2008-2009 学年第二学期《高等数学》期末试卷

一、填空题（每小题 3 分，共 36 分）

1. 已知$\overrightarrow{OA}=\vec{i}+3\vec{k}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{j}+3\vec{k}$，则$\Delta AOB$的面积为________________。

2. 点$P(1,2,1)$到平面$x+2y+2z-10=0$的距离为________________。

3. xOy坐标面上曲线$\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{9}=1$绕$y$轴一周的旋转面名称是__________________________。

4. $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{2-\sqrt{xy+4}}{xy}=$________________。

5. 函数$z=\ln(1+x^2+y^2)$在点$(1,2)$的全微分为__________________________。

6. 曲线$x=t^2-1, y=t+1, z=t^3$在点$(0,2,1)$处的切线方程为____________________________。

7. 交换积分次序$\int_0^1 dx\int_{2x}^{x^2+1} f(x,y)\,dy=$____。

8. 设Σ为$x^2+y^2+z^2=1$在第一卦限的部分，则$\iint\limits_{\Sigma}(x^2+y^2+z^2)\,dS=$_________________。

9. 级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sqrt{2n+1}}{n^k}$收敛的充要条件是$k$满足不等式______________________。

10. 设$f(x)$以2π为周期，在$(-\pi,\pi]$上的表达式为$f(x)=\begin{cases}-1, & -\pi<x\le 0\\ 1+x^2, & 0<x\le\pi\end{cases}$，$S(x)$为$f(x)$的傅立叶级数的和函数，则$S(2009\pi)=$_______________。

11. 设微分方程为$y'=xy^2-x$，则其通解为_________________________。

12. 设$y=C_1e^{-x}+C_2e^{2x}$（C_1,C_2为任意常数）为某二阶常系数线性齐次微分方程的通解，则该方程是________________________________。

二、计算题（每小题 6 分，共 24 分）

1. 一平面通过原点和点$M(0,1,-1)$，且与平面$4x-y+2z=8$垂直，求此平面的方程。

2. 设 g 具二阶导数，f 具二阶偏导，$z=g(x+y)+f(xy,\dfrac{x}{y})$，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x}$，$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$。

3. $\int_L (e^x\sin y-8y)\,dx+(e^x\cos y-8)\,dy$，$L$ 为上半圆周 $x^2+y^2=ax$ 从 $(0,0)$ 到 $(a,0)$ 的一段弧。

4. 计算 $\iiint\limits_{\Omega} e^{x+y+z}dv$，$\Omega=\left\{(x,y,z)\,\middle|\,0\le x\le 1,0\le y\le 1,0\le z\le 1\right\}$

三、（10 分）欲围一个面积为 60 m^2 的矩形场地，正面所用材料每米造价 10 元，其余三面每米造价 5 元，求场地的长、宽各为多少米时，所用材料费最少？

四、（10 分）设 Σ 是曲面 $z = 2 - \sqrt{x^2 + y^2}$ $(0 \le z \le 2)$ 的上侧，计算曲面积分

$$I = \iint_{\Sigma} (y^2 + xz)\, dydz + (z^2 + y)\, dzdx + (x^2 - z)\, dxdy$$ 。

五、（10 分）求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n}$ 的收敛区间与和函数，并计算 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n\,3^{2n}}$ 。

六、（10 分）已知曲线积分 $\int_L [4f(x)y]\,dx+[f'(x)-\frac{e^{2x}}{2}]\,dy$ 与路径无关，其中 $f(x)$ 具有二阶连续导数，且 $f(0)=1$，$f'(0)=2$， 求 $f(x)$ 。