Sistemas Electrónicos 2014-15

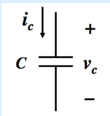
NSS pt3

Noções de Sistemas e Sinais pt1:
- Generalidades sobre Sistemas.
- Sinais:
  - Contínuos e discretos.
  - Periódicos:
    - Sinusoidais. Período, frequência, fase, valores médio e eficaz.
    - Rectangulares/quadrados. Amplitudes, tempos de comutação e atraso. *Duty cycle.*

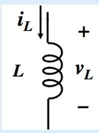
Noções de Sistemas e Sinais pt2:
- Componentes passivos básicos revisitados: C e L.
  - Relações Tensão-Corrente.
  - Energia Armazenada.
  - Associações em série e em paralelo.

Noções de Sistemas e Sinais pt3:
- **Circuits RC e RL:**
  - **análise no tempo.**
  - **análise na frequência.**

C e L



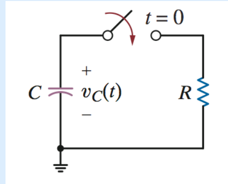
$$i_c = C\frac{dv_c}{dt} \quad v_c(t) = \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i_c dt + v_c(t_0) \quad p(t) = v(t)i(t) \quad w(t) = \frac{1}{2}Cv^2(t)$$



$$v_L = L\frac{di_L}{dt} \quad i_L(t) = \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} v_L dt + i_L(t_0) \quad p(t) = v(t)i(t) \quad w(t) = \frac{1}{2}Li^2(t)$$

Circuito RC no tempo - descarga

Descarga de um condensador



Pressupostos:
- $t = 0$, o interruptor fecha
- $v_c(t_{0-}) = v_c(t_{0+}) = \mathrm{Vi}$

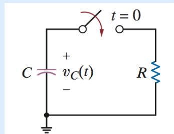
Em t_{0+} a soma das correntes é nula:

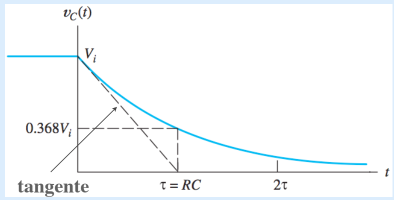
$$C\frac{dv_C(t)}{dt} + \frac{v_C(t)}{R} = 0 \qquad RC\frac{dv_C(t)}{dt} + v_C(t) = 0$$

Equação diferencial de 1ª ordem e coeficientes constantes, cuja solução é dada por:

$$\boxed{v_C(t) = V_i e^{-t/RC}}$$

Circuito RC no tempo - descarga (2)





$$\boxed{v_C(t) = V_i e^{-t/RC}}$$

t = t_{0+} : $v_c(t_{0+})$ = Vi - valor inicial

t = ∞ : $v_c(\infty)$ = 0 - valor final

Constante de tempo: $\tau = RC$

$e^{-1} \approx 0.368$

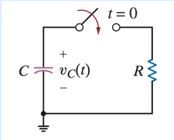
t = τ : $v_c(\tau)$ = 0.368 Vi

t = 5 τ : $v_c(5\tau)$ = 0.067 Vi ≈ valor final

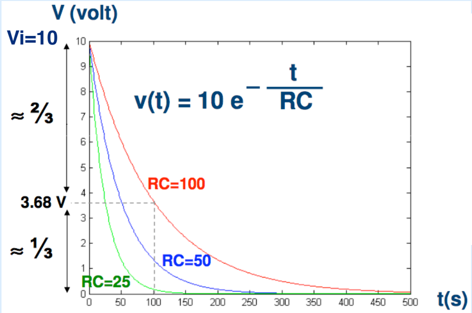
Regime transitório:
0 < t < 5 τ

Regime permanente:
t > 5 τ

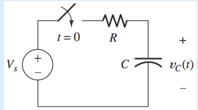
Circuito RC no tempo - descarga (3)



$$v_C(t) = V_i e^{-t/RC}$$



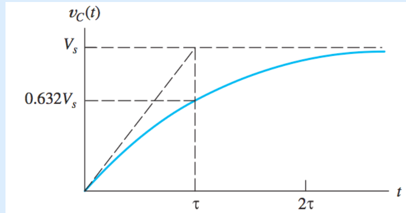
Circuito RC no tempo - carga (2)



$$v_C(t) = V_s - V_s e^{-t/RC}$$

Regime permanente
Resposta forçada

Regime transitório
Resposta natural



t = t_{0+} : $v_c(t_{0+})$ = 0 - valor inicial

t = ∞ : $v_c(\infty)$ = Vs - valor final

Constante de tempo: $\tau = RC$

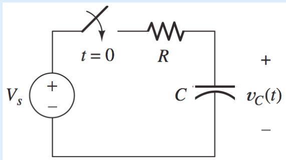
$e^{-1} \approx 0.368$

t = τ : $v_c(\tau)$ = 0.632 Vs

t = 5 τ : $v_c(5\,\tau)$ = 0.933 Vs ≈ valor final

Circuito RC no tempo - carga

Carga de um condensador



Pressupostos:
- $t = 0$, o interruptor fecha
- $v_c(t_{0-}) = v_c(t_{0+}) = 0$

Em t_{0+} a soma das tensões na malha é nula:

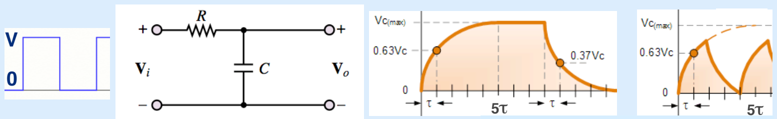
$$RC\frac{dv_C(t)}{dt} + v_C(t) = V_s$$

Equação diferencial de 1ª ordem e coeficientes constantes e termo independente não nulo, cuja solução é dada por:

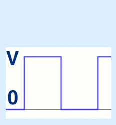
$$v_C(t) = V_s - V_s e^{-t/RC}$$

Resposta RC a onda quadrada

$$v_C(t) = V_i e^{-t/RC}$$ τ = RC $$v_C(t) = V_s - V_s e^{-t/RC}$$



τ versus T

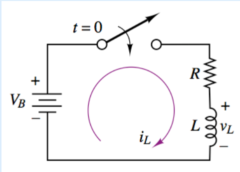


Vo = Vi - Vc

Para experimentar nas aulas práticas !

Circuito RL no tempo - carga

Carga de uma bobina



Pressupostos:
- $t = 0$, o interruptor fecha
- $i_L(t_{0-}) = i_L(t_{0+}) = 0$

Por dualidade, se trocarmos:
- C por L - V por I - R por G

podemos usar uma expressão parecida com a do condensador:

$\boxed{i_L(t) = I_f - I_f\, e^{-tR/L}}$ $v_C(t) = V_s - V_s e^{-t/RC}$

Constante de tempo: $\tau = L/R$

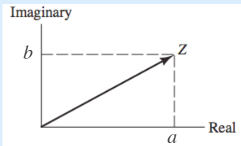
$t = \infty$: $i_L(\infty) = V_B/R$ - valor final (I_f)

Domínio da frequência

Números complexos $j^2 = -1$ $z = a + jb$

Módulo: $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

Argumento/fase: $\phi = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$



Representação fasorial de sinais sinusoidais

sinusoide $v_1(t) = V_1 \cos(\omega t + \theta_1) \longleftrightarrow \mathbf{V}_1 = V_1 \angle\theta_1$ vector no plano complexo: FASOR

$v_2(t) = V_2 \sin(\omega t + \theta_2)$ $v_2(t) = V_2 \cos(\omega t + \theta_2 - 90°) \longleftrightarrow \mathbf{V}_2 = V_2 \angle\theta_2 - 90°$

Impedância complexa

Bobina $v_L = L\frac{di_L}{dt}$

$i_L(t) = I_m \sin(\omega t + \theta) \longleftrightarrow \mathbf{I}_L = I_m \angle\theta - 90°$ $j\,\mathbf{I}_L = I_m \angle\theta$

$v_L(t) = \omega L I_m \cos(\omega t + \theta) \longleftrightarrow \mathbf{V}_L = \omega L I_m \angle\theta = V_m \angle\theta$ $\boxed{\mathbf{V}_L = j\omega L \times \mathbf{I}_L}$

$\boxed{Z_L = j\omega L = \omega L \angle 90°}$ **Impedância da Bobina ideal** (imaginário puro)

$\boxed{\mathbf{V}_L = Z_L \mathbf{I}_L}$ **Lei de Ohm** generalizada a complexos

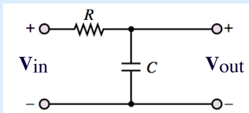
---

Condensador (de modo similar):

$\boxed{\mathbf{V}_C = Z_C \mathbf{I}_C}$ $\boxed{Z_C = -j\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{\omega C} \angle -90°}$ $\boxed{\mathbf{V}_C = \frac{\mathbf{I}_C}{j\omega C}}$

Circuito RC passa-baixo *

Filtro passa-baixo de 1ª ordem



$$\mathbf{V}_{out} = \frac{1}{j2\pi fC} \times \frac{\mathbf{V}_{in}}{R + 1/j2\pi fC}$$

Função de Transferência

$$H(f) = \frac{\mathbf{V}_{out}}{\mathbf{V}_{in}} = \frac{1}{1 + j2\pi fRC}$$

Frequência de Corte (Corner/Break Frequency)

$$f_B = \frac{1}{2\pi RC} \qquad H(f) = \frac{1}{1 + j(f/f_B)}$$

$$\angle H(f) = -\arctan\left(\frac{f}{f_B}\right) \qquad |H(f)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_B)^2}}$$

* Fonte: Hambley - Electrical Engineering

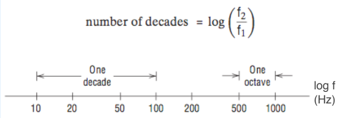
Circuito RC passa-baixo (2)

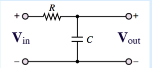
Escalas logarítmicas - Decibel

$$|H(f)|_{dB} = 20\log|H(f)|$$

$\lvert H(f)\rvert$	$\lvert H(f)\rvert_{dB}$
100	40
10	20
2	6
$\sqrt{2}$	3
1	0
$1/\sqrt{2}$	−3
1/2	−6
0.1	−20
0.01	−40

Década: f2 = 10 f1
Oitava: f2 = 2 f1





$$H(f) = \frac{\mathbf{V}_{out}}{\mathbf{V}_{in}} = \frac{1}{1 + j2\pi fRC} \qquad f_B = \frac{1}{2\pi RC} \qquad H(f) = \frac{1}{1 + j(f/f_B)}$$

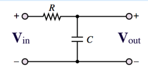
$$f = f_B, |H(f)| = 1/\sqrt{2} \cong 0.707 \quad = \text{- 3 dB}$$

$$|H(f)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_B)^2}}$$

$$|H(f)|_{dB} = 20\log\frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_B)^2}} \qquad |H(f)|_{dB} = 20\log(1) - 20\log\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_B}\right)^2} \qquad |H(f)|_{dB} = -20\log\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_B}\right)^2}$$

$$f << f_B \quad |H(f)|_{dB} \cong 0 \qquad f >> f_B \quad |H(f)|_{dB} \cong -20\log\left(\frac{f}{f_B}\right)$$

Circuito RC passa-baixo (3)



$$H(f) = \frac{\mathbf{V}_{out}}{\mathbf{V}_{in}} = \frac{1}{1 + j2\pi fRC} \qquad f_B = \frac{1}{2\pi RC} \qquad H(f) = \frac{1}{1 + j(f/f_B)}$$

$$|H(f)|_{dB} = 20\log|H(f)| \qquad |H(f)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (f/f_B)^2}}$$

Diagrama de Bode (amplitude)

$$|H(f)|_{dB} = -20\log\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_B}\right)^2}$$

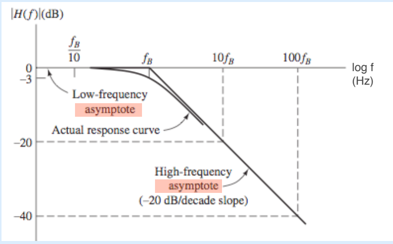
$$f << f_B \quad |H(f)|_{dB} \cong 0$$

$$f >> f_B \quad |H(f)|_{dB} \cong -20\log\left(\frac{f}{f_B}\right)$$

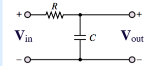
cai 20dB/década

$$|H(f_B)|_{dB} = -3\text{ dB}$$

f	$\lvert H(f)\rvert_{dB}$
f_B	0
$2f_B$	−6
$10f_B$	−20
$100f_B$	−40
$1000f_B$	−60



Circuito RC passa-baixo (4)



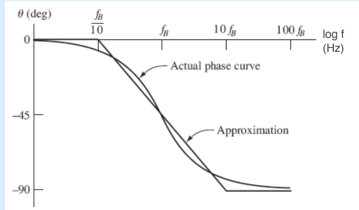
$$H(f) = \frac{\mathbf{V}_{out}}{\mathbf{V}_{in}} = \frac{1}{1 + j2\pi fRC} \qquad f_B = \frac{1}{2\pi RC} \qquad H(f) = \frac{1}{1 + j(f/f_B)}$$

$$\angle H(f) = -\arctan\left(\frac{f}{f_B}\right)$$

Diagrama de Bode (fase)

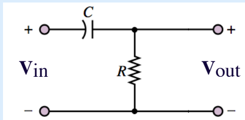
1. A horizontal line at zero for $f < f_B/10$.
2. A sloping line from zero phase at $f_B/10$ to $-90°$ at $10f_B$.
3. A horizontal line at $-90°$ for $f > 10f_B$.

Aproximação: - 45º / década
ϕ (f_B) = - 45º
Máximo desvio de fase = - 90º



Circuito RC passa-alto

Filtro passa-alto de 1ª ordem



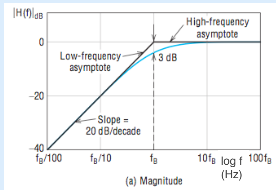
$$f_B = \frac{1}{2\pi RC} \qquad H(f) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{j(f/f_B)}{1 + j(f/f_B)}$$

$$|H(f)| = \frac{f/f_B}{\sqrt{1 + (f/f_B)^2}} \qquad \angle H(f) = 90° - \arctan\left(\frac{f}{f_B}\right)$$

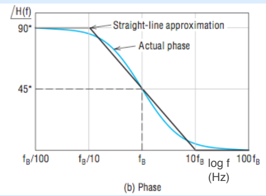
$$|H(f)|_{dB} \cong 0 \quad \text{for } f >> f_B \qquad |H(f)|_{dB} \cong 20\log\left(\frac{f}{f_B}\right) \quad \text{for } f << f_B$$

$$f = f_B, |H(f)| = 1/\sqrt{2} \cong 0.707 \quad = \text{- 3 dB}$$

f	$\lvert H(f)\rvert_{dB}$
f_B	0
$f_B/2$	−6
$f_B/10$	−20
$f_B/100$	−40



(a) Magnitude



(b) Phase