

2010—2011 学年第一学期《线性代数》期末考试卷 (A)

授课班号_____ 年级专业 _____ 学号_____ 姓名_____

题型	选择题	填空题	计算题	综合题	总分	审 核
得分						

一. 填空题 (满分 30 分)

阅卷人	得分

1. (本题 6 分)

设 A 是 n 阶方阵, 且行列式 $|A|=25$, 则行列式 $|-4A| =$ _____.

2. (本题 6 分)

设 $A=(2, -1, 3)$, 则 $A'A$ 等于 _____.

3. (本题 6 分)

设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_s$ 线性无关, 而 β_1, β_2 都能由向量组 $\alpha_1, \dots, \alpha_s$ 线性表出, 则向量组 $\alpha_1, \dots, \alpha_s, \beta_1, \beta_2$ 的秩为 _____.

4. (本题 6 分)

设 $R(A)$ 表示线性方程组 $Ax=b$ 系数矩阵的秩, $R(\tilde{A})$ 表示其增广矩阵的秩, 当 $R(A)$ _____ $R(\tilde{A})$ _____ n 时, 方程组有解. (n 为未知量的个数)

5. (本题 6 分)

设三阶可逆矩阵 A 的特征值是 $1, \frac{1}{3}, 2$, 则 A^{-1} 的特征值为 _____.

二. 计算题 (满分 30 分)

阅卷人	得分

1. (本题 6 分)

计算三阶行列式 $\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}.$

2. (本题 6 分)

设 A, B 是 n 阶方阵, 试求使等式

$$(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

成立的条件.

3. (本题 6 分)

把 $(1, 1, -1, 0, 1), (1, -1, 0, -1, 1)$ 正交规范化.

4. (本题 6 分)

若 4 元线性方程组 $Ax=0$ 的同解方程组是

$$\begin{cases} x_1 = -3x_3 \\ x_2 = 0 \end{cases},$$

则系数矩阵的秩 $R(A)$ 为多少, 自由未知量的个数是多少?

5. (本题 6 分)

已知 $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 2 & a & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ 与 $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & b \end{pmatrix}$ 相似, 求 a, b .

三. 综合题 (满分 40 分)

1. (本题 8 分)

计算行列式 $D_n = \begin{vmatrix} 4 & 5 & 5 & \cdots & 5 \\ 5 & 4 & 5 & \cdots & 5 \\ 5 & 5 & 4 & \cdots & 5 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 5 & 5 & 5 & \cdots & 4 \end{vmatrix}$ 的值.

阅卷人	得分

2. (本题 8 分)

设 A 是反对称矩阵, 证明 A^2 是对称矩阵.

3. (本题 8 分)

设向量组

$$\alpha_1 = (6, 4, 1, -1, 2), \quad \alpha_2 = (1, 0, 2, 3, -4),$$

$$\alpha_3 = (1, 4, -9, -16, 22), \quad \alpha_4 = (7, 1, 0, -1, 3)$$

求此向量组的秩及一个最大线性无关组.

4. (本题 8 分)

$$\text{解方程组} \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 2 \\ x_1 - 4x_2 + 2x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 3 \\ 4x_1 - 10x_2 + 3x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 8 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 2x_5 = -1 \end{cases}.$$

5. (本题 8 分)

已知向量 $\mathbf{p} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ 是矩阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & a & 3 \\ -1 & b & -2 \end{pmatrix}$ 的一个特征向量,

确定参数 a, b 及 \mathbf{p} 所对应的特征值.