

2003 -2004 学年第二学期复变函数与积分变换期末试卷 B (01 级)

专业_____班级_____学号_____姓名_____成绩_____

一、填空(10×3 分)

1. 复数 $(\frac{-1+i}{i})^3$ 的三角表达式为_____,
指数表达式为_____。
2. $w = \frac{1}{z}$ 将 z 平面上的曲线 $x^2 + y^2 = 1$ 变成 w 平面上的曲线是_____。
3. 使 $f(z) = 4my^3 + nx^2y + i(x^3 + lxy^2)$ 解析的条件是_____。
4. $\operatorname{Ln}(-4 + 3i) =$ _____。
5. $\int_0^i z \sin z dz =$ _____。
6. $\oint_{|z|=3} \frac{e^z}{(z-2)} dz =$ _____。
7. $\lim_{n \rightarrow \infty} [\frac{1+n}{ni} + e^{\frac{2i}{n}}] =$ _____。
8. 级数 $\sum_{n=0}^{\infty} (\frac{1}{2}i)^n (z-3)^n$ 的收敛圆为_____。
9. $f(t) = 4e^t + 3t^3 + 2$ 的拉氏变换 $F(s) =$ _____。
10. $F(s) = \frac{3s^3 + 2s^2 + 2}{s^2(s^2 + 1)}$ 的拉氏逆变换 $f(t) =$ _____。

二、计算 (6×6 分)

1. 求 $\sqrt[4]{-1+i}$ 的值。

2. 求 $(3-i)^{1+i}$ 的值。

3. 计算 $\oint_{C=C_1+C_2} \frac{e^z}{z^3} dz$ ，其中 $c_1: |z|=2$ 为正向， $c_2: |z|=3$ 为负向。

4. 计算 $\int_0^{+\infty} \frac{1-\cos t}{t} e^{-2t} dt$

5. 求 $f(t) = \frac{e^{-3t} \sin 2t}{t}$ 的拉氏变换。

6. 求 $F(s) = \frac{2}{3} \ln \frac{s^2+1}{s^2}$ 的拉氏逆变换 $f(t)$ 。

三、在复平面上求解析函数 $f(z)$ 使其虚部 $v(x, y) = 3x^2y - y^3 - 2y$ 。(8 分)

四、将函数 $f(z) = z \sin z$ 展开为 $(z - \frac{\pi}{3})$ 的泰勒级数，并指出收敛半径。(8 分)

五、将 $f(z) = \frac{6}{z(1-z)^2}$ 分别在 $0 < |z| < 1$, $1 < |z-1|$ 内展开成洛朗级数。

(10 分)

六、求 $y'' + 2y' - 3y = e^{-t}$ 满足初始条件 $y(0) = 0, y'(0) = 1$ 的解。(8 分)