12′ # 2016-2017 学年第一学期《概率统计》试卷（A）

授课班号__________ 年级专业 14机械 学号__________ 姓名__________

题型	填空题	计算题	综合题	总分	审　核
得分					

一、填空题(每小题 5 分，共 25 分)

得分	阅卷人

1. 设 A,B 为两个相互独立事件，

$$P(A)=0.3,\ P(B)=0.4,$$

则 $P(A+B)=$_____.

2. 设随机变量 X 服从泊松分布，且 $P(X\le 1)=4P(X=2)$，则

$$P(X=3)=\_\_\_\_\_\_\_.$$

3. 设两随机变量 X 与 Y 的方差分别为25和16，相关系数为0.4，则

$$D(2X+Y)=\_\_\_\_\_,\quad D(X-2Y)=\_\_\_\_\_\_.$$

4. 设 $\xi_1,\xi_2,\cdots,\xi_n$ 是相互独立的随机变量，且都服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$，$(\sigma>0)$，则 $\bar{\xi}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\xi_i$ 服从的分布是_______.

5. 设由来自正态总体 $N(\mu,1)$ 的容量为16的简单随机样本算出样本均值 $\bar{x}=5$，则未知参数 μ 的置信度为0.95的置信区间是____.

$Z_{0.025}=1.96$

二、计算题(每小题 6 分，共 36 分)

得分	阅卷人

1. 设二维离散型随机变量的联合分布如下表：

X \ Y	1	2	3	4
1	1/4	0	0	1/16
2	1/16	1/4	0	1/4
3	0	1/16	1/16	0

试求：$P\left\{\frac{1}{2}<X<\frac{3}{2},\ 0<Y<4\right\}$.

2. 10个人用轮流抽签的方法，分配7张电影票（每张电影票只能分给一个人），试求事件“在第三个人抽中的情况下，第一个人抽中而第二个人没有抽中”的概率.

3. 设ξ服从区间$\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$上的均匀分布，而$\eta=\cos\xi$，问$\xi,\eta$是不是相关的？为什么？

4. 设随机变量X与Y的数学期望分别为-2和2，方差分别为1和4，而相关系数为-0.5，根据切比雪夫不等式估计$P\{|X+Y|\geq 6\}$.

5. 设$x_1,x_2,\cdots,x_n$为服从正态分布$N(a,\sigma^2)$的总体中选取的一个子样，试确定常数A使$A\sum_{i=1}^{n-1}(x_{i+1}-x_i)^2$成为$\sigma^2$的无偏估计.

6. 如果产品某指标的尺寸的方差显著地不超过 0.2 那就接收这批产品，由容量 $n=46$ 的样本求得 $s^2=0.3$，在显著性水平 0.05 下，可以接收这批产品吗？假定产品某指标的尺寸服从正态分布．单边

（已知 $\chi^2_{0.95}(45)=61.656$）．

三、综合题（满分 39 分）

得分	阅卷人

1. (10 分) Bayes

已知产品中 96% 为合格品，现有一种简化的检查方法，它把真正的合格品确认为合格品的概率为 0.98，而误认废品为合格品的概率为 0.05，求在简化法检查下被认为是合格品的一个产品确实是合格品的概率.

2. (9 分) 公式法

设随机变量 ξ 与 η 的关系是

$x=h(y)$

$$\xi=\frac{1}{2}\left[1+g\left(\frac{\eta-\mu}{\sigma}\right)\right],\ (\sigma>0),$$

其中

$$g(y)=\frac{2}{\sqrt{2\pi}}\int_0^y e^{-\frac{t^2}{2}}\mathrm{d}t,$$

$h'(y)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$

且知 ξ 在区间 $[0,1]$ 均匀分布，求证随机变量 η 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$.

3. (10 分)　已知随机变量 X_1 和 X_2 的概率分布

X_1	-1	0	1
p	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

X_2	0	1
p	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

而且 $P\{X_1X_2=0\}=1$，(1) 求 X_1 和 X_2 的联合分布；

(2) 问 X_1 和 X_2 是否独立？为什么？

4. (10 分)　设总体 X 的概率密度为

往年卷(1)机械)

$$f(x_l,\theta,\lambda)=\frac{1}{2\lambda}e^{-\frac{|x-\theta|}{\lambda}}$$

其中 $\lambda>0$. 设 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 是来自这一总体的样本. 求:

(1) θ,λ 的矩估计；　(2) θ,λ 的极大似然估计.