Departamento de Matemática **Universidade de Aveiro**

Álgebra Linear e Geometria Analítica

2.ª Prova de Avaliação Mista - 29/11/2010 **Duração: 1h30**

Nome: ____________________ **N.º mecanográfico:** __________

Declaro que desisto ____________________ **N.º de folhas suplementares:** ____

Questão	1	2	3	4	Total
Cotação	65	50	40	45	200
Classificação					

Classificação final
valores

Justifique convenientemente todas as suas respostas e indique os cálculos que efectuar.

1. Sejam $X = (0, 1, 1)$ e $Y = (1, 1, -1)$ vectores de $\mathbb{R}^3$. Seja $\mathcal{W}$ o espaço gerado por X e Y.

   (a) Calcule o produto vectorial $X \times Y$ e indique uma base ortogonal de $\mathbb{R}^3$ contendo $X \times Y$.

   (b) Determine uma base ortonormada de $\mathcal{W}$.

   (c) Calcule a projecção ortogonal de $(1, 1, 1)$ sobre $\mathcal{W}$.

2. Sejam

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad \text{e} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

(a) Determine a característica da matriz $[A \,|\, B]$.

(b) Indique, justificando, se B pertence ao espaço das colunas de A.

(c) Determine o espaço nulo de A.

3. Considere o conjunto

$$S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x + y = z = 0\}.$$

(a) Mostre que S é um subespaço de $\mathbb{R}^4$.

(b) Determine uma base e a dimensão de S.

4. Seja $\mathcal{T} = (X_1, X_2)$ uma base de $\mathbb{R}^2$ e $\mathcal{S} = (X_1 + X_2, X_1 - X_2)$.

(a) Mostre que $\mathcal{S}$ é uma base de $\mathbb{R}^2$.

(b) Determine $[X]_{\mathcal{S}}$, sabendo que $[X]_{\mathcal{T}} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$.

(c) Mostre que $X_1 + X_2$ é ortogonal a $X_1 - X_2$ se e só se $\|X_1\| = \|X_2\|$.