

2017-2018 学年第一学期《理论力学》课内考试卷 A 卷

授课班号 6111819 年级专业机械、材料、能动 2016 级学号 _____ 姓名 _____

考试时间: 95 分钟

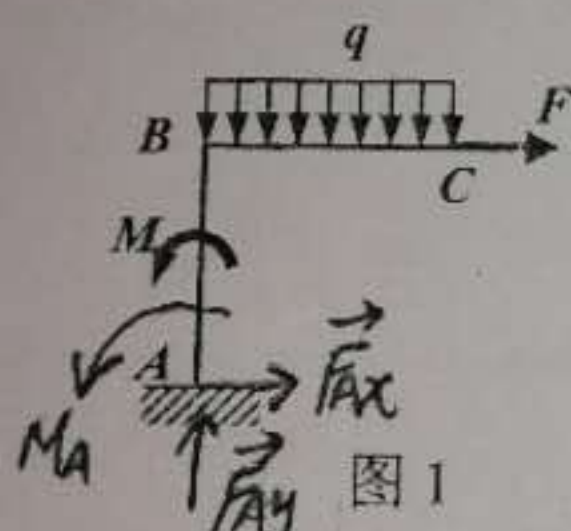
题号	一	二			总分	审核
		1	2	3		
题分	45	15	20	20		
得分						

题分	45
得分	

一、基本概念及运算题 (共 45 分)

注: 请在空白处写出必要的计算步骤, 必要时画出力学简图

- 1、(本题 6 分) 在图 1 所示的刚架中, 已知 $F=5\text{kN}$, $q=2\text{kN/m}$, $M=10\text{kN}\cdot\text{m}$, $AB=BC=1\text{m}$, 不计刚架自重。在原图上画出固定端 A 处的约束反力, 并求其大小。



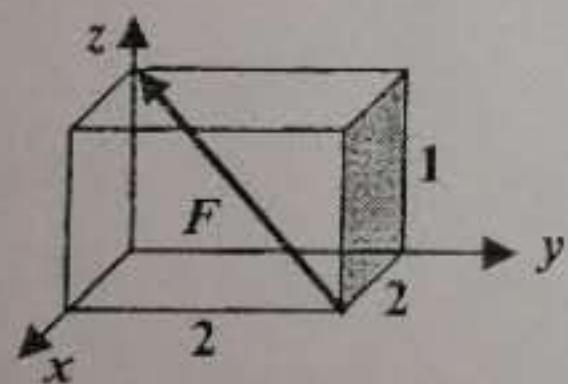
$$\sum F_x = 0, \quad F_{Ax} + F = 0, \quad F_{Ax} = -F = -5\text{kN}$$

$$\sum F_{Ay} = 0, \quad F_{Ay} - q \times 1 = 0, \quad F_{Ay} = 2\text{kN}$$

$$\sum M_A = 0, \quad M_A + M - q \times 1 \times \frac{1}{2} - F \times 1 = 0$$

受力图 2分
方程 1分×3=3分
结果 1分
 $M_A = -4\text{kN}\cdot\text{m}$

- 2、(本题 6 分) 如图 2 所示, 力 $F=3\text{kN}$, 作用于长方体主对角线方向, 图中尺寸的单位为 m, 求此力沿 x、y、z 三方向投影及对三坐标轴之矩。



$$F_x = -2\text{kN}, \quad F_y = -2\text{kN}, \quad F_z = 1\text{kN},$$

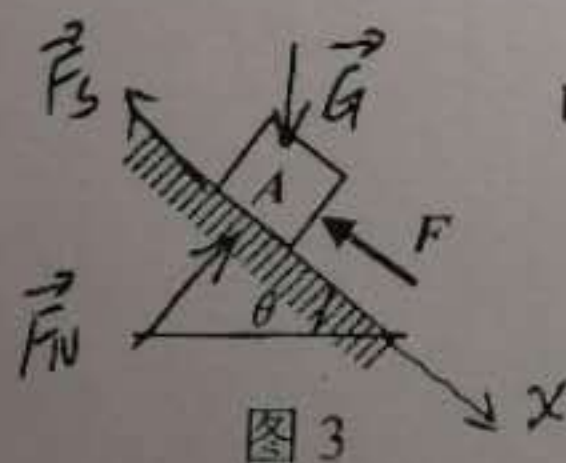
$$M_x = 2\text{kN}\cdot\text{m}, \quad M_y = -2\text{kN}\cdot\text{m}, \quad M_z = 0.$$

主对角线长 3m

每空 1分

图 2

- 3、(本题 6 分) 如图 3 所示, 重量为 G 的物块放于倾角为 $\theta=30^\circ$ 的斜面上, 它与斜面间的静摩擦因数为 μ 。现沿斜面向上作用一力 F , 试求保持物块不动 F 力的最小值。



临界状态

$$F_s = \mu F_N \quad 1分 \quad F_N = G \cos \theta \quad 1分$$

$$F_s = \mu G \cos \theta$$

$$G \sin \theta - F - F_s = 0$$

$$F = G \sin \theta - F_s = G \sin \theta - \mu G \cos \theta$$

$$= G (\sin \theta - \mu \cos \theta)$$

图 2分

$t=2s$ 时

4、(本题 6 分)一半径为 $R=1m$ 的圆轮, 其转动方程为 $\varphi=t^2(\text{rad})$, 试求 $t=2s$ 时轮缘上一点的速度和加速度。

$\omega=2t \quad \omega=4$
 $\alpha=2 \quad \alpha=2$

(1)速度 $v=4 \text{ m/s}$; (2)切向加速度 $a_t=2 \text{ m/s}^2$; (3)法向加速度 $a_n=16 \text{ m/s}^2$ 。

每空 2 分

5、(本题 8 分)如图 4 所示的机构, 已知曲柄 OA 长为 r , 角速度 ω 为常量, $OO_1=r$, 此时 $\angle OO_1A=30^\circ$, 若取曲柄 OA 上的点 A 为动点, 杆 O_1B 为动系, 则

ω, α 求出给 2 分

- (1)画出点 A 的速度平行四边形;
- (2)求出点 A 的相对速度、牵连速度和 O_1B 的角速度;
- (3)画出科氏加速度的方向, 并计算其大小。



$v_a = OA \cdot \omega = r\omega$ 1 分

$v_r = v_a \sin 30^\circ = r\omega/2$ 1 分

$v_e = v_a \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} r\omega$ 1 分

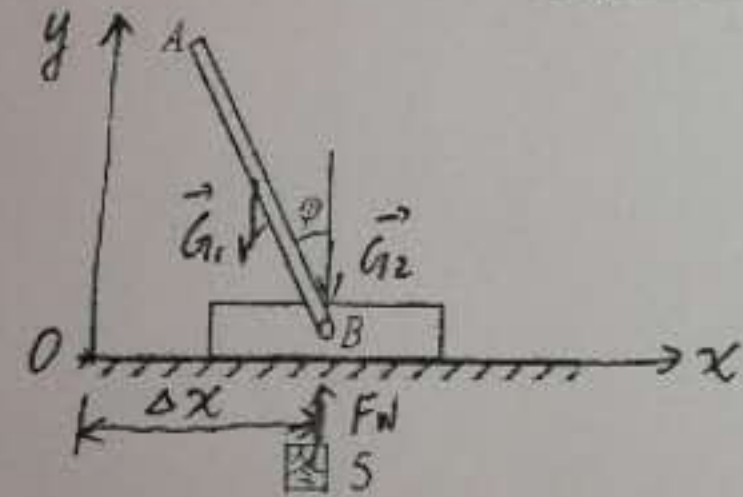
$\omega_{O1B} = \frac{v_e}{O_1A} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} r\omega}{\frac{\sqrt{3}}{2} r} = \omega$ 1 分

图 4 \vec{a}_c 方向 1 分

$a_c = 2\omega_e v_r = 2 \cdot \omega \cdot \frac{r\omega}{2} = \frac{1}{2} r\omega^2$ 1 分

6、(本题 5 分)如图 5 所示, 杆 AB 与板铰接, 放置在光滑水平面上。已知杆 AB 质量 $m_1=100\text{kg}$, 长 $AB=8\text{m}$, 板质量为 $m_2=500\text{kg}$ 。系统初始静止, $\varphi=0^\circ$ 。当杆 AB 转至 $\varphi=30^\circ$ 时, 板的水平位移 $\Delta x=$ $\frac{1}{3}m$, 方向 向右。

方向 1 分



设初始 $x_{c0}=0$ 由于 $\sum F_x^e=0, v_{c0x}=0$, 故 $x_c=$ 常量 1 分

板 B 移动 Δx 时, $x_c = \frac{m_2 \cdot \Delta x + m_1 (\Delta x - 4 \sin 30^\circ)}{m_1 + m_2}$ 3 分

即 $5m_1 \Delta x + m_1 \Delta x - m_1 \times 2 = 0, \Delta x = \frac{1}{3}m$

7、(本题 8 分)如图 6 所示, 刚体由均质杆 OB 和 AD 焊接而成, 杆 OB 质量为 m , 杆 AD 质量为 $2m$, $OB=AB=BD=l$, OB 与 AD 垂直。图示瞬时, OB 水平, 将杆由静止释放, 则

(1) 刚体质心 C 到支座 O 的距离 $OC=$ $\frac{5}{6}l$; 2 分

(2) 此时刚体的角速度 $\omega=$ 0 ; 2 分

(3) 刚体对 O 轴的转动惯量 $J_O=$ $3ml^2$; 2 分

(4) 刚体的角加速度 $\alpha=$ $\frac{5g}{6l}$ 。 2 分

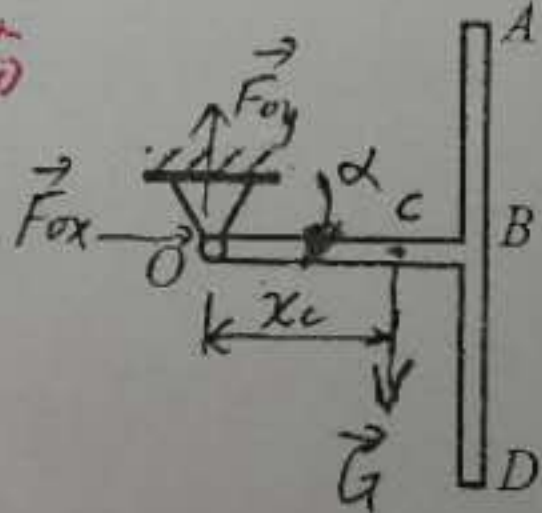


图 6

$x_c = \frac{m \cdot \frac{l}{2} + 2m \cdot l}{3m}$

$= \frac{5}{6}l$

$J_O = \frac{1}{3}ml^2 + \frac{1}{12}(2m)(2l)^2 + (2m) \cdot l^2$

$= 3ml^2$

$J_O(-\alpha) = -G \cdot x_c$

$\alpha = \frac{5g}{6l}$

计算题 (共 55 分)

题分	15
得分	

1、在图 7 所示的构架中，载荷、尺寸如图所示，不计杆重，试求支座 A、B 处的约束反力。

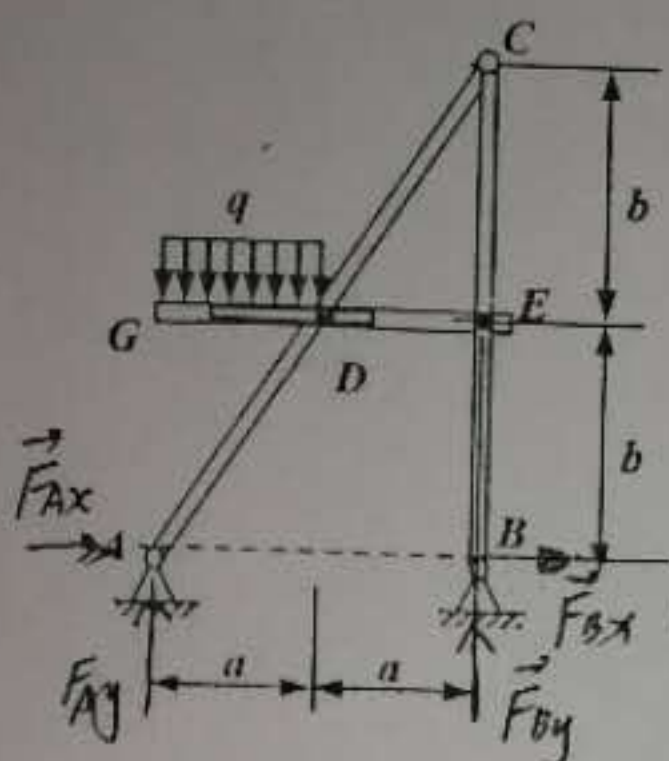


图 7

整体受力图 4 分

① 整体分析: $\sum M_A = 0, F_{By} \cdot 2a - q \cdot 2a \cdot \frac{a}{2} = 0, F_{By} = \frac{1}{4} qa$ 2 分

$\sum F_y = 0, F_{Ay} + F_{By} - qa = 0, F_{Ay} = \frac{3}{4} qa$ 2 分

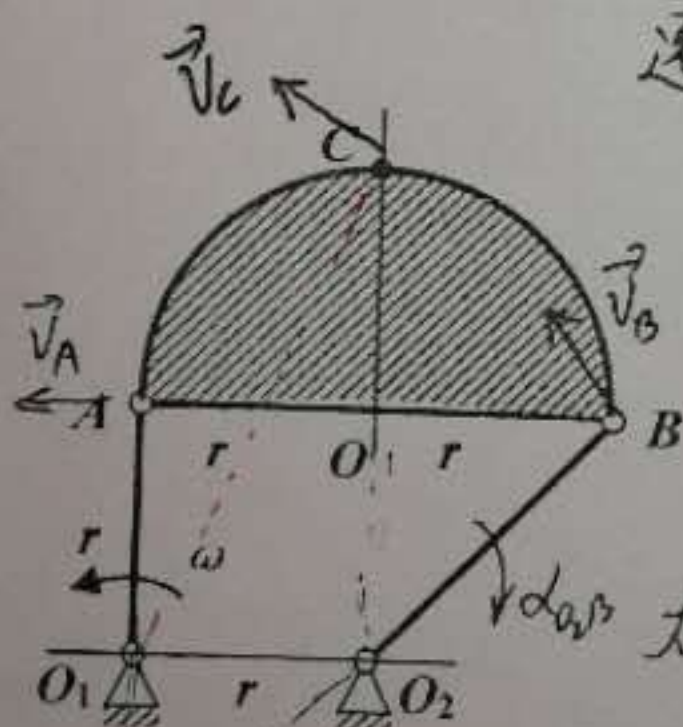
② 杆 GE: $\sum F_x = 0, F_{Ex} = 0$ 1 分
2 分

③ 杆 CB: $\sum M_C = 0, F_{Bx} = 0$ 1 分

④ 整体 $\sum F_x = 0, F_{Ax} = 0$ 1 分
2 分

题分	20
得分	

2、如图 8 所示机构，已知半圆 ABC 半径为 r， $O_1A = O_1O_2 = r$ ，杆 O_1A 的角速度 ω 为常量，试求图示瞬时 C 点的速度和杆 O_2B 的角加速度。



速度分析: 半圆盘瞬心在 I 点

$AI = 2r, BI = 2\sqrt{2}r, CI = \sqrt{10}r$

$\omega_{ABC} = \frac{v_A}{AI} = \frac{r\omega}{2r} = \frac{\omega}{2}$ 2 分

$v_C = CI \cdot \omega_{ABC} = \frac{\sqrt{10}}{2} r\omega$ 2 分 $v_B = 2\sqrt{2}r \cdot \frac{\omega}{2} = \sqrt{2}r\omega$ 2 分

$\omega_{O_2B} = \frac{\sqrt{2}r\omega}{\sqrt{2}r} = \omega$

加速度分析: A 为基点, 分析 B 点

$\vec{a}_B^t + \vec{a}_B^n = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^t + \vec{a}_{BA}^n$ 2 分

$a_B^n = O_2B \omega_{O_2B}^2 = \sqrt{2}r\omega^2, a_A = r\omega^2$ 2 分

$a_{BA}^n = 2r\omega_{ABC}^2 = 2r(\frac{\omega}{2})^2 = \frac{1}{2}r\omega^2$

$a_B^t \cos 45^\circ - a_B^n \cos 45^\circ = -a_{BA}^n$ 2 分

$a_B^t = a_B^n - a_{BA}^n / \cos 45^\circ = \sqrt{2}r\omega^2 - \frac{1}{2}r\omega^2 \cdot \sqrt{2}$
 $= \frac{\sqrt{2}}{2}r\omega^2$

$\alpha_{O_2B} = \frac{a_B^t}{O_2B} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}r\omega^2}{\sqrt{2}r} = \frac{1}{2}\omega^2$ 1 分

题分	20
得分	

3、如图9所示，均质圆盘质量 $m_1 = 10\text{kg}$ ，半径 $R = 0.2\text{m}$ 。绳子一端系在圆盘质心 C 处，另一端绕过定滑轮 A ，与质量为 $m_2 = 20\text{kg}$ 的物块 B 相连。物块 B 放在倾角为 60° 的光滑斜面上。系统从静止开始运动，不计滑轮与绳子的质量，圆盘始终作纯滚动。试求当物块 B 沿斜面向下运动 2m 时，圆盘质心 C 的速度和加速度，以及绳子的拉力。

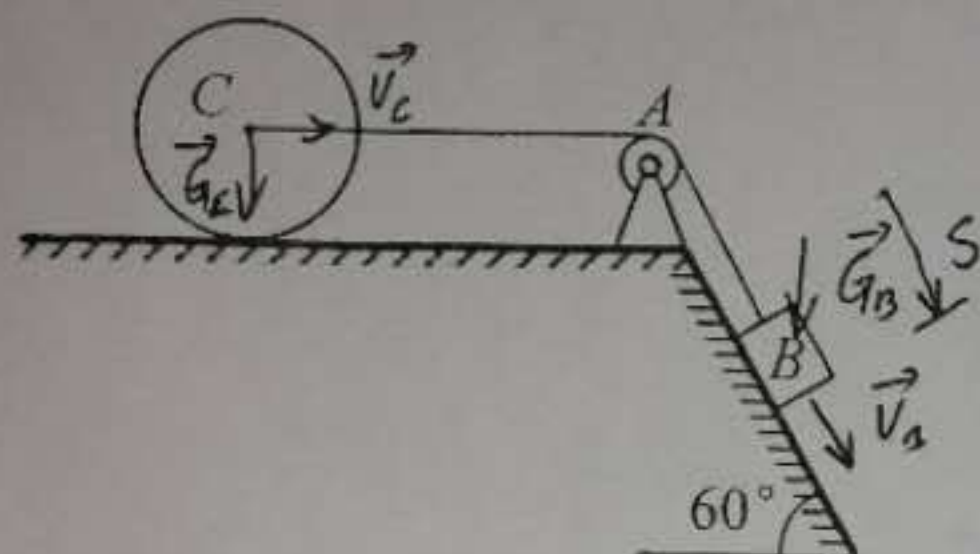


图9

动能定理求 v_C , a_C .

$$E_{k1} = 0.$$

$$\begin{aligned} E_{k2} &= \frac{1}{2} m_2 v_B^2 + \frac{3}{4} m_1 v_C^2 \\ &= \frac{1}{2} (2m_1) v_C^2 + \frac{3}{4} m_1 v_C^2 \\ &= \frac{7}{4} m_1 v_C^2 \end{aligned}$$

1分

4分

$$\sum W_F = m_2 g \cdot s \cdot \sin 60^\circ = 2m_1 g s \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} m_1 g s$$

3分

$$\text{由 } E_{k2} - E_{k1} = \sum W_F$$

1分

$$\frac{7}{4} m_1 v_C^2 = \sqrt{3} m_1 g s$$

$$v_C = \sqrt{\frac{4\sqrt{3} g s}{7}} = \sqrt{19.40} = 4.40 \text{ m/s}$$

1分

$$\text{求导 } \frac{7}{4} \cdot 2v_C a_C = \sqrt{3} g \cdot v_C$$

3分

$$a_C = \frac{2\sqrt{3}}{7} g = 4.85 \text{ m/s}^2$$

2分

质心运动定理求绳子拉力

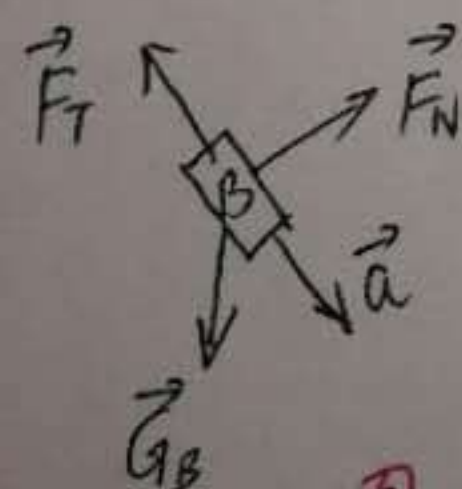


图2分

$$G_B \sin 60^\circ - F_T = m_2 a_C$$

2分

$$F_T = m_2 g \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - m_2 \cdot a_C$$

1分

$$= m_2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} g - \frac{2}{7} \sqrt{3} g \right) = \frac{3\sqrt{3}}{14} m_2 g = 72.75 \text{ N}$$