



**Justifique todas as respostas e indique os cálculos efectuados.**

**100**  
Pontos

1. Considere a função  $f$  definida por  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{2x}}$ .

(a) Determine o domínio de  $f$ .

(b) Determine, caso exista(m), o(s) zero(s) de  $f$ .

(c) Calcule  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

(d) Indique, para cada  $n \in \mathbb{N}$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x))^n$ .

**30**  
Pontos

2. Seja  $f$  a função definida por  $f(x) = x - e^{-x}$ . Mostre que  $f$  admite pelo menos um zero no intervalo  $[0, 1]$ .

**50**  
Pontos

3. Considere a função  $g$  definida por  $g(x) = \frac{\pi}{3} - \arccos(x + 2)$ . Caracterize a função inversa de  $g$ .

**20**  
Pontos

4. Sejam  $f$  e  $g$  duas funções reais de variável real tais que  $g \circ f$  está definida. Mostre que se  $f$  e  $g$  são injectivas, então  $g \circ f$  é injectiva.