UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS
Profª. Karla Lima

Análise I 11 de Junho de 2018

(1) Teste cada uma das séries seguintes, verificando se converge ou não.

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} n^b a^n$, $0 < a < 1$.

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^3}$

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{100^n}$

(d) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2+4}$

(e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^3}$

(f) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2+1}{2n^2+1}\right)^n$

(g) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{1/n}}{n^2}$

(h) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{2^{n^2}}$, $4 < a$.

(i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{n^2+1}$

(2) Verifique se as séries do item anterior convergem condicionalmente ou absolutamente.

(3) Use o teste da integral para estabelecer as seguintes desigualdades:

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} < 2$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} < \frac{3}{2}$

(4) Estabeleça a convergência da série $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{e}{n}\right)^n$ e prove a convergência da integral $\int_1^{\infty} \left(\frac{e}{x}\right)^x dx$.

(5) Mostre que se $\lim_{n\to\infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = L$ a série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$:

(a) Converge, se $L < 1$;

(b) Diverge, se $L > 1$.

(c) Exiba uma série em que $\lim_{n\to\infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = 1$ e que converge e uma outra que diverge.

(6) Encontre o domínio da função de Bessel de ordem 0 definida por

$$\mathcal{J}_0(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{2^{2n}(n!)^2}.$$

(7) Encontre o raio de convergência e o intervalo de convergência da série

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n(x+2)^n}{3^{n+1}}.$$

Gabarito

(1) (a) Converge

(b) Converge

(c) Diverge

(d) Converge

(e) Converge

(f) Converge

(g) Converge

(h) Diverge

(i) Converge

(2) (a) Converge absolutamente

(b) Converge absolutamente

(c) Diverge

(d) Converge condicionalmente

(e) Converge absolutamente

(f) Converge absolutamente

(g) Converge absolutamente

(h) Diverge

(i) Converge absolutamente

(3)
(4)
(5)

(6) $(-\infty, \infty)$

(7) Raio de convergência $= 3$; Intervalo de convergência: $(-5, 1)$.