



Elementos de Aritmética

Lista de Aprofundamento

2ª Avaliação

Profª Karla Lima

2024.1

Sumário

1	Os Números Inteiros	4
1.1	Múltiplos de Números Inteiros	4
1.2	Divisores de um Número Inteiro	5

Resumo

"A Arte de Resolver Problemas (1945)" é um livro clássico escrito por George Pólya, que oferece uma abordagem sistemática e prática para resolver problemas matemáticos e, por extensão, problemas em diversas áreas da vida.

Ele destaca estratégias heurísticas, como divisão em subproblemas, analogia, tentativa e erro, e trabalhar de trás para frente.

Além disso, o autor enfatiza a importância de persistência, criatividade e flexibilidade mental na resolução de problemas.

Abaixo, segue o esquema introduzido por Pólya para a resolução de problemas. Use-o para ajudar no processo de aprendizado.





1 Os Números Inteiros

1.1 Múltiplos de Números Inteiros

Exercício 1

O Problema 3.7 de [1] (Hefez, A.) pede para mostrar as seguintes propriedades, para um elemento $a \in \mathbb{Z}$:

- i) 0 é múltiplo de a .*
- ii) Se m é um múltiplo de a , então $-m$ é um múltiplo de a .*
- iii) Um múltiplo de um múltiplo de a é um múltiplo de a .*
- iv) Se m e m' são múltiplos de a , então $m + m'$ e $m - m'$ são também múltiplos de a .*
- v) Se m e m' são múltiplos de a , então $e \cdot m + f \cdot m'$ é múltiplo de a , quaisquer que sejam os inteiros e e f .*
- vi) Se $m + m'$ ou $m - m'$ é múltiplo de a e m é múltiplo de a , então m' também é múltiplo de a .*

Resolva os itens a seguir.

- a) Para cada item, faça um caso particular, escolhendo valores adequados para a , m , m' , e e f .*
- b) Demonstre, formalmente, cada um dos itens de (i) até (vi).*

Exercício 2 *Faça o mesmo para o Problema 3.8 de [1] (Hefez, A.) .*

1.2 Divisores de um Número Inteiro

Exercício 3 *Mostre que se a é um inteiro não nulo, os divisores de a são em número finito.*

Exercício 4 *Mostre que se a e b são números naturais não nulos, então $a|b$ e $b|a$ se, e somente se, $a = b$.*

Exercício 5 *Em cada item, escolha casos particulares adequados de a , b e d e verifique as propriedades. Depois, demonstre-as formalmente.*

a) *Se $d|a$ e $d|b$, então $d|b+a$ e $d|(b-a)$.*

b) *Se $d|b+a$ ou $d|(b-a)$ e $d|a$, então $d|b$.*

Exercício 6 *O que é o **máximo divisor comum** de dois números inteiros a e b ?*

Exercício 7 *Mostre que:*

a) *O $\text{mdc}(0,0)$ não existe.*

b) *Se $b \neq 0$, então*

$$\text{mdc}(0, b) = \begin{cases} b, & \text{se } b > 0, \\ -b, & \text{se } b < 0. \end{cases}$$

c) *Mostre que se $a \neq 0$ ou $b \neq 0$, então*

$$\text{mdc}(a, b) = \text{mdc}(-a, b) = \text{mdc}(a, -b) = \text{mdc}(-a, -b).$$

Exercício 8 *Um número d é divisor comum de a e b , ambos não nulos, se, e somente se, ele é um divisor comum de a e $b - a$.*

Exercício 9 *O que são números primos entre si?*

Referências

- [1] A. Hefez. *Iniciação à Aritmética*. IMPA, 2015.

Referências

- [1] A. Hefez. *Iniciação à Aritmética*. IMPA, 2015.