

2019—2020 学年第一学期《理论力学》课内考试卷 A 卷

授课班号 6111819 年级专业 机械、材料 2018 级 学号 _____ 姓名 _____

考试时长: 95 分钟

题号	—	二			总分	审核
		1	2	3		
题分	50	15	15	20		
得分						

题分	50
得分	

一、基本概念及运算题 (共 50 分)

注: 请在空白处写出必要的计算步骤, 必要时画出力学简图

1、(本题 6 分) 在图 1 所示的平面刚架中, 已知 $F=10\text{kN}$, $q=3\text{kN/m}$,

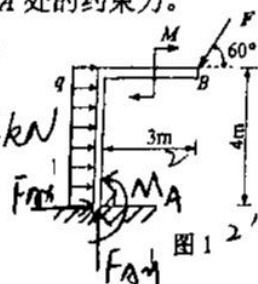
$M=2\text{kN}\cdot\text{m}$, 不计刚架自重。试画出刚架的受力图并求固定端 A 处的约束力。

$$\sum F_x = 0 \quad F_{Ax} + 3 \times 4 - \frac{10}{2} = 0 \Rightarrow F_{Ax} = -7\text{kN}$$

$$\sum F_y = 0 \quad F_{Ay} - 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 0 \Rightarrow F_{Ay} = 5\sqrt{3} \approx 8.66\text{kN}$$

$$\sum M_A = 0 \quad M_A - 3 \times 4 \times 2 - 2 + \frac{10}{2} \times 4 - \frac{\sqrt{3} \times 10 \times 3}{2} = 0$$

$$M_A = 6 + 15\sqrt{3} \approx 31.98\text{kN}\cdot\text{m}$$



2、(本题 6 分) 如图 2 所示, 正方体边长为 300mm, 如图 2 所示。力 F 沿主对角线作用, 大小为 200N; 正面作用力偶, $M=10\text{N}\cdot\text{m}$ 。试求:

(1) 力 F 在 x 轴上的投影 $F_x = -115.47\text{N}$; $\vec{F} = \frac{200\sqrt{3}}{3}$

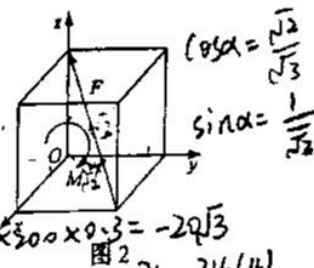
(2) 力 F 对 y 轴之矩 $M_{y(F)} = -34.64\text{N}\cdot\text{m}$; $\vec{F} = 200\sqrt{3}$

(3) 力偶 M 对 x 、 y 轴之矩 $M_x = -10\text{N}\cdot\text{m}$, $M_y = 0\text{N}\cdot\text{m}$ 。

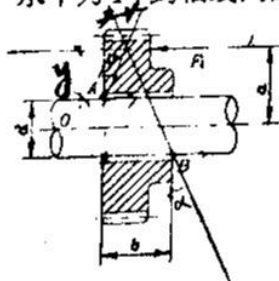
$$F_{xy} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} F = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times 200 \quad F_z = \frac{1}{\sqrt{3}} \times 200 \quad M_y(F) = -\frac{1}{\sqrt{3}} \times 300 \times 0.3 = -20\sqrt{3}$$

$$F_x = -\frac{\sqrt{2}}{2} F_{xy} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times 200 \approx -115.47\text{N}$$

$$M_y(F) \approx -34.64$$



3、(本题 6 分) 某齿轮轴如图 3 所示, 已知齿轮孔与轴之间的静摩擦因数为 μ_s , 齿轮与轴接触段的长度为 b , 若齿轮重量忽略不计, 要使齿轮能在轴上滑移, 作用在齿轮上的水平力 F 到轴线间的距离 a 的应满足条件 $a < \frac{b}{2\mu_s}$ 。



$$x = b - \mu_s(a + \frac{d}{2})$$

$$y = (a - \frac{d}{2})$$

$$\therefore \mu_s = \frac{b - \mu_s(a + \frac{d}{2})}{a - \frac{d}{2}} \Rightarrow a = \frac{b}{2\mu_s}$$

\therefore 不滑移, 需满足 $a < \frac{b}{2\mu_s}$

4、(本题6分) 半径为 $R=0.5\text{m}$ 的圆轮，其转动方程为 $\varphi=2t^3(\text{rad})$ ，试求 $t=2\text{s}$ 时

- (1) 圆轮的角速度 $\omega = 24 \text{ rad/s}$; (2) 圆轮的角加速度 $\alpha = 24 \text{ rad/s}^2$;
 (3) 轮缘上一点 M 的速度 $v = 12 \text{ m/s}$; (4) 点 M 的切向加速度 $a_t = 12 \text{ m/s}^2$;
 (5) 点 M 的法向加速度 $a_n = 288 \text{ m/s}^2$.

公式对，答案错一半

5、(本题10分) 如图4所示，曲杆 OAB 绕 O 轴转动， $\angle OAB = 60^\circ$ ，半径 R 的圆环固定不动，小环 M 将杆与圆环相连。已知 $OA=R$ ，当 A 与圆心 O_1 重合时，曲杆 OAB 的角速度为 ω_1 、角速度为 α_1 。若选小环 M 为动点，杆 OAB 为动系，

(1) 作出小环 M 的速度平行四边形。 3'

(2) 求小环 M 的牵连速度 v_e 、相对速度 v_r 、绝对速度 v_a 。 1'

(3) 求小环 M 的科氏加速度大小并图示方向。

(2) $v_e = \omega_1 R$

$(v_a = v_e + v_r)_{\alpha}$

$0 = -\frac{\sqrt{3}}{2} v_e + v_r$

$v_r = \frac{\sqrt{3}}{2} \omega_1 R$

$v_a = \frac{1}{2} v_e + 0$

$v_a = \frac{1}{2} \omega_1 R$

$a_c = 2\omega_e v_r$
 $= \sqrt{3} \omega_1^2 R$

图4

6、(本题6分) 如图5所示，均质杆 AB 长为 $2l$ ，其 B 端搁置于光滑水平面上，并与水平面成 φ_0 角，将杆由静止释放，则杆倒下时杆端点 A 在如图所示的坐标系中的轨迹方程为：
 $4(x_A - l \cos \varphi_0)^2 + y_A^2 = 4l^2$

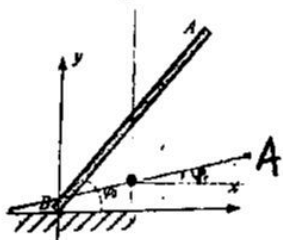


图5

$y_A = 2l \sin \varphi$

$x_A = l \cos \varphi_0 + l \cos \varphi$

$\therefore \left(\frac{y_A}{2l}\right)^2 + \left(\frac{x_A - l \cos \varphi_0}{l}\right)^2 = 1$

或 $y_A^2 + 4(x_A - l \cos \varphi_0)^2 = 4l^2$

$x_c = l \cos \varphi$ 4'

x_c 不变。 3'

7、(本题10分) 如图6所示的构件，由杆 AB 和半径为 R 的薄壁圆环焊接而成，杆 AB 质量为 m ，长为 R ；薄壁圆环质量同为 m ，构件绕 A 轴顺时针转动的角速度 ω 为常量，则在图示位置时

(1) 构件质心的坐标 $y_c = \frac{5R}{4}$ 2'; $y_c = \frac{m \cdot \frac{R}{2} + m \cdot 2R}{2m} = \frac{5R}{4}$

(2) 构件的动量 p 的大小为 $\frac{5}{2} m R \omega$ ，方向为 水平向左 1'

(3) 构件对转轴 A 的转动惯量 $J_A = \frac{16}{3} m R^2$ 2'

(4) 构件对于转轴 A 的动量矩 $L_A = -\frac{16}{3} m R^2 \omega$ 1' + 1' + 1' + 1' + 1' + 1'

$v_c = \omega \cdot \frac{5R}{4} \therefore p = -2m \cdot \frac{5R}{4} \omega = -2.5 m R \omega$

$J_A = \frac{1}{3} m R^2 + m R^2 + m (2R)^2 = \frac{16}{3} m R^2 \approx 5.33 m R^2$

$L_A = -J_A \omega = -\frac{16}{3} m R^2 \omega$

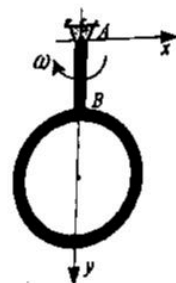


图6

二、分析计算题 (共 50 分)

题分	15
得分	

1. 如图 7 所示的构架, 重为 $G=2\text{ kN}$ 的重物 B 通过滑轮 A 用绳系于杆 CD 上。忽略各杆及滑轮的重, 试求支座 D 、 E 处的约束力和铰链 C 处的受力。

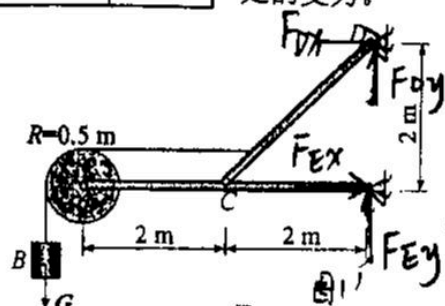
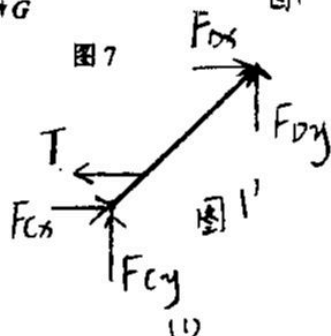


图 7



解: (1) 对整体有: 有效方程 $2 \times 6 = 12$, 计算结果 1'

$$\sum M_D = 0 \quad F_{Ex} \times 2 + 2 \times 4 - 5 = 0 \quad 2'$$

$$F_{Ex} = -4.5 \text{ kN}$$

$$\sum M_E = 0 \quad -F_{Dx} \times 2 + 2 \times 4.5 = 0 \quad 2'$$

$$F_{Dx} = 4.5 \text{ kN}$$

(2) 对 CD 杆有:

$$\sum F_x = 0 \quad F_{Dx} + F_{Cx} - 2 = 0 \quad 2'$$

$$F_{Cx} = -2.5 \text{ kN}$$

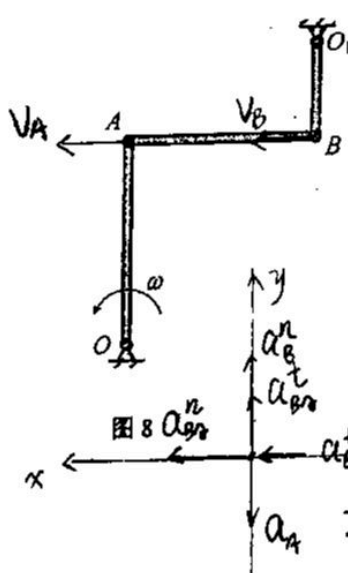
$$\sum M_C = 0 \quad F_{Dx} \times 2 + F_{Dy} \times 2 + 2 \times 0.5 = 0 \quad 2'$$

$$F_{Dy} = 4 \text{ kN}$$

(3) 对整体图 $\sum F_y = 0 \quad -2 + F_{Dy} + F_{Cy} = 0 \quad 2'$ $\sum F_y = 0 \quad F_{Dy} + F_{Cy} = 6 \quad 1'$ $F_{Cy} = -4 \text{ kN}$

题分	15
得分	

2. 如图 8 所示, 曲柄 OA 以匀角速度 $\omega = 2 \text{ rad/s}$ 绕轴 O 转动, 并借助连杆 AB 带动杆 O_1B 绕 O_1 轴转动, $OA = AB = 1 \text{ m}$, $O_1B = 0.5 \text{ m}$ 。试求图瞬时连杆 AB 、杆 O_1B 的角速度和角加速度。



解: 杆 AB 瞬时平动, $v_B = v_A$, $\omega_{AB} = 0 \text{ m/s}$

$$v_B = \omega \cdot |OA| = 2 \times 1 = 2 \text{ m/s}$$

$$\omega_{O_1B} = \frac{v_B}{|O_1B|} = \frac{2}{0.5} = 4 \text{ m/s}^2$$

$$a_B^n + a_B^t = a_A^n + a_{AB}^n + a_{AB}^t$$

大小	✓	?	✓	✓	?
方向	✓	✓	✓	✓	✓

$$a_B^n = \omega_{O_1B}^2 \cdot |O_1B| = 16 \times 0.5 = 8 \text{ m/s}^2$$

$$a_A = \omega^2 \cdot |OA| = 4 \times 1 = 4 \text{ m/s}^2$$

$$a_{AB}^n = \omega_{AB}^2 \cdot |AB| = 0 \text{ m/s}^2$$

向 x 轴投影:

$$a_B^t = a_{AB}^t = 0 \text{ m/s}^2$$

向 y 轴投影:

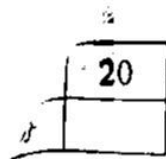
$$a_B^n = -a_A + a_{AB}^n$$

河海大学常州校区考试试卷第 3 页 (共 4 页)

$$\therefore \alpha_{AB} = 0 \text{ rad/s}^2$$

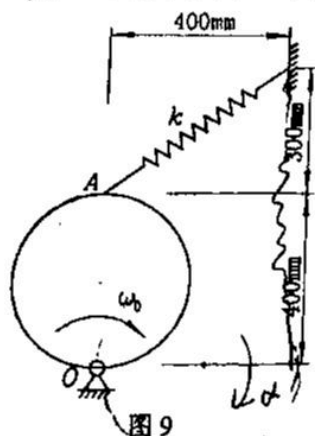
$$\therefore a_{AB}^t = 8 + 4 = 12 \text{ m/s}^2$$

$$\therefore \alpha_{AB} = \frac{a_{AB}^t}{|AB|} = 12 \text{ m/s}^2$$



3. 如图 9 所示的系统中, 重为 150N 的均质圆盘可绕垂直于平面的光滑水平轴 O 转动。轮缘最高处 A 端连有刚度系数为 $k=0.5\text{N/mm}$ 的弹簧。在图示位置时, 弹簧的伸长量为 100mm, 圆盘的角速度 $\omega_0=2\text{rad/s}$ 。

- 求: (1): 圆盘转过 90° 时的角速度 ω_1 ;
 (2): 圆盘转过 90° 时的弹簧的拉力和圆盘的角速度 ω_1 ;
 (3): 圆盘转过 90° 时轴 O 处的水平约束力。



解: (1) $E_{k1} = \frac{1}{2} J_O \omega_0^2 = \frac{1}{2} (\frac{1}{2} m r^2 + m r^2) \cdot \omega_0^2$
 $= \frac{3}{4} m r^2 \omega_0^2$

$$E_{k2} = \frac{3}{4} m r^2 \omega_1^2$$

$$W_{12} = mgr + \frac{1}{2} k (s_1^2 - s_2^2)$$

$$s_1 = 0.1\text{m}, \quad s_2 = 0.3\text{m}$$

根据动能定理 $E_{k2} - E_{k1} = W_{12}$

$$\frac{3}{4} m r^2 (\omega_1^2 - \omega_0^2) = mgr + \frac{1}{2} \times 500 \times (0.1^2 - 0.3^2)$$

$$0.75 \times 15 \times 0.2^2 (\omega_1^2 - 4) = 150 \times 0.2 - 20$$

$$\omega_1^2 = 26.22$$

$$\omega_1 = 5.12 \text{ rad/s} \quad \text{若 } g = 9.8 \quad \omega_1 = 5.077 \text{ rad/s}$$

(2) 弹簧的拉力 $F_T = k s_2 = 0.5 \times 0.3 \times 1000 = 150\text{N}$

由 $J_O \alpha = \sum M_O (F_i^e)$ 得

$$-\frac{3}{2} m r^2 \alpha = -mgr + F_T \times 2r$$

$$\alpha = -33.33 \text{ rad/s}^2 \quad \text{若 } g = 9.8 \quad \alpha = -32.667 \text{ rad/s}^2$$

(3) $a_{cx} = \omega_1^2 r = 5.12^2 \times 0.2 = 5.24 \text{ m/s}^2$

$$F_{ox} = -m a_{cx} = -15 \times 5.24 = -78.6 \text{ N}$$

$$\text{若 } g = 9.8 \quad F_{ox} = 78.9 \text{ N}$$

