15 2016-2017 学年第二学期《概率统计》试卷（A）

授课班号________ 年级专业 15能计 学号____________ 姓名______________

题型	填空题	计算题	综合题	总分	审　核
得分					

一、填空题(每小题 5 分，共 25 分)

得分	阅卷人

1. 设事件 A,B 仅发生一个的概率为 0.3，且 $P(A)+P(B)=0.5$，则 A,B 至少有一个不发生的概率为 ________.

2. 抛一枚硬币三次，ξ 和 η 分别表示出现正面次数和出现反面次数，则 $P\{\xi>\eta\}=$ _______.

3. 设 $X\sim B(n,p)$，且 $E(X)=2$, $D(X)=\frac{2}{3}$，则 $P(X=1)=$ ________.

4. 设二维随机向量 (X,Y) 的概率密度为

$$f(x,y)=\frac{6}{\pi^2(4+x^2)(9+y^2)}\ (-\infty<x<+\infty,\ -\infty<y<+\infty),$$

则 $f_X(x)=$ ________.

5. 设 $\hat{\theta}_1,\hat{\theta}_2,\hat{\theta}_3$ 是总体分布中参数 θ 的无偏估计量，

$$\hat{\theta}=a\hat{\theta}_1-2\hat{\theta}_2+3\hat{\theta}_3,$$

当 $a=$ ________时，$\hat{\theta}$ 也是 θ 的无偏估计量.

二、计算题(每小题 6 分，共 36 分)

得分	阅卷人

1. 设书籍上每页的印刷错误的个数 X 服从泊松分布，经统计发现在某本书上，有一个印刷错误与有两个印刷错误的页数相同，求任意检验 4 页，每页上都没有印刷错误的概率.

2. 甲、乙两人独立的对同一目标射击一次，命中率分别为0.6和0.5，现已知目标被命中，试求是甲射中的概率.

击

3. 设二维连续随机向量的概率密度

$$f(x,y)=\begin{cases} cx^2y, & x^2\le y\le 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

(1) 确定常数 c；(2) 求边缘概率密度.

4. 设连续型随机变量 ξ 的分布函数是

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0 \\ \dfrac{x^2}{2}, & 0<x\le 1 \\ -1+2x-\dfrac{x^2}{2}, & 1<x\le 2 \\ 1, & x>2 \end{cases}$$

(1) 求 ξ 的概率密度；(2) 计算 $E(\xi)$, $D(\xi)$.

5. 设 X_1, X_2, X_3, X_4 是取自正态总体 $X \sim N(0, 2^2)$ 的简单随机样本，且

$$Y = a(X_1 - 2X_2)^2 + b(3X_3 - 4X_4)^2,$$

则 $a=?$，$b=?$ 时，统计量 Y 服从 χ^2 分布，其自由度是多少？

6. 某种织物的强力指标的均值为 $\mu = 21(\text{kg})$. 改进工艺后生产一批织物，今抽取 25 件，测得 $\bar{x} = 21.55(\text{kg})$，$s = 1.2(\text{kg})$. 假设强力指标服从正态分布. 问在显著水平 $\alpha = 0.01$ 条件下，新生产织物比过去的织物的强力是否更高？

附表:

$u_{0.99}=2.58$，	$u_{0.975}=1.96$，	$t_{0.95}(25)=1.708$，	$t_{0.95}(24)=1.711$，
$t_{0.975}(24)=2.064$，	$t_{0.99}(25)=2.485$，	$t_{0.99}(24)=2.492$.	

三、综合题（满分 39 分）

得分	阅卷人

1.（10 分） 设随机变量 X 与 Y 独立，且 $P\{X=\pm 1\} = P\{Y=\pm 1\} = \dfrac{1}{2}$，定义 $Z = XY$，证明 X, Y, Z 两两独立，但不相互独立.

2. (9 分) 在次品率为$\frac{1}{6}$的一批产品中，任意抽取300件，试计算在抽取的产品中次品件数在40到60间的概率. 已知标准正态分布函数$F_{0,1}(x)$的值：$F_{0,1}(1.55)=0.9394$，$F_{0,1}(1.20)=0.8849$，$F_{0,1}(0.12)=0.5478$.

3. (10 分) 某工厂生产滚珠，从某日生产的产品中随机抽取 9 个，测得直径（单位：mm）如下：

14.5，14.7，15.1，14.9，14.8，15.0，15.1，15.2，14.8

设滚珠直径服从正态分布，若 置信水平 $1-\alpha=0.95$

(1) 已知滚珠直径的标准差 $\sigma=0.15\,mm$； $z_{0.025}=1.96$

(2) 未知标准差σ. 求直径均值μ的置信区间. $t_{0.025}(8)=2.306$

4. (10 分) 设 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 为来自总体 X 的样本，总体 X 的概率密度为

$$f(x)=\begin{cases}\theta c^{\theta}x^{-(\theta+1)}, & x>c\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$$

其中 $c>0$ 已知，$\theta>1$ 未知. 求：

(1) θ 的矩估计；　　(2) θ 的极大似然估计.