe $c \in]1, 2[$ tal que $f'(c) = -\ln 16$.

2. Sejam $b \in \mathbb{R}^+$ e f uma função contínua em $[0, b]$ e diferenciável em $]0, b[$ tal que $f(0) = f(b) = 0$.

- (a) Seja g a função definida por $g(x) = e^x f(x)$. Mostre que existe $c \in]0, b[$ tal que $f'(c) = -f(c)$.
- (b) Enuncie o teorema que usou para responder à alínea anterior.