

2016-2017 学年第二学期《高等数学BII》试卷 (A)

授课班号 _____ 学院 _____ 学号 _____ 姓名 _____

题型	填空题	计算题	综合题	总分	审核
得分					

一、填空题(每小题 3 分, 共 24 分)

1. 与点 $M_1(1, -1, 2)$, $M_2(3, 3, 1)$, $M_3(3, 1, 3)$, 决定的平面垂直的单位向量 $a_0 =$ _____.

得分	阅卷人

2. 曲线 $\begin{cases} z = 2 - x^2 - y^2 \\ z = (x-1)^2 + (y-1)^2 \end{cases}$ 在 xOy 面上的投影曲线的方程为 _____.

3. 曲线 $\begin{cases} 3x^2yz = 1 \\ y = 1 \end{cases}$ 在点 $(1, 1, \frac{1}{3})$ 处的切线与 z 轴正向所成的倾角为 _____.

4. $\iint_{x^2+y^2 \leq a^2} |xy| d\sigma =$ _____.

5. 二次积分 $\int_{-a}^a dx \int_{-\sqrt{a^2-x^2}}^{\sqrt{a^2-x^2}} f(x, y) dy$ 在极坐标系下先对 r 积分的二次积分为 _____.

6. 差分方程 $Y_{x+1} - 2Y_x = 3 \cdot 2^x$ 的通解为 _____.

7. 如果幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-1)^n$ 的收敛半径是 1, 则级数在开区间 _____ 内收敛.

8. 若 y_1, y_2 都是方程 $y' + p(x)y = f(x)$ 的解, 且 y_1 与 y_2 线性无关, 则上述方程的通解可以表示为 _____.

二、计算题(每小题 8 分, 共 32 分)

1. 设 $z = xf\left(2x, \frac{y^2}{x}\right)$, 其中 f 具有二阶连续偏导数, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

得分	阅卷人



2. (1) 已知两条直线的方程是

$$l_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-3}{-1}, \quad l_2: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1},$$

求过 l_1 且平行于 l_2 的平面方程.

3. 计算二重积分 $\iint_D (|x|+|y|) dx dy$, 其中 $D: |x|+|y| \leq 1$.

4. (11 分) 已知曲线 $y=y(x) (x \geq 0)$ 过点 $(1, 1)$, 且曲线上任一点 (x_0, y_0) 处切线在 y 轴上的截距等于该点与 x 轴、直线 $x=1$ 所围成的面积与点坐标的和, 求此曲线方程.

4. 试求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n} x^n$ 在其收敛域上的和函数.



三、综合题(满分 44 分)

1. (11 分)

证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \int_n^{n+1} \sin \frac{1}{x} dx$ 收敛.

得分	阅卷人

2. (11 分) 试求曲面 $z = 2 - x^2 - y^2$ 被平面 $z = 1$ 截下部分的面积.



3. (11 分) 计划作一批形状为圆柱体的油桶, 每只油桶造价定为 a 元, 已知油桶侧壁每单位面积的造价是其上下两面每单位面积造价的 1.5 倍, 问如何设计油桶的尺寸, 才能使每只油桶的容积达到最大?

4. (11 分) 已知曲线 $y = y(x) (x \geq 0)$ 过原点, 位于 x 轴上方, 且曲线上任一点 $M(x_0, y_0)$ 处切线斜率数值上等于此曲线与 x 轴, 直线 $x = x_0$ 所围成的面积与该点横坐标的和, 求此曲线方程.

