UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS

Cálculo Diferencial e Integral

Derivadas e Integrais 27 de Março de 2017

Aplicações de Integral e Regra de L'Hôpital

(1) Suponha que $2J$ de trabalho sejam necessário para esticar uma mola de seu comprimento natural de $30cm$ para $42cm$.

a) Quanto trabalho é necessário para esticar a mola de $35cm$ para $40cm$?

b) Quão longe de seu comprimento natual uma força de $30N$ manterá a mola esticada?

(2) Uma corda de 50 pés de comprimento pesa 0, 5lb/pé e está pendurada sobre a borda de um edifício com 120 pés de altura.

a) Qual o trabalho necessário para puxar a corda até o topo do edifício?

b) Qual o trabalho necessário para puxar metade da corda do edifício?

Obs: Já foi dado o peso e não a massa da corda; logo a força é dada pela quantidade $50 - x$ de corda que ainda falta puxar. Assim, $F(x) = 0,5(50 - x)$lb/pé.

(3) Encontre a área limitada pela reta $y = x + 1$ e pela parábola $y = \frac{x^2}{2} - 3$.

(4) Calcule os limites abaixo, identificando seus tipos de indeterminação e usando a Regra de L'Hôpital:

a) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 16}$

b) $\lim\limits_{x\to 1} \frac{\ln x}{x - 1}$

c) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{e^x - 1 - x}{x^2}$

Lista anterior sobre Integrais

(5) Calcule as integrais:

a) $\int_{-1}^{1} x^{100} dx = \frac{2}{101}$

b) $\int_0^1 1 + \frac{1}{2}u^4 - \frac{2}{5}u^9 du = \frac{53}{50}$

c) $\int_1^2 \frac{v^5 + 3v^6}{v^4} dv = \frac{17}{2}$

d) $\int_{-1}^1 e^{u+1} du = e^2 - 1$

e) $\int_{-2}^2 f(x)dx$, onde:

$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{se} \quad -2 \leq x \leq 0, \\ 4 - x^2 & \text{se} \quad 0 < x \leq 2 \end{cases}$$

R:$\frac{28}{3}$

f) $\int_{-1}^2 \frac{4}{x^3} dx$

R:Não existe, pois f possui um descontinuidade infinita no intervalo de integração

(6) Use a Parte 1 do Teorema Fundamental do Cálculo para encontrar a derivada das funções.

a) $g(x) = \int_1^x \frac{1}{t^3 + 1} dt$

$$g'(x) = \frac{1}{x^3 + 1}$$

b) $g(x) = \int_{e^x}^0 \operatorname{sen}^3 t dt$

$$g'(x) = -\operatorname{sen}^3(e^x)e^x$$

c) $g(x) = \int_1^x \ln t dt$

$$g'(x) = \ln(x)$$

(7) Uma empresa possui uma máquina que se deprecia a uma taxa contínua $f = f(t)$, onde t é o tempo medido em meses desde seu último recondicionamento. Como a cada vez em que a máquina é recondicionada incorre-se em um custo fixo A, a empresa deseja determinar o tempo ótimo T (em meses) entre os recondicionamentos.

a) Explique por que $\int_0^t f(s)ds$ representa a perda do valor da máquina sobre o período de tempo t desde o último recondicionamento.

b) Seja $C = C(t)$ dado por

$$C(t) = \frac{1}{t}\left[A + \int_0^t f(s)ds\right]$$

O que representa e por que a empresa quer minimizar C?

c) Mostre que C tem um valor mínimo nos números $t = T$ onde $C(T) = f(T)$.

Bibliografia:

Cálculo Vol 1 - Anton, H.

Cálculo Vol 1 - Stewart, J.