2013－2014 学年第一学期《线性代数》课内考试卷（A 卷）

授课班号________ 年级专业 2013 级信息 学号___________ 姓名____________

题号	一	二	三	四	五	六	总分	审核
题分	32	24	12	12	12	8		
得分								

得分	评阅人

一、填空（共 32 分，每空格 4 分）

1. 已知四阶行列式 D 中第 4 列元素依次为 $1,2,3,4$，它们对应的余子

式依次为 a,b,c,d，则该行列式 $D=$____________________。

2.已知 $A=\left[\vec{\alpha}_1,\ \vec{\alpha}_2,\ \vec{\alpha}_3\right]$，$|A|=2$，则 $\left|\vec{\alpha}_3-2\vec{\alpha}_1,\ 2\vec{\alpha}_2+\vec{\alpha}_3,\ \vec{\alpha}_1+\vec{\alpha}_3\right|=$ ________。

3. 设四阶矩阵 A 的伴随阵为 A^*，$|A|=1/2$，则 $\left|(3A)^{-1}-2A^*\right|=$__________。

4. $\begin{bmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{bmatrix}^{2013}\begin{bmatrix}1&2&3\\f&e&d\\a&b&c\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\1&0&1\end{bmatrix}=$________________ 。

5. 已知向量组 $\vec{\alpha}_1=\begin{bmatrix}1\\2\\1\end{bmatrix},\vec{\alpha}_2=\begin{bmatrix}1\\0\\2\end{bmatrix},\vec{\alpha}_3=\begin{bmatrix}-1\\-8\\t\end{bmatrix}$ 线性相关，则 $t=$_____。

6. 已知 $\vec{\eta}_1,\vec{\eta}_2,\vec{\eta}_3$ 是四元线性方程组 $A\vec{x}=\vec{b}$ 的三个解向量，其中 $\vec{\eta}_1=\begin{bmatrix}2&0&1&3\end{bmatrix}^T$，

$\vec{\eta}_2+\vec{\eta}_3=\begin{bmatrix}2&0&1&4\end{bmatrix}^T$，且 $R(A)=3$，则线性方程组 $A\vec{x}=\vec{b}$ 的通解

$\vec{x}=$________________________________。

7. 已知 $A=\begin{bmatrix}2&0&0\\0&0&1\\0&1&m\end{bmatrix}$ 与 $B=\begin{bmatrix}2&0&0\\0&n&0\\0&0&-1\end{bmatrix}$ 相似，则 $(m,n)=$__________。

8. 已知 $f=2x_1^2+2x_1x_2+x_2^2+x_3^2+tx_2x_3$ 为正定二次型，则 t 满足__________。

得分	评阅人

二、计算（共 24 分，每小题 6 分）

1. $D_n=\begin{vmatrix} 1+\lambda & 2 & 3 & \dots & n \\ 1 & 2+\lambda & 3 & \cdots & n \\ 1 & 2 & 3+\lambda & \cdots & n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 2 & 3 & \cdots & n+\lambda \end{vmatrix}$

2. 已知 $A=\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -2 \end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -6 & 2 \end{bmatrix}$，求 $AB, (BA)^T$.

3. 已知矩阵 $A=\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, A+X=AX$，求矩阵 X.

4. 设三阶矩阵 A 的特征值分别为 $4,5,6$，求（1）$A^2-5A+6E$ 的特征值；（2）$\left|A^2-5A+6E\right|$。

得分	评阅人

三、（本题 12 分）

1)求下列向量组的秩 2)求它的一个极大线性无关组，3)用该极大线性无关组表示其余向量。

$$\vec{\alpha}_1=\begin{bmatrix}1\\1\\1\\0\end{bmatrix}\ \vec{\alpha}_2=\begin{bmatrix}1\\1\\0\\0\end{bmatrix}\ \vec{\alpha}_3=\begin{bmatrix}3\\3\\2\\0\end{bmatrix}\ \vec{\alpha}_4=\begin{bmatrix}1\\0\\0\\0\end{bmatrix}\ \vec{\alpha}_5=\begin{bmatrix}3\\2\\1\\0\end{bmatrix}\ \vec{\alpha}_5=\begin{bmatrix}4\\3\\2\\0\end{bmatrix}$$

得分	评阅人

四、（本题 12 分）讨论线性方程组

$$\begin{cases} -2x_1 \quad -4x_2+\ (5-\lambda)x_3=-\lambda-1 \\ 2x_1+(5-\lambda)x_2 \quad -4x_3 \quad =2 \\ (2-\lambda)x_1+ \quad 2x_2 \ - \ 2x_3 \quad =1 \end{cases}$$

当 λ 取何值时，线性方程组有惟一解、无解、有无穷多解，在线性方程组有无穷多解时，求出其通解。

得分	评阅人

五、（本题 12 分）

设二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2-4x_1x_2+4x_1x_3+4x_2^2+4x_3^2-8x_2x_3$，1）求二次型矩阵 A；2）A 的特征值与特征向量；3）求一正交变换 $\vec{x}=Q\vec{y}$，使二次型化为标准形。

得分	评阅人

六、证明（本题 8 分）

设向量组 $\vec{\alpha}_1,\vec{\alpha}_2,\cdots\vec{\alpha}_n(n>1)$ 中前 $n-1$ 个向量线性无关,后 $n-1$ 个向量线性相关，试证：1）$\vec{\alpha}_1$ 能否由向量组 $\vec{\alpha}_2,\cdots\vec{\alpha}_{n-1}$ 线性表示；2）$\vec{\alpha}_n$ 能否由向量组 $\vec{\alpha}_1,\cdots\vec{\alpha}_{n-1}$ 线性表示。