



Departamento de Matemática, Universidade de Aveiro
Cálculo I – Semestre Extraordinário — Época de Recurso
29 de Junho de 2009
Duração: **2h30m**

Justifique todas as respostas e indique os cálculos efectuados.

50
Pontos

1. Considere em \mathbb{R} a função f tal que $f(x) = x \operatorname{arctg} x$.

(a) Calcule $f'(x)$.

(b) Justifique que existe pelo menos um $c \in]0, 1[$ tal que $f'(c) = \pi/4$.

(c) Seja $I = \int_{-1}^{\sqrt{3}} f(x) dx$. Calcule o valor de I .

(d) Qual o significado geométrico do integral dado na alínea anterior?

25
Pontos

2. Considere $g : x \mapsto e^{x^2}$. Escreva o polinómio de Mac-Laurin de ordem 4 e utilize-o para calcular um valor aproximado de $e^{0.01}$.

55
Pontos

3. Seja a função f tal que $f(x) = \begin{cases} x \ln(1/x) & \text{se } x > 0 \\ \frac{x^2 + 2x}{x - 1} & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$.

(a) Estude f quanto à continuidade.

(b) Estude a existência de assíntotas não verticais ao gráfico de f .

(c) Seja $F(x) = \int_1^x f(t) dt$ para $x > 1$. Justifique que F é diferenciável em $x = 2$ e calcule $F'(2)$.

55
Pontos

4. Calcule os seguintes integrais indefinidos:

(a) $\int \frac{2x}{(1+x^2)^3} dx$.

(b) $\int \sin(2x) \sin(4x) dx$.

(c) $\int \frac{x}{x^2 - 3x + 2} dx$.

(d) $\int \frac{1}{\sqrt{4+x^2}} dx$.

15
Pontos

5. Estude a natureza do integral impróprio $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^3 + 1} dx$.