## Departamento de Matemática – Universidade de Aveiro

## Álgebra Linear e Geometria Analítica

## 1° TESTE

Data: 22 de Novembro de 2006 Duração: 2horas

Nome		
Nº Mecanográfico	Curso	
Caso pretenda desistir a	ssine a seguinte declaração.	
Declaro que desisto	-	

Questão	1a	1b	1c	2a	2b	3a	3b	4a	4b	4c	4d	4e	5a	5b	Total
Cotação	10	2	5	5	5	8	15	5	18	5	4	4	7	7	100
Classif.															

1. Considere o seguinte sistema, nas variáveis x, y e z, com parâmetro real a:

$$\begin{cases} (a+1)x + y &= 1\\ (-a-1)x + (a+1)y + 2z &= 1\\ y+z &= a+1 \end{cases}$$

a) Discuta o sistema em função do parâmetro a.

b) Verifique que (1,0,1) é solução do sistema se e só se a=0.

c) Considere a = 0. Determine o conjunto solução do sistema.

2. Considere a matriz 
$$A = \begin{bmatrix} a_1 + c_1 & a_2 + c_2 & a_3 + c_3 & a_3 + c_3 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \\ 2c_1 & 2c_2 & 2c_3 & 2c_3 \\ -b_1 & -b_2 & -b_3 & -b_3 \end{bmatrix}$$
.

a) Verifique que o complemento algébrico do elemento (2,2) da matriz A é zero.

## $\underline{1^o\ Teste\ de\ ALGA\ -\ 22\ de\ Novembro\ 2006\ -\ N^o\ Mecanográfico}$

b) Sabendo que 
$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = 3$$
 calcule o determinante de  $A$ .

- 3. Seja A uma matriz nxn invertível.
  - a) Verifique que:

i) 
$$\det(adj(A)) = (\det(A))^{n-1}$$
.

ii) 
$$adj(A)^{-1} = \frac{1}{\det(A)} A$$
.

b) Considere a matriz

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

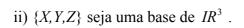
i) Calcule o determinante de B.

ii) Determine, se possível,  $B^{-1}$ .

iii) Considere A uma matriz 4x4 tal que adj(A) = B. Calcule A. (Sugestão: utilize, se possível, o resultado da alínea a) ii))

- 4. Considere os vectores X = (1,1,-1), Y = (0,1,1) e Z = (1,1,a), onde a é um parâmetro real.
  - a) Verifique que X e Y são linearmente independentes.

- b) Determine todos os valores de *a* tais que:
  - i) Z seja combinação linear de X e de Y.



iii) o volume do paralelipípedo com arestas correspondentes aos vectores  $X,\ Y$  e Z seja igual a 1.

c) Verifique que	X e Y são orte	ogonais e que	e não existe	$a \in IR$	tal que $Z$ seja	ortogonal a
<i>X</i> e a <i>Y</i> .						

d) Determine um vector não nulo ortogonal a X e a Y.

e) Considere a = -1. Determine o subespaço gerado por X, Y e Z.

- 5. Considere o espaço vectorial  $\mathbb{R}^3$  munido das operações usuais e o conjunto  $S = \{(x,y,z) \in IR^3 : x+y+z=0\}$ 
  - a) Verifique que S é um subespaço vectorial de  ${\rm I\!R}^{3.}$

b) Determine uma base e a dimensão de S.