

2011—2012 学年第二学期《线性代数》课内考试卷（A 卷）

授课班号_____ 年级专业_机电学院_ 学号_____ 姓名_____

题号	一	二	三	四	五	总分	审核
题分							
得分							

得分	评阅人

一、填空（共 30 分，每空格 5 分）

1、设 A 是 5 阶矩阵,且 $|A^{-1}| = -3, |B| = 2$, 则 $||B|A| =$ _____

2、设 A 是 4×3 矩阵,且 A 的秩 $R(A) = 2$ 且 $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, 则 $R(AB) =$ _____

3、若向量组 $\alpha_1 = (1, t+1, 0), \alpha_2 = (-1, 2, 0)$ 线性相关, 则 $t =$ _____。

4、设 A 是 n 阶正交矩阵, $|A| = -1$, 则 $(A^*)^T =$ _____

5、设 4 元非齐次线性方程组 $Ax = b$ 的两个解为 $\xi_1, \xi_2, (\xi_1 \neq \xi_2)$, A 的秩为 3, 则

$Ax = b$ 的通解 $\xi =$ _____

6、设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ 相似于对角阵, 则 $\begin{pmatrix} -1 & & \\ & 5 & \\ & & \alpha \end{pmatrix} \alpha =$ _____

得分	评阅人

二、计算题（共 30 分，每小题 6 分）

1、计算行列式

$$\begin{vmatrix} 5 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 5 \end{vmatrix}$$

2、设方阵 A 满足方程 $A^2 + 3A - 12E = 0$ ，证明 A 为可逆矩阵，并求 A 的逆矩阵

3、已知矩阵方程 $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ，求矩阵 X。

4、已知 $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ 是矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ a & 1 & 1 \\ -1 & b & -2 \end{pmatrix}$ 的一个特征向量，试确定参数 a b 及特征向量所对应的特征值

5、求向量组 $\alpha_1 = (1, 1, 1)^T$ ， $\alpha_2 = (0, 2, 5)^T$ ， $\alpha_3 = (2, 4, 7)^T$ 的秩，并求一个最大无关组.

得分	评阅人

三、求解题（共 32 分，每小题 8 分）

1、若三阶矩阵 A 的伴随矩阵为 A^* ，已知 $|A| = \frac{1}{3}$ ，求 $|(3A)^{-1} - 2A^*|$

2、设 3 元齐次线性方程组

$$\begin{cases} ax_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + ax_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 + ax_3 = 0 \end{cases}$$

(1) 确定当 a 为何值时，方程组有非零解；

(2) 当方程组有非零解时，求出它的基础解系和全部解.

3、用初等变换法求矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & -5 \end{bmatrix}$ 的逆矩阵

4、设 $A = \begin{bmatrix} 4 & 6 & 0 \\ -3 & -5 & 0 \\ -3 & -6 & 1 \end{bmatrix}$, 求可逆矩阵 P , 使得 $P^{-1}AP$ 为对角矩阵, 并且给出 $P^{-1}AP$

得分	评阅人

四、证明题（共 8 分）

设 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 为一向量组, $\alpha_1 \neq 0$, 每个 $\alpha_i (i = 2, 3, \dots, s)$ 都不能由 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{i-1}$ 线性表示, 证明 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 线性无关。