

2013—2014 学年第二学期《线性代数 B》课内考试卷（B 卷）

授课班号_____ 年级专业_____ 学号_____ 姓名_____

题号	一	二	三	四	总分	审核
题分	32	30	30	8		
得分						

得分	评阅人

一、填空（共 32 分，每空格 4 分）

1. 排列 134782695 的逆序数为：_____ 10 _____

2. 设 A 为 3 阶矩阵，且 $|A|=2$ ，则 $\|A\|A\| =$ _____ 16 _____

3. $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ ，则其伴随矩阵 $A^* =$ _____。

4. $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \\ -5 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ，则 $R(A) =$ _____ 2 _____。

5. 设向量 $\vec{\alpha}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ， $\vec{\alpha}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ ， $\vec{\alpha}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ T \end{bmatrix}$ 。则当 $T =$ _____ 5 _____ 时 $\vec{\alpha}_1, \vec{\alpha}_2, \vec{\alpha}_3$ 线性相关。

6. 设方程组 $\begin{cases} 2x_1 + kx_2 = x_1 \\ kx_1 - x_2 = -2x_2 \end{cases}$ 有非零解，则 $k =$ _____ 1 -1 _____。

7. 设 $\alpha = [2 \ t \ -1]^T$ 与 $\beta = [3 \ 1 \ 3]^T$ 正交，则 $t =$ _____ -3 _____

8. 设 0 是矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & a \end{pmatrix}$ 的特征值，则 $a =$ _____ 1 _____

得分	评阅人

二、计算题（共 30 分，每小题 10 分）

1、 $D = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$

2、设矩阵 $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, 计算 $A^T B$

3、设 $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$, 求矩阵 X

得分	评阅人

三、求解题（共 30 分，每小题 10 分）

1、 λ 取何值时，非齐次线性方程组
$$\begin{cases} \lambda x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + \lambda x_2 + x_3 = \lambda \\ x_1 + x_2 + \lambda x_3 = \lambda^2 \end{cases}$$
，（1）有唯一解；（2）无解；（3）

有无穷多解，并在有无穷多解时求通解。

2、求向量组 $\bar{\alpha}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ $\bar{\alpha}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 3 \end{bmatrix}$ $\bar{\alpha}_3 = \begin{bmatrix} 5 \\ -2 \\ 8 \\ -9 \end{bmatrix}$ $\bar{\alpha}_4 = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix}$ 的秩和它的一个极大线性无关组。

3、设 $A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$, 求一个正交矩阵 P , 使得 $P^{-1}AP$ 为对角阵.

得分	评阅人

四、证明题（共 8 分，每小题 8 分）

1、设 $b_1 = a_1$, $b_2 = a_1 + a_2$, $b_3 = a_1 + a_2 + a_3$, 且向量组 a_1, a_2, a_3 线性无关, 证明向量组 b_1, b_2, b_3 也线性无关.