



Justifique todas as respostas e indique os cálculos efectuados.

100
Pontos

1. Considere a função f definida por $f(x) = x \sin \frac{1}{x} + \ln(x^2)$.

(a) Determine o domínio de f .

(b) Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$.

(c) Indique, para cada $n \in \mathbb{N}$, n par, $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x))^n$.

(d) Mostre que a função f admite pelo menos um zero no intervalo $\left[\frac{1}{\pi}, 1\right]$.

30
Pontos

2. Sejam g uma função de domínio \mathbb{R} e f a função definida por $f(x) = 1 - e^{x+1}$. Sabendo que $g(x) = 0$ se e só se $x = 0$ ou $x = 2$, determine os zeros de $g \circ f$.

50
Pontos

3. Considerando o domínio da restrição principal do coseno, seja g a função definida por $g(x) = 1 + \cos \frac{\pi}{x}$. Caracterize a função inversa de g .

20
Pontos

4. Sejam f e g duas funções reais de variável real tais que $g \circ f$ está definida. Mostre que se f e g são estritamente crescentes, então $g \circ f$ é estritamente crescente.