

2014—2015 学年第一学期《理论力学》课内考试卷 B

卷

授课班号 6111819 年级专业 机自、材料 13 级 学号_____姓名_____

考试时间：95 分钟

题号	一	二			总分	审核
		1	2	3		
题分	40	20	20	20		
得分						

得分

一、基本概念及运算题（共 40 分）

注：请在空白处写出必要的计算步骤，必要时画出力学简图

1、（本题 6 分）如图 1 所示杆件，直接在图上画出其所受约束力，并计算约束力大小。

$$\begin{aligned} \sum F_x = 0 \quad F_{Ax} - F \cos 45^\circ = 0 \quad F_{Ax} &= \frac{\sqrt{2}}{2} F \\ \sum F_y = 0 \quad F_{Ay} + F \sin 45^\circ = 0 \quad F_{Ay} &= -\frac{\sqrt{2}}{2} F \\ \sum M_A = 0 \quad M + F \sin 45^\circ \times l = 0 \quad M &= -\frac{\sqrt{2}}{2} Fl \end{aligned}$$

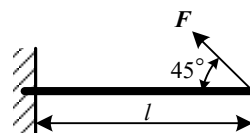


图 1

2、（本题 6 分）如图 2 所示， $OA = OB = a$, $OC = \sqrt{2}a$, 力 F 的作用线沿 CD 方向，则

F 在 z 方向投影 $F_z = -\frac{\sqrt{2}}{2} F$

F 对轴 x' (轴 AB) 的矩 $M_{AB}(F) = \frac{1}{2} Fa$

$$F_z = -F \cos(\angle OCD) = -\frac{\sqrt{2}}{2} F$$

$$M_{AB}(F) = dF = \frac{1}{2} Fa$$

将 F 投影到与 AB 垂直的平面 OCD 上

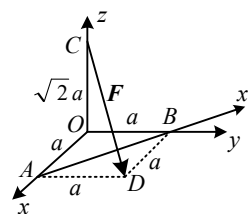
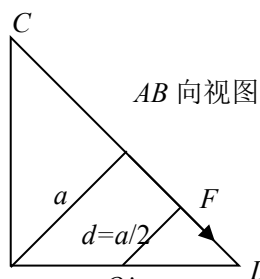


图 2



F 对 AB 之矩等于在平面 OCD 上 F 的
投影（还是 F）对 O' 点之矩

3、(本题 6 分) 如图 3 所示，曲柄摇杆机构，曲柄 OA 长 100mm，绕 O 转动 $\varphi=\pi t/4$ ，摇杆 O_1B 长 240mm， $O_1O=100$ mm，试求 B 点的速度为 0.094 m/s，切向加速度为 0，法向加速度为 0.037 m/s²。在图上画出方向。

$$\theta = \frac{1}{2}\varphi = \frac{\pi t}{8}, \quad \dot{\theta} = \frac{\pi}{8}, \quad \ddot{\theta} = 0$$

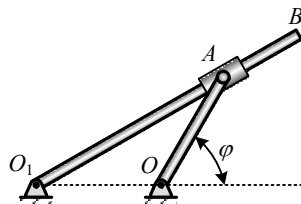


图 3

$$v_B = \dot{\theta} \times |O_1B| = \frac{\pi}{8} \times 0.24 = 0.03\pi = 0.094 \text{ m/s}$$

$$a^t = \ddot{\theta} \times |O_1B| = 0$$

$$a^n = \dot{\theta}^2 \times |O_1B| = \left(\frac{\pi}{8}\right)^2 \times 0.24 = 0.00375\pi^2 = 0.037 \text{ m/s}^2$$

4、(本题 12 分) 如图 4 所示，半径为 r ，质量为 m 的均质圆盘在水平面上自右向左作纯滚动，且其质心的速度始终为 v 。

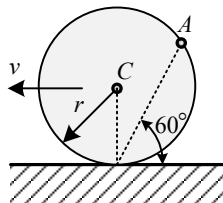


图 4

- 1). 在图中标出圆盘的速度瞬心；
- 2). 圆盘的角速度为 v/r ；
- 3). 圆盘边缘点 A 的速度大小为 $\sqrt{3}v$ ；在图中标出方向；
- 4). 圆盘边缘点 A 的加速度大小为 v^2/r ；在图中标出方向；
- 5). 圆盘的动量为 mv ；
- 6). 圆盘的动能为 $3m^2v/4$ ；

5、(本题 6 分) 如图 5 所示，已知均质圆轮半径为 $R = 1\text{m}$ ，质量为 $m = 10\text{kg}$ ，绕定轴 O 转动，转动角速度为 $\omega = 10\text{rad/s}$ ，希望在 2s 内使之停下来，求加在轮缘两边上的压力 F 要多大，假设摩擦块与轮的摩擦因数为 0.4。

解答： $F = 31.25\text{N}$

简要过程：

$$J\alpha = \sum M, \quad \frac{1}{2}mR^2 \cdot \frac{\omega - 0}{\Delta t} = F \times 0.4 \times R \times 2$$

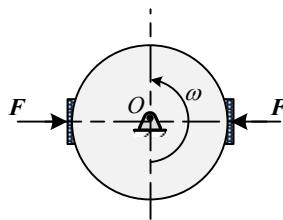


图 5

6、(本题 4 分) 如图 6 所示，计算并在图上画出均质圆环惯

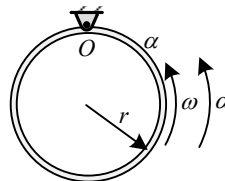


图 6

性力系向点 O 的简化结果。圆环质量为 m 。

惯性力、惯性力矩大小：

$$F_I^n = ma_C^n = m\omega^2 r, \quad F_I^r = ma_C^r = m\alpha r,$$

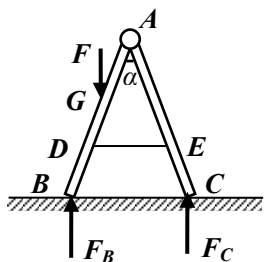
$$M_I = J\alpha = 2mr^2\alpha$$

方向如图

二、计算题（共 60）

题分	20
得分	

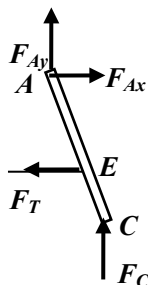
1、如图 7 所示，梯子由 AB 、 AC 两部分在点 A 铰接，又在 D 、 E 用水平绳连接，放在光滑水平面上。已知 $AB=AC = 3\text{m}$ ， $AG=DG = 1\text{m}$ ， $\alpha = 30^\circ$ ， $F=900\text{N}$ 。求绳的拉力， A 处的约束力大小。



解：首先取整体为研究对象，作受力分析如图所示，列平衡方程：

$$\sum M_B = 0 \quad F_C \times 3 \times \sin 15^\circ \times 2 - F \times 2 \times \sin 15^\circ = 0$$

$$\text{解得：} \quad F_C = 300\text{N}$$



再取 AEC 为研究对象，作受力分析，列平衡方程

$$\sum M_A = 0 \quad F_C \times 3 \times \sin 15^\circ - F_T \times 2 \times \cos 15^\circ = 0$$

$$F_T = 120.577\text{N}$$

$$\sum F_x = 0 \quad F_{Ax} - F_T = 0 \quad F_{Ax} = 120.577\text{N}$$

$$\sum F_y = 0 \quad F_{Ay} + F_C = 0 \quad F_{Ay} = -300\text{N}$$

题分	20
得分	

2、如图 8 所示，曲柄 OA 长 0.6m ，以等角速度 $\omega = 1\text{ rad/s}$ 绕轴 O 逆时针方向转动，推动 BC 沿铅直方向运动，试求曲柄和水平线之间的夹角 $\theta = 60^\circ$ 时， BC 的速度和加速度。

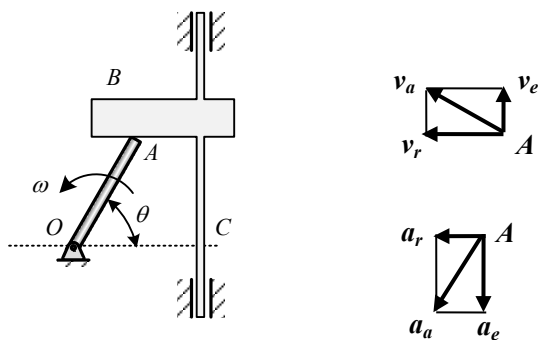


图 8

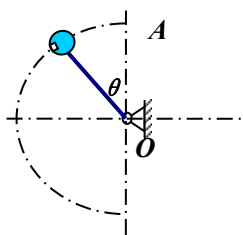
解：取 A 为动点，动系定于 BC 上，绝对运动为绕 O 圆周运动，相对运动为水平直线运动，牵连运动为上下平动，速度分析图、加速度分析图如图所示

$$v_{BC} = v_e = v_a \sin 30^\circ = 1 \times 0.6 \times 0.5 = 0.3 \text{ m/s}$$

$$a_{BC} = a_e = a_a \sin 60^\circ = 1^2 \times 0.6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.3\sqrt{3} = 0.5196 \text{ m/s}^2$$

题分	20
得分	

3、如图 9 所示，冲击试验机的主要部分为一钢铸冲头，其质量 $m = 20\text{kg}$ ，固定在杆上，杆重不计，冲头中心到铰链 O 的距离 $l = 1\text{m}$ ，冲头从最高位置 A 处，无初速度下落，各处摩擦不计，求杆位置 θ 时：1) 冲头速度多大；2) 冲头法向加速度、切向加速度多大；3) 轴承 O 处约束反力。



解：(1) 动能定理

$$E_{k1} = 0$$

$$E_{k2} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 20 \times v^2 = 10v^2$$

$$W_{12} = mgl(1 - \cos \theta) = 200(1 - \cos \theta)$$

$$E_{k2} - E_{k1} = W_{12}$$

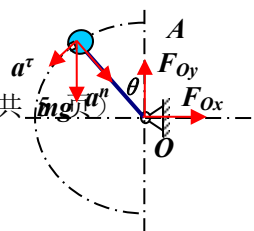
$$10v^2 - 0 = 200(1 - \cos \theta)$$

$$v = \sqrt{20(1 - \cos \theta)}$$

$$v^2 = 20(1 - \cos \theta)$$

(2) 冲头法向加速度
$$a^n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{20(1 - \cos \theta)}{l} = 20(1 - \cos \theta)$$

速度对时间求导求切向加速度



$$v^2 = 20(1 - \cos \theta) \quad , \quad 2v \cdot a^\tau = 20 \sin \theta \cdot \dot{\theta} \quad , \quad v = l \cdot \dot{\theta}$$

$$a^\tau = 10 \sin \theta$$

(3) 由质心运动定理求约束反力

$$m(a^n \sin \theta - a^\tau \cos \theta) = F_{Ox}$$

$$m(a^n \cos \theta + a^\tau \sin \theta) = mg - F_{Oy}$$

$$F_{Ox} = 200 \sin \theta (2 - 3 \cos \theta)$$

$$F_{Oy} = 600 \cos^2 \theta - 400 \cos \theta$$