

UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS

Prof^a. Karla Lima Geometria Espacial - Matemática

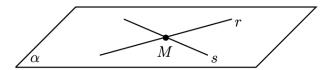
Lista P1 04 de abril de 2025

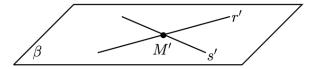
Exercício 1. Uma reta é paralela a um plano se e somente se ela é paralela a uma reta do plano.

Exercício 2. Dadas três retas distintas no espaço, r, s e t, s e t, t e s \parallel t então r \parallel s.

Exercício 3. Dados dois planos secantes, uma reta de um deles é paralela ao outro se e somente se ela é paralela à reta de interseção dos dois planos.

Exercício 4. Sejam α e β dois planos distintos. Suponha que existam retas concorrentes r e s contidas em α , e retas concorrentes r' e s' contidas em β , com $r \parallel r'$ e $s \parallel s'$, conforme a figura abaixo.





Mostre que $\alpha \parallel \beta$.

Exercício 5. Dois planos são paralelos se e somente se um deles é paralelo a duas retas concorrentes do outro.

Exercício 6. Se um plano α corta o plano β segundo a reta r, então ele corta qualquer plano paralelo a β segundo uma reta paralela a r.

Exercício 7. Sejam r e s duas retas reversas, A um ponto em r e B um ponto em s. Qual é a interseção do plano α definido por r e B com o plano definido por s e A?

Exercício 8. Se dois planos são paralelos a uma reta então eles são paralelos entre si. Certo ou errado?

Exercício 9. Seja r uma reta qualquer e s uma reta não paralela a r. Mostre que todas as retas paralelas a s e concorrentes com r estão contidas em um mesmo plano.

Exercício 10. Se dois planos paralelos são intersectados por um terceiro plano, então as retas de interseção são paralelas.

Exercício 11. Seja α um plano dado. Como podemos construir um plano paralelo a α ? Ele é único?

Exercício 12. É verdade que duas retas distintas ortogonais a uma terceira são sempre paralelas entre si?

Exercício 13. Demonstre as seguintes propriedades:

- a) Seja r uma reta perpendicular ao plano α . Toda reta paralela a r é perpendicular a α .
- b) Seja r uma reta perpendicular ao plano α . Todo plano paralelo a α é perpendicular a r.
- c) Duas retas distintas perpendiculares ao mesmo plano são paralelas entre si.
- d) Dois planos distintos perpendiculares à mesma reta são paralelos entre si.

Exercício 14. Mostre que dois planos são perpendiculares se e somente se duas retas respectivamente perpendiculares a cada um deles são ortogonais.

Exercício 15. Mostre que um plano é perpendicular a dois planos secantes se somente se ele é perpendicular à reta de interseção dos dois planos.

Exercício 16. Mostre que o Postulado de Playfair continua valendo no espaço:

Por um ponto P exterior a uma reta r do espaço passa uma única reta s paralela a ela.

Exercício 17. Sejam A, B, C e D pontos quaisquer do espaço (não necessariamente coplanares). Sejam M, N, P e Q os pontos médios de AB, BC, CD e DA, respectivamente. Mostre que MNPQ é um paralelogramo. Use este fato para demonstrar que os três segmentos que unem os pontos médios das arestas opostas de um tetraedro qualquer ABCD se encontram em um mesmo ponto.

Exercício 18. Por um ponto qualquer da aresta AB de um tetraedro qualquer ABCD é traçado um plano o paralelo às arestas AC e BD. Mostre que a seção determinada por este plano no tetraedro é um paralelogramo.

Exercício 19. Seja ABCDEFGH um paralelepípedo retângulo de arestas AB=a, AD=b e AE=c. Encontre a medida da diagonal BH=d em função das medidas das arestas dadas.

Exercício 20. Mostre que se uma reta é paralela a um plano, então seus pontos estão a uma igual distância do plano.

Exercício 21. Mostre que as arestas opostas de um tetraedro regular são ortogonais.

Exercício 22. Considere os pontos médios das arestas BC, CD, BF, DH, EF e EH de um cubo. Mostre que esses seis pontos estão no mesmo plano.

Exercício 23. Sejam r e s duas retas reversas ortogonais e MN o segmento da perpendicular comum. Tomam-se um ponto A sobre r e um ponto B sobre s. Calcular o comprimento do segmento AB em função de MA = a, NB = b e MN = c.

Exercício 24. Mostre que a reta que une os pontos médios de duas arestas opostas de um tetraedro regular é a perpendicular comum a elas.