Álgebra Linear e Geometria Analítica

Exame final, 2ª parte

18 de Janeiro de 2010 | Duração: 1 hora e 30 minutos

Nome: ______________________ **Nº mec.:** __________

Curso: ______________ **Nº folhas suplementares:** _____

Uma desistência nesta 2ª parte do Exame final corresponde a uma desistência ao Exame final.
Caso pretenda desistir assine a seguinte declaração.
Declaro que desisto. ______________________

Questão	1a	1b	1c	2a	2b	2c	2d	3a	3b	total
Cotação	10	15	15	12	13	15	15	15	10	120
Classificação										

Classificação total
valores

IMPORTANTE: *Justifique resumidamente todas as suas afirmações, indique os cálculos que efectuou e explicite a sua resposta.*

Os alunos que obtiverem uma classificação (efectiva, sem arredondamentos) inferior a $3,0$ valores, dos 12 valores correspondentes à cotação desta segunda parte do exame final, ficam automaticamente reprovados no exame final.

1. Considere os vectores linearmente independentes $X = (1, 0, 1)$, $Y = (1, 1, 1)$ e $Z = (1, -1, 0)$.

   (a) Considere a matriz A cujas colunas são os vectores X, Y e Z. Indique a característica da matriz A, car(A).

   (b) Considere o subespaço vectorial S gerado pelos vectores X e Y, $S =< X, Y >$. Determine S e indique a sua dimensão.

   (c) Calcule a projecção ortogonal do vector $W = (0, 0, 3)$ sobre o subespaço vectorial $\mathcal{P}$ gerado pelos vectores Y e Z, $\mathcal{P} =< Y, Z >$.

2. Considere a transformação linear $L : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ dada por $L(x, y, z) = (2x, 2y)$ para todos os $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.

   (a) Determine uma base para o núcleo de L, $ker(L)$.

   (b) L é injectiva? E sobrejectiva? Justifique.

   (c) Encontre a matriz A da transformação L relativamente às bases $\mathcal{S} = ((1, 1, 0), (1, 0, 1), (0, 1, 1))$ e $\mathcal{T} = ((1, 1), (0, 1))$.

   (d) Usando a matriz A (obtida na alínea anterior), calcule $L(2, 0, 0)$.
   (NOTA: Se não determinou a matriz A na alínea (c), suponha que A é uma matriz com todos os seus elementos iguais a 2.)

3. Seja A uma matriz **simétrica** 3×3 com valores próprios 1 e -3. Sabe-se que $(1, 0, 0)$ e $(0, 1, 1)$ são vectores próprios associados ao valor próprio 1 e que $(0, -1, 1)$ é um vector próprio associado ao valor próprio -3.

   (a) Diga se A é diagonalizável e, se possível, determine a matriz A.

   (b) Verifique se a quádrica $x^2 - y^2 - z^2 + 4yz - 1 = 0$ é um elipsóide, um hiperbolóide ou um parabolóide.