

4 2014-2015 学年第二学期《概率统计》试卷 (A)

授课班号 _____ 年级专业 13 自动化 学号 _____ 姓名 _____

题型	填空题	计算题	综合题	总分	审 核
得分					

一、填空题(每小题 5 分, 共 25 分)

1. 设 A, B 是两个互不相容的随机事件, 且知

$$P(A) = \frac{1}{2}, P(B) = \frac{1}{3}.$$

则 $P(AB) = \underline{\hspace{2cm}}$.

得分	阅卷人

2. 设 X 的概率密度为 $f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$, 则 $P(|X| \leq 1) = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 设随机变量 X 服从指数分布, $P\{X > 10\} = e^{-1}$, 则

$$E(X) = \underline{\hspace{2cm}}, D(X) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

4. 随机变量 X 的数学期望 $E(X) = 100$, 方差 $D(X) = 10$, 则由切比雪夫不等式 $P\{80 < X < 120\} \geq \underline{\hspace{2cm}}$.

5. 设 (Y_1, Y_2, \dots, Y_n) 是来自总体 Y 的样本, Y 的分布密度为

$$f(x, \theta) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1}, & 0 < x < 1 \\ 0, & x \notin (0, 1) \end{cases},$$

则参数 θ 的矩法估计为 $\theta = \underline{\hspace{2cm}}$.

二、计算题(每小题 7 分, 共 35 分)

1. 某仓库有同样规格的产品六箱, 其中三箱是甲厂生产的, 二箱是乙厂生产的, 另一箱是丙厂生产的, 且它们的次品率依次为 $\frac{1}{10}, \frac{1}{15}, \frac{1}{20}$, 现从中任取一件产品, 试求取得的一件产品是正品的概率.

2. 设随机变量 ξ 的概率密度为

$$\varphi(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)},$$

求随机变量 $\eta = 1 - \xi^3$ 的概率密度.

3. 设二维连续随机向量 (X, Y) 的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-y}, & 0 < x < y \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

求关于 X 及关于 Y 的边缘概率密度.

4. 设 x_1, x_2, x_3, x_4 是来自正态总体 $N(0, 1)$ 的样本. 设

$$X = a(X_1 - 2x_2)^2 + b(3X_3 - 4X_4)^2$$

则当 a, b 为何值时, X 服从 χ^2 分布? 其自由度为何?

5. 设 X_1, X_2, \dots, X_n 为总体的一个样本, x_1, x_2, \dots, x_n 为一相应的样本值. 求下述总体的密度函数或分布律中的未知参数的最大似然估计量.

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{\theta} x^{\sqrt{\theta}-1}, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}, \text{ 其中 } \theta > 0, \theta \text{ 为未知参数.}$$

三、综合题(满分 39 分)

1. (12 分) 设二维随机向量 (X, Y) 的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} ke^{-(5x+6y)}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

- (1) 求常数 k ; (2) 证明 X 与 Y 相互独立.

得分	阅卷人

2. (15 分) 设随机变量 $X \sim N(\mu, 2.8^2)$, 现有 X 的 10 个观察值 x_1, \dots, x_{10} , 已

知 $\bar{x} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i = 1500$. 求:

(1) μ 的置信度为 0.95 的置信区间.

(2) 要想使 0.95 的置信区间长度小于 1, 观察值个数 n 最少应取多少?

$$z_{\alpha/2} = 1.96$$

3. (13 分)

已知维尼纶纤度在正常条件下服从正态分布 $N(M, 0.048^2)$ 某日抽取五根纤维测得其纤度为 1.32, 1.55, 1.36, 1.40, 1.44, 问这一天的纤度总体标准差是否正常?

$\alpha = 0.05$, M 未知; 已知 $\chi_{0.025}^2(4) = 11.143$ $\chi_{0.975}^2(4) = 0.484$