Departamento de Matemática – Universidade de Aveiro

Álgebra Linear e Geometria Analítica

1º TESTE

Data: 22 de Novembro de 2006 **Duração: 2**horas

Nome ____
Nº Mecanográfico ___________ Curso____________________________________

Caso pretenda desistir assine a seguinte declaração.
Declaro que desisto____

Questão	1a	1b	1c	2a	2b	3a	3b	4a	4b	4c	4d	4e	5a	5b	Total
Cotação	10	2	5	5	5	8	15	5	18	5	4	4	7	7	100
Classif.															

1. Considere o seguinte sistema, nas variáveis x, y e z, com parâmetro real a:

$$\begin{cases} (a+1)x + y = 1 \\ (-a-1)x + (a+1)y + 2z = 1 \\ y + z = a+1 \end{cases}$$

a) Discuta o sistema em função do parâmetro a.

b) Verifique que $(1,0,1)$ é solução do sistema se e só se $a = 0$.

c) Considere $a = 0$. Determine o conjunto solução do sistema.

2. Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} a_1 + c_1 & a_2 + c_2 & a_3 + c_3 & a_3 + c_3 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \\ 2c_1 & 2c_2 & 2c_3 & 2c_3 \\ -b_1 & -b_2 & -b_3 & -b_3 \end{bmatrix}$.

a) Verifique que o complemento algébrico do elemento (2,2) da matriz A é zero.

b) Sabendo que $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 3$ calcule o determinante de A.

3.Seja A uma matriz nxn invertível.

a) Verifique que:

i) $\det(adj(A)) = (\det(A))^{n-1}$.

ii) $adj(A)^{-1} = \dfrac{1}{\det(A)} A$.

b) Considere a matriz

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

i) Calcule o determinante de B.

ii) Determine, se possível, B^{-1}.

iii) Considere A uma matriz 4x4 tal que $adj(A) = B$.Calcule A. (Sugestão: utilize, se possível, o resultado da alínea a) ii))

4. Considere os vectores $X = (1,1,-1)$, $Y = (0,1,1)$ e $Z = (1,1,a)$, onde a é um parâmetro real.

a) Verifique que X e Y são linearmente independentes.

b) Determine todos os valores de a tais que:

i) Z seja combinação linear de X e de Y.

ii) $\{X,Y,Z\}$ seja uma base de IR^3 .

iii) o volume do paralelipípedo com arestas correspondentes aos vectores X, Y e Z seja igual a 1.

c) Verifique que X e Y são ortogonais e que não existe $a \in IR$ tal que Z seja ortogonal a X e a Y.

d) Determine um vector não nulo ortogonal a X e a Y.

e) Considere $a = -1$. Determine o subespaço gerado por X, Y e Z.

5. Considere o espaço vectorial $\mathbb{R}^3$ munido das operações usuais e o conjunto

$$S = \{(x, y, z) \in IR^3 : x + y + z = 0\}$$

a) Verifique que S é um subespaço vectorial de $\mathbb{R}^3$.

b) Determine uma base e a dimensão de S.

FIM