



(1) Calcule a integral de linha, onde C é a curva dada:

a) $\int_C y^3 ds$, $C : x = t^3, y = t, 0 \leq t \leq 2$.

b) $\int_C xy^4 ds$, C é a metade direita do círculo $x^2 + y^2 = 16$.

c) $\int_C x \operatorname{sen} y ds$, C é o segmento de $(0, 3)$ até $(4, 6)$.

(2) Determine se F é um campo conservativo ou não. Em caso positivo, encontre uma função ϕ tal que $F = \nabla \phi$.

a) $F(x, y) = (2x - 3y, -3x + 4y - 8)$

b) $F(x, y) = (e^x \cos y, e^x \operatorname{sen} y)$

c) $F(x, y) = (ye^x + \operatorname{sen} y, e^x + x \cos y)$

(3) Calcule a integral $\int_C F \cdot dr$, onde:

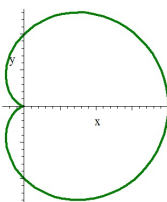
a) $F(x, y) = (e^{x-1}, xy)$ e $C : r(t) = (t^2, t^3), 0 \leq t \leq 1$.

b) $F(x, y, z) = (x, y, xy)$ e $C : r(t) = (\cos t, \operatorname{sen} t, t), 0 \leq t \leq \pi$.

c) $F(x, y) = (e^y + ye^x, xe^y + e^x)$ e $C : r(t) = (\operatorname{sen}(\frac{\pi t}{2}), \ln t), 1 \leq t \leq 2$.

d) $F(x, y) = (2xy, x^2 + \cos y)$ e $C : r(t) = (t, t \cos(\frac{t}{3})), 0 \leq t \leq \pi$.

(4) Calcule $\oint_C y dx - x dy$, onde C é a cardióide de equação polar $r(\theta) = 2(1 + \cos \theta)$ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$) e equação paramétrica $\vec{r}(\theta) = (2 \cos \theta + \cos 2\theta + 1, 2 \operatorname{sen} \theta + \operatorname{sen} 2\theta)$:



O exercício a seguir está respondido como exemplo no livro do Stewart. Pesquise.

(5) Considere o campo de forças $\vec{F}(x, y) = \left(\frac{-y}{x^2 + y^2}, \frac{x}{x^2 + y^2} \right)$, definido para $(x, y) \neq (0, 0)$.

a) Calcule o trabalho realizado pelo campo \vec{F} numa partícula que se move ao longo de uma circunferência de raio R .

b) Usando o Teorema de Green e a parte a), mostre que $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = 2\pi$ para toda curva fechada simples C , suave por partes, que circunda a origem.

b) Considere D a região por $\{(x, y)/0 < x^2 + y^2 \leq R^2\}$. Mostre que

$$\int \int_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy = 0$$

Por que isto não contradiz o Teorema de Green?

(6) Considere o campo de forças $\vec{F}(x, y) = \left(\frac{x}{x^2 + y^2}, \frac{y}{x^2 + y^2} \right)$, definido para $(x, y) \neq (0, 0)$.

a) Calcule o trabalho realizado pelo campo \vec{F} numa partícula que se move ao longo de uma circunferência de raio R .

b) Considere D a região delimitada pela circunferência de centro em $(0, 0)$ e raio R menos a origem. Esta região é descrita por $\{(x, y)/0 < x^2 + y^2 \leq R^2\}$. Mostre que

$$\int \int_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy = 0$$

c) Usando o Teorema de Green e a parte a), mostre que $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$ para toda curva fechada simples C , suave por partes, que circunda a origem.

Dica: aqui o teorema de Green não pode ser usado diretamente com b) - Por quê?

Gabarito

(1) a) $\frac{145\sqrt{145} - 1}{54}$.

b) $\frac{8192}{5}$.

c) $\frac{5}{9}[\sin 9 - \sin 3 - 6 \cos 9]$.

(2) a) Conservativo. $\phi(x, y) = x^2 - 3xy + 2y^2 - 8y + k$

b) Não é conservativo.

c) Conservativo. $\phi(x, y) = ye^x + x \sin y + k$

(3) a) $\frac{11}{8} - \frac{1}{e}$.

b) 0.

c) $\ln 2 - 1$.

d) $\frac{\pi^4}{4}$.

(4) -12π .