



Departamento de Matemática, Universidade de Aveiro
Cálculo I - Semestre Extraordinário — Primeiro Mini-Teste
27 de Março de 2009
Duração: **1h30m**

Justifique todas as respostas e indique os cálculos efectuados.

- **40**
Pontos
1. Considere a função f definida em $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ por $f(x) = xe^{\frac{1}{x^2}}$. Determine, caso existam, as assíntotas do gráfico de f .
- **50**
Pontos
2. (a) Enuncie e interprete geometricamente o Teorema de Lagrange.
(b) Considere a função f definida por $f(x) = \frac{x}{x+1}$. Determine, caso existam, os valores de $c \in \mathbb{R}$ para os quais a tangente ao gráfico de f no ponto $(c, f(c))$ seja paralela à recta que passa pelos pontos $(1, f(1))$ e $(3, f(3))$.
- **30**
Pontos
3. Sejam f uma função diferenciável em \mathbb{R} tal que $f(2) = 1 = -f(4)$ e g a função definida em \mathbb{R} por $g(x) = xf(x)$.
Mostre que a equação $g(x) = 0$ tem pelo menos uma raiz positiva.
- **80**
Pontos
4. Considere a função f dada por $f(x) = \arcsen(x^2 - 1)$.
(a) Determine o domínio de f , D_f .
(b) Mostre que 1 e -1 são os zeros de f .
(c) Diga, justificando, se f é invertível.
(d) Sendo $b \in D_f$, $b > 0$, resolva, em ordem a b , a equação $\arcsen(b^2 - 1) = \frac{\pi}{6}$.