FYS3110 - Oblig 1 - Karl Henrik Fredly

26. august 2020

Problem 1.6(H)

a)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta_\epsilon(x)dx = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\pi}\frac{\epsilon}{\epsilon^2 + x^2}dx = \frac{1}{\pi}\frac{\epsilon}{\epsilon^2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{1+(\frac{x}{\epsilon})^2}dx \tag{1}$$

setter $u = \frac{x}{\epsilon}$. Finner $\frac{du}{dx} = \frac{1}{\epsilon} \Rightarrow dx = \epsilon du$.

$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{\infty} \delta_\epsilon(x)dx &= \frac{1}{\pi}\frac{\epsilon^2}{\epsilon^2}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{1+u^2}du \\ &= \frac{1}{\pi}[arctan(u)]_{-\infty}^{\infty} = \frac{1}{\pi}[\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}] = 1\end{aligned} \tag{2}$$

b)

$$\begin{aligned}\delta_{\frac{\epsilon}{k}}(x) &= \frac{1}{\pi}\frac{\frac{\epsilon}{k}}{(\frac{\epsilon}{k})^2 + x^2} \\ &= \frac{1}{\pi}\frac{\frac{\epsilon}{k}}{(\frac{\epsilon}{k})^2 + x^2}\frac{k^2}{k^2} \\ &= k\frac{1}{\pi}\frac{\epsilon}{\epsilon^2 + k^2x^2} \\ &= k\frac{1}{\pi}\frac{\epsilon}{\epsilon^2 + (kx)^2} \\ &= k\delta_\epsilon(kx)\end{aligned} \tag{3}$$

c)

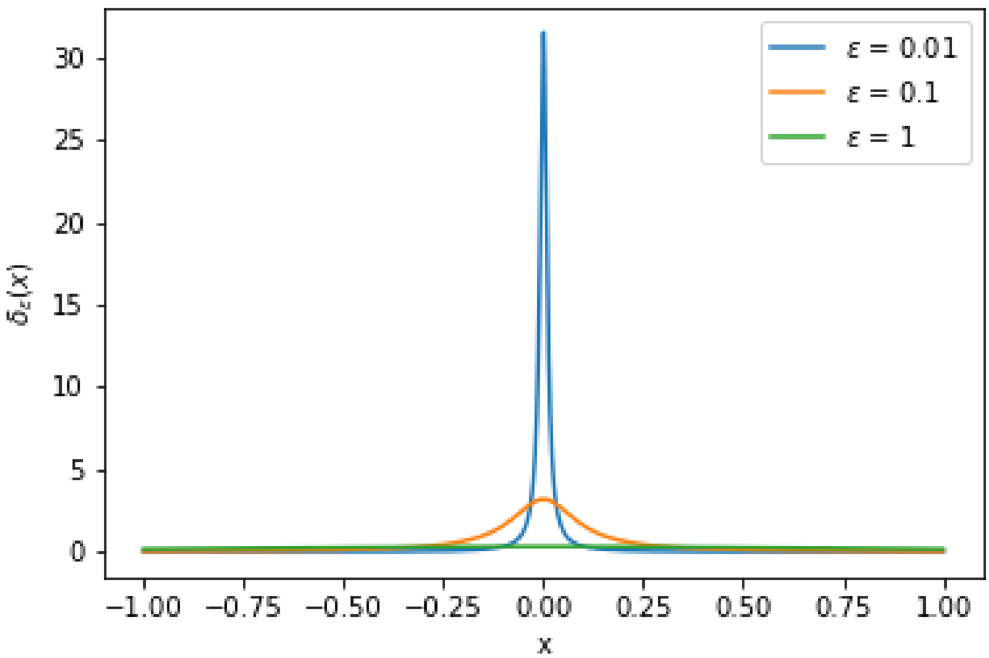
```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

```python

def delta(eps, x):
        return 1/np.pi * eps / (eps**2 + x**2)

n = 1000
x = np.linspace(-1, 1, n)

plt.figure(figsize = (8, 6))
for eps in [0.01, 0.1, 1]:
        plt.plot(x, delta(eps, x), label=eps)
plt.legend()
plt.show()
```



d)

Man kan få en tabell med argumenter og verdier for $\delta_{0.1}$ fra en tabell med argumenter og verdier for δ_1 ved å skalere argumentene og funksjonsverdiene med 10. Siden

$$\delta_{\frac{\epsilon}{k}}(x) = k\delta_\epsilon(kx) \Rightarrow \delta_{\frac{1}{10}}(x) = 10\delta_1(10x) \tag{4}$$

f.eks: $\delta_{\frac{1}{10}}(0.5) = 10\delta_1(5)$.

Problem 1.7(H)

$$\hat{P}_1 |A\rangle = |b_1\rangle \langle b_1|A\rangle = |b_1\rangle \Sigma_{i=1}^{N} a_i \langle b_1|b_i\rangle = a_1 |b_1\rangle \tag{5}$$

siden $\langle b_1|b_i\rangle = 1$ for i = 1 og 0 ellers.

$$\hat{P}_1\hat{P}_1 |A\rangle = |b_1\rangle \langle b_1|b_1\rangle \langle b_1|A\rangle = |b_1\rangle \Sigma_{i=1}^{N} a_i \langle b_1|b_i\rangle = a_1 |b_1\rangle \tag{6}$$

siden $\langle b_1|b_1\rangle = 1$.

$\hat{P}_1$ kalles en projeksjonsoperator fordi den returnerer projeksjonen av en vektor langs vektoren $|b_1\rangle$. Det gjør da ingen forskjell om man benytter den flere ganger på samme vektor.

Problem 1.8(X)

En kvantetilstand er et matematisk uttrykk som gir en fullstendig beskrivelse av et fysisk system. En kvantetilstand blir representert ved en vektor, og den beskriver ofte sannsynlighetsfordelingen til ulike observable verdier til systemet. En klassisk tilstand blir i motsetning beskrevet med konkrete verdier uten usikkerheter.