

# 2015—2016 学年第一学期《弹性力学与有限元法》课内考试卷（B 卷）

授课班号 611173501 年级专业 14 机自 学号            姓名 参考答案

题号	一	二	三	四	五	总分	审核
题分	15	15	25	25	20		
得分							

题分	得分
15	

## 一、选择题（共 15 分，每空 1 分）

- 弹性体的几何形状为薄板，所受载荷平行于板面且沿厚度均布，可以使用（**A**）对其进行有限元分析。  
A. 平面应力单元    B. 板壳元    C. 轴对称单元    D. 空间块体单元
- 用 ANSYS 等进行有限元分析时，如果若长度用毫米为单位，力用牛顿，则普通钢材弹性模量  $2.1 \times 10^{11} \text{Pa}$  输入 ANSYS 时应为（**B**），计算所得应力的单位是（**C**）。  
A.  $2.1 \times 10^{11}$     B.  $2.1 \times 10^5$     C. 兆帕    D. 帕
- ANSYS 中，轴对称问题所对应的几何图形为（**C**），梁单元所对应的几何图形为（**B**）。  
A. 点    B. 线    C. 面    D. 体
- 一个空间块体单元的节点有三个自由度： $x$ 、 $y$ 、 $z$  三个方向的平移，因此 4 节点四面体块单元，单元刚度矩阵为（**D**）的对称矩阵。  
A.  $6 \times 6$     B.  $60 \times 60$     C.  $24 \times 24$     D.  $12 \times 12$
- ANSYS 中，二维问题所对应的几何模型只能在总体坐标的（**A**）面内创建。  
A.  $xoy$     B.  $yoz$     C.  $xoz$     D. 均可以
- 在 ANSYS 中，（**B**）一定要给实常数（根据我们使用过的单元情况回答）。  
A. 平面应变单元    B. 板壳元    C. 轴对称单元    D. 空间块体单元
- （**A**）反映的是单元节点力和单元节点位移之间的关系。  
A. 单元刚度矩阵    B. 整体刚度矩阵    C. 几何矩阵    D. 应力矩阵
- （**B**）反映的是单元内任意一点位移与节点位移之间的关系。  
A. 单元刚度矩阵    B. 形函数矩阵    C. 几何矩阵    D. 应力矩阵
- 薄板弯曲问题中，（**C**）是唯一独立的节点位移，其它两个位移可以由它表示。  
A.  $x$  方向位移  $u$     B.  $y$  方向位移  $v$     C. 挠度  $w$     D. 转角  $\theta$
- 平面四节点矩形单元位移模式为（**B**）  
A.  $u(x)=a_1+a_2x$     B.  $u(x,y)=a_1+a_2x+a_3y+a_4xy$     C.  $u(x,y,z)=a_1+a_2x+a_3y+a_4z$     D.  $u(x,y)=a_1+a_2x+a_3y$
- 梁由节点  $i$  到节点  $j$  决定梁单元坐标的（**A**）方向，方向关键点决定梁单元坐标的（**C**）方向。  
A.  $\bar{x}$  方向    B.  $\bar{y}$  方向    C.  $\bar{z}$  方向    D. 不确定
- 单元位移模式能够反映刚体位移、反映常变形，这样位移模式的单元称为（**C**）  
A. 非协调单元    B. 协调单元    C. 完备单元    D. 线性单元

题分	得分
15	

## 二、判断正误（共 15 分，每题 1 分）

- (√) 1、弹性体的几何形状是回转体，所受载荷和约束也关于同一轴对称，可以用轴对称单元进行分析。
- (√) 2、对于省略方向关键点的梁单元，其单元坐标系的 y 方向与整体坐标系的 xoy 面平行，z 方向按右手定则确定。
- (×) 3、一个有限元问题中不可以包含两种或两种以上的单元类型。
- (×) 4、ANSYS 中，平面简单桁架中的杆件可以用 Link 单元模拟，一根杆可以切分成若干个杆单元。
- (×) 5、ANSYS 静力分析中，弹性体有水平向右的匀加速度，要对其施加惯性力，只要给出材料密度，然后再给定 向左方向的加速度即可。
- (√) 6、对结构进行有限元静力分析时，结构可以是超静定的，且程序计算工作量不会增加。
- (√) 7、S1 应力是单元或节点的第一主应力，脆性材料可以用它判断强度是否足够；SEQV 是第四强度理论相当应力，塑性材料通常以它判断强度是否足够。
- (×) 8、梁单元的节点在梁轴线上，一般应力可能为零，因此无法图形显示梁的应力。
- (×) 9、ANSYS 结构分析中，线性分布面载荷（pressure）可以作用在二维单元边线上，但不能作用在梁单元侧面上。
- (√) 10、梁单元的弯矩图可以通过单元表画出来。
- (×) 11、ANSYS 结构分析中，在节点上施加约束和力，是按照节点坐标方向施加的，因此若想施加斜方向的集中力，**只能**把节点坐标系方向改成该斜方向，然后再施加。
- (√) 12、以某一角速度匀速旋转或加速旋转的厚壁圆筒虽然不是静力平衡状态，但可以对它进行静力分析。
- (×) 13、结构的应力只与结构形状尺寸及所受载荷情况有关，因此 ANSYS 结构分析中，不输入材料特性也能求得结构应力。
- (√) 14、实体模型 ANSYS 静力分析后，要显示某一切面上的应力情况，可以先把工作平面转移到该位置，再显示。
- (×) 15、一长柱体，用**平面应变**单元对其进行有限元分析，几何建模时可以先画一个长柱体截面，再沿长度方向拉伸。

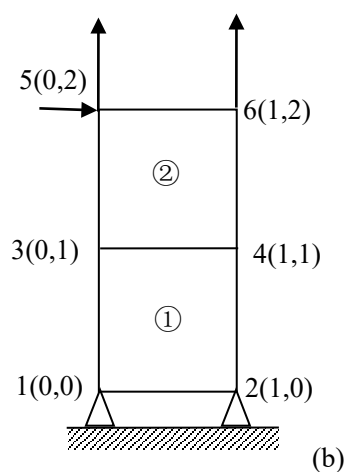
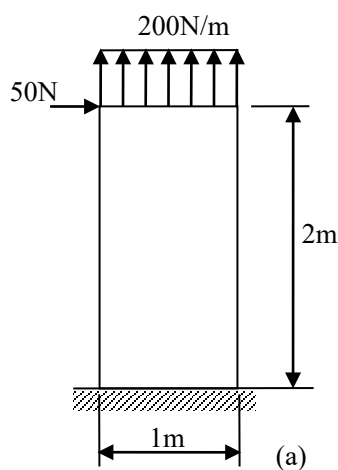
题分	得分
25	

## 三、计算题

按照如图剖分情况、已知单刚，组集总体刚度方程（总体刚度矩阵、位移向量、载荷向量）  
 单元①，i、j、m、p 分别为 1、3、4、2，单元②，i、j、m、p 分别为 3、5、6、4，坐标如图，单刚如下

$$[K]^1 = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{13} & K_{14} & K_{12} \\ K_{31} & K_{33} & K_{34} & K_{32} \\ K_{41} & K_{43} & K_{44} & K_{42} \\ K_{21} & K_{23} & K_{24} & K_{22} \end{bmatrix} = [K]^2 = \begin{bmatrix} K_{33} & K_{35} & K_{36} & K_{34} \\ K_{53} & K_{55} & K_{56} & K_{54} \\ K_{63} & K_{65} & K_{66} & K_{64} \\ K_{43} & K_{45} & K_{46} & K_{44} \end{bmatrix}$$

$$= \frac{E}{43.2} \begin{bmatrix} 22 & 7.5 & -13 & -1.5 & -11 & -7.5 & 2 & 1.5 \\ 7.5 & 22 & 1.5 & 2 & -7.5 & -11 & -1.5 & -13 \\ -13 & 1.5 & 22 & -7.5 & 2 & -1.5 & -11 & 7.5 \\ -1.5 & 2 & -7.5 & 22 & 1.5 & -13 & 7.5 & -11 \\ -11 & -7.5 & 2 & 1.5 & 22 & 7.5 & -13 & -1.5 \\ -7.5 & -11 & -1.5 & -13 & 7.5 & 22 & 1.5 & 2 \\ 2 & -1.5 & -11 & 7.5 & -13 & 1.5 & 22 & -7.5 \\ 1.5 & -13 & 7.5 & -11 & -1.5 & 2 & -7.5 & 22 \end{bmatrix}$$



解：整体刚度方程为：

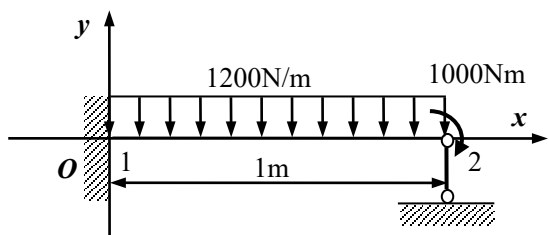
$$[K]\{\delta\} = \{F\}$$

$$\frac{E}{43.2} \begin{bmatrix} 22 & 7.5 & 2 & 1.5 & -13 & -1.5 & -11 & -7.5 & & & & \\ 7.5 & 22 & -1.5 & -13 & 1.5 & 2 & -7.5 & -11 & & & & \\ 2 & -1.5 & 22 & -7.5 & -11 & 7.5 & -13 & 1.5 & & & & \\ 1.5 & -13 & -7.5 & 22 & 7.5 & -11 & -1.5 & 2 & & & & \\ -13 & 1.5 & -11 & 7.5 & 44 & 0 & 4 & 0 & -13 & -1.5 & -11 & -7.5 \\ -1.5 & 2 & 7.5 & -11 & 0 & 44 & 0 & -26 & 1.5 & 2 & -7.5 & -11 \\ -11 & -7.5 & -13 & -1.5 & 4 & 0 & 44 & 0 & -11 & 7.5 & -13 & 1.5 \\ -7.5 & -11 & 1.5 & 2 & 0 & -26 & 0 & 44 & 7.5 & -11 & -1.5 & 2 \\ & & & & -13 & 1.5 & -11 & 7.5 & 22 & -7.5 & 2 & -1.5 \\ & & & & -1.5 & 2 & 7.5 & -11 & -7.5 & 22 & 1.5 & -13 \\ & & & & -11 & -7.5 & -13 & -1.5 & 2 & 1.5 & 22 & 7.5 \\ & & & & -7.5 & -11 & 1.5 & 2 & -1.5 & -13 & 7.5 & 22 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \\ u_5 \\ v_5 \\ u_6 \\ v_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_{x1} \\ Q_{y1} \\ Q_{x2} \\ Q_{y2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 50 \\ 100 \\ 0 \\ 100 \end{Bmatrix}$$

题分	得分
25	

#### 四、计算题

图示结构划分一个单元，两个节点，用有限元法求约束反力，已知弯曲刚度为  $EI$ ，单元刚度矩阵如下。



$$[K]^e = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix}$$

解：

单元等效节点载荷：（6分）

$$F_{1Q} = -\frac{1}{2}ql = -\frac{1}{2} \times 1200 \times 1 = -600\text{N} \quad , \quad F_{2Q} = -600\text{N}$$

$$M_{1z} = -\frac{1}{12}ql^2 = -\frac{1}{12} \times 1200 \times 1^2 = -100\text{Nm} \quad , \quad M_{2z} = 100\text{Nm}$$

只有一个单元，单元刚度矩阵即为整体刚度矩阵，单元等效节点载荷再加上直接作用在节点上的载荷就可以得到总节点载荷，因此整体刚度方程为：（6分）

$$\frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_1 \\ \theta_1 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_{y1} - 600 \\ M_{z1} - 100 \\ Q_{y2} - 600 \\ 100 - 1000 \end{Bmatrix}$$

引入约束，手工计算采用划行划列法，划掉第一行第二行第三行，第一列第二列第三列得一个方程：（6分）

$$\frac{EI}{L^3} \times 4L^2 \times \theta_2 = -900 \quad (6\text{分}) \quad \text{求解得：} \theta_2 = -\frac{225}{EI} \quad (2\text{分})$$

回代求约束反力：

$$Q_{y1} - 600 = \frac{EI}{L^3} \times 6L \times \theta_2 \quad , \quad Q_{y1} = -750\text{N}$$

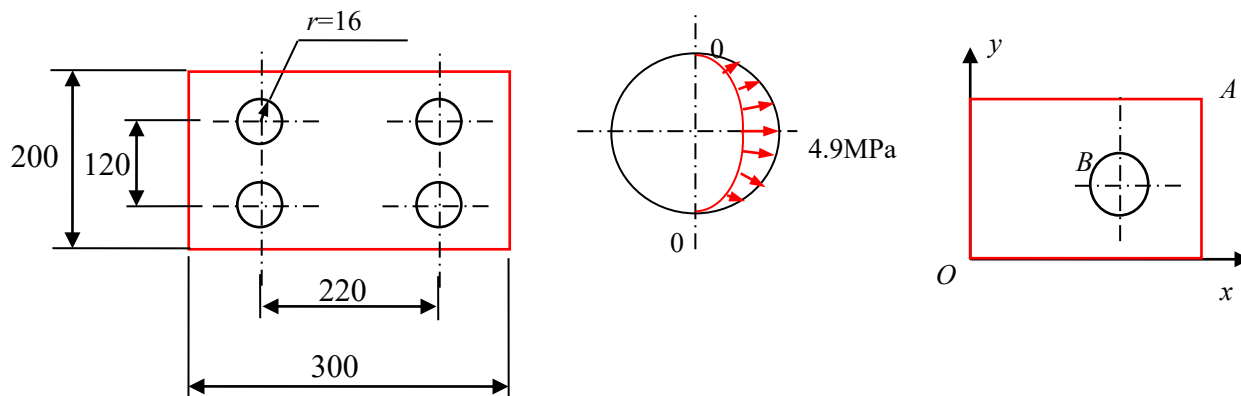
$$M_{z1} - 100 = \frac{EI}{L^3} \times 2L^2 \times \theta_2 \quad , \quad M_{z1} = -350\text{Nm}$$

$$Q_{y2} - 600 = -\frac{EI}{L^3} \times 6L \times \theta_2 \quad , \quad Q_{y2} = 1950\text{N}$$

题分	得分
20	

### 五、计算题

如图所示连接板，长方形板上均布 4 个销钉孔，尺寸如图，长度单位 mm，孔受力半圆柱侧面分布力情况如右图。材料的弹性模量和泊松比分别为  $E=210\text{GPa}$ ， $\mu=0.3$ ，板厚度  $t=8\text{mm}$ ，分析构件应力、变形，回答下面问题。



问题：

1. 这个问题属于平面应力问题，带厚度；
2. 总体坐标系如图所示，采用单位制 N,mm,MPa ；根据对称性取四分之一结构建模，建模所需关键点坐标：O(0,0)，A(150,100)，圆心 B(110,60)
3. 单元厚度以实常数方式输入。
4. 这个问题的约束载荷施加方法及注意事项：  
施加约束：对称轴上施加对称约束  
施加载荷：孔受载侧面，四分之一圆弧施加线性分布载荷 Pressure: 0, 4.9MPa，另一四分之一圆弧施加线性分布载荷 Pressure: 4.9MPa, 0。注意圆弧起点、终点，正确给定最小或最大值。
5. 如果要计入重力的影响，还需要材料密度；以惯性力方式施加重力载荷，给出重力加速度方向：y 方向和值：+9810。
6. 如果材料为 Q235 低碳钢，已知材料的许用应力，可以根据第三或第四强度理论相当应力值，判断构件强度是否足够。