

# Informações

Prof<sup>a</sup> Karla Lima

FACET: sala 15

e-mail: [karlalima@ufgd.edu.br](mailto:karlalima@ufgd.edu.br)

site: <http://karlalima.github.io>

Atendimento às quartas: 7:20 às 9:00 e 15:30 às 17:00. (Fora deste horário mandar e-mail para agendar)

Uma **função** é uma regra que associa cada elemento  $x$  de um conjunto  $D$ , chamado de **Domínio** da função, a exatamente um elemento  $y = f(x)$  num conjunto  $E$ , chamado de **Contra-domínio** da função.

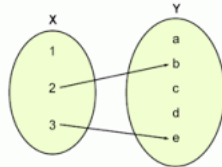


Figura: Não é função

# Nomenclatura

- Domínio: Conjunto que contém todos os elementos  $x$  para os quais a função deve ser definida.
- Contra-domínio: Conjunto que contém todos os elementos que podem ser relacionados a um elemento do domínio.
- Imagem ( $I$ ): Conjunto de todos os elementos  $f(x)$  que estão relacionados a um elemento  $x$  do domínio.
- Variável independente:  $x \in D$
- Variável dependente:  $y = f(x) \in I$ .

# Funções Reais

Nesta disciplina estaremos interessados em funções em que o domínio e o contra-domínio estão no conjunto dos números reais  $\mathbb{R}$ :

$$\begin{array}{ccc} f : D \subseteq \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longrightarrow & f(x) \end{array}$$

# Intervalos

- Intervalo aberto:

$$\begin{aligned}(a, b) &= \{x \in \mathbb{R} / a < x < b\} \\ (-\infty, a) &= \{x \in \mathbb{R} / x < a\} \\ (a, \infty) &= \{x \in \mathbb{R} / a < x\}\end{aligned}$$

- Intervalo fechado:

$$\begin{aligned}[a, b] &= \{x \in \mathbb{R} / a \leq x \leq b\} \\ (-\infty, a] &= \{x \in \mathbb{R} / x \leq a\} \\ [a, +\infty) &= \{x \in \mathbb{R} / a \leq x\}\end{aligned}$$

- Apenas Intervalos:

$$\begin{aligned}(a, b] &= \{x \in \mathbb{R} / a < x \leq b\} \\ [a, b) &= \{x \in \mathbb{R} / a \leq x < b\}\end{aligned}$$

# Função Polinomial

## Definição

As **Funções Polinomiais** são funções da forma

$$\begin{array}{ll} f : \mathbb{R} & \longrightarrow \mathbb{R} \\ x & \longrightarrow f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n \end{array}$$

onde os coeficientes  $a_0, a_1, a_2, \cdots, a_{n-1}, a_n$  são constantes reais e  $n$  é um inteiro não-negativo.

# Exemplos de Funções Polinomiais

①  $f(x) = \sqrt{2}$

②  $f(x) = 2x + 7$

③  $f(x) = x^5 + \frac{3x^2}{4} + 3x$

# Função Racional

## Definição

As **Funções Racionais** são funções da forma

$$\begin{aligned} f : D \subseteq \mathbb{R} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longrightarrow f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)} \end{aligned}$$

onde  $P(x)$  e  $Q(x)$  são funções polinomiais.

O domínio  $D$  desta função consiste em todos os valores reais  $x$  nos quais o denominador não se anula; ou seja,

$$D = \{x \in \mathbb{R} / Q(x) \neq 0\}$$



# Exemplos de Funções Racionais

$$\textcircled{1} \quad f(x) = \frac{\sqrt{2}}{2x + 7}$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} / x \neq \frac{-7}{2}\}$$

$$\textcircled{2} \quad f(x) = \frac{2x + 7}{x - 1}$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 1\}$$

$$\textcircled{3} \quad f(x) = \frac{x^5 + \frac{3x^2}{4} + 3x}{x^4 - x}$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 0 \quad \text{e} \quad x \neq 1\}$$

# Funções Exponenciais

- São funções da forma  $f(x) = a^x$ , com base  $a > 0$  e  $a \neq 1$  e expoente  $x \in \mathbb{R}$ .
- A base mais comum na aplicações em ciências é o número irracional  $e$  ( $\approx 2,718...$ ).

# Funções Exponenciais

## Propriedades:

①  $a^x a^y = a^{x+y};$

②  $a^{nx} = (a^x)^n;$

③  $x < y \Rightarrow a^x < a^y$ , quando  $a > 1$ ;

**Por exemplo, tomando  $a = 3$ :**

Temos  $2 < 3$  e  $9 = 3^2 < 27 = 3^3$ .

④  $x < y \Rightarrow a^y < a^x$ , quando  $0 < a < 1$ ;

**Por exemplo, tomando  $a = \frac{1}{3}$ :**

Temos  $2 < 3$  e  $\frac{1}{9} = \frac{1}{3^2} > \frac{1}{27} = \frac{1}{3^3}$ .

# Funções Exponenciais

Exemplos:

- $f(x) = 2^x$
- $g(x) = \frac{1}{4^x}$
- $h(x) = e^x$

# Funções Logarítmicas

- São funções da forma  $f(x) = \log_b x$ , com base  $b > 0$  e  $b \neq 1$ , e  $x > 0$ .
- Por definição,  $\log_b x = y \Leftrightarrow b^y = x$ .
- A base mais usada também é o número  $e$ . Escrevemos  $\log_e x = \ln x$  e o chamamos de **logarítmo natural**.

# Funções Logarítmicas

## Propriedades:

- $\log_b(xy) = \log_b x + \log_b y$ ;
- $\log_b(x/y) = \log_b x - \log_b y$ ;
- $\log_b(x^\alpha) = \alpha \log_b x$ ;
- $\log_b(b^x) = x$ ;
- $b^{\log_b x} = x$ .

# Funções Logarítmicas

## Exemplos:

- $f(x) = \log_{10} x$
- $g(x) = \ln x$



Safier, Fred. Pré-Cálculo: Coleção Schaum. Bookman Editora, 2009.



Stewart, James. Cálculo, Volume I



Anton, Howard. Cálculo, Volume I