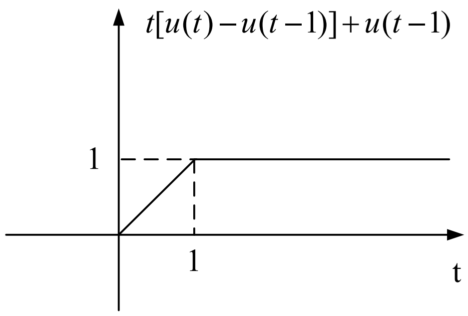
2007-2008 学年第二学期《信号与线性系统》试卷 B 答案

一.

1.

$$\int_{-\infty}^{\infty}(t^2+4)\delta(1-t)dt$$
$$=\int_{-\infty}^{\infty}(t^2+4)\delta(t-1)dt$$
$$=t^2+4\Big|_{t=1}$$
$$=5$$

2.



3.

$$f_1(t)*f_2(t)$$
$$=\sin t\varepsilon(t)*\delta'(t)$$
$$=[\sin t\varepsilon(t)]'*\delta(t)$$
$$=\cos t\varepsilon(t)+\sin t\delta(t)$$
$$=\cos t\varepsilon(t)$$

4.

若 $f(t)\leftrightarrow F(j\omega)$, 则

$$f(at)\leftrightarrow\frac{1}{|a|}F(j\frac{\omega}{a})$$

$$\therefore f(2t)\leftrightarrow\frac{1}{2}F(\frac{\omega}{2})$$

5.

$F(0)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(t)e^{-j0t}dt=\int_{-\infty}^{+\infty}f(t)dt$，即是 $f(t)$ 围成的面积，由图可得面积为 $\frac{1}{2}*4*2=4$，所以 $F(0)=4$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}F(\omega)d\omega=\int_{-\infty}^{+\infty}F(\omega)e^{j\omega 0}d\omega=2\pi f(0)=2\pi$$

6.

$$\Rightarrow f(\alpha t) \leftrightarrow \frac{1}{\alpha} F(\frac{s}{\alpha})$$

$$\Rightarrow e^{-\alpha t} f(\alpha t) \leftrightarrow \frac{1}{\alpha} F(\frac{s}{\alpha}+1)$$

7.

$$F(s)=\frac{s}{s^2-3s+2}=\frac{A_1}{s-1}+\frac{A_2}{s-2}$$

$$A_1=\left.\frac{s}{s-2}\right|_{s=1}=-1$$

$$A_2=\left.\frac{s}{s-1}\right|_{s=2}=2$$

$$\Rightarrow F(s)=\frac{-1}{s-1}+\frac{2}{s-2}$$

$$\Rightarrow f(t)=(-e^t+2e^{2t})u(t)$$

8.

$\because$ 单位样值响应$h(n)=r^n$,输入$x(n)=\varepsilon(n)$

$\therefore$ 系统零状态响应$y(n)=h(n)*x(n)$

$$=r^n*\varepsilon(n)$$

$$=\frac{r^{n+1}-1}{r-1}$$

二.

1.

$$f(t)x(t)=(\cos 100t\cos 2000t)*\cos 2000t=\frac{1}{2}\cos 100t(\cos 4000t+1)$$

$$=\frac{1}{4}\cos 3900t+\frac{1}{4}\cos 4100t+\frac{1}{2}\cos 100t$$

$$F\{f(t)x(t)\}=\frac{1}{4}\left[\pi\delta(\omega+3900)+\pi\delta(\omega-3900)\right]+\frac{1}{4}\left[\pi\delta(\omega+4100)+\pi\delta(\omega-4100)\right]$$

$$+\frac{1}{2}\left[\pi\delta(\omega+100)+\pi\delta(\omega-100)\right]$$

$$Y(\omega)=F\{f(t)x(t)\}H(\omega)=\frac{1}{2}\left[\pi\delta(\omega+100)+\pi\delta(\omega-100)\right]$$

$$\therefore y(t)=F^{-1}(Y(\omega))=\frac{1}{2}\cos 100t$$

2．

设系统的初始状态 $q_1(0)$ 和 $q_2(0)$ 引起的零输入响应分别为 $r_{zi1}(t)$ 和 $r_{zi2}(t)$ ，激励为 $f(t)$ 时引起的零状态响应为 $r_{zs}(t)$ ，则利用系统的线性性质有：

$$r_{zi1}(t)=(e^{-t}+e^{-2t})\varepsilon(t)$$
$$r_{zi2}(t)=(e^{-t}-e^{-2t})\varepsilon(t)$$
$$r_{zi1}(t)-r_{zi2}(t)+r_{zs}(t)=(2+e^{-t})\varepsilon(t)$$
$$\Rightarrow r_{zs}(t)=(2+e^{-t}-2e^{-2t})\varepsilon(t)$$

所以，

当 $q_1(0)=3, q_2(0)=2,$ 输入为 $2f(t)$ 时的全响应为 $(4+7e^{-t}-3e^{-2t})\varepsilon(t)$

3．

由 $\frac{d^2r(t)}{dt^2}+3\frac{dr(t)}{dt}+2r(t)=\frac{de(t)}{dt}+3e(t)$ ，知：

系统的特征方程 $\lambda^2+3\lambda+2=0$ ，$\therefore \lambda_1=-1, \lambda_2=-2$

可设 $r_{zi}(t)=A_1e^{-t}+A_2e^{-2t}$ ，由 $r(0_-)=1, r^{/}(0_-)=2$ ，得：

$$\begin{matrix} A_1+A_2=1 \\ -A_1-2A_2=2 \end{matrix} \Rightarrow A_1=4, A_2=-3$$

$$\therefore r_{zi}(t)=[4e^{-t}-3e^{-2t}]u(t)$$

对 $\frac{d^2r(t)}{dt^2}+3\frac{dr(t)}{dt}+2r(t)=\frac{de(t)}{dt}+3e(t)$ 取零状态下的拉氏变换，得：

$$s^2R_{zs}(s)+3sR_{zs}(s)+2R_{zs}(s)=(s+3)E(s)$$
$$=\frac{s+3}{s^2+3s+2}E(s)$$
$$e(t)=u(t)\Rightarrow E(s)=\frac{1}{s}$$
$$\Rightarrow R_{zs}(s)=\frac{s+3}{s(s^2+3s+2)}=\frac{A_1}{s}+\frac{A_2}{s+1}+\frac{A_3}{s+2}$$

$$A_1=\frac{s+3}{(s+1)(s+2)}\bigg|_{s=0}=\frac{3}{2}$$

$$A_2=\frac{s+3}{s(s+2)}\bigg|_{s=-1}=-2$$

$$A_3=\frac{s+3}{s(s+1)}\bigg|_{s=-2}=\frac{1}{2}$$

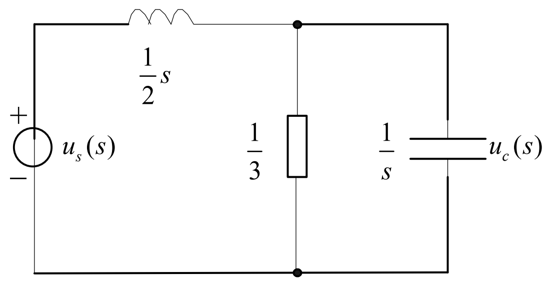
$$\therefore R_{zs}(s)=\frac{\frac{3}{2}}{s}+\frac{-2}{s+1}+\frac{\frac{1}{2}}{s+2}$$

$$\therefore r_{zs}(t)=[\frac{3}{2}-2e^{-t}+\frac{1}{2}e^{-2t}]u(t)$$

$$\therefore r(t)=r_{zi}(t)+r_{zs}(t)=(\frac{3}{2}+2e^{-t}-\frac{5}{2}e^{-2t})u(t)$$

4．

复频域等效电路如图：



可列出 s 域的方程如下：

$$\frac{u_s(s)}{\frac{1}{2}s+\frac{1}{3+s}}=\frac{u_c(s)}{\frac{1}{3+s}}$$

$$\Rightarrow H(s)=\frac{u_c(s)}{u_s(s)}=\frac{2}{s^2+3s+2}$$

所以，系统的冲激响应为 $h(t)=2(e^{-t}-e^{-2t})u(t)$

因为，$s(t)=\int_{0-}^{t}h(\tau)d\tau=-2e^{-\tau}\Big|_{0+}^{t}+e^{-2\tau}\Big|_{0+}^{t}$

所以，系统的阶跃响应为 $s(t)=(1-2e^{-t}+e^{-2t})\varepsilon(t)$