



N.º Mec. \_\_\_\_\_

**Escreva o número mecanográfico também na(s) folha(s) de rascunho**

4  
valores

1. Considere a matriz  $M = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ -5 & -9 & -1 & -4 \\ -2 & 2 & -5 & -6 \end{bmatrix}$  tal que  $\det(M) = -2$ . Justificando todas as passagens, calcule:

(a)  $\det(2M^{-1}M^T)$ ;

(b)  $\begin{vmatrix} 5a_2 - 3b_2 & a_2 & -9 & -2 \\ 5a_1 - 3b_1 & a_1 & -5 & 2 \\ 5a_3 - 3b_3 & a_3 & -1 & 5 \\ 5a_4 - 3b_4 & a_4 & -4 & 6 \end{vmatrix}$ .

---

**Nos exercícios seguintes considere as matrizes:**

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & 3 \\ 0 & a+3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & b-a & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 5 \\ -b-1 \\ -2(1+b) \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 3 \\ 3 & -6 & 2 & 9 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \\ 13 \end{bmatrix}.$$

3  
valores

2. Determine os valores dos parâmetros  $a, b \in \mathbb{R}$  para os quais  $[C|D] \sim [A|B]$ , isto é, as matrizes ampliadas  $[C|D]$  e  $[A|B]$  são equivalentes por linhas.

5  
valores

3. Discuta em função dos parâmetros  $a$  e  $b$  o sistema  $AX = B$ : diga para que valores dos parâmetros o sistema é impossível, possível e determinado ou possível e indeterminado. Indique, em cada caso,  $\text{car}(A)$ ,  $\text{car}(A|B)$  e  $\text{nul}(A)$ .

2  
valores

4. Diga, justificando, se  $D \in \mathcal{C}(C)$ . (Sugestão: considere os resultados das questões anteriores.)

3  
valores

5. Dada a matriz  $Q = \begin{bmatrix} -2 & -3 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ k & 3 & -1 \end{bmatrix}$ , determine os valores de  $k \in \mathbb{R}$  que tornam a matriz  $Q$  invertível.

3  
valores

6. Determine a matriz  $X$  que satisfaz a equação  $Q^{-1}X^T = C$ , onde  $Q$  é a matriz da questão 5. com  $k = 0$ .