

2010—2011 学年第二学期《材料力学》期末考试卷 (A 卷)

授课班号 1247 年级专业 机自/材料 09 学号 姓名

答案及评分标准

题号	一	二	三	四	五	总分	审核
题分	30	15	20	15	20		
得分							

题分	得分
30	

一、基本概念题 (共 30 分)

1. 低碳钢 Q235 拉伸试验表明, 当试件横截面的正应力小于弹性极限时, 试件只发生弹性变形, 没有塑性变形; 当试件处于屈服阶段时, 在光滑试样的表面上, 观察到与轴线成 45° 的滑移线, 表明屈服现象的发生和切应力有关; Q235 的冷作硬化现象发生在拉伸试验的强化阶段; 断后伸长率和截面收缩率是衡量材料塑性的两个指标。(本题 4 分)

2. 如图 1 所示, 求组合截面对形心轴 z_C 的惯性矩。截面的形心位置在图中已经标出, 图中所有尺寸的单位是 mm。已知工字钢 I16 对其形心轴的惯性矩为 $1.13 \times 10^7 \text{ mm}^4$, 截面面积为 2610 mm^2 。结果至少保留 3 位有效数字。(本题 6 分)

[计算]

$$\begin{aligned}
 I_z &= 1.13 \times 10^7 + 2610 \times (122 - 80)^2 \\
 &+ \frac{150 \times 16^3}{12} + 150 \times 16 \times (160 - 122 + 8)^2 \\
 &= 2.103 \times 10^7 \text{ mm}^4
 \end{aligned}$$

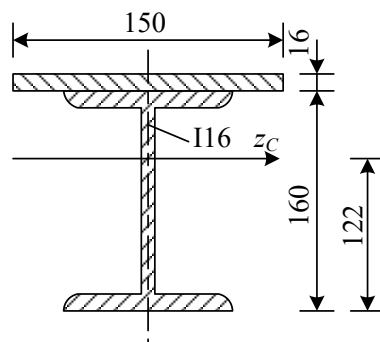


图 1

3. 如图 2 所示的空心受扭空心圆轴, 若其外径是其内径的两倍, $D = 2d$, 求该轴的最大切

应力。空心圆轴的极惯性矩公式: $I_p = \frac{\pi D^4}{64} - \frac{\pi d^4}{64}$ 。结果用 M 和 d 表示。(本题 6 分)

[计算]

$$M_{x\max} = 3M$$

$$\tau_{\max} = \frac{M_{x\max}}{W_p} = \frac{3M \times 64}{\pi(D^4 - d^4)} \times \frac{D}{2} = \frac{192Md}{\pi \times 15d^4} = \frac{64M}{5\pi d^3}$$

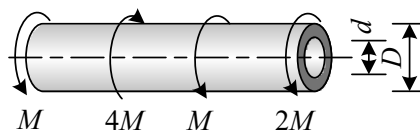


图 2

4. 平面应力状态及其应力圆如图 3 所示。(本题 8 分)

(1) 在应力圆上与 30° 斜面上应力值对应的点是 D 。(A/B/C/D)

(2) 单元体的主应力为

$$\sigma_1 = \underline{\hspace{2cm}} 8.3\text{MPa}$$

$$\sigma_2 = \underline{\hspace{2cm}} 0$$

$$\sigma_3 = \underline{\hspace{2cm}} -48.3\text{MPa}$$

(3) 该应力状态的最大切应力

$$\tau_{\max} = \underline{\hspace{2cm}} 28.3\text{MPa}$$

(4) 量得 $\angle EOD_0 = 45^\circ$ ，则 σ_1 的主平面的外法线与 x 轴的夹角 $\alpha_0 = \underline{\hspace{2cm}} -67.5^\circ$

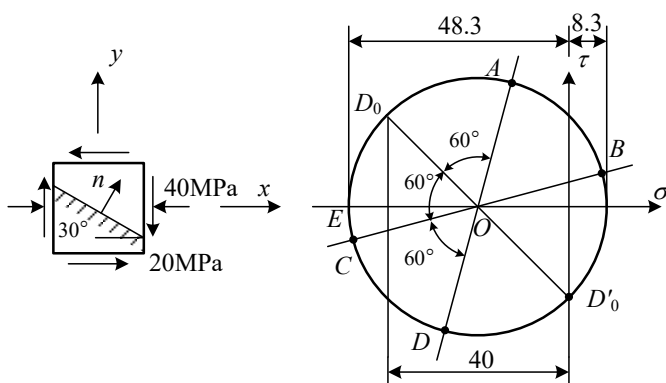


图 3

5. 如图 4 所示的交变应力

其循环特征 $r = \underline{\hspace{2cm}} 0.2$;

其平均应力 $\sigma_m = \underline{\hspace{2cm}} 30\text{MPa}$

其应力幅值 $\sigma_a = \underline{\hspace{2cm}} 20\text{MPa}$

(本题 3 分)

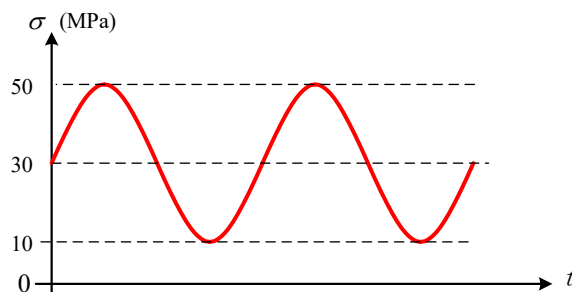


图 4

6. 三杆结构受力如图 5 所示，三杆的材料相同，截面形状相同，在竖向载荷作用下，伸长量分别为 $\Delta l_1, \Delta l_2, \Delta l_3$ 。

(1) 写出变形协调方程： $\Delta l_1 = \Delta l_2 = \Delta l_3 \cos \alpha$

(2) 若欲使 3 杆的轴力有所减小，应采取的措施是：(A)

- A. 减小 3 杆的横截面面积
- B. 减小 1, 2 杆的横截面面积
- C. 同比例加大三根杆的横截面面积
- D. 同比例减小三根杆的横截面面积

(本题 3 分)

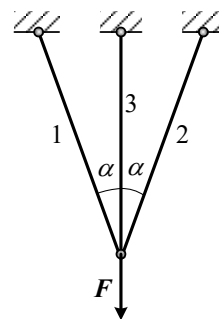


图 5

题分	得分
15	

二、计算题（本题 15 分）

正方形截面杆有切槽， $a = 30\text{mm}$ ， $b = 10\text{mm}$ ，受力如图 6 所示。 $F = 30\text{ kN}$ 。材料的弹性模量 $E = 200\text{ GPa}$ 。

- (1) 画出杆的轴力图；
- (2) 计算各段横截面上的正应力；
- (3) 计算自由端 B 的轴向位移。

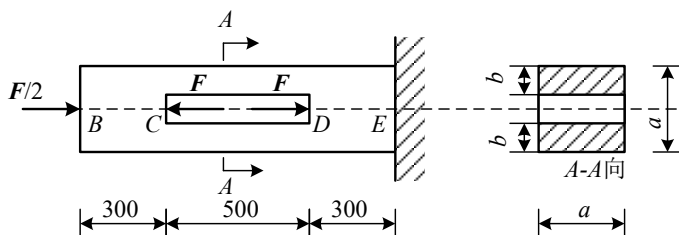
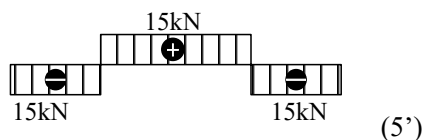


图 6

[解] (1) 轴力图：



(2) BC 和 DE 段正应力： $\sigma_{BC} = \sigma_{DE} = \frac{-15 \times 10^3}{30 \times 30} = -16.67\text{ MPa}$

CD 段正应力 $\sigma_{CD} = \frac{30 \times 10^3}{4 \times 10 \times 30} = 25\text{ MPa}$ (6')

(3) B 端的轴向位移即为杆的总变形量 (4')

$$u_B = \Delta l_{BC} + \Delta l_{CD} + \Delta l_{DE} = \frac{1}{E} (\sigma_{BC} l_{BC} + \sigma_{CD} l_{CD} + \sigma_{DE} l_{DE})$$

$$= \frac{1}{200 \times 10^3} (-16.67 \times 300 + 25 \times 500 - 16.67 \times 300) = 0.0125\text{ mm} (\leftarrow)$$

题分	得分
20	

三、计算题（本题 20 分）

如图 7 所示的等截面悬臂梁，其弹性模量为 E ，

- (1) 画出梁的剪力图和弯矩图
- (2) 计算 C 截面的挠度。(方法不限)

[解]

(1) 剪力图和弯矩图 (10')

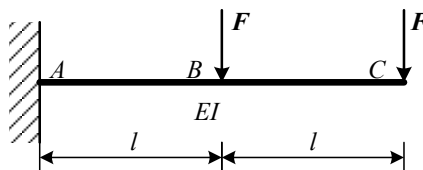
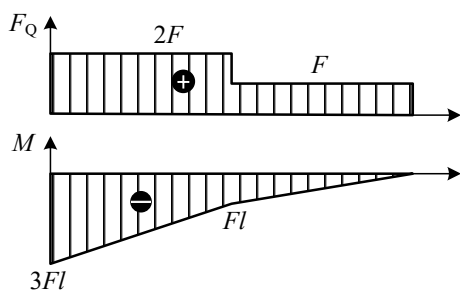
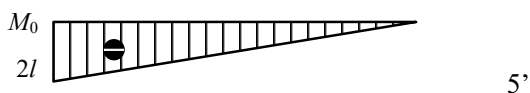


图 7



(2) 计算 C 截面的挠度 (10')

(图乘法)



$$w_C = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{2} l \cdot Fl \left(\frac{2l}{3} + \frac{1}{3} 2l \right) + \frac{1}{2} l \cdot 3Fl \left(\frac{l}{3} + \frac{2}{3} 2l \right) + \frac{1}{2} Fl \cdot l \cdot \frac{2l}{3} \right] \quad 5'$$

$$= \frac{Fl^3}{EI} \left[\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} + \frac{3}{2} \times \frac{5}{3} + \frac{1}{3} \right] = \frac{7Fl^3}{2EI} (\downarrow)$$

(叠加法)

$$w_C = -\frac{F(2l)^3}{3EI} - \frac{Fl^3}{3EI} - \frac{Fl^2}{2EI} l = -\frac{7Fl^3}{2EI}$$

正确画出变形叠加图(4') 正确写出集中力作用下的挠度, 转角公式(2') , 叠加计算公式正确(2')

结果(2')

其他方法参照叠加法评分。

题分	得分	四、计算题 (本题 15 分)
15		

如图 8 所示托架中的 CBD 是刚性梁。AB 杆为圆截面直杆, 直径 $d = 40 \text{ mm}$, 长度 $l = 800 \text{ mm}$, 两端可视为铰接。材料为 Q235。求

- (1) AB 杆的临界载荷 F_{cr} ;
- (2) 若已知工作载荷 $F = 70 \text{ kN}$, AB 杆规定的稳定安全因数 $[n_{st}] = 2$, 问此托架是否安全?

已知: Q235 材料的中柔度杆临界应力公式 $\sigma_{cr} = 304 - 1.12\lambda \text{ MPa}$

[解]

$$(1) \quad i = \frac{d}{4} = 10 \text{ mm}$$

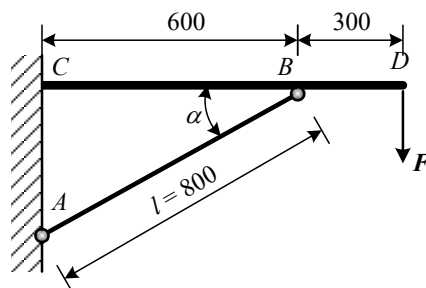


图 8

$$\lambda = \frac{\mu l}{i} = \frac{1 \times 800}{10} = 80 \quad 4'$$

因为 $61.6 < \lambda < 100$ 故 AB 杆属于中柔度杆 $2'$

$$\sigma_{cr} = 304 - 1.12 \times 80 = 214.4 \text{ MPa} \quad 1'$$

$$\text{临界载荷 } F_{cr} = \sigma_{cr} A = 214.4 \times \frac{\pi \times 40^2}{4} \times 10^{-3} \text{ kN} = 269.42 \text{ kN}$$

$$(2) \sum M_C = 0 \quad F_{NAB} \sin \alpha \times 600 - F \times 900 = 0 \quad 2'$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{800^2 - 600^2}}{800} = 0.6614, F_{NAB} = \frac{900 \times 70}{600 \times 0.6614} = 158.75 \text{ kN} \quad 1'$$

$$n_{st} = \frac{F_{cr}}{F_{NAB}} = \frac{269.42}{158.75} = 1.697 < 2 = [n_{st}]$$

AB 杆稳定性不够。

题分	得分	五、计算题（本题 20 分）
20		

如图 9 所示圆轴，装有 2 个直径相同的皮带轮 A 和 B ， $D_A = D_B = 1\text{m}$ ；重量 $G_A = G_B = 5\text{kN}$ 。轮 A 上的皮带拉力沿水平方位，轮 B 上的皮带拉力沿铅直方位，拉力的大小为 $F_A = F_B = 5\text{kN}$ ， $F'_A = F'_B = 2\text{kN}$ 。

设许用应力 $[\sigma] = 80\text{MPa}$ ，试按第三强度理论确定圆轴直径 d 。

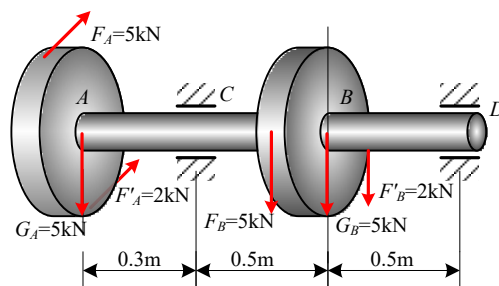
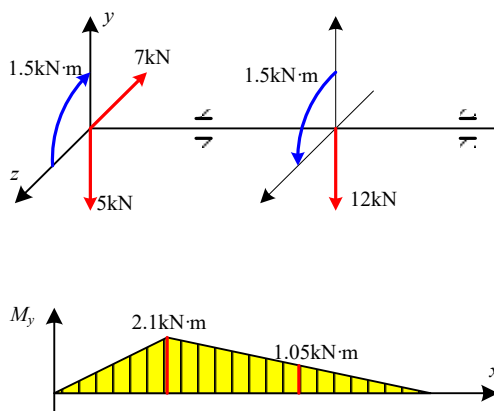
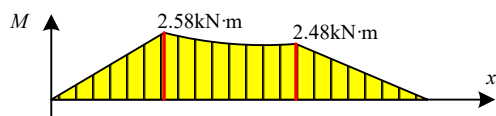
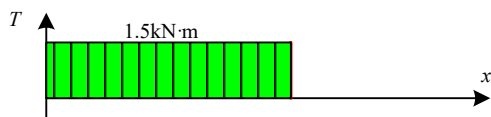
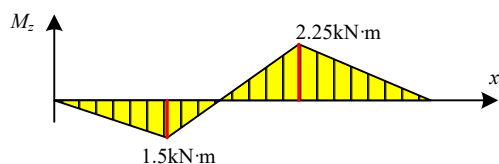


图 9

[解]





以上各图每个 2' 合计 10'

确定危险截面并计算直径

危险截面: C 2'

按第三强度理论

$$\frac{\sqrt{M^2 + T^2}}{W} \leq [\sigma] \quad 4'$$

$$\frac{\sqrt{(2.58 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{m})^2 + (1.5 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{m})^2}}{\frac{\pi d^3}{32}} \leq 80 \times 10^6 \text{ Pa} \quad 2'$$

求得:

$$d \geq 72 \times 10^{-3} \text{ m} = 72 \text{ mm} \quad 2'$$