Departamento de Matemática da Universidade de Aveiro

Álgebra Linear e Geometria Analítica

Exame final, 1^{a} parte

18 de Janeiro de 2010 Duração: 1 hora

Nome: ______________________________ **Nº mec.:** __________

Curso: ________________ **Nº folhas suplementares:** ____

Uma desistência nesta 1^{a} parte do Exame final corresponde a uma desistência ao Exame final.
Caso pretenda desistir assine a seguinte declaração.
Declaro que desisto. ______________________________

Questão	1a	1b	2a	2b	3	4	total
Cotação	10	10	15	10	15	20	80
Classificação							

Classificação total
valores

IMPORTANTE: *Justifique resumidamente todas as suas afirmações, indique os cálculos que efectuou e explicite a sua resposta.*
Utilize o **método de eliminação de Gauss ou Gauss-Jordan** sempre que pretenda resolver um sistema de equações lineares.

Os alunos que obtiverem uma classificação (efectiva, sem arredondamentos) inferior a $3,0$ valores, dos 8 valores correspondentes à cotação desta primeira parte do exame final, ficam automaticamente reprovados no exame final.

---

1. (a) Sejam A e B matrizes quadradas reais tais que $\det(A) = -2$ e $\det(B) = 3$. Calcule $\det(A^T B^{-1})$.

   (b) Considere a matriz real $A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}$. Sabendo que $\det(A) = 7$, calcule o determinante da matriz $\begin{bmatrix} 2a_1 + a_2 & a_1 & 3a_3 \\ 2b_1 + b_2 & b_1 & 3b_3 \\ 2c_1 + c_2 & c_1 & 3c_3 \end{bmatrix}$.

2. Considere o parâmetro real k e a matriz

$$C = \begin{bmatrix} k & 6 & 1 \\ 0 & k-2 & 1 \\ 0 & -6 & k+5 \end{bmatrix}.$$

   (a) Calcule $\det(C)$.

   (b) Indique para que valores de k a matriz C é invertível.

3. Considere o seguinte sistema de equações lineares

$$\begin{cases} x + y + z - w = 1 \\ y + 2z = 0 \\ (a-2)z = (b-1) \end{cases}$$

   onde a e b são parâmetros reais. Indique, justificando, os valores de a e b para os quais o sistema é

(a) possível e determinado,

(b) possível e indeterminado,

(c) impossível.

4. Se possível, determine o conjunto de todos os valores para x, y e z tais que

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & 1 \\ y & 0 \\ z & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}.$$