

2012—2013 学年第二学期《复变函数与积分变换》

课内考试卷(A 卷) (信息学院 2011 级)

一: 填空题(共 24 分, 每小题 3 分)

1. 设复数  $z = (1+i)^6$ , 则  $\arg z =$ ,  $\bar{z} =$

2. 设复数  $z = i^{-1}$ , 则  $\ln z =$

3.  $\int_c \frac{z^2 e^{2z}}{(z-1)^2} dz =$  其中  $c: |z| = \frac{1}{2}$ , 取正方向。

4. 设  $z = e^{3+\pi i}$ , 则  $|z| =$ ,  $\operatorname{Re}(z) =$

5. 设  $f(z) = a \ln(x^2 + y^2) + i \arctan \frac{y}{x}$  在  $x > 0$  时解析, 则  $a =$

7. 拉普拉斯变换中  $t * t =$

8.  $z=0$  是  $\frac{1}{z^2(e^z-1)}$  的 3 级极点。

二: 计算题(共 36 分, 每小题 6 分)

1. 解方程  $z^3 - i = 1$ 。

2. 计算  $(1-i)^{1+i}$  的值。

3. 计算积分  $\oint_c \frac{1}{(z^2+1)(z^2-4)} dz$  其中  $c$  为正向圆周  $|z-2|=1$ 。

4. 求函数  $f(t) = tf(t)$  的傅里叶变换, 设  $F[f(t)] = F(\omega)$ 。

5. 求函数  $F(s) = \frac{s+1}{s^2+s-6}$  的 Laplace 逆变换  $f(t)$ .

6. 计算积分  $\int_0^{\infty} \frac{1-\cos t}{t} e^{-2t} dt$

三、解答题(共 40 分)

1. 1) 验证  $v(x, y) = 2xy + 3x$  在  $z$  平面内为调和函数, 2) 求函数  $u(x, y)$

使得  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$  解析, 且  $f(i) = 0$ . (12 分)

2. 将函数  $f(z) = \frac{1}{(z^2+1)(z-2)}$  分别在区域  $1 < |z| < 2$ ,  $0 < |z-2| < 1$  内展成洛朗级数

3. 求  $\oint_{|z|=3} \frac{z \sin z}{(1-e^z)^3} dz$  (8 分)

4. 求方程  $y' - y = \sin t$ , 满足初始条件  $y|_{t=0} = 0, y'|_{t=0} = 0$  的解. (8 分)