5′

2014-2015 学年第二学期《概率统计》试卷（A）

历史第二低分

授课班号__________年级专业 13计科 ______学号____________姓名____________

题型	填空题	计算题	综合题	总分	审 核
得分					

一、填空题(每小题 5 分，共 25 分)

得分	阅卷人

1. 设A,B是两个相互独立的随机事件，且

$$P(A)=\frac{1}{4},\ P(B)=\frac{1}{3},$$

则 $P(A-B)=$________.

2. 设随机变量 ξ 的密度函数为

$$\varphi(x)=\frac{1}{\pi(1+x^2)},\ (-\infty<x<+\infty),$$

则 $P\{-1<\xi<0\}=$________.

3. 设随机变量 $X\sim B(n,p)$, 且

$$E(X)=0.5,\ D(X)=0.45,$$

则 $n=$____, $p=$____.

4. 设随机变量X的概率密度函数为

$$f(x)=\frac{1}{2}e^{-|x|},\ -\infty<x<+\infty, \qquad \mu=E(X)$$

则根据切比雪夫不等式，$P(|X-\mu|>2)\le$_______.

5. 设总体的密度函数为

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{\theta}x^{\sqrt{\theta}-1}, & 0\le x\le 1\\ 0, & 其它\end{cases},$$

其中$\theta>0$为未知参数，$(X_1,X_2,\cdots,X_n)$是从总体X中抽取的一个样本，则参数θ的矩估计量为$\theta=$________.

二、计算题(每小题 7 分，共 35 分)

得分	阅卷人

1. 车间里有甲、乙、丙 3 台机床生产同一种产品，已知它们的次品率依次是0.2,0.3,0.1，而产品数量比为：甲:乙:丙=2:3:5，现从产品中任取1个发现它是次品，求次品来自机床乙的概率.

2. 设随机变量 ξ 服从柯西分布，其概率密度

$$\varphi(x)=\frac{1}{\pi(1+x^2)},$$

求随机变量 $\eta=\operatorname{arctg}\xi$ 的概率密度.

3. 设总体 ξ 的密度为:

$$f(x)=\begin{cases}(\beta+1)x^{\beta}, 0<x<1,\ \beta>-1\\ 0\end{cases},$$

求参数 β 的极大似然估计.

4. 假设 $X_1, X_2, \cdots, X_9$ 是来自总体 $X\sim N(0, 2^2)$ 的简单随机样本，求系数 a, b, c，使

$$Q=a(X_1+X_2)^2+b(X_3+X_4+X_5)^2+c(X_6+X_7+X_8+X_9)^2$$

服从 χ^2 分布，并求其自由度.

5. 设随机变量X与Y相互独立，下表列出了二维随机向量(X,Y)的联合分布律及关于X和Y边缘分布律中的某些数值

$X \backslash Y$	y_1	y_2	y_3	$P\{X=x_i\}=p_i$
x_1	a	$\frac{1}{8}$	b	c
x_2	$\frac{1}{8}$	d	e	f
$P\{Y=y_j\}=p_j$	$\frac{1}{6}$	g	h	1

试将其余数值求出．

三、综合题(满分 40 分)

得分	阅卷人

1. (15 分)　某工厂生产滚珠，从某日生产的产品中随机抽取 9 个，测得直径(单位：mm)如下：

14.5, 14.7, 15.1, 14.9, 14.8, 15.0, 15.1, 15.2, 14.8

设滚珠直径服从正态分布，若　$\alpha=0.05$，$z_{\alpha/2}=1.96$

(1) 已知滚珠直径的标准差$\sigma=0.15\,mm$；　$t_{\alpha/2}(8)=2.306$

(2) 未知标准差σ．求直径均值μ的置信区间．

2. (12 分)　设连续型随机变量(X,Y)的两个分量X和Y相互独立，且服从同一分布，试证：$P\{X\le Y\}=1/2$.

$$P\{X\le Y\}=\iint\limits_{D_1:\,x\le y} f(x)f(y)\,dxdy$$

$$=\iint\limits_{D_2:\,y\le x} f(y)f(x)\,dxdy \quad (\text{轮换对称})$$

$$=\frac{1}{2}\iint\limits_{D_1\cup D_2} f(x)f(y)\,dxdy$$

$$=\frac{1}{2}\iint\limits_{\mathbb{R}^2} f(x)f(y)\,dxdy$$

$$=\frac{1}{2}\times 1$$

$$=\frac{1}{2}$$

3. (13 分)　某种织物的强力指标的均值为$\mu=21$(kg). 改时工艺后生产一批织物，今抽取25件，测得$\bar{x}=21.55$(kg)，$s=1.2$(kg). 假设强力指标服从正态分布. 问在显著水平$\alpha=0.01$条件下，新生产织物比过去的织物的强力是否更高？

附表:

$u_{0.99}=2.58$,	$u_{0.975}=1.96$,	$t_{0.95}(25)=1.708$,	$t_{0.95}(24)=1.711$,
$t_{0.975}(24)=2.064$,	$t_{0.99}(25)=2.485$,	$t_{\cancel{0.99}\;0.01}(24)=2.492$.	