2006----2007 学年第二学期线性代数期终试卷 B（06 级）

专业__________班级____________学号____________姓名_____________成绩_______

一、 填空（10 × 3 分）

1. 设 $D=\begin{vmatrix}1&1&2\\1&2&1\\4&3&6\end{vmatrix}$，则代数余子式 A_{12} = __________。

2. 已知 $A=\begin{bmatrix}2&3\\-1&2\end{bmatrix}$，则 $\left|5(A-I)^{-1}\right|=$____________。

3. 设 $A=\begin{bmatrix}-1&1\\-2&1\end{bmatrix}$，其伴随矩阵 A^*，则 $(A^*)^{-1}=$______________。

4. $\begin{bmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{bmatrix}^{2007}\begin{bmatrix}1&2&3\\4&5&6\\7&8&9\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{bmatrix}^{2006}=$____________________。

5. 设向量组 $\vec{\alpha}_1=\begin{bmatrix}a\\0\\c\end{bmatrix}$ $\vec{\alpha}_2=\begin{bmatrix}b\\c\\0\end{bmatrix}$ $\vec{\alpha}_3=\begin{bmatrix}0\\a\\b\end{bmatrix}$ 线性相关，则 a,b,c 必满足关系式_______。

6. 若向量组 $B_1:\vec{\alpha}_1,\vec{\alpha}_2,\vec{\alpha}_3$ 线性相关，向量组 $B_2:\vec{\beta}_1,\vec{\beta}_2,\cdots,\vec{\beta}_4$ 可由向量组 B_1 线性表出，且 $\vec{\beta}_1$ 与 $\vec{\beta}_4$ 正交，则向量组 B_2 的秩为_______。

7. 已知 $A=\begin{bmatrix}5&-1&3\\-1&5&-3\\3&-3&c\end{bmatrix}$，$R(A)=2$，，则 $c=$__________。

8. 已知 $\vec{\alpha}=\begin{bmatrix}1\\-1\\0\\2\end{bmatrix}$，$\vec{\beta}=\begin{bmatrix}2\\1\\-1\\4\end{bmatrix}$，是四元线性方程组 $A\vec{x}=\vec{b}$ 的特解，$R(A)=3$，则 $A\vec{x}=\vec{b}$ 的通解 $\vec{x}=$____________________。

9. 已知 $\lambda=2$ 是 A 的一个特征值，则 A^2+2A-I 的一个特征值为_________。

10. 已知 $f=x_1^2+2x_1x_2+3x_2^2+4x_3^2+6x_2x_3$，则其二次型矩阵为_____________。

二、计算（4×6分）

1、$A=\begin{bmatrix}-1\\2\\1\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}$，求$A^TB, AB^T$。

2. $D=\begin{vmatrix}-1 & -2 & -3 & -4 & -5\\1 & 0 & 3 & 4 & -5\\1 & 2 & 0 & 4 & -5\\1 & 2 & 3 & 0 & -5\\1 & 2 & 3 & 4 & 0\end{vmatrix}$

3. 已知矩阵方程$\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\2 & 1 & 0\\4 & 2 & 1\end{bmatrix}X=\begin{bmatrix}1 & 1\\-1 & 1\\2 & 1\end{bmatrix}$，求矩阵$X$。

4. 已知$A=\begin{bmatrix}2 & -1 & 0\\1 & x & 0\\-1 & 1 & 2\end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix}y & 1 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 2\end{bmatrix}$，且矩阵$A$与$B$相似，求$|A|$。

三、求向量组 $\vec{\alpha}_1=\begin{bmatrix}0\\3\\1\\2\end{bmatrix}$ $\vec{\alpha}_2=\begin{bmatrix}1\\-1\\2\\4\end{bmatrix}$ $\vec{\alpha}_3=\begin{bmatrix}3\\0\\7\\14\end{bmatrix}$ $\vec{\alpha}_4=\begin{bmatrix}1\\-1\\2\\0\end{bmatrix}$ $\vec{\alpha}_5=\begin{bmatrix}2\\1\\5\\6\end{bmatrix}$ 的秩和它的一个极大线性无关组．并用该极大线性无关组表示其余向量．(12 分)

四、a,b 为何值时，线性方程组 $\begin{cases} x_1+x_2=1 \\ x_1-x_3=1 \\ x_1+ax_2+x_3=b \end{cases}$ 无解？有惟一解？有无穷多解？在有无穷多解时，求出其通解．(12 分)

五、　（1）求$A=\begin{bmatrix}2&1&1\\1&2&1\\1&1&2\end{bmatrix}$的特征值与特征向量；（2）求一正交矩阵$T$，使$T^TAT$为对角阵。(12 分)

六、　已知向量组I：$\vec{\alpha}_1,\vec{\alpha}_2,\vec{\alpha}_3$的秩为 3，向量组$II$：$\vec{\alpha}_1,\vec{\alpha}_2,\vec{\alpha}_3,\vec{\alpha}_4$的秩为 3，向量组$III$：$\vec{\alpha}_1,\vec{\alpha}_2,\vec{\alpha}_3,\vec{\alpha}_5$的秩为 4，证明：向量组$\vec{\alpha}_1,\vec{\alpha}_2,\vec{\alpha}_3,\vec{\alpha}_5-\vec{\alpha}_4$的秩为 4。(10 分)