



**Justifique todas as respostas e indique os cálculos efectuados.**

1. Considere a função  $f$  de domínio  $\mathbb{R}^+$  definida por  $f(x) = x^2 \ln \frac{1}{x}$ .
  - (a) Estude  $f$  quanto à existência de extremos locais.
  - (b) Averigue se o gráfico de  $f$  admite assíntotas verticais.
2. Sejam  $f$  e  $g$  duas funções contínuas em  $[a, b]$  e diferenciáveis em  $]a, b[$  tais que  $f(a) = g(a)$  e  $f(b) = g(b)$ . Mostre que existe  $c \in ]a, b[$  tal que  $f'(c) = g'(c)$ .

**Sugestão:** Considere a função  $h$  definida por  $h(x) = f(x) - g(x)$ .
3. Utilizando o método de primitivação por partes calcule  $\int x^2 e^{-x} dx$ .
4. Utilizando a substituição definida por  $x = \operatorname{tg} t$ , com  $t \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ , calcule  $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{x^2 + 1}} dx$ .