

## 2013-2014 学年第二学期《高等数学 A II》试卷

### 一、填空题（每小题 3 分，共 24 分）

1. 设  $\vec{a} = \sqrt{3}(1, -1, 2)$ ,  $\vec{b} = (2, -1, 3)$ , 则  $|(4\vec{a} - 3\vec{b}) \times (8\vec{a} - 5\vec{b})| =$ \_\_\_\_\_。
2.  $xOy$  平面上曲线  $x^2 - 4y^2 = 9$  绕  $y$  轴旋转一周所得旋转曲面方程为\_\_\_\_\_。
3. 函数  $z = x^y$  在点  $(1, 2)$  沿  $\vec{a} = (1, 1)$  方向的方向导数是\_\_\_\_\_。
4. 交换积分次序  $\int_0^1 dy \int_{e^y}^e f(x, y) dx =$ \_\_\_\_\_。
5. 设  $C$  为  $x^2 + y^2 = a^2$  在第一象限内的部分, 则  $\int_C e^{\sqrt{x^2 + y^2}} ds =$ \_\_\_\_\_。
6. 设  $\Sigma$  为  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ , 则  $\oiint_{\Sigma} (x^2 + y^2 + z^2) dS =$ \_\_\_\_\_。
7. 级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{2n+1}}{n^{\alpha}}$  收敛的充要条件是  $\alpha$  满足不等式\_\_\_\_\_。
8. 若方程  $y'' + py' + qy = 0$  ( $p, q$  均为实常数) 有特解  $y_1 = e^x$ ,  $y_2 = e^{-x}$ , 则  $p$  等于\_\_\_\_\_,  $q$  等于\_\_\_\_\_。

### 二、计算题（每小题 8 分，共 32 分）

1. 求过直线  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-2}{2}$ , 且垂直于平面  $x + 2y - z - 5 = 0$  的平面方程。

2. 设  $f(x, y)$  具有连续的一阶偏导数,  $f(1, 1) = 1$ ,  $f_1(1, 1) = a$ ,  $f_2(1, 1) = b$ ,

又  $\varphi(x) = f\{x, f[x, f(x, x)]\}$ , 求  $\varphi(1)$ ,  $\varphi'(1)$ 。

3. 计算二重积分  $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy$ , 其中  $D: x^2 + y^2 \geq 2x$ ,  $x^2 + y^2 \leq 4x$ 。

4. 试将函数  $f(x) = \frac{12 - 5x}{6 - 5x - x^2}$  展开成  $x$  的幂级数。

三、综合题（每小题 11 分，共 44 分）

1. 沿厂房的后墙修建一座容积为  $V$  形状为长方体的仓库，已知仓库的屋顶和墙壁每单位面积的造价分别为地面每单位面积造价的 2 倍和 1.5 倍，厂房后墙的长和高足够，因而这一面墙壁的造价不计，问如何设计，方能使仓库的造价最低？

2. 计算曲面积分  $I = \iint_{\Sigma} xdydz + ydzdx + (z+1) dxdy$ ，其中  $\Sigma$  是曲面  $z = 1 - x^2 - y^2$  在  $z \geq 0$  部分的下侧。

3. 试求幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (2n-1) x^n$  的和函数，并计算  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2^n}$  的和。

4. 设  $f(x)$  二阶连续可微，且  $f(0)=0$ ， $f'(0)=1$ ，试确定  $f(x)$ ，使方程  $[f(x)+1]ydx - [f'(x)+x]dy=0$  是全微分方程。