2019—2020 学年第一学期《概率统计》期中考试卷（A 卷）

授课班号________年级专业________________学号 17610103o6 姓名 杨朝刚

题号	一	二	总分	审核
题分	30	70		
得分				

得分	评阅人

一、填空（共 30 分，每空格 3 分）

1. 同时抛掷 3 枚均匀的硬币，则恰好有两枚硬币正面向上的概率为 $\frac{3}{8}$ 。
2. 设 A、B、C 相互独立 $P(A)=0.2$，$P(B)=0.3$，$P(C)=0.4$，则 $P(A\cup B\cup C)=$ 0.9 。
3. 若随机变量 X 服从参数为 4 的泊松分布 $\pi(4)$，则概率 $P(X>0)=$ $1-e^{-4}$ 。
4. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(2,\sigma^2)$，$\sigma>0$，$P\{0<X<4\}=0.3$，则 $P(X<0)=$ 0.35 。
5. 已知 $P(A)=0.5$，$P(B)=0.6$，$P(B|A)=0.8$，则 $P(A\cup B)=$ 0.7 。
6. 随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=A+B\arctan x$，则 $A=$ 0 ，$B=$ ~~0~~ $\frac{2}{\pi}$ 。
7. 设 X 服从 $N(1,2^2)$ 的正态分布，则 $3X+2$ 服从 $\mu=$ $\frac{1}{3}$ ，$\sigma^2=$ 36 的正态分布。
8. 若随机变量 X 服从二项分布 $b(n,p)$，则 $E(X)=$ P 。

得分	评阅人

二、计算（共 70 分，每小题 10 分）

1. 从 52 张（不含大小王）扑克牌中取 5 张，求 3 张点数相同，另外 2 张不同的概率。

$$C^1_{13}\cdot\left(1\times\frac{3}{51}\times\frac{2}{50}\right)\times\left(\frac{48}{49}\times\frac{44}{48}\right)\cdot C^1_{12} = 0.33$$

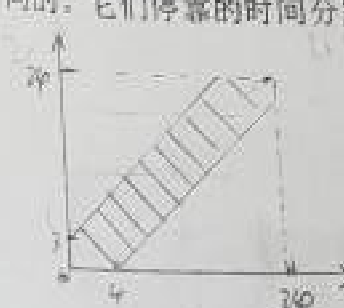
2. 将两信息分别编码为 A 和 B 传递出去，接收站收到时，A 被误收作 B 的概率为 0.02，而 B 被误收作 A 的概率为 0.01。信息 A 与信息 B 传送的频率程度为 2:1。若接收站收到的信息为 A，问原发信息是 A 的概率是多少？

收到 A 的概率为 $P(A_1)=\frac{2}{3}\times0.98+\frac{1}{3}\times0.01$，

A 相 A 的概率 $P(A_2)=\frac{2}{3}\times0.98$，

$$P(A)=\frac{\frac{2}{3}\times0.98}{\frac{2}{3}\times0.98+\frac{1}{3}\times0.01}=0.99492$$

3. 某码头只能容纳一条船，某天将会独立来 2 条船，它们在 24 小时内各时刻到来的概率是相同的。它们停靠的时间分别是 3 小时和 4 小时，求有一条船要等待的概率。



令两船到达时刻为 x, y

$$\begin{cases} y-x\le 3 \\ x+y\le 4 \end{cases}$$

$$P(A)=\frac{24^2-\frac{20^2}{2}-\frac{21^2}{2}}{24^2}=\frac{311}{115}$$

$$P(A)=\frac{3\times4}{24\times24}=\frac{1}{48}$$

$|x-y| \le 2$

设随机变量 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}\frac{1}{5}e^{-\frac{x}{5}} & x>0 \\ 0 & 其它\end{cases}$，求 $Y=X^2$ 的概率密度。

$F(x)=\begin{cases}-e^{-\frac{x}{5}}, & x>0 \\ 0, & 其它\end{cases}$

$f(y)=F'(y)$

$=\begin{cases}10\sqrt{y}\,e^{-\frac{\sqrt{y}}{5}}, & y>0 \\ 0, & 其它\end{cases}$

$Y=x^2$ 则 $x=\sqrt{Y}$

$F(y)=\begin{cases}-e^{-\frac{\sqrt{y}}{5}}, & y>0 \\ 0, & 其它\end{cases}$

5. 已知随机变量(X,Y)的概率分布为

X \ Y	-1	0	1
-2	0.15	0.2	0.1
3	0.1	0.25	0.2

求：(1) X 和 Y 的边缘分布率；(2)当 Y=0 时，X 的条件分布率；(3) X+Y 的分布率。

$P(X=-2) = 0.15+0.2+0.1 = 0.45$

$P(X=3) = 0.1+0.25+0.2 = 0.55$

$P(Y=-1) = 0.15+0.1 = 0.25$

$P(Y=0) = 0.2+0.25 = 0.45$

$P(Y=1) = 0.1+0.2 = 0.3$

当 $Y=0$ 时

$P(X=-2|Y=0) = \frac{0.2}{0.45} = \frac{2}{45}$

$P(X=3|Y=0) = \frac{0.25}{0.45} = \frac{5}{9}$

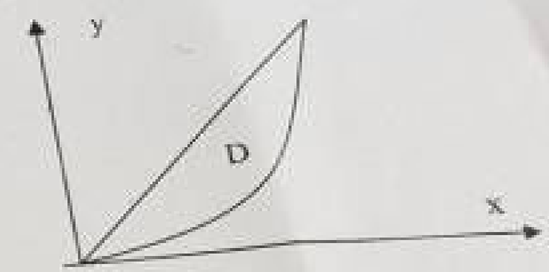
$X+Y$ 可取 $-3, -2, -1, 2, 3, 4$.

$P(X+Y=-3) = 0.15$

$P(X+Y=-2) = 0.2$

6. 设(X,Y)服从区域 D 上的均匀分布（如图），(X,Y)的联合概率密度为

$f(x,y)=\begin{cases}6 & x^2 \le y \le x \\ 0 & 其它\end{cases}$.



(1)、求 X,Y 的边缘分布；(2)、问 X、Y 是否相互独立？

$F_X(x) = \int_0^x \left[\int_{x^2}^{x} f(x,y)\,dy\right] dx$

$= 3x^2 - 2x^3$

$F_Y(y) = \int_0^y \left[\int_y^{\sqrt{y}} 6\,dx\right] dy$

$= 4y^{\frac{3}{2}} - 3y^2$

(2) $f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\,dy = 6(x-x^2)$ $\quad 0 \le x \le 1$

$f_X(x)=0$ x 取其它值

$f_Y(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\,dx = 6(\sqrt{y}-y)$ $\quad 0 \le y \le 1$

$f_Y(y)=0$ y 取其它值

$\therefore f_X(x)\cdot f_Y(y) \ne f(x,y)$

$\therefore X,Y$ 不独立

7. 设随机变量 X 服从参数θ=1 的指数分布，求随机变量 $Y=e^{-2X}$ 的数学期望。

$f(x)=e^{-x}$ $(x>0)$

$EY = \int_0^{+\infty} e^{-2x} e^{-x}\,dx$

$= \int_0^{+\infty} e^{-3x}\,dx$

$= \frac{e^{-3x}}{-3}\Big|_0^{+\infty}$

$= \frac{1}{3}$