2013－2014 学年第一学期《线性代数》课内考试卷（B 卷）

授课班号_________ 年级专业__________ 学号___________ 姓名_____________

题号	一	二	三	四	五	六	总分	审核
题分	24	32	12	12	12	8		
得分								

得分	评阅人

一、填空（共 24 分，每空格 3 分）

1. 排列（7324561）的逆序数为________。

2. 已知四阶行列式 D 中第 3 列元素依次为 3，2，1，1，它们的余子式依次为 1，2，-5，4，则行列式 D=__________。

3. 设 3 阶方阵 A 的行列式 $|A|=3$，则 $|(3A)^{-1}|=$___________。

4. $\begin{bmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{bmatrix}^{2013}\begin{bmatrix}1&2&3\\4&5&6\\7&8&9\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{bmatrix}^{2014}=$___________________。

5. 设 $A=\begin{bmatrix}1&1\\2&-1\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}0&1\\1&2\end{bmatrix}$，则 $A^TB-BA=$______________________。

6. 已知 $A=\begin{bmatrix}5&-1&3\\-1&5&-3\\3&-3&3\end{bmatrix}$，则 $r(A)=$___________。

7. 已知 $\vec{\alpha}=\begin{bmatrix}1\\2\\3\\4\end{bmatrix},\vec{\beta}=\begin{bmatrix}1\\1\\1\\1\end{bmatrix}$ 是四元线性方程组 $A\vec{x}=\vec{b}$ 的解向量，$R(A)=3$，则

$A\vec{x}=\vec{b}$ 的通解 $\vec{x}=$_______________。

8. 已知 $\vec{\alpha}=\begin{bmatrix}1\\k\\1\end{bmatrix}$ 是 $A=\begin{bmatrix}2&1&1\\1&2&1\\1&1&2\end{bmatrix}$ 的特征向量，则 $k=$____________。

得分	评阅人

二、计算（共 32 分，每小题 8 分）

1. $D=\begin{vmatrix}1 & x & x & x\\ x & 1 & 0 & 0\\ x & 0 & 1 & 0\\ x & 0 & 0 & 1\end{vmatrix}=0$，求 x；

2. $A=\begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1\\-1\\1\end{bmatrix}$，求 A^TB, AB^T .

3. 已知矩阵 $A=\begin{bmatrix}1 & -1 & 1\\ -1 & 1 & -1\\ 1 & -1 & 1\end{bmatrix}, A+X=AX$，求矩阵 X .

4. 设矩阵 A 与矩阵 B 相似，且矩阵 $A=\begin{bmatrix}2 & -3\\ 0 & 4\end{bmatrix}$，求矩阵 B 的特征值与行列式。

得分	评阅人

三、（本题 12 分）

求下列向量组的秩和它的一个极大线性无关组，并用该极大线性无关组表示其余向量。

$$\vec{\alpha}_1=\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}\quad \vec{\alpha}_2=\begin{bmatrix}1\\1\\0\end{bmatrix}\quad \vec{\alpha}_3=\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}\quad \vec{\alpha}_4=\begin{bmatrix}1\\2\\-3\end{bmatrix}\vec{\alpha}_5=\begin{bmatrix}2\\2\\-3\end{bmatrix}\vec{\alpha}_6=\begin{bmatrix}2\\1\\0\end{bmatrix}.$$

得分	评阅人

四、（本题 12 分）求线性方程组

$$\begin{cases} x_1-5x_2+2x_3-3x_4=11\\ 5x_1+3x_2+6x_3-x_4=-1\\ 2x_1+4x_2+2x_3+x_4=-6\end{cases}$$

的通解及对应的齐次方程组的基础解系。

得分	评阅人

五、（本题 12 分）

1）求矩阵 A 的特征值与特征向量，2）可逆矩阵 P 及 Λ 对角矩阵，使 $P^{-1}AP=\Lambda$，其中矩阵

$$A=\begin{bmatrix}4 & 0 & 0\\ 0 & 3 & 1\\ 0 & 1 & 3\end{bmatrix}$$

得分	评阅人

六、证明（本题 8 分）

设 $\vec{\alpha}_1,\vec{\alpha}_2,\cdots,\vec{\alpha}_n$ 为 n 维向量，证明它们线性无关的充分必要条件是：任一 n 维向量都可由它们线性表示。