

2011—2012 学年第一学期《高等数学》期中试卷 (2011 级)

年级专业_____ 学号_____ 姓名_____ 成绩_____

一、填空题 (6×4 分)

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x \sin x}{1 + x^2} = \underline{\hspace{2cm}} .$

2. 设 $f(x) = \lim_{t \rightarrow \infty} (1 + \frac{x}{t})^{2t}$, 则 $f(\ln 2) = \underline{\hspace{2cm}}$

3. 设 $f(x)$ 具有连续导数, 且 $f'(e) = -1$, 则 $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{d}{dx} (f(e^{\cos \sqrt{x}})) = \underline{\hspace{2cm}} .$

4. $f(x) = x \sin \ln x + \arccos(1/x)$,

则 $f'(x) = \underline{\hspace{4cm}} .$

5. 设 $f(x) = \frac{1}{1 - e^{\frac{x}{x-1}}}$ 的间断点是 $\underline{\hspace{2cm}}$, 其中第一类间断点是 $\underline{\hspace{2cm}} .$

6. 求曲线 $y = x^x + \sqrt{5 - x^2}$ 在点 (1,3) 处的切线方程为 $\underline{\hspace{4cm}} .$

二、计算 (6×6 分)

1. $\lim_{x \rightarrow 1} (\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1})$

2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\frac{2^{\frac{1}{x}} + 3^{\frac{1}{x}}}{2})^x$

3、 设 $f(0)=0, f'(0)=1, f''(0)=2$, 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - x}{x^2}$. 4、 $\begin{cases} x = \ln \sqrt{1+t} \\ y = \arctan t \end{cases}$, 求 $\frac{dy}{dx}$.

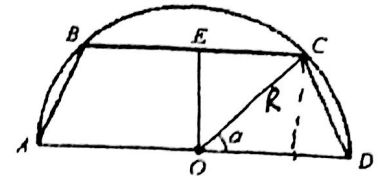
5、 $y = \sin(x+y)$, 求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$.

6、 $y = \ln \sqrt{1-x^2}$, 求 $y^{(2011)}$.

三、确定常数 a, b 使函数 $f(x) = \begin{cases} b(1 + \sin x) + a + 2 & x \leq 0, \\ \sin ax & x > 0. \end{cases}$ 处处可导, 并求 $f'(x)$. (8 分)

四、求 $y = \frac{\ln x}{x}$ 的单调区间、凹凸区间、极值、渐近线及曲线的拐点 (列表表示). (12 分)

五、在半径为 R 的半圆内作平行于直径 AD 的弦 BC ， BC 为何值时梯形 $ABCD$ 的面积最大。(8 分)



六、证明题：(1) $x > 0$ 时， $\ln(1+x) > x - \frac{1}{2}x^2$ 。(2) 设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续， $f(x)$ 在 $(0,1)$ 内可导，且 $f(0) = f(1) = 0$ ， $f(\frac{1}{3}) = \frac{1}{2}$ ，则存在 $\xi \in (0,1)$ 使 $f'(\xi) = 1$ 。(2×6 分)