

2011—2012 学年第一学期《理论力学》期末考试卷 (A 卷)

授课班号_____ 年级专业_____ 机自、材料、热动 11 级_____ 学号_____ 姓名_____

闭卷 考试时间 95 分钟 (答案及评分标准)

题号	一	二	三	四		总分	审核
题分	40	20	20	20			
得分							

题分	得分
40	

一、基本概念题 (共 40 分)

注: 请在空白处写出必要的计算步骤, 必要时画出力学简图

1.(本题 3 分) 空间任意力系向某一定点 O 简化, 若其主矢 $F'_R \neq 0$, 主矩 $M_O \neq 0$, 则此力系简

化的最后结果是_____C_____

- A. 可能是一个力偶, 也可能是一个力; B. 一定是一个力;
C. 可能是一个力, 也可能是一个力螺旋; D. 一定是一个力螺旋。

2.(本题 6 分) 如图 1 所示, $F_T = 20 \text{ kN}$, $W = 60 \text{ kN}$, A 和 B 之间的静滑动摩擦因数 $\mu_s = 0.5$, 动滑动摩擦因数 $\mu_d = 0.4$, 则物块 A 所受的摩擦力的大小为_____

[解]

$$F_N = W - F_T \sin 30^\circ = 60 - 10 = 50 \text{ kN}$$

$$F_{s\max} = \mu_s F_N = 0.5 \times 50 = 25 \text{ kN}$$

$$F_T \cos 30^\circ = 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 17.32 \text{ kN} < F_{s\max}, \text{ 故 } F_s = 17.32 \text{ kN}$$

3.(本题 6 分) 如图 2 所示的双直角曲杆可以绕轴 O 转动, 图示瞬时点 A 的全加速度 $a_A = 0.3 \text{ m/s}^2$ 则曲杆 AB 的角加速度的大小为_____, B 点的全加速度大小为_____。在图中画出点 B 的全加速度的准确方向。

[解] $a_A^t = a_A \sin 30^\circ = 0.15 \text{ m/s}^2$, $\alpha = a_A^t / OA = 0.05 \text{ rad/s}^2$

$$a_B^n = \omega^2 OB = \frac{a_A \cos 30^\circ}{OA} OB = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{5}{3} a_A \quad a_B^t = \alpha OB = \frac{a_A \sin 30^\circ}{OA} OB = \frac{1}{2} \frac{5}{3} a_A$$

$$a_B = \sqrt{(a_B^n)^2 + (a_B^t)^2} = \frac{5}{3} a_A = 0.5 \text{ m/s}^2, \text{ 方向与 } OB \text{ 连线成 } 30^\circ \text{ 角。}$$

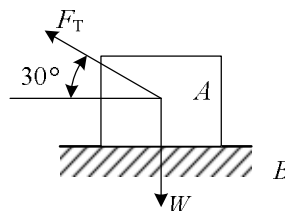


图 1

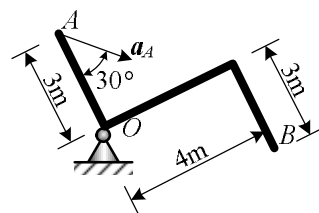


图 2

4. (本题 8 分) 如图 3 所示机构, 选择点 A 作为动点, 动参考系固连在折杆 OB 上。 OB 以恒定的角速度 ω 绕点 O 作定轴转动。按照上述动点, 动参考系的选择, 此瞬时杆 AC 的速度大小为_____。科氏加速度的大小为_____。在图中标出科氏加速度的方向。

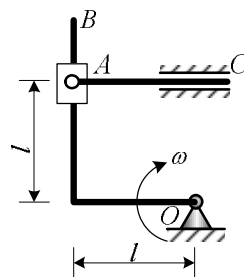


图 3

[解]

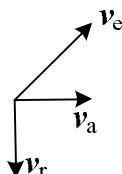
画出速度关系图: 其中 $v_e = \omega(\sqrt{2}l)$

$$v_{AC} = v_a = v_e \cos 45^\circ = \omega l$$

$$v_a \cos 45^\circ = v_r \cos 45^\circ, v_r = \omega l$$

$$a_c = 2\omega v_r = 2\omega^2 l$$

方向 (B)



5. (本题 5 分) 如图 4 所示, 均质杆 AB 长 l , 直立在光滑的水平面上, 求它从铅直位置无速地倒下时, 端点 A 相对图示坐标系的轨迹方程为_____。

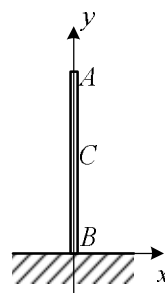


图 4

[解]

质心的 x 坐标位置守恒

$$x_A = \frac{l}{2} \cos \theta \quad \text{由此可得: } 4x_A^2 + y_A^2 = l^2$$

$$y_A = l \sin \theta$$

6. (本题 8 分) 如图 5 所示的均质杆 OA 长 l , 质量为 m , 其 O 端用铰链支承, A 端用细绳悬挂, 将细绳突然剪断的瞬时, 杆的角速度为_____, 角加速度大小为_____, 方向为_____ (顺时针/逆时针)。

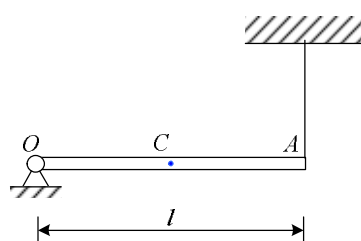


图 5

[解]

角速度 $\omega = 0$

根据定轴转动微分方程

$$J_O \alpha = \sum M_O(F)$$

$$\frac{1}{3} m l^2 \alpha = -m g \frac{l}{2}, \quad \text{因此, } \alpha = -\frac{3}{2} \frac{g}{l}$$

7. (本题 4 分) 如图 6 所示的质量为 m 半径为 r 的均质圆盘, 其角速度为 ω , 角加速度为 α , 偏心距 $OC = e$ 。写出惯性力系向点 O 简化的结果, 惯性力和惯性力偶在图中标出方向。

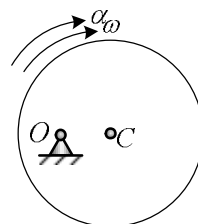


图 6

$$[解] \quad J_O = J_C + m e^2 = \frac{1}{2} m r^2 + m e^2$$

$$F_1^n = m\omega^2 e \quad F_1^t = m\alpha, \quad M_{IO} = J_O\alpha = \left(\frac{1}{2}mr^2 + me^2\right)\alpha$$

题分	得分
20	

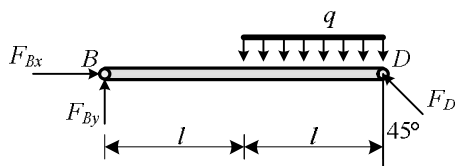
二、计算题（本题 20 分）

如图 7 所示的平面结构由直杆 AB 、 BD 和 DE

组成，尺寸如图所示，其中长度 l 已知。在杆 BCD 的 CD 段受到集度为 q 的均布荷载作用，在杆 AB 上受到一个力偶矩为 M 的力偶作用，且 $M = 2ql^2$ 。各杆件自重和各处摩擦不计。计算固定端 A 处的约束反力和 DE 杆所受的力。

[解]

显然 DE 杆是二力杆，考虑杆 BCD ，画出受力分析图如下：



$$\sum M_B = 0 \quad -ql\left(\frac{3}{2}l\right) + F_D \cos 45^\circ (2l) = 0 \quad \text{解得: } F_D = \frac{3\sqrt{2}}{4}ql$$

$$\sum F_x = 0 \quad F_{Bx} - F_D \sin 45^\circ = 0 \quad \text{解得: } F_{Bx} = \frac{3}{4}ql$$

$$\sum F_y = 0 \quad F_{By} - ql + F_D \cos 45^\circ = 0 \quad \text{解得: } F_{By} = \frac{1}{4}ql$$

考虑 AB 杆，画出受力分析图如下：

$$\sum M_A = 0 \quad M_A - M + F'_{Bx}l = 0 \quad \text{解得: } M_A = M - F'_{Bx}l = 2ql^2 - \frac{3}{4}ql^2 = \frac{5}{4}ql^2 \quad \left(\frac{5}{8}M\right)$$

$$\sum F_x = 0 \quad F_{Ax} - F'_{Bx} = 0 \quad F_{Ax} = \frac{3}{4}ql$$

$$\sum F_y = 0 \quad F_{Ay} - F'_{By} = 0 \quad F_{Ay} = \frac{1}{4}ql$$

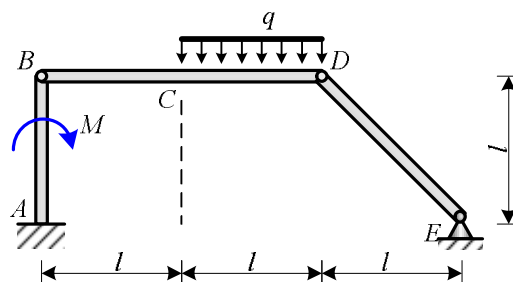
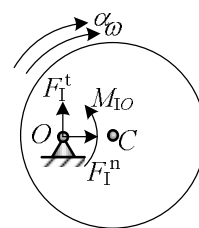


图 7

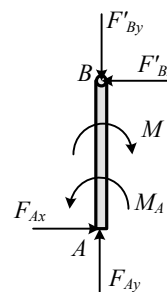


图 4

题分	得分
20	

三、计算题（本题 20 分）

如图 8 所示机构，已知

长 l 的曲柄 OA 以匀角速度 ω 逆时针转动。某瞬时曲柄与水平夹角为 60° 且曲柄正好和连杆 AB 垂直，试求这瞬时轮子的角速度和角加速度。设轮子的半径 R ，且在水平面上做纯滚动。

[解]

(1) 速度量分析，画出速度关系图：

$$v_A = \omega l$$

$$AB = \sqrt{3}l \quad AI = AB \cot 30^\circ = 3l$$

$$\text{故 } \omega_{AB} = \frac{v_A}{AI} = \frac{\omega l}{3l} = \frac{\omega}{3}$$

$$v_B = \omega_{AB} BI = \frac{\omega}{3} \times 2\sqrt{3}l = \frac{2}{3}\sqrt{3}\omega l$$

$$\omega_B = \frac{v_B}{R} = \frac{2\sqrt{3}\omega l}{3R}$$

(2) 加速度量分析

应用基点法：

$$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{BA}^t + \mathbf{a}_{BA}^n$$

$$a_{BA}^n = (\omega_{AB})^2 AB = \left(\frac{\omega}{3}\right)^2 \sqrt{3}l = \frac{\sqrt{3}}{9}\omega^2 l$$

将公式向 AB 轴投影：

$$a_B \cos 30^\circ = a_{BA}^n,$$

$$a_B = \frac{\sqrt{3}}{9}\omega^2 l \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{9}\omega^2 l$$

$$\text{则 } \alpha_B = \frac{a_B}{R} = \frac{2\omega^2 l}{9R}.$$

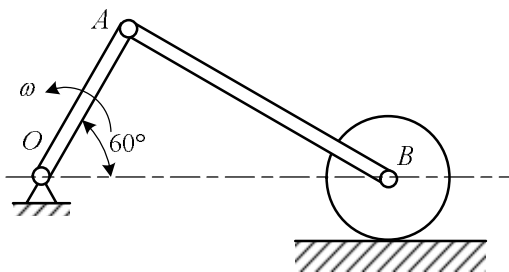
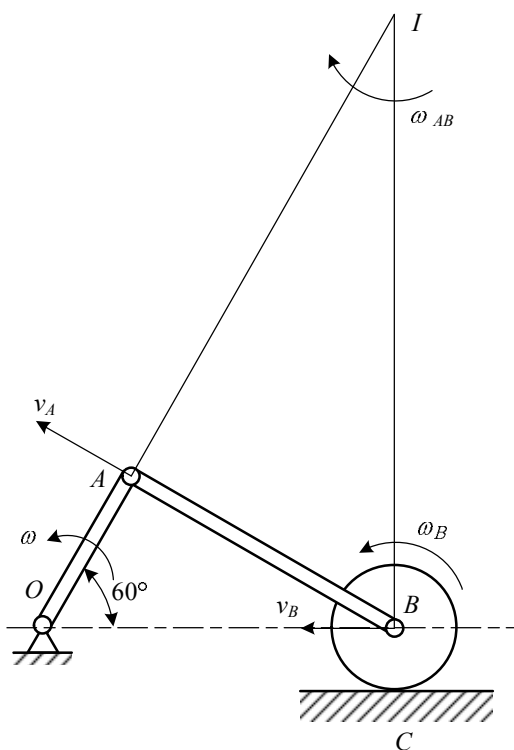


图 8



题分	得分
20	

四、计算题（本题 20 分）

如图 9 所示均质圆轮 C 的质量是 m ，半径是 r ，轮心通过细绳绕到不计质量的定滑轮 O 上，再和质量同为 m 的物块 A 相连。圆轮 C 沿着固定水平面只滚不滑。系统初始状态为静止，当物块下落 s 距离后，求(1)圆轮 C 的角速度；(2)圆轮 C 的角加速度；(3)细绳的拉力；(4)水平面对圆轮的摩擦力。

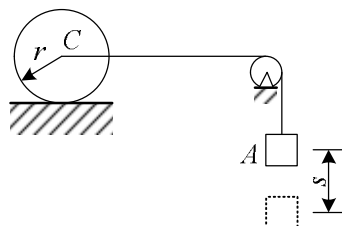


图 9

[解]

利用动能定理， $W_{12} = \Delta E_k$ $E_{k1} = 0$

设物块下落 s 后的速度为 v ，则动能 $E_{k2} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{3}{4}mv^2 = \frac{5}{4}mv^2$

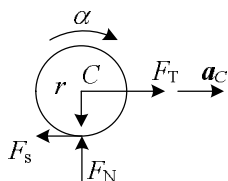
此时，外力仅有物块 A 重力做功， $W_{12} = mgs$

根据动能定理： $mgs = \frac{5}{4}mv^2$ (*) 则有： $v = \sqrt{\frac{4gs}{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}\sqrt{gs}$

对式(*)求导数：

$mgv_C = \frac{5}{4}m2v_Ca_C = \frac{5}{2}mv_Ca_C$ ，则有 $a_C = \frac{2}{5}g$

取圆轮作为研究对象：画出受力图和运动分析图



根据平面运动微分方程： $J_C\alpha = \sum M_C(F)$

有： $\frac{1}{2}mr^2\alpha = F_sr$ ，而 $\alpha = \frac{a_C}{r} = \frac{2g}{5r}$ ，故 $\frac{1}{2}mr^2\left(\frac{2g}{5r}\right) = F_sr$ ，可得： $F_s = \frac{1}{5}mg$

根据质心运动定理：

$F_T - F_s = ma_C$ ， $F_T = ma_C + F_s = \frac{2}{5}mg + \frac{1}{5}mg = \frac{3}{5}mg$

(本题亦可对物块 A 进行受力分析，算出 F_T ，进而对轮采用质心运动定理，算出摩擦力)