

Mecânica e Campo Eletromagnético

2017/2018 – parte 10

Luiz Pereira

luiz@ua.pt



2

Tópicos

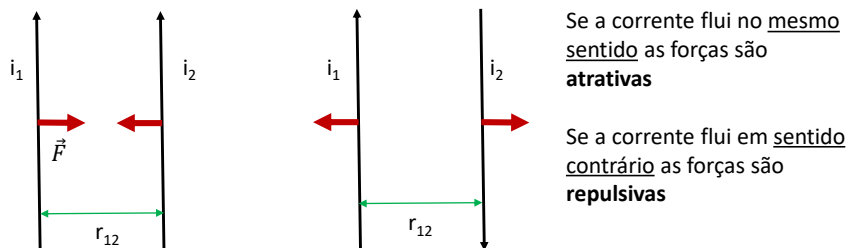
- **Campo Magnético**
 - Força magnética
 - Lei de Biot-Savart
 - Lei de Ampère
- **Indução Eletromagnética**

Conceito de magnetismo

- MAGNETISMO \leftrightarrow cargas elétricas em movimento
- O estudo do magnetismo iniciou-se com as observações entre materiais ferromagnéticos
- Mais tarde, Oersted mostrou a ligação entre a eletricidade e o magnetismo, através do binário de uma força numa agulha de uma bússola causada pela presença próxima de uma corrente elétrica
- O estudo iniciou-se assim considerando a presença de forças entre cargas elétricas em movimento de elementos (fios) com corrente elétrica

Campo magnético e força magnética

Força entre dois fios condutores com correntes i_1 e i_2

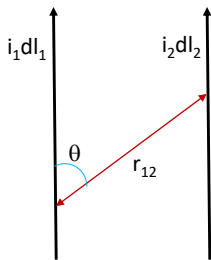


→ Estas forças não são correlacionáveis com as forças elétricas uma vez que:

- a) Não existe carga total nos fios (o balanço é zero!)
- b) O sentido da força depende da direção da corrente elétrica

Campo magnético e força magnética

- Experimentalmente, para um elemento de corrente dado por $i_1 dl_1$ (uma corrente i_1 a fluir através de um comprimento dl_1) paralelo a outro elemento de corrente $i_2 dl_2$ e separados de uma distância r_{12} , a força resultante é dada por:



$$dF = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{r_{12}^2} i_1 dl_1 i_2 dl_2 \sin\theta$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Weber A}^{-1} \text{ m}^{-1}$$

e é a chamada permeabilidade magnética (no vazio)

Campo magnético e força magnética

- Carga em movimento cria campo magnético
- Carga em movimento numa região onde existe um campo magnético irá sofrer uma força magnética, tal que:



F é perpendicular a v
perpendicular a B

$$F = q v B \sin(\theta)$$

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Produto Externo (ou Vetorial) de vetores



é um vetor!

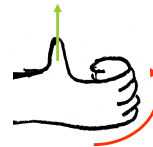
$$\vec{u} \times \vec{v}$$

■ Módulo $|\vec{u} \times \vec{v}| = |\vec{u}||\vec{v}|\sin(\vec{u} \wedge \vec{v})$

■ Direção \rightarrow perpendicular ao plano definido por

$$\vec{u} \text{ e } \vec{v}$$

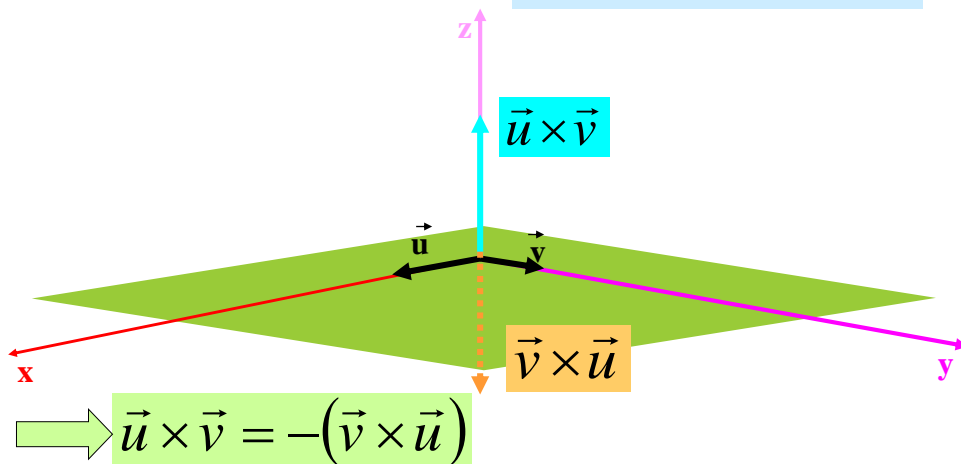
■ sentido \rightarrow regra da mão direita



Produto Externo (ou Vetorial) de vetores




$$\text{Se } \vec{u} // \vec{v} \rightarrow \vec{v} \times \vec{u} = \vec{0}$$



Força magnética

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$F = q v B \sin(\theta)$$


1º caso particular ($\theta=0$)

$$\vec{v} // \vec{B} \Rightarrow \vec{F}_m = \vec{0}$$

Movimento retilíneo
uniforme

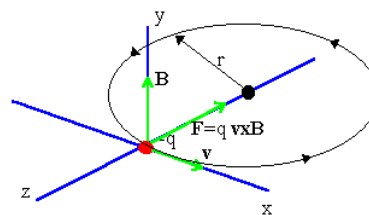
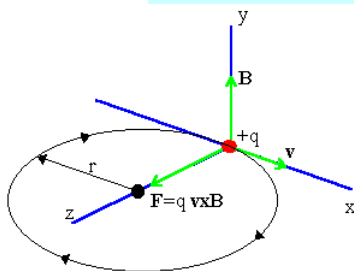
Força Magnética

2º caso particular ($\theta=90^\circ$)

carga entra na região com $\vec{v} \perp \vec{B}$

$\Rightarrow \vec{F}_m \perp \vec{v}$ (sempre!)

Movimento circular uniforme ($a_r = 0$)

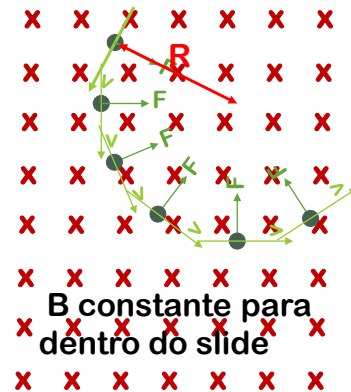


Força Magnética

Calcular R

$$F_{mag} = F_n = m \frac{v^2}{R}$$

$$qvB \sin(\theta) = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{mv}{qB}$$



Força Magnética

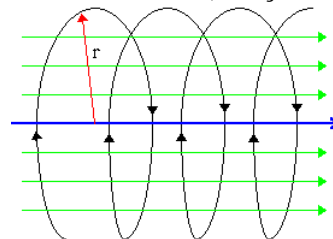
3º caso (contém os dois casos anteriores)

carga entra na região com $\theta \equiv \vec{v} \wedge \vec{B}$

podemos decompôr a velocidade $\vec{v} = \vec{v}_{\perp} + \vec{v}_{\parallel}$

O Movimento resultante será a composição de movimento circular (plano perpendicular a B) e movimento uniforme (direção de B)

Movimento helicoidal



Campo elétrico vs Campo magnético

	<i>Elétrico</i>	<i>Magnético</i>
Fontes:	Cargas	Cargas em movimento
Atua :	Cargas	Cargas em movimento
Intensidade:	$F=qE$	$F = q v B \sin(\theta)$
Direção:	Paralelo E	Perpendicular a v, B

Exemplo: Seletor de Velocidades (B e E cruzados)

Determine a intensidade e direção do campo magnético de modo a que uma carga positiva com velocidade inicial v não seja desviada.



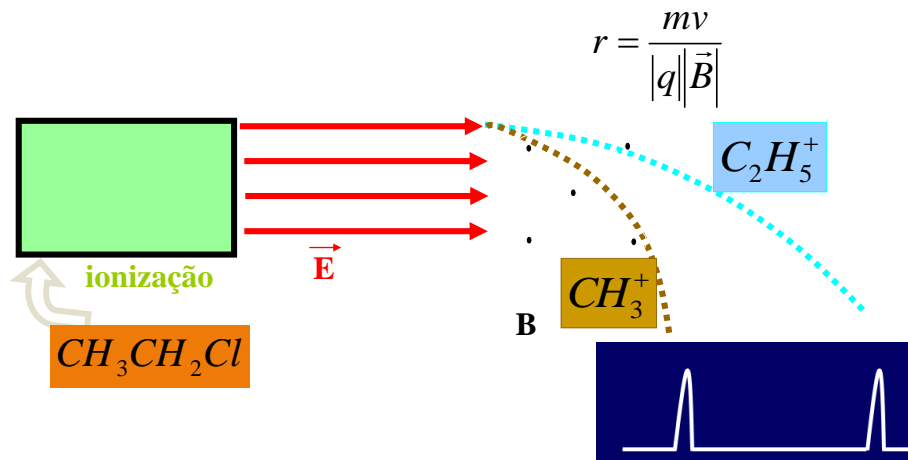
$F_E = q E$ aponta para baixo
 $F_B = q v B \sin(\theta)$ terá de apontar para cima.

Então B aponta para dentro da página

$$q E = q v B$$

$$B = E / v$$

Exemplo: espectrómetro de massa



Força magnética atuando sobre um condutor

- Uma força magnética é exercida sobre uma carga em movimento num campo magnético.
- Uma corrente também fica sujeita uma força magnética quando sob influência de um campo magnético (corrente são cargas em movimento).

Consideremos um fio condutor retilíneo de comprimento L e secção A por onde passa uma corrente I , sob influência de um campo magnético uniforme, B .

A força magnética exercida sobre as n cargas q que percorrem o condutor com velocidade v_d é:

$$\vec{F}_B = (qv_d \times \vec{B})nAL$$

Força magnética atuando sobre um condutor

Ou, utilizando a definição de I $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{nqA\Delta x}{\Delta t} = nqAv_d$

$$\vec{F}_B = I\vec{L} \times \vec{B}$$

Para um fio condutor não retilíneo, a força exercida

$$\vec{F}_B = I \int_a^b d\vec{s} \times \vec{B} \quad a \text{ e } b \text{ são as extremidades do fio.}$$

Se o fio formar um circuito fechado:

$$\vec{F}_B = I \oint d\vec{s} \times \vec{B} = 0$$

A força magnética resultante que atua sobre uma corrente num circuito fechado na presença de um campo magnético é nula.

Definição de campo magnético

- Podemos reformular toda a questão da força magnética em termos de noção de campo, ou seja, podemos descrever o campo magnético \vec{B} devido a um elemento de corrente, que deverá estar na origem de força magnética num outro elemento de corrente
- Verifica-se que um elemento de corrente $id\vec{l}$ contribui para o campo \vec{B} segundo a seguinte relação

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{id\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} \quad \text{Weber / m}^2 \rightarrow \text{Tesla (T) S.I.}$$

- Esta é a denominada Lei de Biot-Savart (na forma diferencial)
- O versor \hat{r} (que indica a direção de \vec{r}) tem a direção do elemento de corrente para o ponto onde \vec{B} é calculado

Fontes de Campo Magnético - Lei de Biot-Savart

Corrente elétrica num fio condutor produz um campo magnético.

O campo magnético à distância r do condutor é:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2} \quad \text{Lei de Biot-Savart}$$

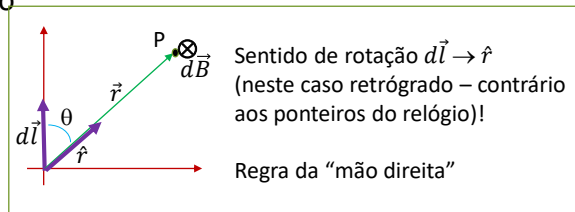
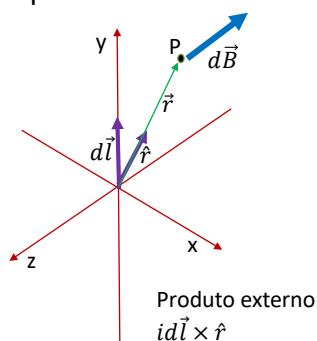
$d\vec{s} = id\vec{l}$ – vetor que aponta no sentido da corrente. Norma do integral de ds = comprimento do fio.

Orientação do campo magnético

A orientação de \vec{B} é determinada pelo produto $id\vec{l} \times \hat{r}$

→ $d\vec{l}$ é o vetor que representa a direção do fluxo da corrente elétrica (sentido desta)

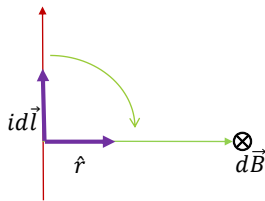
→ \hat{r} é o vetor unitário que tem o sentido determinado a partir do elemento de corrente para o ponto onde \vec{B} é calculado



A grandeza (modulo) de $d\vec{B}$ será:

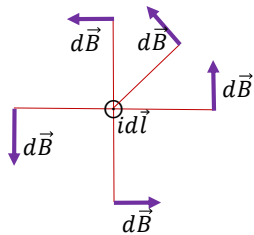
$$|d\vec{B}| = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{idl}{r^2} \sin\theta \quad (\text{T})$$

Linhas de campo magnético



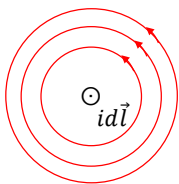
Consideremos um fio com um elemento de corrente $id\vec{l}$.
O sentido de $d\vec{B}$ é determinado pela Lei de Biot-Savart!

Num caso geral, podemos determinar os vetores $d\vec{B}$ nos vários pontos à volta do fio, ou seja, rodando o ponto onde calculamos o campo



A generalização indica que as linhas de campo magnético são linhas **circulares, concêntricas à volta do elemento de corrente** !

Linhas de campo magnético

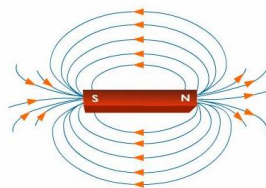


AS LINHAS SÃO FECHADAS → As linhas de campo magnético são fechadas, ou seja, não divergem ou converge a partir de um ponto

Isto implica que não há na natureza **MONOPOLOS MAGNÉTICOS**

Todo o campo magnético é criado a partir de um dipolo magnético, ou seja, há sempre um **polo Norte** e um **polo Sul** (magnetostática!)

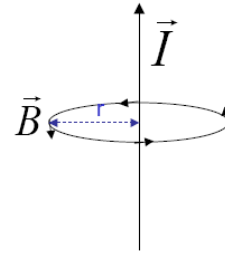
Exemplo de um ímã:



Se partirmos o ímã voltamos a ter um dipolo magnético!

Lei de Ampère

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \oint ds = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} (2\pi r) = \mu_0 I$$



O integral de linha de \vec{B} em torno de uma trajetória fechada é igual a $\mu_0 I$ onde I é a corrente total que passa através da superfície delimitada pela trajetória fechada

Utilidade: conhecendo a corrente posso conhecer o campo magnético. (o mesmo que a Lei de Gauss para o campo elétrico: conhecendo a carga posso conhecer o campo elétrico)

Indução eletromagnética e Lei de Farady

A força eletromotriz induzida num circuito é proporcional a taxa de variação do fluxo magnético através do circuito.

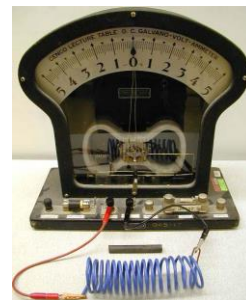
$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

Onde o fluxo de \vec{B} é:

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Se tiver uma bobine com N espiras, a força eletromotriz total induzida na bobine é:

$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$$



Lei de Lenz - sinal negativo na equação da Lei de Faraday

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

A polaridade da força eletromotriz é tal que tende a produzir uma corrente que cria um fluxo do campo magnético que se opõe ao aumento do fluxo do campo magnético através da superfície delimitada pelo circuito.

Auto-Indutância

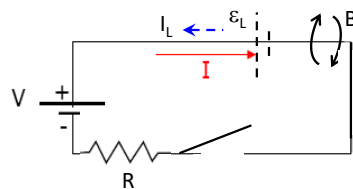
ε induzido

$$\varepsilon_L = -N \frac{d\Phi_B}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$$

Indutância

$$L = \frac{N\Phi_B}{I}$$

N – número de espiras da bobine



- Depois de fechar o circuito, I produz um fluxo de B através da área delimitada pelo circuito.
- À medida que I aumenta até o equilíbrio, este fluxo magnético varia no tempo e induz uma ε_L no circuito contrária à ε da bateria.
- Por isso quando se fecha o circuito I não aumenta logo para o seu valor máximo
- Por isso quando se abre o circuito I não cai logo para zero.

Indutância Mútua

- O fluxo de B numa bobine colocada próximo de outra cuja I varia no tempo, varia.
- A corrente na bobine 1, que tem N_1 espiras, é I_1 e cria um campo magnético com algumas linhas de campo a atravessar a bobine 2, que tem N_2 espiras.
- O fluxo magnético causado por I_1 na bobine 2 é Φ_{12} .
- A indutância produzida pela bobine 1 na bobine 2 é:

$$M_{12} = \frac{N_2 \Phi_{12}}{I_1}$$

- Existe reciprocidade do coeficiente de indução mútua i.e. $M_{12} = M_{21}$