Álgebra Linear e Geometria Analítica

Exame final, 1ª parte

29 de Outubro de 2009 Duração: 1 hora

Nome: ______________________ **Nº mec.:** ____________

Curso: ______________ **Nº folhas suplementares:** ______

Uma desistência nesta 1ª parte do Exame final corresponde a uma desistência ao Exame final.
Caso pretenda desistir assine a seguinte declaração.
Declaro que desisto. ______________________

Questão	1a	1b	2a	2b	3	4	total
Cotação	10	10	15	10	15	20	80
Classificação							

Classificação total
valores

IMPORTANTE: *Justifique resumidamente todas as suas afirmações, indique os cálculos que efectuou e explicite a sua resposta.*

Utilize o **método de eliminação de Gauss ou Gauss-Jordan** sempre que pretenda resolver um sistema de equações lineares.

1. (a) Sejam A e B matrizes quadradas tais que $\det(A) = -2$ e $\det(B) = 3$. Calcule $\det(A^T B^{-1})$.
   (b) Considere a matriz $A = P^{-1}DP$ em que D é uma matriz diagonal e P é uma matriz ortogonal (isto é, tal que $P^{-1} = P^T$). Verifique que A é uma matriz simétrica (isto é, tal que $A = A^T$).

2. Considere o parâmetro real k e a matriz

$$C = \begin{bmatrix} 8-k & 1 & 3 \\ 0 & -3-k & -6 \\ 0 & 1 & 2-k \end{bmatrix}.$$

   (a) Calcule $\det(C)$.
   (b) Indique para que valores de k o sistema $CX = 0$ tem apenas a solução trivial.

3. Considere o seguinte sistema de equações lineares

$$\begin{cases} x + ay + z = a \\ (1-a)y + (a-1)z = a^2 - a \\ (1-a)(2+a)z = (1-a^2)(1+a) \end{cases}$$

   onde a é um parâmetro real. Indique, justificando, os valores de a para os quais o sistema é
   (a) possível e determinado,
   (b) possível e indeterminado,
   (c) impossível.

4. Se possível, determine o conjunto de todos os valores para x, y e z tais que

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & 1 \\ y & 0 \\ z & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 2 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}.$$