# 2010-2011 学年第二学期《高等数学》期末试卷

**一、填空题**（每小题 3 分，共 30 分）

1. 已知点 $A(1,4,-2)$，$B(5,2,0)$，$C(6,4,-3)$，则 $\Delta ABC$ 的面积等于________________。

2. 过点 $M_1(3,-2,1)$，$M_2(-1,0,2)$ 的直线方程为______________________________。

3. 设函数 $z=z(x,y)$ 由方程 $x+y+z=e^{-(x^2+y^2+z^2)}$ 所确定，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$ _________________________。

4. 曲面 $3x^2+5y^2-2z=2$ 在点 $(1,1,3)$ 处的法线方程为___________________________。

5. 二次积分 $\int_{-1}^{1}dx\int_{0}^{\sqrt{1-x^2}}f(x,y)\,dy$ 在极坐标系下先对 $r$ 积分的二次积分为____________________。

6. 已知 $L$ 为自原点至点 $A(2,2)$ 的圆弧 $y=\sqrt{4x-x^2}$，则 $\int_L xydy=$ ____________________。

7. 函数 $\cos x$ 的麦克劳林展开式为______________________，$\cos^{(n)}(0)=$ _______________。

8. 设 $f(x)=\begin{cases} x, & 0\le x<\dfrac{1}{2} \\ 0, & \dfrac{1}{2}\le x\le 1 \end{cases}$，已知 $S(x)$ 是 $f(x)$ 的以 2 为周期的正弦级数展开式的和函数，则 $S\left(\dfrac{7}{4}\right)=$ ____________。

9. 一曲线过原点，其上任一点 $(x,y)$ 处切线斜率为 $2x+y$，则曲线方程是____________________。

10. 若某个二阶常系数线性齐次微分方程的通解为 $y=C_1e^x+C_2e^{-x}$，其中 $C_1,C_2$ 为独立的任意常数，则该方程为______________________________。

**二、计算题**（每小题 6 分，共 36 分）

1. 设 $f(x,y)$ 具有连续的一阶偏导数，$f(1,1)=1$，$f_1(1,1)=a$，$f_2(1,1)=b$，又 $\varphi(x)=f\{x,f[x,f(x,x)]\}$，求 $\varphi(1)$，$\varphi'(1)$。

2. 求函数 $z=y-e^x$ 在 $(1,e)$ 点沿曲线 $y=e^x$ 切线正向（$x$ 增大方向）的方向导数。

3. 试求由 $z=4-x^2-y^2$ 与 $z=4x+4$ 所围立体的体积。

4. 计算积分 $\int_L (x^2+2xy-y^2)\,dx+(x^2-2xy-y^2)\,dy$，式中 $L$ 是从点 $O(0,0)$ 沿曲线 $y=\sin x$ 到点 $A(\pi,0)$ 的弧段。

5. 讨论级数$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}n^{-x}$的敛散性，对收敛情况说明是绝对收敛还是条件收敛。

6. 求微分方程$\frac{dy}{dx}=x+3+\frac{2}{x}-\frac{y}{x}$的通解。

**三、综合题**（满分 34 分）

1. （8 分）平面$x+2y-3z=0$截椭圆抛物面$z=4-x^2-2y^2$成上、下两部分，试在上部分曲面上求一点，使它到此平面的距离为最大，并求最大距离。

2. （8 分）计算 $\iint\limits_{\Sigma} xdydz + ydzdx + zdxdy$，$\Sigma$ 是上半球面 $z=\sqrt{a^2-x^2-y^2}$ 的上侧。

3. （9 分）试求幂级数 $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{x^n}{n(n-1)}$ 的收敛域及和函数。

4. （9 分）已知上半平面内一曲线 $y=y(x)$ 过点 $(0,1)$，曲线上任一点 $M(x_0,y_0)$ 处切线斜率在数值上等于由曲线，$y$ 轴与直线 $y=y_0$ 所围成的面积，求此曲线方程。