



Departamento de Matemática, Universidade de Aveiro

Cálculo I — Ano lectivo 07/08

Trabalho Teórico-Prático 1

15 de Outubro de 2007

Nome: _____

Nº Mec: _____ Turma: _____

Justifique todas as respostas e indique os cálculos efectuados.

1. Considere a função f definida pela expressão analítica

$$f(x) = \frac{x - \cos x}{\sqrt{1 - x^2}}.$$

- (a) Determine o domínio de f .
- (b) Enuncie o Teorema de Bolzano e mostre que f tem uma raiz no intervalo $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$.
2. Sejam f e g duas funções reais de variável real tais que $g \circ f$ está definida. Utilizando a definição, mostre que se f é estritamente decrescente e g é estritamente crescente, então $g \circ f$ é estritamente decrescente.
3. Considere a função f definida por

$$f(x) = \begin{cases} e^{1/x} & \text{se } x > 0 \\ k & \text{se } x = 0 \\ \ln(1 - x) & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

onde k é um parâmetro real.

- (a) Justifique que f é estritamente decrescente em \mathbb{R}^+ e em \mathbb{R}^- mas não é estritamente decrescente em $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.
- (b) Determine, se possível, $k \in \mathbb{R}$, por forma que f seja contínua em $x = 0$.
- (c) Determine, caso existam, as assíntotas do gráfico de f .