

8 2015-2016 学年第一学期《概率统计》试卷 (A) 3.9. 统计

授课班号 _____ 年级专业 14 网络工程 / 14 网 学号 _____ 姓名 _____

题型	填空题	计算题	综合题	总分	审核
得分					

一、填空题(每小题 5 分, 共 25 分)

1. 设事件 A 与 B 互不相容, 且 $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$, 则条件概率

$$P(A|\bar{B}) = \frac{4}{9}.$$

得分	阅卷人

2. 设 ξ 服从参数为 λ 的泊松分布, 且已知 $P\{\xi=2\} = P\{\xi=4\}$, 则

$$\lambda = 2\sqrt{3}.$$

3. 设随机变量 X 服从二项分布 $B(4, 0.8)$, Y 服从泊松分布 $P(4)$, 已知 $D(X+Y) = 3.6$, 则 X 与 Y 的相关系数 $\rho_{XY} = -0.325$.

4. 掷一均匀硬币 10000 次, ξ 表示出现正面的次数, 试用中心极限定理计算 $P\{5100 < \xi < 10000\} = 0.0228$.

已知 $F_{0.1}(1) = 0.8413$, $F_{0.1}(2) = 0.9772$, $F_{0.1}(100) = 1$.

5. 某产品以往废品率不高于 5%, 今抽取一样本检验这批产品废品率是否高于 5% (显著水平: α), 此问题的原假设为 $H_0: \mu \leq \mu_0 = 5\%$, 犯第一类错误的概率为 $\leq \alpha$.

二、计算题(每小题 6 分, 共 36 分)

1. 将二信息分别编码为 A 和 B 传送出去, 接收站接收时, A 被误收作 B 的概率为 0.02, 而 B 被误收作 A 的概率为 0.01, 信息 A 与信息 B 传送的频率程度为 2: 1, 若接收站收到的信息是 A , 问原发信息是 A 的概率是多少?

得分	阅卷人

2. 设随机变量 ξ 的概率密度为

$$\varphi(x) = \begin{cases} 2xe^{-x^2}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases},$$

求随机变量 $\eta = \xi^2$ 的概率密度.

3. 设二维连续随机向量 (X, Y) 的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-y}, & 0 < x < y \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

求关于 X 及关于 Y 的边缘概率密度.

4. 设随机变量 ξ 与 η 相互独立, 均服从 $N(0, 1)$ 分布, 令

$$u = \xi, v = a\xi - \eta \quad (0 < a < 1),$$

求 u 与 v 的相关系数.

5. 设 x_1, x_2, x_3, x_4 是来自正态总体 $N(0, \sigma^2)$ 的样本, 记

$$V = \frac{\sqrt{3}x_1}{\sqrt{x_2^2 + x_3^2 + x_4^2}}$$

求: (1) V 的分布; (2) $E(V)$.

6. 设总体的概率密度为

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1}, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}, (\theta > 0),$$

试用来自总体的样本 x_1, x_2, \dots, x_n , 求未知参数 θ 的矩估计和极大似然估计.

三、综合题(满分 39 分)

1. (10 分)

设连续型随机变量 (X, Y) 的两个分量 X 和 Y 相互独立, 且服从同一分布, 试证: $P\{X \leq Y\} = 1/2$.

得分	阅卷人

2. (9 分)

某人去火车站乘车, 有两条路可以走. 第一条路程较短, 但交通拥挤, 所需时间 (单位: 分钟) 服从正态分布 $N(40, 10^2)$; 第二条路程较长, 但意外阻塞较少, 所需时间服从正态分布 $N(50, 4^2)$.

求: (1) 若动身时离开车时间只有 60 分钟, 应走哪一条路线?

(2) 若动身时离开车时间只有 45 分钟, 应走哪一条路线?

附: 标准正态分布函数:

$$\Phi(2)=0.97725, \Phi(2.5)=0.99379, \Phi(0.5)=0.6915, \Phi(1.25)=0.8944$$

3. (10 分)

某工厂生产滚珠, 从某日生产的产品中随机抽取 9 个, 测得直径 (单位: mm) 如下:

14.5, 14.7, 15.1, 14.9, 14.8, 15.0, 15.1, 15.2, 14.8

设滚珠直径服从正态分布, 若

(1) 已知滚珠直径的标准差 $\sigma=0.15$ mm;

(2) 未知标准差 σ . 求直径均值 μ 的置信区间.

$$Z_{0.05}=1.645, Z_{0.025}=1.96.$$

$$t_{0.05}(8)=1.859, t_{0.025}(8)=2.306.$$

$$t_{0.05}(9)=1.833, t_{0.025}(9)=2.262.$$

4. (10 分)

某厂生产的铜丝, 要求其折断力的方差不超过 16 N^2 . 今从某日生产的铜丝中随机抽取容量为 9 的样本, 测得其折断力如下 (单位: N):

289 286 285 286 284 285 286 298 292

设总体服从正态分布. 问该日生产的铜丝的折断力的方差是否符合标准 ($\alpha=0.05$)?

$$\chi^2_{0.05}(8)=15.507, \chi^2_{0.05}(9)=16.919.$$

$$\chi^2_{0.025}(8)=17.534, \chi^2_{0.025}(9)=19.022.$$