



UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS

Prof^{ra}. Karla Lima

Cálculo I

05 de Agosto de 2017

(1) Calcule as integrais:

a) $\int_{-1}^1 x^{100} dx$

b) $\int_0^1 1 + \frac{1}{2}u^4 - \frac{2}{5}u^9 du$

c) $\int_1^2 \frac{v^5 + 3v^6}{v^4} dv$

d) $\int_{-1}^1 e^{u+1} du$

e) $\int_{-2}^2 f(x) dx$, onde:

$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{se } -2 \leq x \leq 0, \\ 4 - x^2 & \text{se } 0 < x \leq 2 \end{cases}$$

f) $\int_{-1}^2 \frac{4}{x^3} dx$

(2) Encontre a derivada das funções abaixo:

a) $g(x) = \int_1^x \frac{1}{t^3 + 1} dt$

b) $g(x) = \int_{e^x}^0 \sin^3 t dt$

c) $g(x) = \int_1^x \ln t dt$

(3) Uma empresa possui uma máquina que se deprecia a uma taxa contínua $f = f(t)$, onde t é o tempo medido em meses desde seu último recondicionamento. Como a cada vez em que a máquina é recondicionada incorre-se em um custo fixo A , a empresa deseja determinar o tempo ótimo T (em meses) entre os recondicionamentos.

a) Explique por que $\int_0^t f(s) ds$ representa a perda do valor da máquina sobre o período de tempo t desde o último recondicionamento.

b) Seja $C = C(t)$ dado por

$$C(t) = \frac{1}{t} \left[A + \int_0^t f(s) ds \right]$$

O que representa e por que a empresa quer minimizar C ?

c) Mostre que C tem um valor mínimo nos números $t = T$ onde $C(T) = f(T)$.

Gabarito:

(1) a) $\int_{-1}^1 x^{100} dx = \frac{2}{101}$

b) $\int_0^1 1 + \frac{1}{2}u^4 - \frac{2}{5}u^9 du = \frac{53}{50}$

c) $\int_1^2 \frac{v^5 + 3v^6}{v^4} dv = \frac{17}{2}$

d) $\int_{-1}^1 e^{u+1} du = e^2 - 1$

e) $\frac{28}{3}$

f) Não existe, pois f possui uma descontinuidade infinita no intervalo de integração

(2) a) $g'(x) = \frac{1}{x^3 + 1}$

b) $g'(x) = -\sin^3(e^x)e^x$

c) $g'(x) = \ln(x)$

- (3) Uma empresa possui uma máquina que se deprecia a uma taxa contínua $f = f(t)$, onde t é o tempo medido em meses desde seu último condicionamento. Como a cada vez em que a máquina é condicionada incorre-se em um custo fixo A , a empresa deseja determinar o tempo ótimo T (em meses) entre os condicionamentos.

a) Explique por que $\int_0^t f(s)ds$ representa a perda do valor da máquina sobre o período de tempo t desde o último condicionamento.

b) Seja $C = C(t)$ dado por

$$C(t) = \frac{1}{t} \left[A + \int_0^t f(s)ds \right]$$

O que representa e por que a empresa quer minimizar C ?

c) Mostre que C tem um valor mínimo nos números $t = T$ onde $C(T) = f(T)$.