Álgebra Linear e Geometria Analítica

2.ª Prova de Avaliação Discreta - 05/12/2012 **Duração: 1h30**

Nome: ______________________ **N.º mecanográfico:** ________

Declaro que desisto ☐ ______________________ **N.º de folhas suplementares:** __

	Grupo I
Cotação	48

	Grupo II		
Questões	1	2	Total
Cotação	42	110	152
Classificação			

Grupo I

Este grupo é constituído por 4 questões de escolha múltipla. Cada questão tem uma só opção correta que deve assinalar na folha de resposta em anexo e que será recolhida após 40 minutos.

Uma resposta correta é cotada com 12 pontos, uma resposta em branco com 0 pontos e uma resposta errada com -3 pontos.

1. As retas em $\mathbb{R}^3$ definidas por $(x,y,z)=\alpha(-1,1,0)$, $\alpha\in\mathbb{R}$, e por $x-1=y$ e $z=0$ são

   A. concorrentes;
   B. coincidentes;
   C. estritamente paralelas;
   D. enviezadas.

2. Dados os vetores $X_1=(1,0,-1), X_2=(0,1,0), X_3=(1,1,-1)$ de $\mathbb{R}^3$, o vetor $(2,3,-2)$

   A. não se escreve como combinação linear de X_1 e X_2;
   B. não se escreve como combinação linear de X_1, X_2 e X_3;
   C. escreve-se como combinação linear de X_1, X_2, X_3 de forma única;
   D. escreve-se como combinação linear de X_1, X_2, X_3 de mais do que uma forma.

3. Seja $\mathcal{P}_2$ o espaço dos polinómios de grau menor ou igual a dois e $S=\{ax^2+bx+c\in\mathcal{P}_2 :\ 3a+b=0\}$. Então

   A. S não é um subespaço de $\mathcal{P}_2$;
   B. $3x^2+x$ é um elemento de S;
   C. $\{x^2-3x,1\}$ é uma base de S;
   D. $\{1,3x,x^2\}$ é um conjunto gerador de S.

4. Seja $\mathcal{B}$ uma base de $\mathbb{R}^3$, X um vetor de $\mathbb{R}^3$ tal que

$$[X]_{\mathcal{B}}=\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix} \qquad \text{e} \qquad \begin{bmatrix}1&-1&0\\0&1&-1\\0&0&1\end{bmatrix}$$

   a matriz de mudança da base canónica $((1,0,0),(0,1,0),(0,0,1))$ de $\mathbb{R}^3$ para a base $\mathcal{B}$. Então X é

   A. $(1,1,1)$;
   B. $(1,0,0)$;
   C. $(0,0,1)$;
   D. $(3,2,1)$.

Grupo II

Justifique convenientemente todas as suas respostas e indique os cálculos que efetuar.

1. Considere em $\mathbb{R}^3$ a reta $\mathcal{F}$ definida por

$$\begin{cases} x - z = 3 \\ y - z = -1 \end{cases}$$

e a reta $\mathcal{G}$ paralela a $\mathcal{F}$ e que passa pelo ponto $P = (2, 1, 0)$.

(a) Escreva equações vetoriais da reta $\mathcal{G}$ e do plano $\mathcal{H}$ que contém as retas $\mathcal{F}$ e $\mathcal{G}$.

(b) Calcule a distância da reta $\mathcal{F}$ ao plano $\mathcal{P}$ de equação geral $x + y - 2z = 3$.

2. Seja S o subespaço de $\mathbb{R}^3$ gerado por $X = (1, 2, 2)$, $Y = (2, -2, 1)$ e $Z = (0, 2, 1)$.

   (a) Calcule o ângulo entre X e Y.

   (b) Averigue se o conjunto $\{X, Y, Z\}$ é linearmente independente e indique a dimensão de S.

   (c) Determine uma base ortonormada do espaço S e o vetor das coordenadas de Z nessa base.

   (d) Determine o conjunto T de todos os vetores ortogonais a X e Y. Justifique que T é subespaço de $\mathbb{R}^3$.

   (e) Considere $\mathcal{L}(A)$ o espaço das linhas e $\mathcal{N}(A)$ o espaço nulo de uma matriz A $m \times 3$.

      i. Se (x, y, z) é um vetor ortogonal aos vetores de $\mathcal{L}(A)$, mostre que $(x, y, z) \in \mathcal{N}(A)$.

      ii. Indique, se possível, uma matriz A com 3 colunas, tal que $\mathcal{L}(A) = S$ e $\mathcal{N}(A) = T$.