



Departamento de Matemática, Universidade de Aveiro
Cálculo I — Primeiro Mini-Teste
7 de Novembro de 2008
Duração: **1h15m**

Justifique todas as respostas e indique os cálculos efectuados

40
Pontos

1. Considere a função f definida em \mathbb{R} por $f(x) = e^{10x}$. Determine o polinómio de MacLaurin de 3ª ordem, $p_3(x)$, da função f e, usando o Resto de Lagrange, mostre que o erro cometido ao aproximar $f(x)$, no intervalo $[-10^{-2}, 10^{-2}]$, por $p_3(x)$ é inferior a $\frac{1}{8} \times 10^{-4}$.

160
Pontos

2. Considere a função f definida em \mathbb{R} por $f(x) = \begin{cases} \operatorname{arctg}(x^2) & \text{se } x \leq 0 \\ \ln(1+x) & \text{se } x > 0 \end{cases}$.

- (a) Estude f quanto à continuidade em $x = 0$.
- (b) Estude f quanto à diferenciabilidade em $x = 0$.
- (c) Estude f quanto à existência de extremos locais.
- (d) Mostre que existe pelo menos um $\theta \in]-1, 0[$ tal que $f'(\theta) = -\frac{\pi}{4}$.
- (e) Mostre que a equação $f(x) = 1 - x^2$ possui exactamente uma solução em $] -1, 0[$.
- (f) Considere a função g definida em \mathbb{R}_0^- por $g(x) = f(x)$. Justifique que g é invertível e determine a função inversa de g indicando o domínio, o contradomínio e a expressão analítica que a define.