

# 2015—2016 学年第一学期《复变函数与积分变换》

## (课内)考试卷(A 卷) (物联网学院通信物联网专业 2014 级)

授课班号\_\_\_\_\_ 专业\_\_\_\_\_ 学号\_\_\_\_\_ 姓名\_\_\_\_\_

题号	一	二	三	阅卷人	得分
得分					

一：填空题(共 30 分，每空 3 分)

阅卷人	得分

1. 设复数  $z = \frac{i+1}{1-i}$ , 则  $z^{100} =$  \_\_\_\_\_。

2. 设复数  $z = 2 - 8i$ , 则主值  $\ln z =$  \_\_\_\_\_。

3.  $f(z) = \int_{|\zeta|=2} \frac{\sin(\frac{\pi}{2}\zeta)d\zeta}{\zeta - z}$ , 其中  $|z| \neq 2$ , 则  $f'(3) =$  \_\_\_\_\_。

4. 设  $f(z) = x^2 - iy$ , , 则  $f'(-\frac{1}{2} + 3i) =$  \_\_\_\_\_。

5. 若函数  $v(x, y) = x^3 + axy^2$  为某一解析函数的虚部, 则  $a =$  \_\_\_\_\_。

7. 幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi}{2}}{n} (\frac{z}{2})^n$  的收敛半径= \_\_\_\_\_。

8.  $\text{Res}[\frac{z^2}{\cos z - 1}, 2\pi] =$  \_\_\_\_\_。

9 拉普拉斯变换中  $L[e^{-t} \cos 2t] =$  \_\_\_\_\_。

10 傅里叶变换中  $F[2 + \cos t] =$  \_\_\_\_\_。

二：计算题(共 30 分，每小题 6 分)

阅卷人	得分

1. 求方程  $z^3 + 1 - i = 0$  的根。

2. 计算  $(1)^{-i}$  的值。

3. 计算积分  $\oint_c \frac{e^{iz}}{z^2 + 1} dz$ ，其中  $c$  为正向圆周  $|z| = 4$ 。

4. 判别级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(i)^n}{n}$  的敛散性。

5. 求函数  $F(w) = \frac{\sin w}{w}$  的 Fourier 逆变换  $f(t)$ 。

三：解答题(共 40 分)

阅卷人	得分

2. 若  $u = \ln(x^2 + y^2) + 1$ ，求解析函数  $f(z) = u + iv$ 。(10 分)

2. 将函数  $f(z) = \frac{1}{z(z-i)}$  分别在区域  $0 < |z| < 1$ ， $1 < |z-i| < +\infty$  内展成洛朗级数的形式。(10 分)

3. 求  $\int_0^{+\infty} te^{-3t} \sin 2t dt$ 。(10 分)

4. 求方程  $y'' - y = 4 \sin t + 5 \cos 2t$ ，满足初始条件  $y|_{t=0} = -1, y'|_{t=0} = -2$  的解。(10 分)