CÁLCULO II

Aula 01

Revisão: Integrais

Karla Lima

16/02/2022

Sumário

Primitivas

Definição

Definição 1

*Uma função F é denominada uma **primitiva** de f no intervalo I se $F'(x) = f(x)$ para todo x em I.*

Definição

Definição 1

Uma função F é denominada uma ***primitiva*** *de f no intervalo I se $F'(x) = f(x)$ para todo x em I.*

Teorema 1

Se F for uma primitiva de f em um intervalo I, então a primitiva mais geral de f em I é

$$F(x) + C$$

em que C é uma constante arbitrária.

Funções Exponenciais e Logarítmicas

Seja C uma constante qualquer.

Função	Primitiva (Geral)	Justificativa
e^x	$e^x + C$	$\frac{d}{dx}(e^x + C) = e^x$
$\frac{1}{x}$	$\ln\|x\| + C$	$\frac{d}{dx}(\ln\|x\| + C) = \frac{1}{x}$
$a^x \ln a$	$a^x + C$	$\frac{d}{dx}(a^x + C) = a^x \ln a$
$\frac{1}{x \ln a}$	$\log_a x + C$	$\frac{d}{dx}(\log_a x + C) = \frac{1}{x \ln a}$

Algumas Funções Trigonométricas

Seja C uma constante qualquer.

Função	Primitiva (Geral)	Justificativa
$\cos x$	$\operatorname{sen} x + C$	$\frac{d}{dx}(\operatorname{sen} x + C) = \cos x$
$\operatorname{sen} x$	$-\cos x + C$	$\frac{d}{dx}(-\cos x + C) = \operatorname{sen} x$
$\sec^2 x$	$\tan x + C$	$\frac{d}{dx}(\tan x + C) = \sec^2 x$

Algumas Funções Trigonométricas Inversas

Seja C uma constante qualquer.

Função	Primitiva (Geral)	Justificativa
$\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\operatorname{sen}^{-1}x + C$	$\frac{d}{dx}(\operatorname{sen}^{-1}x + C) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$-\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$\cos^{-1}x + C$	$\frac{d}{dx}(\cos^{-1}x + C) = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\dfrac{1}{1+x^2}$	$\tan^{-1}x + C$	$\frac{d}{dx}(\tan^{-1}x + C) = \dfrac{1}{1+x^2}$

O Teorema Fundamental do Cálculo

TFC

Teorema 2

Se f *for contínua em* $[a, b]$, *então*

$$\int_a^b f(x)\mathbf{d}x = F(b) - F(a)$$

onde F *é qualquer primitiva de* f.

Integral Indefinida

Para identificar a primitiva da função f, usamos a notação

$$F(x) = \int f(x)\mathbf{d}x.$$

Ela é chamada **integral indefinida**.

$$F(x) = \int f(x)\mathbf{d}x \quad \text{significa} \quad F'(x) = f(x)$$

Tabela de Integrais

Do que já vimos até aqui, podemos descrever a seguinte tabela de integrais:

$$\int e^x \mathbf{d}x = e^x + C$$

$$\int \frac{1}{x} \mathbf{d}x = \ln |x| + C$$

$$\int a^x \ln a \mathbf{d}x = a^x + C$$

$$\int \frac{1}{x \ln a} \mathbf{d}x = \log_a x + C$$

$$\int \cos x \mathbf{d}x = \operatorname{sen} x + C$$

$$\int \operatorname{sen} x \mathbf{d}x = -\cos x + C$$

$$\int \sec^2 x \mathbf{d}x = \tan x + C$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} \mathbf{d}x = \operatorname{sen}^{-1} x + C$$

$$\int -\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} \mathbf{d}x = \cos^{-1} x + C$$

$$\int \frac{1}{1 + x^2} \mathbf{d}x = \tan^{-1} x + C$$

Exercício: Tabela de Integrais

$$\int \cos x \,\mathbf{d}x = \operatorname{sen} x + C$$

$$\int \operatorname{sen} x \,\mathbf{d}x = -\cos x + C$$

$$\int \sec^2 x \,\mathbf{d}x = \tan x + C$$

$$\int \cosh x \,\mathbf{d}x = \underline{\qquad\qquad}$$

$$\int -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\mathbf{d}x = \cos^{-1} x + C$$

$$\int \frac{1}{1+x^2}\mathbf{d}x = \tan^{-1} x + C$$