

一：填空题(共 30 分，每小题 3 分)

1. 设复数  $z = -1 + i$ ，则  $z$  的三角表示为：\_\_\_\_\_

2.  $\operatorname{Ln}(-1 - \sqrt{3}i) =$  主值为  $\underline{\quad}$

3.  $\int_c \frac{z^2 e^{2z}}{(z-1)^2} dz =$  其中  $c: |z| = \frac{1}{2}$ ，取正方向。

4. 若  $f(z) = my^3 - 3x^2y + i(x^3 + lxy^2)$  处处解析，则  $m = \underline{\quad}$ ， $l = \underline{\quad}$

5. 级数  $\sum_{n=0}^{+\infty} (1+i)^n (z-1)^n$  的收敛圆域为 \_\_\_\_\_

7. 拉普拉斯变换中  $\sin t * t =$  \_\_\_\_\_

8.  $z=0$  是  $\frac{1}{z^2(e^z-1)}$  的 \_\_\_\_\_

9. 函数  $\frac{\ln(z+1)}{z}$  在  $0 < |z| < 1$  内的洛朗展式为 \_\_\_\_\_

10.  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left( \frac{1+ni}{1-ni} \right) =$  \_\_\_\_\_

1. 计算  $(1-i)^{1+i}$  的值。

2. 求  $\oint_{|z|=3} \frac{z \sin z}{(1-e^z)^3} dz$  :

3. 求级数  $\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n z^n$  的收敛圆域, 并求出在收敛圆域内的和函数。

4. 求函数  $F(s) = \frac{2s^2 + s + 5}{s^3 + 6s^2 + 11s + 6}$  Laplace 逆变换  $f(t)$  .

5. 用 Laplace 变换的性质计算积分  $\int_0^{+\infty} \frac{\sin t}{t} dt$

二. 解答题(共 40 分, 每小题 10 分)

1. 1) 验证  $v(x, y) = 2xy + 3x$  在  $z$  平面内为调和函数, 2) 求函数  $u(x, y)$

使得  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$  解析, 且  $f(i) = 0$ 。(12 分)

3. 将函数  $\frac{1}{z(1-z)^2}$  分别在圆环域  $0 < |z| < 1$ ,  $0 < |z-1| < 1$  内展成洛朗级数。

4. 求方程  $y'' - 2y' + 2y = 2e^t \cos t$ , 满足初始条件  $y|_{t=0} = 0, y'|_{t=0} = 0$  的解。