Guião 3_ ISD

1. Quantos bits? 3 bits

n bits ⇒ podemos codificar 2^n situações distintas

$n=3 \rightarrow 8$ valores

A - 111
B - 110
C - 101
D - 100
E - 000
F - 001

Falta utilizar → 010; 011

O código é redundante porque não foram utilizados todos os códigos possíveis

2. BCD Natural, AIKEN, BCD excesso 3 ou XS3, Gray

Autocomplementar

Decimal	AIKEN (2421)	BCD de excesso 3
0	0000	0011
1	0001	0100
2	0010	0101
3	0011	0110
4	0100	0111
5	1011	1000
6	1100	1001
7	1101	1010
8	1110	1011
9	1111	1100

a) 111_{10}

BCD 0001 0001 0001

AIKEN 0001 0001 0001

XS3 0100 0100 0100

Gray 00000000 0000

b) $125_8 = 8^2+2\times8^1+5\times8^0 = 64+16+5 = 85_{10}$

BCD 1000 0101

AIKEN 1110 1011

XS3 1011 1000

Gray 1100 01111

c) $ABC_{16} = 10\times16^2+11\times16+12\times16^0 = 2748_{10}$

BCD 0010 0111 0100 1000

AIKEN 0010 1101 0100 1000

XS3 0101 1010 0111 1011

Gray 0011 0100 0110 1100

Decimal	BCD Natural (8421)	Gray 4 bits
0	0000	0000
1	0001	0001
2	0010	0011
3	0011	0010
4	0100	0110
5	0101	0111
6	0110	0101
7	0111	0100
8	1000	1100
9	1001	1101

3. Conversão Binária → Gray

a) 0 0000 1111
9 8 7 6 5 4 3 2 1
0000 1000

b) 0 10011001
9 8 7 6 5 4 3 2
11010101

c) 0 11111111
9 8 7 6 5 4 3 2 1
10000000

Conversão Binária para Gray

- adicionar à palavra do código binário um bit, à esquerda e atribuir-lhe o valor "0".
- Numerar todos os bits do código binário da direita para a esquerda
- se bit i e bit i+1 forem diferentes, o bit i Gray = "1"
- se bit i e bit i+1 forem iguais, o bit i Gray = "0"
  ↳ ou seja, se o bit da direita e o bit logo a seguir a ele (da direita p/ esquerda) forem iguais é-lhes atribuído o valor de 0, e assim sucessivamente

4. Conversão Gray → Binário

a) 0000 1111
1 2 3 4 5 6 7 8
0 0 0 1 0 0 0 0
8 7 6 5 4 3 2 1 (binário)

b) 10011001
1 2 3 4 5 6 7 8
01110111

c) 11111111
1 2 3 4 5 6 7 8
01010101

Conversão Gray para Binário

- Numerar todos os bits do Gray da esquerda para a direita.
- Atribuir o bit 1 do código de Gray ao bit 1 do código binário
- Bit i (i=2,3,...,n) do binário é igual à soma exclusiva (XOR) do bit i-1 binário e do bit i do código de Gray

a b	a ⊕ b
0 0	0
0 1	1
1 0	1
1 1	0

Exemplo

- 100
1 2 3
1 1 1
→ bit 2 de Gray ⊕ bit 1 de Gray
↳ bit 3 de Gray ⊕ bit 2 do binário
(e assim sucessivamente)

5.

a) 1010 1010
0101 0101
DHmin = 8

b) 1111 0000
1100 0011
DHmin = 4

c) 1010 1111
1010 1111
DHmin = 0

0 1 0 1 1 1 0
0 1 1 0

100 Gray
11 binary

100
0 1 1
Gray + Bin

⑥

$x \oplus y = x'y + xy'$

$(x \oplus y)^D = (x'+y)\cdot(x+y')$

$= x'x + x'y' + yx + yy'$

$= 0 + x'y' + yx + 0$

$= x'y' + yx$

x	y	$x \oplus y$	$(x \oplus y)^D$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Álgebra de Boole

→ Teorema da Dualidade

$F^D(x_1, x_2, \dots, x_n, 0, 1, +, \cdot, ') = F(x_1, x_2, \dots, x_n, 1, 0, \cdot, +, ')$

→ Teorema do Consenso

$xy + x'z + \cancel{yz} = xy + x'z$

→ Absorção

$x + xy = x$

→ Simplificação

$x + x'y = x + y$

⑦

$x'y'z' + x'y'z + x'yz' + x'yz + xyz' + xyz = x' + y$

$x'y'z' + x'y'z + x'yz' + x'yz + xyz' + xyz$

$= x'y'\underbrace{(z'+z)}_{1} + x'y\underbrace{(z'+z)}_{1} + xy\underbrace{(z'+z)}_{1}$

$= x'y' + x'y + xy$

$= x'(y'+y) + xy$

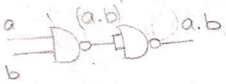
$= x' + xy$

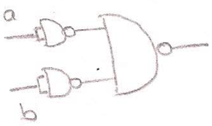
$= x' + y$ c.q.d

⑧ Mostre que os operadores são completos

NAND $= (x \cdot y)' = x' + y'$

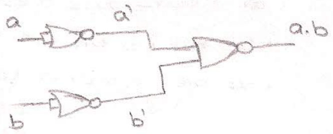
NOT 

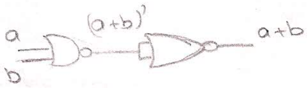
AND 

OR 

NOR $= (x+y)' = x' \cdot y'$

NOT 

AND 

OR 

Operadores são completos quando se realizam as 3 operações booleanas

⑨

$y = x_1'x_3'x_4' + x_1'x_3x_4 + x_1'x_3'x_4 + x_1x_2x_4 + x_1x_2x_4' + x_1x_2'x_3 + x_1x_2$

a) $y = x_1'x_3'\underbrace{(x_4'+x_4)}_{1} + x_1'x_3x_4 + x_1x_2\underbrace{(x_4+x_4'}_{1}+1) + x_1x_2'x_3$

$= x_1'x_3' + x_1'x_3x_4 + x_1x_2 + x_1x_2'x_3$

$= x_1'(x_3' + x_3x_4) + x_1(x_2 + x_2'x_3)$

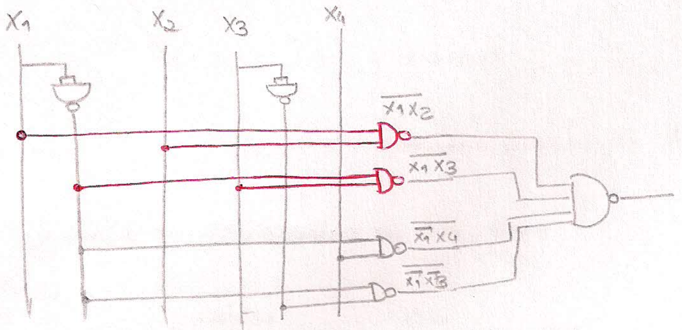
$= x_1'x_3' + x_1'x_4 + x_1x_2 + x_1x_3 = \left(x_1'x_4 + x_1x_2 + (x_1 \oplus x_3)'\right)$

b)

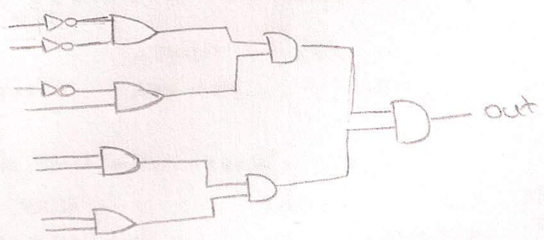
x_1	x_2	x_3	x_4	y
0	0	0	0	1
0	0	0	1	1
0	0	1	0	
0	0	1	1	
0	1	0	0	
0	1	0	1	
0	1	1	0	
0	1	1	1	
1	0	0	0	
1	0	0	1	
1	0	1	0	
1	0	1	1	
1	1	0	0	
1	1	0	1	
1	1	1	0	
1	1	1	1	

$=((x_1'x_3' + x_1'x_4 + x_1x_2 + x_1x_3)')'$

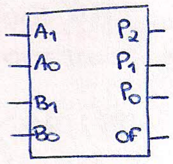
$=((x_1'x_3')' \cdot (x_1'x_4)' \cdot (x_1x_2)' \cdot (x_1x_3)')'$



d)



(10)



A,B → complemento para 2, com 2 bits

P → complemento para 2, com 3 bits

OF → overflow

A(A, A0)

B(B, B0)

a)

A_1 A_0	valor decimal
0 0	0
0 1	+1
1 0	-2
1 1	-1

B_1 B_0	valor decimal
0 0	0
0 1	+1
1 0	-2
1 1	-1

P_2 P_1 P_0	valor decimal
0 0 0	0
0 0 1	+1
0 1 0	+2
0 1 1	+3
1 0 0	-4
1 0 1	-3
1 1 0	-2
1 1 1	-1

b)

A_1 A_0 B_1 B_0	P_2 P_1 P_0	OF
0 0 0 0	0 0 0	0
0 0 0 1	0 0 0	0
0 0 1 0	0 0 0	0
0 0 1 1	0 0 0	0
0 1 0 0	0 0 0	0
0 1 0 1	0 0 1	0
0 1 1 0	1 1 0	0
0 1 1 1	1 1 1	0
1 0 0 0	0 0 0	0
1 0 0 1	1 1 0	0
1 0 1 0	x x x	1 → +4 → 0100 overflow
1 0 1 1	0 1 0	0
1 1 0 0	0 0 0	0
1 1 0 1	1 1 1	0
1 1 1 0	0 1 0	0
1 1 1 1	0 0 1	0

c)

$P_2 = \overline{A_1} A_0 B_1 \overline{B_0} + \overline{A_1} A_0 B_1 B_0 + A_1 \overline{A_0}\, \overline{B_1} B_0 + A_1 A_0 \overline{B_1} B_0$

$P_1 = \overline{A_1} A_0 B_1 \overline{B_0} + \overline{A_1} A_0 B_1 B_0 + A_1 \overline{A_0}\, \overline{B_1} B_0 + A_1 \overline{A_0} B_1 B_0$
$+ A_1 A_0 \overline{B_1} B_0 + A_1 A_0 B_1 \overline{B_0}$

$P_0 = \overline{A_1} A_0 \overline{B_1} B_0 + \overline{A_1} A_0 B_1 B_0 + A_1 A_0 \overline{B_1} B_0 + A_1 A_0 B_1 B_0$

$OF = A_1 \overline{A_0} B_1 \overline{B_0}$

d)

$P_2 = \overline{A_1} A_0 B_1 + \overline{A_1} A_0 B_1 + A_1 \overline{B_1} B_0 + A_1 \overline{B_1} B_0 = \overline{A_1} A_0 B_1 + A_1 \overline{B_1} B_0$

$P_1 = \overline{A_1} A_0 B_1 + \overline{A_1} A_0 B_1 + A_1 \overline{A_0} B_0 + A_1 \overline{A_0} B_0 + A_1 A_0 \overline{B_1} B_0 + A_1 A_0 B_1 \overline{B_0}$
$+ A_1 A_0 \overline{B_1} B_0 + A_1 A_0 B_1 \overline{B_0}$
$= \overline{A_1} A_0 B_1 + A_1 \overline{A_0} B_0 + A_1 A_0 B_0 + A_1 A_0 B_0 = \overline{A_1} A_0 B_0 + A_1 A_0 B_0$

$P_0 = \overline{A_1} A_0 B_0 + \overline{A_1} A_0 B_0 + A_1 A_0 B_0 + A_1 A_0 B_0$
$= A_0 B_0$

(11) $f(x,y,z) = 1$ quando pelo menos dois dos seus três argumentos são 1

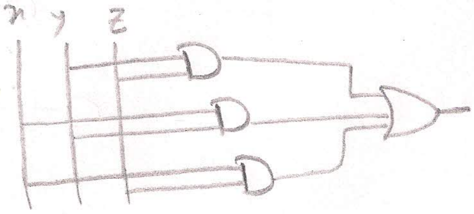
a)

x y z	f
0 0 0	0
0 0 1	0
0 1 0	0
0 1 1	1
1 0 0	0
1 0 1	1
1 1 0	1
1 1 1	1

b)

$$f(x,y,z) = \bar{x}yz + x\bar{y}z + xy\bar{z} + xyz$$
$$= \bar{x}yz + x\bar{y}z + xy\underbrace{(z+\bar{z})}_{1}$$
$$= \bar{x}yz + x(\bar{y}z + y)$$
$$= \bar{x}yz + x(z+y)$$
$$= \bar{x}yz + xz + xy = y(\bar{x}z + x) + xz$$
$$= y(z+x) + xz$$
$$= yz + xy + xz$$

c)



d)

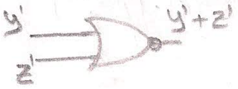
AND

se $x=0$

↳ $f(x,y,z) = yz + 0 + 0 = yz$, foi possível construir uma função AND usando a função e o "0"

OR

$(yz)' = y' + z'$



NOT não sei

NOT