2012－2013 学年第一学期《线性代数》课内考试卷（A 卷）

授课班号 050402 年级专业 机电工程学院 12 级 学号________ 姓名____________

题号	一	二	三	四	五	六	总分	审核
题分	24	32	12	12	12	8		
得分								

得分	评阅人

一、填空（共 24 分，每空格 3 分）

1. 排列（$1,3,5,\cdots,2n-1,2n,2n-2,\cdots,2$）的逆序数为__________。

2. 设行列式 $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 1$，则 $\begin{vmatrix} 2a_{31} & 4a_{32} & 2a_{33} \\ a_{21} & 2a_{22} & a_{23} \\ a_{11} & 2a_{12} & a_{13} \end{vmatrix} =$ ______________。

3. 设 A,B 均为 3 阶方阵，且 $|A|=3,|B|=2$，则 $\left||B|A\right|+\left|A^2\right|=$ __________。

4. 设 $A=\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -2 \\ 1 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 4 \end{bmatrix}$，则 A 的秩 $r(A)=$ ______________。

5. 设 4 元非齐次线性方程组 $Ax=b$ 的两个解为 $\xi_1,\xi_2,(\xi_1\neq\xi_2)$，$A$ 的秩为 3，则 $Ax=b$ 的通解 $\xi=$ ______________

6. 已知三阶矩阵 A 的特征值为 1,-2,3, 则 $2A^{-1}$ 的特征值为______________

7. 设有向量 $\alpha=(2,-1,3)^T$，$\beta=(-1,4,x)^T$，则当 $x=$ _____时，α 与 β 正交。

8. 设 $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ 相似于对角阵 $\begin{pmatrix} -1 & & \\ & 5 & \\ & & \alpha \end{pmatrix}$，则 $\alpha=$ ___________

得分	评阅人

二、计算（共 32 分，每小题 8 分）

1. 计算 $\boldsymbol{n}$ 阶行列式 $\begin{vmatrix} 2 & 3 & \cdots & 3 \\ 3 & 2 & \cdots & 3 \\ \cdots & \cdots & \cdots & 3 \\ 3 & 3 & \ldots & 2 \end{vmatrix}$ 的值。

2. 设矩阵 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$，求 A^3

3. 已知矩阵 $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$, $X=AX+B$，求矩阵 X .

4. 用初等行变换把矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 3 & 1 \\ 3 & 0 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ 化为行最简型矩阵

得分	评阅人

三、（本题 12 分）

求向量组 $\vec{\alpha}_1=\begin{bmatrix}1\\1\\3\\1\end{bmatrix}$ $\vec{\alpha}_2=\begin{bmatrix}-1\\1\\-1\\3\end{bmatrix}$ $\vec{\alpha}_3=\begin{bmatrix}5\\-2\\8\\-9\end{bmatrix}$ $\vec{\alpha}_4=\begin{bmatrix}-1\\3\\1\\7\end{bmatrix}$的秩和它的一个极大线性无关组，并把不属于极大无关组的向量用极大无关组线性表示。

得分	评阅人

四、（本题 12 分）设有线性方程组$\begin{cases}\boldsymbol{x}_1+\boldsymbol{x}_2+\boldsymbol{x}_3=1\\2\,\boldsymbol{x}_1+\boldsymbol{x}_2-\boldsymbol{x}_3=2\\\boldsymbol{a}\boldsymbol{x}_1+\boldsymbol{x}_2+\boldsymbol{x}_3=\boldsymbol{b}\end{cases}$，问 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 为何值时，方程组有唯一解？无解？有无穷多解？

得分	评阅人

五、（本题 12 分）

设 $A=\begin{pmatrix}0&-1&1\\-1&0&1\\1&1&0\end{pmatrix}$，求正交阵 T，使 $T^{-1}AT$ 为对角阵。

得分	评阅人

六、证明（本题 8 分）

设 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots\alpha_s$ 为一个向量组，$\alpha_1 \neq 0$，每个 $\alpha_i(i=2,3,\cdots,s)$ 都不能由 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_{i-1}$ 线性表示，证明 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots\alpha_s$ 线性无关。