2008－2009 学年第二学期《信号与线性系统》试卷 A

标 准 答 案

一．计算说明题

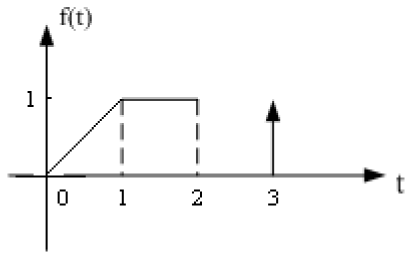
1．

$$\int_{-\infty}^{+\infty}(\cos t+\sin t)\delta(t-\frac{\pi}{4})dt$$

$$=\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)+\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$=\sqrt{2}$$

2．



3．

$f_1(t)=e^{-t}\varepsilon(t)$　　　　　　$f_2(t)=e^{-2t}\varepsilon(t)$

$$g(t)=f_1(t)*f_2(t)$$

$$=[e^{-t}\varepsilon(t)]*[e^{-2t}\varepsilon(t)]$$

$$=\int_0^t e^{-\tau}\cdot e^{-2(t-\tau)}d\tau$$

$$=e^{-2t+\tau}\Big|_0^t$$

$$=\left(e^{-t}-e^{-2t}\right)\varepsilon(t)$$

4．

$$F(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)e^{-j\omega t}dt$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}e^{-2|t|}e^{-j\omega t}dt$$

$$=\int_0^{\infty}e^{-2t}e^{-j\omega t}dt+\int_{-\infty}^{0}e^{2t}e^{-j\omega t}dt$$

$$=\frac{1}{2+j\omega}+\frac{1}{2-j\omega}$$

$$=\frac{4}{4+\omega^2}$$

5．

$F(0)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(t)e^{-j0t}dt=\int_{-\infty}^{+\infty}f(t)dt$，即是 $f(t)$ 围成的面积。

由图可得 $f(t)$ 围成的面积为 3，所以 $F(0)=3$ 。

$$\int_{-\infty}^{+\infty}F(\omega)d\omega=\int_{-\infty}^{+\infty}F(\omega)e^{j\omega 0}d\omega=2\pi f(0)=2\pi$$

6．

$$\begin{aligned}
&y(k)=h(k)*x(k)=[\varepsilon(k)-\varepsilon(k-3)]*[\varepsilon(k)-\varepsilon(k-2)]\\
&=[\delta(k)+\delta(k-1)+\delta(k-2)]*[\delta(k)+\delta(k-1)]\\
&=\delta(k)+\delta(k-1)+\delta(k-2)+\delta(k-1)+\delta(k-2)+\delta(k-3)\\
&=\delta(k)+2\delta(k-1)+2\delta(k-2)+\delta(n-3)
\end{aligned}$$

7．

$$F(s)=\frac{2s}{s^2+5s+6}=\frac{A_1}{s+2}+\frac{A_2}{s+3}$$

$$A_1=\left.\frac{s}{s+3}\right|_{s=-2}=-4$$

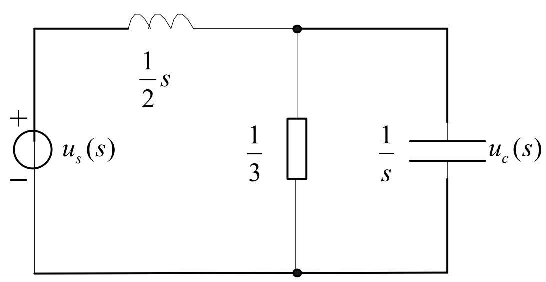
$$A_2=\left.\frac{s}{s+2}\right|_{s=-3}=6$$

$$\Rightarrow F(s)=\frac{-4}{s+2}+\frac{6}{s+3}$$

$$\Rightarrow f(t)=(6e^{-3t}-4e^{-2t})u(t)$$

二．综合题

1．复频域等效电路如图：



可列出 s 域的方程如下：

$$\frac{u_s(s)}{\frac{1}{2}s+\frac{1}{3+s}}=\frac{u_c(s)}{\frac{1}{3+s}}$$

$$\Rightarrow H(s)=\frac{u_c(s)}{u_s(s)}=\frac{2}{s^2+3s+2}$$

所以，系统的冲激响应为 $h(t)=2(e^{-t}-e^{-2t})u(t)$

2.

对 $\frac{d^2y(t)}{dt^2}+5\frac{dy(t)}{dt}+6y(t)=\frac{dx(t)}{dt}+4x(t)$ 取零状态下的拉氏变换，得：

$$s^2Y_{zs}(s)+5sY_{zs}(s)+6Y_{zs}(s)=(s+4)X(s)$$

$$H(s)=\frac{s+4}{s^2+5s+6}$$

$$x(t)=e^{-t}\varepsilon(t)\Rightarrow X(s)=\frac{1}{s+1}$$

$$\Rightarrow Y_{zs}(s)=\frac{s+4}{(s+1)(s^2+5s+6)}=\frac{A_1}{s+1}+\frac{A_2}{s+2}+\frac{A_3}{s+3}$$

$$A_1=\frac{3}{2}$$

$$A_2=-2$$

$$A_3=\frac{1}{2}$$

$$\therefore Y_{zs}(s)=\frac{\frac{3}{2}}{s+1}+\frac{-2}{s+2}+\frac{\frac{1}{2}}{s+3}$$

$$\therefore y_{zs}(t)=[\frac{3}{2}e^{-t}-2e^{-2t}+\frac{1}{2}e^{-3t}]\varepsilon(t)$$

3.

通解：特征方程：$r^2+2r+1=0$

特征根：$r_{1,2}=-1$

所以，$y_h(k)=(A_1+A_2k)(-1)^k$

特解：激励为 $3^k\varepsilon(k-2)$

则 $y_p(k)=C3^k\varepsilon(k-2)$ 代入差分方程得 $C=\frac{9}{16}$

所以，$y_p(k)=\frac{9}{16}3^k\varepsilon(k-2)$

所以，$y(k)=y_h(k)+y_p(k)=(A_1+A_2k)(-1)^k+\frac{9}{16}3^k\varepsilon(k-2)$

因为，$y(-2)=0,y(-1)=0$ 代入上式得 $A_1=\frac{7}{16},A_2=\frac{1}{4}$

所以，$y(k)=(\frac{7}{16}+\frac{1}{4}k)(-1)^k+\frac{9}{16}3^k \qquad (k\geq 2)$

4.

对 $y(k)-7y(k-1)+12y(k-2)=f(k)$ 取零状态下的 Z 变换，得：

$$Y_{zs}(z)-7z^{-1}Y_{zs}(z)+12z^{-2}Y_{zs}(z)=F(z)$$

$$\Rightarrow H(z)=\frac{Y_{zs}(z)}{F(z)}=\frac{z^2}{z^2-7z+12}$$

$$\Rightarrow \frac{H(z)}{z}=\frac{z}{z^2-7z+12}=\frac{A_1}{z-3}+\frac{A_2}{z-4}$$

$$A_1=-3$$

$$A_2=4$$

$$H(z)=\frac{-3z}{z-3}+\frac{4z}{z-4}$$

$$h(k)=(-3\cdot 3^k+4\cdot 4^k)\varepsilon(k)$$

对 $y(k)-7y(k-1)+12y(k-2)=f(k)$ 取 Z 变换，

并将 $y(-1)=1, y(-2)=0, f(k)=\delta(k)$ 代入得：$Y(z)=\frac{8z^2-12z}{z^2-7z+12}$

则 $\frac{Y(z)}{z}=\frac{8z-12}{(z-3)(z-4)}=\frac{-12}{z-3}+\frac{20}{z-4}$

所以，$Y(z)=\frac{-12z}{z-3}+\frac{20z}{z-4}$

所以，　$y(k)=(-12\cdot 3^k+20\cdot 4^k)\varepsilon(k)$