

2012—2013 学年第二学期《复变函数与积分变换》

课内考试卷(A 卷) (信息学院 2011 级)

授课班号_____ 专业_____ 学号_____ 姓名_____

题号	一	二	三	审核	总分
得分					

一：填空题(共 24 分，每小题 3 分)

阅卷人	得分

1. 设复数 $z = (1+i)^6$ ，则 $\arg z =$ _____， $\bar{z} =$ _____。

2. 设复数 $z = i^{-1}$ ，则 $\ln z =$ _____。

3. $\int_c \frac{z^2 e^{2z}}{(z-1)^2} dz =$ _____，其中 $c: |z| = \frac{1}{2}$ ，取正方向。

4. 设 $z = e^{3+\pi i}$ ，则 $|z| =$ _____， $z =$ _____。

5. 设 $f(z) = a \ln(x^2 + y^2) + i \arctan \frac{y}{x}$ 在 $x > 0$ 时解析，则 $a =$ _____。

6. $F[5] =$ _____。

7. 拉普拉斯变换中 $t * t =$ _____。

8. $z = 0$ 是 $\frac{1}{z^2(e^z - 1)}$ 的 _____ 级极点。

阅卷人	得分

二：计算题(共 36 分，每小题 6 分)

1. 解方程 $z^3 - i = 1$ 。

2. 计算 $(1-i)^{1+i}$ 的值。

3. 计算积分 $\oint_c \frac{1}{(z^2 + 1)(z^2 - 4)} dz$ 其中 c 为正向圆周 $|z - 2| = 1$ 。

4. 求函数 $f(t) = tf(t)$ 的傅里叶变换, 设 $F[f(t)] = F(\omega)$.

5. 求函数 $F(s) = \frac{s+1}{s^2+s-6}$ *Laplace* 逆变换 $f(t)$ 。

6. 计算积分 $\int_0^{+\infty} \frac{1-\cos t}{t} e^{-2t} dt$

三：解答题(共 40 分)

阅卷人	得分

1. 1) 验证 $v(x, y) = 2xy + 3x$ 在 z 平面内为调和函数, 2) 求函数

$u(x, y)$ 使得 $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ 解析, 且 $f(i) = 0$ 。(12 分)

2. 将函数 $f(z) = \frac{1}{(z^2 + 1)(z - 2)}$ 分别在区域 $1 < |z| < 2$, $0 < |z - 2| < 1$ 内展成洛朗级数的形式。(12 分)

3. 求 $\oint_{|z|=3} \frac{z \sin z}{(1-e^z)^3} dz$ (8 分)

4. 求方程 $y''-y = \sin t$, 满足初始条件 $y|_{t=0}=0, y'|_{t=0}=0$ 的解。(8 分)