

2017-2018 学年第二学期《高等数学 BII》试卷 (A)

授课班号 _____ 年级专业 _____ 学号 _____ 姓名 _____

题型	填空题	计算题	综合题	总分	审核
得分					

一、填空题(每小题 4 分, 共 20 分)

1. 设 $m=2a+b$, $n=ka+b$, 其中 $|a|=1$, $|b|=2$, 且 $a \perp b$, $k=$ _____ 时, $m \perp n$.
2. 设函数 $z=f(x,y)$ 在点 (x_0, y_0) 处可微, 则点 (x_0, y_0) 是函数 z 的极值点的必要条件为 _____.
3. 设级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 为正项级数, 其部分和为 S_n , $v_n = \frac{1}{S_n}$, 且 $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 收敛, 则 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n =$ _____.
4. 差分方程 $Y_{x+1} + Y_x = 1$ 的通解为 _____.
5. 若方程 $y'' + py' + qy = 0$ (p, q 均为实常数) 有特解 $y_1 = e^x \cos x$, $y_2 = e^x \sin x$, 则 p 等于 _____, q 等于 _____.

二、计算题(每小题 7 分, 共 35 分)

1. 设 $z=z(x,y)$ 由方程 $\frac{x}{z} = \varphi\left(\frac{y}{z}\right)$ 所确定, 其中 φ 二阶可微, 且 $x-y\varphi \neq 0$, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.



2. 计算二次积分 $\int_0^1 dx \int_{x^2}^1 \frac{xy}{\sqrt{1+y^3}} dy$.

3. 求过直线 $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-2}{2}$, 且垂直于平面 $x+2y-z-5=0$ 的平面方程.

4. 试判别级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$ 的敛散性, 对收敛情况说明是绝对收敛还是条件收敛.



5. 设 Ω 是由 $z = x^2 + y^2$ 及 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 所围的有界闭区域. 试计算

$$I = \iiint_{\Omega} \frac{e^{\sqrt{x^2 + y^2}}}{x^2 + y^2} dv.$$

三、综合题(满分 45 分)

1. (12 分) 设生产某种产品需要 A、B、C 三种原料, 该产品的产量 Q 与三种原料 A、B、C 的用量 x, y, z 之间有如下关系:

$$Q = 0.005x^2yz$$

已知三种原料的单价分别为 1 元、2 元和 3 元。现在用 2400 元购买原料, 问三种原料各购进多少单位, 可以使该产品产量最大?

2. (9 分) 求圆柱面 $y^2 + z^2 = a^2$ 在第一卦限中位于 $x + y \leq 2a, x \leq y$ 部分的面积 ($a > 0$).



3. (12 分)

试求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} x^{2n-1}$ 的和函数并计算级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1} \left(\frac{3}{4}\right)^n$ 的和.

4. (12 分)

求微分方程 $y'' + 3y' + 2y = 2e^{-3x}$ 的通解.

