2012－2013 学年第二学期《线性代数》课内考试卷（A 卷）

授课班号 050401- 年级专业 企管学院 12 级 学号__________ 姓名__________

题号	一	二	三	四	五	六	总分	审核
题分	24	32	12	12	12	8		
得分								

得分	评阅人

一、填空（共 24 分，每空格 3 分）

1. 在五阶行列式 D 中，项 $a_{13}a_{24}a_{32}a_{45}a_{51}$ 前的符号应取______号。

2. 已知四阶行列式 D 中第 2 列元素依次为 1，2，3，4，它们对应的代数余子式依次为 2，3，4，5，则该行列式 $D=$__________。

3. 设 $A=\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$，则 $\left|(3A)^{-1}-2A^*\right|=$______。

4. $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{2012}\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^{2013}=$____________________。

5. 已知 $A=\begin{bmatrix} a & 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \\ -5 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ 的秩为 2,则 $a=$_____________。

6. 若 $\vec{\alpha}_1,\vec{\alpha}_2,\cdots\vec{\alpha}_s$ 线性相关，A 为 $m\times n$ 阶矩阵，则 $A\vec{\alpha}_1,A\vec{\alpha}_2,\cdots A\vec{\alpha}_s$ 线性_________。

7. 已知四元线性方程组 $A\vec{x}=\vec{b}$ 的三个解向量为 $\vec{\eta}_1=\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix},\vec{\eta}_2=\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix},\vec{\eta}_2=\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$，且 $r(A)=2$，则方程组 $A\vec{x}=\vec{b}$ 的通解 $\vec{x}=$__________________________。

8. 设 $\vec{\alpha}_1=\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix},\vec{\alpha}_2=\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ 是 A 的对应于特征值 2 的特征向量,则 $A(\vec{\alpha}_1+2\vec{\alpha}_2)=$______。

得分	评阅人

二、计算（共 32 分，每小题 8 分）

1. $D_n=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ -1 & 0 & 3 & \cdots & n \\ -1 & -2 & 0 & \cdots & n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -1 & -2 & -3 & \cdots & 0 \end{vmatrix}$ 2.设 $A=\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ -1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$，**求** AB **及** $B\mathrm{A}$.

3. **已知矩**阵 $A=\begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$，**矩**阵 X 满**足** $AX+B=2X$，**求矩**阵 X.

4. **已知** $A=\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & x & 0 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix} y & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$，**且矩**阵 A **与** B **相似，求参数** x **和** y 。

得分	评阅人

三、（本题 12 分）
求下列向量组的秩和它的一个极大线性无关组，并用该极大线性无关组表示其余向量。

$$\vec{\alpha}_1=\begin{bmatrix}1\\-1\\2\\4\end{bmatrix}\ \vec{\alpha}_2=\begin{bmatrix}0\\3\\1\\2\end{bmatrix}\ \vec{\alpha}_3=\begin{bmatrix}3\\0\\7\\14\end{bmatrix}\ \vec{\alpha}_4=\begin{bmatrix}1\\-1\\2\\0\end{bmatrix}\ \vec{\alpha}_5=\begin{bmatrix}2\\1\\5\\6\end{bmatrix}.$$

得分	评阅人

四、（本题 12 分）讨论 a 、b 为何值时，线性方程组

$$\begin{cases}x_1+x_2+2x_3=1\\2x_1+4x_2-2x_3=b\\2x_1+3x_2+ax_3=0\end{cases}$$

有惟一解、无解、有无穷多解；在线性方程组有无穷多解时，求出其通解。

得分	评阅人

五、（本题 12 分）

(1)求矩阵A的特征值与特征向量;(2)求可逆矩阵P及对角矩阵Λ，使$P^{-1}AP=\Lambda$，其中矩阵

$$A=\begin{bmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & -4 \\ -2 & -4 & 5 \end{bmatrix}。$$

得分	评阅人

六、证明（本题 8 分）

证明:向量组$\vec{\alpha}_1+\vec{\alpha}_2,\vec{\alpha}_2+\vec{\alpha}_3,\vec{\alpha}_3+\vec{\alpha}_1$线性无关的充要条件是 $\vec{\alpha}_1$，$\vec{\alpha}_2,\vec{\alpha}_3$线性无关。