Cálculo I – agrup. 4 – 2016/17

Formulário do 1.º teste

Nome do aluno: Paulo Brandão Vasconcelos *N.º mec.:* 84987

Assinatura do vigilante: ____________________

O conteúdo matemático deste formulário só pode aparecer abaixo desta linha

$(a^u)' = a^u (\ln a)\, u'$, $a>0$ e $a \neq 1$

$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$

$(u^v)' = v\, u^{v-1} u' + u^v (\ln u) v'$

$(\operatorname{sen} u)' = u' \cos u$

$(\cos u)' = -u' \operatorname{sen} u$

$(\operatorname{tg} u)' = u' \sec^2 u$

$(\operatorname{cotg} u)' = -u' \operatorname{cosec}^2 u$

$(\sec u)' = u' \sec u \operatorname{tg} u$

$(\operatorname{cosec} u)' = -u' \operatorname{cosec} u \operatorname{cotg} u$

$\int \frac{du}{u} = \ln|u| + c$

$\int a^u\, du = \frac{a^u}{\ln a}$

$\int \operatorname{sen} u\, du = -\cos u$

$\int \cos u\, du = \operatorname{sen} u$

$\int \operatorname{tg} u\, du = \ln|\sec u|$

$\int \operatorname{cotg} u\, du = \ln|\operatorname{sen} u|$

$\int \sec u\, du = \ln|\sec u + \operatorname{tg} u|$

$\int \operatorname{cosec} u\, du = \ln|\operatorname{cosec} u - \operatorname{cotg} u|$

$\int \sec u \operatorname{tg} u\, du = \sec u$

$\int \operatorname{cosec} u \operatorname{cotg} u\, du = -\operatorname{cosec} u$

$\int \sec^2 u\, du = \operatorname{tg} u$

$\int \operatorname{cosec}^2 u\, du = -\operatorname{cotg} u$

$\int \frac{du}{u^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arc tg}\left(\frac{u}{a}\right)$

$\int \frac{du}{u^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln\left|\frac{u-a}{u+a}\right|$

$\int \frac{du}{\sqrt{u^2 + a^2}} = \ln\left|u + \sqrt{u^2 + a^2}\right|$

$\int \frac{du}{\sqrt{u^2 - a^2}} = \ln\left|u + \sqrt{u^2 - a^2}\right|$

$\int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = \operatorname{arc sen} \frac{u}{a}$

$\int \frac{du}{u\sqrt{u^2 - a^2}} = \frac{1}{a} \operatorname{arc sec}\left|\frac{u}{a}\right|$

$\int u\, dv = uv - \int v\, du$

Regra da Cadeia

$(g \circ f)'(x) = g'(f(x)) \times f'(x)$

Continuidade

→ T. Weierstrass

Se $f: [a,b] \to \mathbb{R}$ é contínua então D'_f é lim. e fechado

→ T. Fermat

Se $f: [a,b] \to \mathbb{R}$ é contínua, os extremos absolutos ocorrem nos extremos do intervalo, nos pontos críticos de f ou nos pontos onde não haja deriv.

Lógica e limites

→ T. Rolle

Seja $f: [a,b] \to \mathbb{R}$ regular tal que $f(a) = f(b)$. Então $\exists c \in]a,b[: f'(c) = 0$

→ T. Lagrange

Seja $f: [a,b] \to \mathbb{R}$ regular. $\exists c \in]a,b[: f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$

→ Lim. Notáveis

$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^p} = +\infty$

$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$

$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = 1$

$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1$

→ R. Cauchy

$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$

$\operatorname{arcsen} x: [-1,1] \to [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$

$\operatorname{arccos} x: [-1,1] \to [0, \pi]$

$\operatorname{arctg} x: \mathbb{R} \to]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$

$\operatorname{arccotg} x: \mathbb{R} \to]0, \pi[$

Igualdades trigon.

$\sec x = \frac{1}{\cos x}$

$\operatorname{cosec} x = \frac{1}{\operatorname{sen} x}$

$\operatorname{cotg} x = \frac{1}{\operatorname{tg} x}$

$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$

$\operatorname{senh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$

Primitivação por partes

$\int f(x) g'(x) = f(x) g(x) - \int f'(x) g(x)$

F. Barrow

$\int_a^b f(x)\, dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$

Somas de Riemann

$S(f, P_n, C_n) = \sum_{i=1}^{n} f(\varepsilon_i)(x_i - x_{i-1})$

$\int_a^b f(x)\, dx = -\int_b^a f(x)\, dx$

$\int_a^b f(x)\, dx = \int_a^c f(x)\, dx + \int_c^b f(x)\, dx$

Critérios de Integrabilidade

1° – Se $f: [a,b] \to \mathbb{R}$ é integrável em $[a,b]$ e se $g: [a,b] \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) \neq g(x)$ para um número finito de pontos $x \in [a,b]$ então g é integrável em $[a,b]$ e $\int_a^b g(x)\, dx = \int_a^b f(x)\, dx$

2° – Se $f: [a,b] \to \mathbb{R}$ é limitada e tem um número finito de descontinuidades então f é integrável e o valor de f não depende dos valores da função nos pontos descontínuos.

F. Racionais

raízes reais:

$\frac{A}{(x-x_1)^n} + \frac{B}{(x-x_1)^{n-1}} \cdots \frac{X}{(x-x_1)^1}$

$n \to$ multiplicidade

raízes complexas:

$\frac{Ax + B}{[(x-\alpha)^2 + \beta^2]^m}$

$\alpha \to$ parte real

$\beta \to$ parte complexa

Substituições

$\sqrt{ax^2 + bx + c}$

1 → $\sqrt{a}\, x + t$ se $a > 0$

2 → $tx + \sqrt{c}$ se $c > 0$

3 → $t(x - \alpha)$ ou $t(x - \beta)$, α e β raízes reais

4 → $\sqrt{a^2 - x^2} \Rightarrow x = a\cos(t)$ ou $a \operatorname{sen}(t)$

5 → $\sqrt{x^2 - a^2} \Rightarrow x = a\sec(t)$ ou $x = a \operatorname{cosec}(t)$

6 → $\sqrt{x^2 + a^2} \Rightarrow x = a \operatorname{tg}(t)$ ou $x = a \operatorname{ctg}(t)$

Identidades trigonométricas

$1 + \operatorname{tg}^2 x = \sec^2 x$

$1 + \operatorname{cotg}^2 x = \operatorname{cosec}^2 x$

$\operatorname{sen}^2 x = \frac{1 - \cos(2x)}{2}$

$\cos^2 x = \frac{1 + \cos(2x)}{2}$

$\operatorname{sen}(2x) = 2 \operatorname{sen} x \cos x$

$2 \operatorname{sen} x \cos y = \operatorname{sen}(x-y) + \operatorname{sen}(x+y)$

$2 \operatorname{sen} x \operatorname{sen} y = \cos(x-y) - \cos(x+y)$

$2 \cos x \cos y = \cos(x-y) + \cos(x+y)$

$1 \pm \operatorname{sen} x = 1 \pm \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

Nota bem: só podes escrever deste lado da folha.