

2014-2015 学年第一学期《复变函数与积分变换 B》

课内考试卷 (B 卷)

答案

1. 设 $\bar{z} = (1-i)^5$, 则 z 的模为 1 z 的辐角主值为 $-\frac{5\pi}{4}$

2. $\sqrt[3]{-1-2i} = \underline{\quad}$

3. $\oint_{|z|=2} \left(\frac{\sin z}{z-i} + \frac{\cos z}{(z-3)^3} \right) dz = \underline{\quad}$

4. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln n} (z-i)^n$ 的收敛圆是 $|z-i| < 1$

5. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+2ni}{1-ni} = \underline{\quad}$

6. $f(z) = z \sin z$ 在 $z=0$ 的泰勒级数为 $z^2 - \frac{z^4}{6} + \frac{z^6}{120} - \dots$

7. $\operatorname{Ln}(2-i)$ 的主值为 $\ln \sqrt{5} - i \arctan \frac{1}{2}$

8. $L[t^3 e^{2t} + \delta(t)] = -L^{-1} \left[\frac{1}{(s-1)^2 + 2} \right] = \underline{\quad}$

1. 计算 $(-2-i)^{-i}$ 的值

2. 设 $f(z) = 4my^3 + nx^2y + i(x^3 + lxy^2)$, 试指出 $f(z)$ 解析的条件, 并在此条件下求 $f(z)$ 的导数.

3. 计算积分 $\int_0^{+\infty} \frac{1-\cos t}{t} e^{-2t} dt$ 的值.

4. 讨论级数 $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{i^n}{n}$ 的收敛性和绝对收敛性.

5. 求 $f(t) = \frac{e^{-3t} \sin 2t}{t}$ 的拉氏变换.

三、解答题(共 40 分, 每小题 10 分)

1. 在复平面上求解析函数 $f(z)$ 使其实部

$u(x, y) = e^x \cos y + 2x$, 且 $f(0) = 1$.

2. 求函数 $f(z) = \frac{1}{z(z-i)}$ 分别在圆环域 (1) $0 < |z| < 1$ (2) $|z| > 1$ 内的洛朗展开

3. 计算积分 $\oint_C \frac{1}{z(z-1)^2} dz$ 的值, 其中 C 为负向圆周 $|z| = 2$.

4. 用拉氏变换求微分方程 $y'' + 2y' - 3y = e^{-t}$ 的满足 $y(0) = 0, y'(0) = 1$ 的特解.