2013－2014学年第二学期《线性代数B》课内考试卷（B卷）

授课班号__________ 年级专业___________ 学号____________ 姓名______________

题号	一	二	三	四	总分	审核
题分	32	30	30	8		
得分						

得分	评阅人

一、填空（共32分，每空格4分）

1. 排列134782695的逆序数为：____________________

2. 设 A 为3阶矩阵，且 $|A|=2$，则 $\left||A|A\right|=$_____________

3. $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & 4\end{pmatrix}$，则其伴随矩阵 $A^*=$ ____________________。

4. $A=\begin{pmatrix}3 & 2 & -1 & 1\\ -1 & 1 & 0 & 1\\ -5 & 0 & 1 & 1\end{pmatrix}$,则$R(A)=$_____________。

5. 设向量 $\vec{\alpha}_1=\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}$，$\vec{\alpha}_2=\begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix}$，$\vec{\alpha}_3=\begin{bmatrix}1\\3\\T\end{bmatrix}$。则当T=_____时 $\vec{\alpha}_1,\vec{\alpha}_2,\vec{\alpha}_3$ 线性相关。

6. 设方程组 $\begin{cases}2x_1+kx_2=x_1\\ kx_1-x_2=-2x_2\end{cases}$ 有非零解，则 $k=$____________________。

7. 设 $\alpha=\begin{bmatrix}2 & t & -1\end{bmatrix}^T$ 与 $\beta=\begin{bmatrix}3 & 1 & 3\end{bmatrix}^T$ 正交, 则 $t=$______________

8. 设0是矩阵 $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 2 & 0\\ 1 & 0 & a\end{pmatrix}$ 的特征值，则 $a=$_____________

得分	评阅人

二、计算题（共 30 分，每小题 10 分）

1、$D=\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$

2、设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,计算$\mathrm{A}^{\mathrm{T}}\mathrm{B}$

3、设$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -4 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$, 求矩阵 X

得分	评阅人

三、求解题（共 30 分，每小题 10 分）

1、λ 取何值时，非齐次线性方程组$\begin{cases}\lambda x_1+x_2+x_3=1\\ x_1+\lambda x_2+x_3=\lambda\\ x_1+x_2+\lambda x_3=\lambda^2\end{cases}$，（1）有唯一解；（2）无解；（3）有无穷多解,并在有无穷多解时求通解.

2、求向量组$\vec{\alpha}_1=\begin{bmatrix}1\\1\\3\\1\end{bmatrix}$ $\vec{\alpha}_2=\begin{bmatrix}-1\\1\\-1\\3\end{bmatrix}$ $\vec{\alpha}_3=\begin{bmatrix}5\\-2\\8\\-9\end{bmatrix}$ $\vec{\alpha}_4=\begin{bmatrix}-1\\3\\1\\7\end{bmatrix}$的秩和它的一个极大线性无关组。

3、设 $A=\begin{bmatrix}4 & 0 & 0\\ 0 & 3 & 1\\ 0 & 1 & 3\end{bmatrix}$, 求一个正交矩阵 P, 使得 $P^{-1}AP$ 为对角阵.

得分	评阅人

四、证明题（共 8 分，每小题 8 分）

1、设 $b_1=a_1$， $b_2=a_1+a_2$, $b_3=a_1+a_2+a_3$, 且向量组 a_1,a_2, a_3 线性无关，证明向量组 b_1,b_2, b_3 也线性无关.