

# Geometria Plana

---

## Lista de Exercícios: P1

- 1 - Ponto, reta e plano.
  - 2 - Ângulos.
  - 3 - Triângulos.
-

# 1 Ponto, Reta e Plano

**Exercício 1** *Faça uma figura para ilustrar as seguintes situações:*

- a) *Dois planos que não se interceptam.*
- b) *Uma reta e um plano que se interceptam em exatamente um ponto.*
- c) *Uma reta e um plano que não se interceptam.*
- d) *Uma reta contida em um plano.*
- e) *Dois planos que se interceptam.*
- f) *Três planos que se interceptam em um ponto.*
- g) *Três planos que se interceptam em uma reta.*
- h) *Uma reta que intercepta dois planos em diferentes pontos.*
- i) *Um sólido que seja limitado por superfícies planas, que não seja convexo.*

**Exercício 2** *Prove que:*

- a) *Todo plano contém no mínimo três pontos não colineares.*
- b) *O espaço contém no mínimo quatro pontos não coplanares.*
- c) *Se três pontos estão alinhados então eles são coplanares.*

**Exercício 3** *Responda:*

- a) *Quantas retas passam:*
  - i) *Por um ponto dado?*
  - ii) *Por dois pontos distintos?*
- b) *Quantas planos passam:*
  - i) *Por um ponto dado?*
  - ii) *Por dois pontos distintos?*
  - iii) *Por três pontos distintos?*

**Exercício 4** *Classifique como verdadeiro (V) ou falso (F):*

- a) *Três pontos distintos são colineares.*
- b) *Três pontos quaisquer são coplanares.*
- c) *Quatro pontos distintos determinam quatro retas.*

- d) Por quatro pontos distintos pode passar uma só reta.
- e) Três pontos distintos são sempre colineares.
- f) Se quatro pontos são coplanares, então eles estão alinhados.
- g) Dois pontos quaisquer são colineares.
- h) Dois pontos quaisquer são coplanares.
- i) Dois pontos distintos determinam um plano.
- j) Dois pontos distintos determinam uma reta.
- k) Dois pontos distintos determinam um plano.
- l) Três pontos distintos determinam um plano.
- m) Por uma reta passam infinitos planos.
- n) É convexo o conjunto constituído por dois pontos apenas.
- o) Uma reta possui infinitos pontos.
- p) No plano, duas retas distintas ou não se interceptam ou se interceptam num só ponto.

### Gabarito

- 1.
- 2.
- 3.
  - a) i) Infinitas.
  - ii) Apenas uma (postulado 1).
  - b) i) Infinitos.
  - ii) Infinitos.
  - iii) Apenas um (postulado 4) se forem não colineares. Infinitos em caso contrário.

4.	a) F	i) F
	b) V	j) V
	c) F	k) F
	d) F	l) F
	e) F	m) V
	f) F	n) F
	g) V	o) V
	h) F	p) V

## 2 Ângulos

**Exercício 5** *Escreva algebricamente as seguintes frases:*

- a) *A medida de um ângulo.*
- b) *O dobro da medida de um ângulo.*
- c) *A terça parte de um ângulo.*
- d) *Os três quintos de um ângulo.*
- e) *O complemento de um ângulo.*
- f) *A metade do complemento de um ângulo.*
- g) *O complemento da metade de um ângulo.*
- h) *O suplemento de um ângulo.*
- i) *A terça parte do suplemento de um ângulo.*
- j) *O suplemento da terça parte de um ângulo.*
- k) *A soma entre as medidas de dois ângulos.*
- l) *A metade da soma entre as medidas de dois ângulos.*
- m) *A quinta parte da soma entre dois ângulos.*
- n) *O suplemento da soma entre dois ângulos.*

**Exercício 6** *Complete:*

- a) *Se  $\hat{A}$  e  $\hat{B}$  são ângulos suplementares, então \_\_\_\_\_*
- b) *Se  $\hat{A}$  e  $\hat{B}$  são suplementos de  $\hat{C}$ , então \_\_\_\_\_*
- c) *Se  $\hat{A}$  e  $\hat{B}$  são ângulos complementares, então \_\_\_\_\_*
- d) *Se  $\hat{A}$  e  $\hat{B}$  são complementos de ângulos congruentes, então \_\_\_\_\_*

**Exercício 7** *A terça parte da soma entre dois ângulos vale  $72^\circ$ . Determine-os, sabendo-se que um deles é o quádruplo do outro.*

**Exercício 8** *O complemento de um ângulo  $x$  está para seu suplemento, assim como 4 está para 19. Calcule esse ângulo.*

**Exercício 9** *Dois ângulos consecutivos têm um lado em comum e suas medidas somam  $134^\circ$ . Determine o ângulo formado pelas suas bissetrizes.*

**Exercício 10** *Em torno de um ponto, e num mesmo plano, constroem-se quatro ângulos consecutivos. Sabendo-se que cada um deles é igual ao dobro do anterior, achar esses ângulos.*

**Exercício 11** *Prove que a reta perpendicular à bissetriz de um ângulo, traçada pelo vértice do mesmo, forma ângulos congruentes com os lados do ângulo.*

**Exercício 12** *Mostre que as bissetrizes de um ângulo e do seu suplemento são perpendiculares.*

**Exercício 13** *Prove que as bissetrizes de dois ângulos opostos pelo vértice são semirretas opostas.*

**Exercício 14** *Dois ângulos retos,  $\widehat{AOB}$  e  $\widehat{COD}$ , têm em comum o ângulo  $\widehat{BOC}$ . Mostre que os ângulos  $\widehat{AOC}$  e  $\widehat{BOD}$  são congruentes e que os ângulos  $\widehat{AOD}$  e  $\widehat{BOC}$  são suplementares.*

### Gabarito

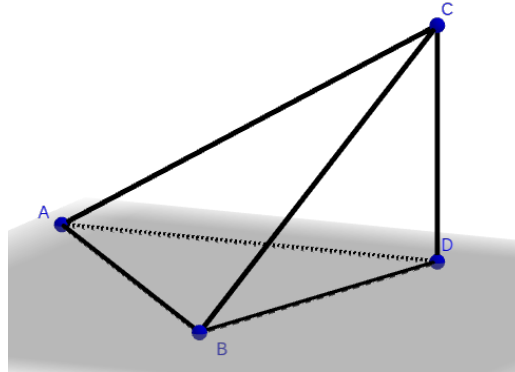
4. a) A medida de um ângulo.  
**R:**  $x$
- b) O dobro da medida de um ângulo.  
**R:**  $2x$ .
- c) A terça parte de um ângulo.  
**R:**  $\frac{x}{3}$ .
- d) Os três quintos de um ângulo.  
**R:**  $\frac{3}{5}x$ .
- e) O complemento de um ângulo.  
**R:**  $90 - x$ .
- f) A metade do complemento de um ângulo.  
**R:**  $\frac{90-x}{2}$ .
- g) O complemento da metade de um ângulo.  
**R:**  $90 - \frac{x}{2}$ .
- h) O suplemento de um ângulo.  
**R:**  $180 - x$ .
- i) A terça parte do suplemento de um ângulo.  
**R:**  $\frac{180-x}{3}$ .
- j) O suplemento da terça parte de um ângulo.  
**R:**  $180 - \frac{x}{3}$ .
- k) A soma entre as medidas de dois ângulos.  
**R:**  $x + y$ .

- l) A metade da soma entre as medidas de dois ângulos.  
**R:**  $\frac{x+y}{2}$ .
- m) A quinta parte da soma entre dois ângulos.  
**R:**  $\frac{x+y}{5}$ .
- n) O suplemento da soma entre dois ângulos. **R:**  $180 - (x + y)$ .
6. a) Se  $\hat{A}$  e  $\hat{B}$  são ângulos suplementares, então  $\hat{A} + \hat{B} = 180$ .  
 b) Se  $\hat{A}$  e  $\hat{B}$  são suplementos de  $\hat{C}$ , então  $\hat{A}$  e  $\hat{B}$  são congruentes.  
 c) Se  $\hat{A}$  e  $\hat{B}$  são ângulos complementares, então  $\hat{A} + \hat{B} = 90$ .  
 d) Se  $\hat{A}$  e  $\hat{B}$  são complementos de ângulos congruentes, então  $\hat{A}$  e  $\hat{B}$  também são congruentes.
6.  $36^\circ$  e  $180^\circ$ .
7.  $66^\circ$ .
8.  $67^\circ$ .
9.  $24^\circ$ ,  $48^\circ$ ,  $96^\circ$  e  $192^\circ$ .

### 3 Triângulos

**Exercício 15** Complete a demonstração do teorema 2, da aula 03.

**Exercício 16** Na figura abaixo,  $\overline{CD} \perp \overline{AD}$ ,  $\overline{CD} \perp \overline{BD}$  e  $AD = BD$ .  
Demonstre que o  $\triangle ABC$  é isósceles.



**Exercício 17** No triângulo isósceles  $ABC$  abaixo, a bissetriz do ângulo  $\hat{B}$  intercepta o lado oposto em  $D$ .  $E$  é um ponto da base  $\overline{AB}$  tal que  $ED = EA$ .  $\overline{DF}$  bisseca o ângulo  $\hat{A}DE$ .  
Demonstre que  $\hat{EDF} = \hat{CBD}$ .

