

2012 ----2013 学年第一学期《高等数学》期中试卷 (12 级)

专业_____班级_____学号_____姓名_____成绩_____

一、填空题 (6×4 分)

1. 设 $f(x) = \lim_{t \rightarrow \infty} (1 + \frac{x}{t})^{2t}$, 则 $f(x) =$ _____。

2. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x) = x - \sin ax$ 与 $g(x) = x^2 \ln(1 - bx)$ 是等价无穷小 则 (a, b)

3. 设 $f(x) = \frac{x - x^3}{\sin \pi x}$ 的可去间断点是 _____。

4. $f(x) = x \sin \ln x + \arccos(1/x)$,

则 $f'(x) =$ _____

5. $y = (1 + \sin x)^x$, 则 $dy|_{x=\pi} =$ _____

6. 曲线 $\sin(x) + \ln(y - x) = x$ 在点 $(0, 1)$ 处的切线方程是 _____。

二、计算 (6×6 分)

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{[\sin x - \sin(\sin x)] \sin x}{x^4}$ 2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} (1 + \frac{1}{x})^{x^2}$

3、 设 $f(0)=0, f'(0)=2, f''(0)=4$, 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-2x}{x^2}$ 。 4、 $\begin{cases} x = \ln \sqrt{1+t^2} \\ y = \arctan t \end{cases}$, 求 $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$ 。

5、 设 $f(x)=e^{2x}, g(x)=\sin 3x$, 求 $\frac{f'(g(x))+g'(f(x))}{g(f'(x))+f(g'(x))}$ 。 6、 $y = \ln \sqrt{1-x^2}$, 求 $y^{(2012)}$ 。

三、确定常数 a, b 使函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{4x} - e^x}{x}, & x < 0, \\ ax + b \cos x, & x \geq 0, \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处可导，并求 $f'(x)$ 。(10 分)

四、轮船的燃料费与速度的 3 次方成正比，已知在速度为 10km/h 时，燃料费共计每小时 30 元，其余的用费（不依赖于速度）为每小时 480 元，问当轮船的速度为多少时，才能使 1 km 路程的费用和为最小？（10 分）

五、求 $y = \frac{\ln x}{x}$ 的单调区间、凹凸区间、极值、渐近线及曲线的拐点（列表表示），并比较，

~~e^π, π^e 的大小~~ (12 分)

六、已知 $\frac{a_0}{n+1} + \frac{a_1}{n} + \cdots + \frac{a_{n-1}}{2} + a_n = 0$ ，证明：方程 $a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_{n-1} x + a_n = 0$

在 $(0,1)$ 内至少有一个实根。(8 分)