3′ # 2014-2015 学年第一学期《概率统计》试卷（A）

历史最低分

授课班号________ 年级专业 13物联网/自动化/电科 学号________ 姓名________

题型	填空题	计算题	综合题	总分	审 核
得分					

一、填空题(每小题 5 分，共 25 分)

得分	阅卷人

1. 设随机事件 A, B 及其和事件 $A\cup B$ 的概率分别是 0.4, 0.3 和 0.6, 若 $\overline{B}$ 表示 B 的对立事件, 那么积事件 $A\overline{B}$ 的概率 $P(A\overline{B})=$ $\underline{0.3}$.

2. 设某批电子元件的正品率为 4/5，次品率为 1/5，现对这批元件进行测试，只要测得一个正品就停止测试工作，则测试次数 ξ 的概率分布为 $P(\xi=k)=$ $\underline{\frac{4}{5^k}}$, $k=1,2,\cdots$

3. ✓ 设二维随机变量 (ξ, η) 的联合概率密度是

P66 例3 结论

$$\varphi(x,y)=\frac{1}{2\pi\sigma^2}e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}},\ (\sigma>0),$$

则可得关于 ξ 边缘分布密度为 $\varphi_1(x)=$ $\underline{\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}}$.

4. 设离散随机变量 X 的分布列为

X	-1	0	$1/2$	1	2
p	1/3	1/6	1/6	1/12	1/4

则 $D(X)=$ $\underline{\frac{97}{72}}$.

5. ✓ 用切比雪夫不等式估计：投掷一枚均匀的硬币100次，正面向上出现的频率在 0.4 到 0.6 之间的概率不小于 $\underline{0.75}$.

二、计算题(每小题 6 分，共 36 分)

得分	阅卷人

1. 某仓库有同样规格的产品六箱，其中三箱是甲厂生产的，二箱是乙厂生产的,另一箱是丙厂生产的,且它们的次品率依次为 $\frac{1}{10},\frac{1}{15},\frac{1}{20}$,现从中任取一件产品,试求取得的一件产品是正品的概率.

2. 某工厂生产的电子管的寿命 ξ 以小时服从 $N(2000, \sigma^2)$, 若要求

$$P\{1800 \le \xi < 2200\} = 0.9,$$

问 σ 应为多少？已知标准正态分布函数 $F_{0.1}(x)$ 的值:

$$F_{0.1}(1.285)=0.90, \qquad F_{0.1}(1.645)=0.95,$$
$$F_{0.1}(-0.125)=0.45, \qquad F_{0.1}(-1.285)=0.10.$$

3. ✓ 某种商品一周的需要量是一个随机变量. 其概率密度为

$$\cancel{f(t)=\begin{cases} te^{-t}, & x>0 \\ 0, & x\le 0 \end{cases}} \qquad f(x) = \begin{cases} xe^{-x}, & x>0 \\ 0, & x\le 0 \end{cases}$$

并设各周需要量是相互独立的. 求二周需要量的概率密度. $Z=X+Y$ 卷积

4. 已知随机变量 ξ 与 η 相互独立，且都服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, $(\sigma>0)$ 令 $X=\alpha\xi+\beta\eta$, $Y=\alpha\xi-\beta\eta$, 其中 α, β 为非零实数. 求 X 与 Y 的相关系数, 并问当 α 与 β 满足什么条件时 X 与 Y 不相关.

5. 某批产品的次品率是0.005，试求作意抽取10000件产品中次品数不多于70件的概率．已知

$F_{0.1}(2)=0.9772$； $F_{0.1}(2.84)=0.9977$； $F_{0.1}(x)=1$，$x>4$．

6. 设总体X服从参数为P的几何分布，即

$$P(X=k)=P(1-P)^{k-1},\ k=1,2,\cdots$$

$X_1,X_2,\cdots,X_n$是X的一个简单随机样本，求参数P的矩估计与极大似然估计量．

三、综合题（满分39分）

1. (9分) 设二维随机向量(X,Y)服从矩形区域$D=\{(x,y)\mid 0\le x\le 2,0\le y\le 1\}$的均匀分布，且

$$U=\begin{cases}0, & X\le Y\\ 1, & X>Y\end{cases};\qquad V=\begin{cases}0, & X\le 2Y\\ 1, & X>2Y\end{cases}.$$

求U与V的联合概率分布．

得分	阅卷人

2. ~~(10 分)~~ 设随机变量 X 和 Y 相互独立且都服从正态分布 $N(0,3^2)$. $X_1, X_2, \cdots, X_9$ 和 $Y_1, Y_2, \cdots, Y_9$ 是分别取自总体 X 和 Y 的简单随机样本.

试证统计量 $T=\dfrac{X_1+X_2+\cdots+X_9}{\sqrt{Y_1^2+Y_2^2+\cdots+Y_9^2}}$ 服从自由度为 9 的 t 分布.

9×3^2

$X_1+X_2+\cdots+X_9 \sim N(0,9^2)$. $\therefore \dfrac{X_1+X_2+\cdots+X_9}{9} \sim N(0,1)$

$\dfrac{Y_i}{3} \sim N(0,1)$. $i=1,2,\cdots,9$. $\therefore \dfrac{Y_1^2}{9}+\dfrac{Y_2^2}{9}+\cdots+\dfrac{Y_9^2}{9} \sim \chi^2(9)$ 独立.

从而 $$\frac{(X_1+X_2+\cdots+X_9)/9}{\sqrt{\left(\frac{Y_1^2}{9}+\frac{Y_2^2}{9}+\cdots+\frac{Y_9^2}{9}\right)/9}} \sim t(9)$$

3. (10 分) 设总体 $X\sim N(\mu, 0.09)$ 现获得 6 个观察值：

15.1 , 15.2 , 14.8 , 14.9 , 15.1 , 14.6

求总体均值 μ 的 98% 的置信区间.

(注：$u_{0.99}=2.33$，$u_{0.975}=1.96$，$u_{0.995}=2.57$，$u_{0.95}=1.64$).

4. (10 分) 已知维尼纶纤度在正常条件下服从正态分布 $N(M, 0.048^2)$ 某日抽取五根纤维测得其纤度为 1.32, 1.55, 1.36, 1.40, 1.44, 问这一天的纤度总体标准差是否正常？

$\alpha=0.05$, M 未知; 已知 $\chi^2_{0.025}(4)=11.143$ $\chi^2_{0.975}(4)=0.484$