2018－2019 学年第一学期《工程有限元法》课内考试卷（A 卷）

课程号 6111202　 年级专业 2016 机械/材料　学号________　姓名________

题号	一	二	三	四	五	总分	审核
题分	10	10	30	25	25		
得分							

题分	得分
10	

一、选择题（共 10 分，每空 1 分）

1、使用 ANSYS 进行有限元分析时，如果要求长度和力分别采用 mm 和 N 为单位，现有某普通钢材弹性模量 2.1e11Pa，施加的外力为 2.1e8Pa，则在 ANSYS 中输入的外力值应为（ D ）

A. 2.1e11　　B. 2.1e5　　C. 2.1e8　　D. 2.1e2

2、一个空间块体单元的节点有三个自由度：x、y、z 三个方向的平移，因此 4 节点四面体块单元，单元刚度矩阵为（ B ）的对称矩阵。

A. 6×6　B. 12×12　C. 18×18　D. 24×24

3、ANSYS 中，空间问题所对应的几何模型只能在总体坐标的（ A ）面内创建。

A. *xoy*　B. *yoz*　C. *xoz*　D. 均可以

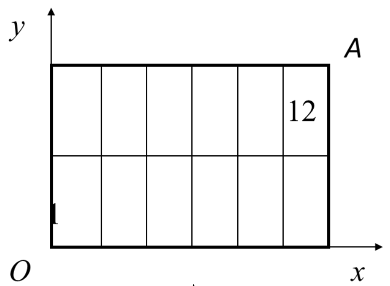
4、在 ANSYS 中，使用以下哪种单元（ **A** ）不要给实常数。

A.平面应变单元　B. 带厚度的平面应力单元　C. 板单元　D. 桁架杆单元

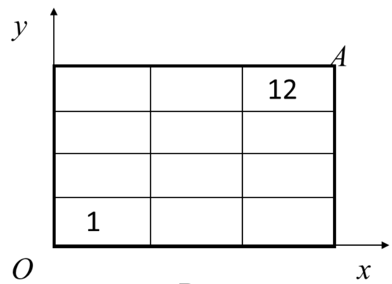
5、以下哪个位移模式有可能是正确的（ D ）

A. $u(x)=a_1+a_2x$　B. $u(x,y)=a_1+a_2x+a_3y+a_4x^2$　C. $u(x,y,z)= a_1x+a_2y +a_3z$　D. $u(x,y)=a_1+a_2x+a_3y$

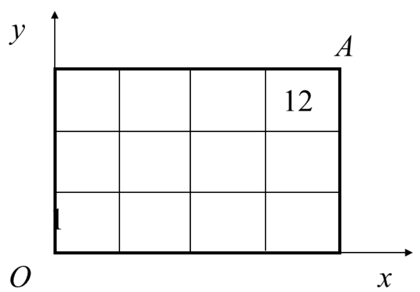
6、将矩形剖分成 12 等份，采用以下哪种网格剖分方式，得到的结果最精确（ C ）



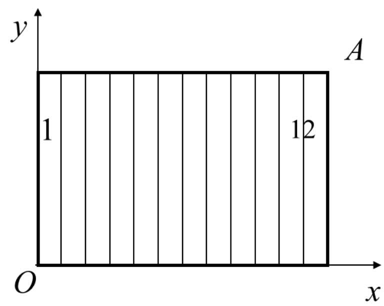
A



B



C



D

7、以下哪种单元属于空间单元（ D ）

A. Link 1　B. Beam 3　C. Plane 182　D. Brick 45

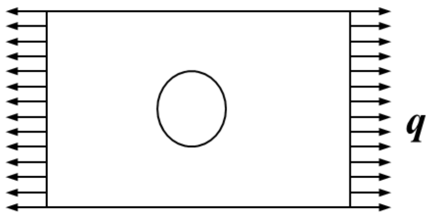
8、在单元研究步骤中，单元的位移场、应变场、以及应力场都需要通过(B)来表达

A　节点力　 B 节点位移　C 节点应力　D 节点应变

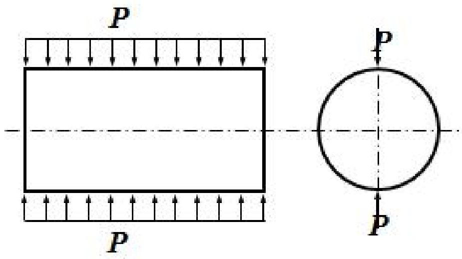
9、弹性力学中的平衡方程研究是(C)之间关系的方程式。

A　应变和位移 B　应力和位移 C 应力和体力 D 应力和应变

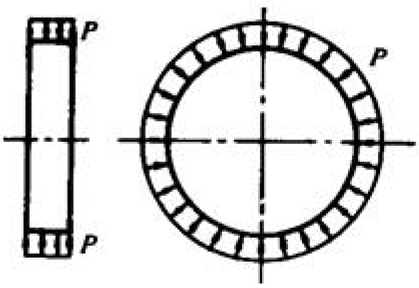
10、以下哪个问题可用平面应变单元描述(B)



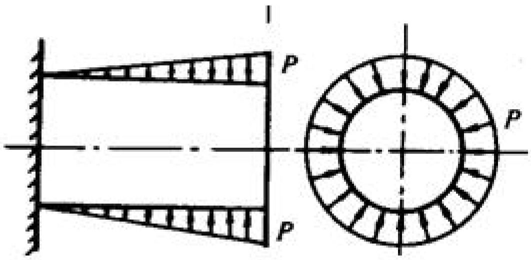
A



B



C



D

题分	得分
10	

二、判断正误（共 10 分，每题 1 分）

（×）1、采用 modeling 创建尺寸为 $b\times h\times l$=4mm×5mm×100mm 的模型，可以采用平面应力单元对其进行分析。

（√）2、ANSYS 中，平面应力问题、平面应变问题、轴对称问题可以使用相同类型单元进行分析。

（×）3、随着剖分单元数量的增加,有限元解逐渐趋于精确解，因此单元剖分越细越好。

（√）4、结构静力分析的目的是求出在外力作用下弹性体的变形、应力等，从而由此判断强度、刚度是否足够。

（×）5、S1、S2、S3 是单元或节点的第一、第二、第三强度理论相当应力，可以用来判断强度是否足够。

（√）6、单元刚度矩阵行数、列数等于单元节点数和节点自由度数之积。

（×）7、有限单元法只能用于求解固体力学的静力学和动力学问题。

（×）8、在梁单元上施加均布载荷可以用 Load Apply -Structural -Pressure -On Line 来完成。

（×）9、凡是运动着的物体都不可能对它进行静力分析。

（×）10、在静力分析中，材料特性只需给出材料的弹性模量、泊松比。

题分	得分
30	

三、简答题（共 30 分，每题 5 分）

1、列出三维弹性力学问题的三大方程，并注明方程的名称（5 分）

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}+f_x=0$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_y}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z}+f_y=0$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y}+\frac{\partial \sigma_z}{\partial z}+f_z=0$$

$$\varepsilon_x=\frac{\sigma_x}{E}-\mu\frac{\sigma_y}{E}-\mu\frac{\sigma_z}{E}$$

$$\varepsilon_y=\frac{\sigma_y}{E}-\mu\frac{\sigma_x}{E}-\mu\frac{\sigma_z}{E}$$

$$\varepsilon_x=\frac{\sigma_z}{E}-\mu\frac{\sigma_y}{E}-\mu\frac{\sigma_x}{E}$$

$$\gamma_{xy}=\frac{\tau_{xy}}{G}\quad \gamma_{yz}=\frac{\tau_{yz}}{G}\quad \gamma_{zx}=\frac{\tau_{zx}}{G}$$

$$\varepsilon_x=\frac{\partial u}{\partial x},\varepsilon_y=\frac{\partial v}{\partial y},\varepsilon_z=\frac{\partial w}{\partial z},\gamma_{xy}=\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y},\gamma_{yz}=\frac{\partial w}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial z},\gamma_{zx}=\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}$$

平衡方程，几何方程，物理方程
每个方程 1 分，名称总共 2 分

2、简述使用限元软件 ANSYS 对某结构进行静力分析，并校核其强度和刚度时，需要提供哪些信息？（5 分）
答：
① 几何信息：节点坐标，单元节点组成，板厚度，梁截面等
② 材料信息：弹性模量，泊松比，密度等
③ 约束信息：固定约束，对称约束等
④ 载荷信息：集中力，集中力矩，分布面力，分布体力等
⑤ 许用应力和变形

3、有限元划分网格时需要注意哪些问题？（5 分）
答：不是越细越好；应力集中处单元应划细些；
单元几何形状应避免畸形；
不同厚度、不同材料划在不同单元；
有集中载荷处或分布载荷突变点一般应安排节点。

4、不同类型问题所对应的几何元素是不一样的，如平面问题所对应的几何元素是面，简述轴对称问题、空间问题、梁单元、板单元、桁架杆单元所对应的几何元素分别是什么。（5 分）
轴对称：面；　　　　空间问题：块体；　　　　梁单元：线；
板单元：面；　　　　桁架单元：线

5、试按自己的理解，简述有限单元法理论分析的基本过程。（5 分）
（1）前处理阶段 (Pre-processing)
建立求解域，离散化成单元(Element)和节点(Node)
假定描述单元属性的形函数(Shape Function)，即用一个近似的连续函数描述每个单元的解
建立单元刚度矩阵
组装单元，构造总体刚度矩阵
应用边界条件和初值条件，并施加荷载

（2）求解线性或非线性微分方程组得到节点值
（3）根据所求的节点值(位移)，计算其他关心的数据(应变，应力)

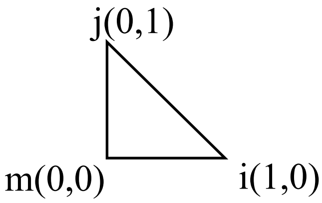
6、简述单元刚度矩阵的性质，并说明单元刚度矩阵中元素 k_{ij} 的物理意义。（5 分）
对称性、奇异性、稀疏性（非零元素带状分布）
k_{ij} 表示 j 节点的单位位移在 i 节点产生的力

题分	得分
25	

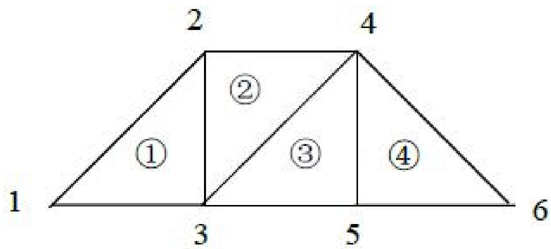
四、计算题

已知如下图所示的单元，其刚度矩阵为

$$[K]^e=\frac{Et}{4}\begin{array}{c}\left[\begin{array}{cc:cc:cc} 2 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 \\ \hdashline 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & -2 \\ \hdashline -2 & -1 & -1 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & -2 & 1 & 3 \end{array}\right] \\ \begin{array}{ccc} i \qquad & \qquad j \qquad & \qquad m \end{array}\end{array}\begin{array}{c} i \\ \\ j \\ \\ m \\ \\ \end{array}$$



按照如右图剖分情况、已知的单元刚度矩阵，组装总体刚度矩阵



解：1、分别写出单元①、②、③、④的 i、j、m 节点，并根据单元①的刚度矩阵列出单元②、③、④的单元刚度矩阵形式（右上标表示单元编号）

$$[K]^e=\begin{bmatrix} k_{22} & k_{21} & k_{23} \\ k_{12} & k_{11} & k_{13} \\ k_{32} & k_{31} & k_{33} \end{bmatrix}^{①}$$

$$[K]^e=\begin{bmatrix} k_{33} & k_{34} & k_{32} \\ k_{43} & k_{44} & k_{42} \\ k_{23} & k_{24} & k_{22} \end{bmatrix}^{2} [K]^e=\begin{bmatrix} k_{44} & k_{43} & k_{45} \\ k_{34} & k_{33} & k_{35} \\ k_{54} & k_{53} & k_{55} \end{bmatrix}^{3} [K]^e=\begin{bmatrix} k_{66} & k_{64} & k_{65} \\ k_{46} & k_{44} & k_{45} \\ k_{56} & k_{54} & k_{55} \end{bmatrix}^{3}$$

单元①：2 1 3　　　单元②:3 4 2　　单元③：4 3 5　单元④：6 4 5
节点正确 各 1 分
单元正确 各 1 分

2、组装整体刚度矩阵（即使数字为 0，也需写出，否则扣分）

$$[K]=\frac{Et}{4}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & & & & & & \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & -2 & & & & & & \\ 0 & 0 & 5 & 1 & -4 & -1 & -1 & 0 & & & & \\ 1 & 0 & 1 & 4 & -1 & -2 & -1 & -2 & & & & \\ -1 & 0 & -4 & -1 & 6 & 1 & 0 & 1 & -1 & -1 & & \\ -1 & -2 & -1 & -2 & 1 & 6 & 1 & 0 & 0 & -2 & & \\ & & -1 & -1 & 0 & 1 & 4 & 0 & -3 & -1 & 0 & 1 \\ & & 0 & -2 & 1 & 0 & 0 & 5 & -1 & -3 & 0 & 0 \\ & & & & -1 & 0 & -3 & -1 & 6 & 2 & -2 & -1 \\ & & & & -1 & -2 & -1 & -3 & 2 & 6 & 0 & -1 \\ & & & & & & 0 & 0 & -2 & 0 & 2 & 0 \\ & & & & & & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

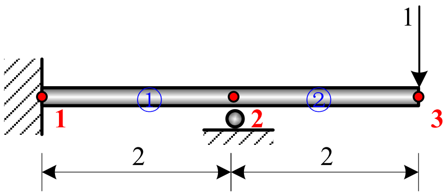
每个矩阵 0.5 分

题分	得分
25	

五、计算题

将外伸梁如图所示进行有限元离散化，其中 EI=1，其余尺寸均如图所示，为计算方便，长度、荷载单位均作为无量纲的量进行处理，其中梁的单元刚度矩阵公式已经给出，右端受大小为 1 的集中力。(1) 计算系统的总体刚度矩阵；(2) 计算各结点的位移；(3) 计算结点 1 和 2 处的反力。

$$K^{(e)}=\frac{EI}{L^3}\begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix}$$



解：

单元刚度矩阵相同，$\boldsymbol{k}^{(1)}=k^{(2)}=\frac{1}{8}\begin{bmatrix} 12 & 12 & -12 & 12 \\ 12 & 16 & -12 & 8 \\ -12 & -12 & 12 & -12 \\ 12 & 8 & -12 & 16 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1.5 & 1.5 & -1.5 & 1.5 \\ 1.5 & 2 & -1.5 & 1 \\ -1.5 & -1.5 & 1.5 & -1.5 \\ 1.5 & 1 & -1.5 & 2 \end{bmatrix}$（4分）

组装总体刚度矩阵

$$\boldsymbol{K}=\begin{bmatrix}1.5 & 1.5 & -1.5 & 1.5 & 0 & 0\\ 1.5 & 2 & -1.5 & 1 & 0 & 0\\ -1.5 & -1.5 & 1.5+1.5 & -1.5+1.5 & -1.5 & 1.5\\ 1.5 & 1 & -1.5+1.5 & 2+2 & -1.5 & 1\\ 0 & 0 & -1.5 & -1.5 & 1.5 & -1.5\\ 0 & 0 & 1.5 & 1 & -1.5 & 2\end{bmatrix}$$ （6分）

$$=\begin{bmatrix}1.5 & 1.5 & -1.5 & 1.5 & 0 & 0\\ 1.5 & 2 & -1.5 & 1 & 0 & 0\\ -1.5 & -1.5 & 3 & 0 & -1.5 & 1.5\\ 1.5 & 1 & 0 & 4 & -1.5 & 1\\ 0 & 0 & -1.5 & -1.5 & 1.5 & -1.5\\ 0 & 0 & 1.5 & 1 & -1.5 & 2\end{bmatrix}$$

划去约束已知为0的行列，得到整体刚度矩阵 （4分）

$$\boldsymbol{K}=\begin{bmatrix}4 & -1.5 & 1\\ -1.5 & 1.5 & -1.5\\ 1 & -1.5 & 2\end{bmatrix}$$

结点荷载列阵：$\boldsymbol{F}^{(e)}=\left[0\ 0\ 0\ 0\ -1\ 0\right]^{\mathrm{T}}$ 划去约束已知为0的行，$\boldsymbol{F}^{(e)}=\left[0\ -1\ 0\right]^{\mathrm{T}}$ （2分）

代入支配方程 $\boldsymbol{Ku}=\boldsymbol{F}$

$$\begin{bmatrix}4 & -1.5 & 1\\ -1.5 & 1.5 & -1.5\\ 1 & -1.5 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\theta_2\\ v_3\\ \theta_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ -1\\ 0\end{bmatrix}$$，解得：$$\begin{bmatrix}\theta_2\\ v_3\\ \theta_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1\\ -4.6667\\ -3\end{bmatrix}$$ （3分）

$\boldsymbol{R}=\boldsymbol{Ku}-\boldsymbol{F}$

$$\begin{bmatrix}1.5 & 1.5 & -1.5 & 1.5 & 0 & 0\\ 1.5 & 2 & -1.5 & 1 & 0 & 0\\ -1.5 & -1.5 & 3 & 0 & -1.5 & 1.5\\ 1.5 & 1 & 0 & 4 & -1.5 & 1\\ 0 & 0 & -1.5 & -1.5 & 1.5 & -1.5\\ 0 & 0 & 1.5 & 1 & -1.5 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 0\\ -1\\ -4\frac{2}{3}\\ -3\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}0\\ 0\\ 0\\ 0\\ -1\\ 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1.5\\ -1\\ 2.5\\ 0\\ 0\\ 0\end{bmatrix}$$ （6分）