UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS

Introdução ao Cálculo

Limites — 21 de Setembro de 2016

(1) Calcule os limites abaixo:

a) $\displaystyle\lim_{x\to 5^+} \frac{6}{x-5}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to 5^-} \frac{6}{x-5}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 4^+} \ln(x-4)$

d) $\displaystyle\lim_{x\to -1} (t^2+1)^3(t+3)^5$

e) $\displaystyle\lim_{x\to 1} \left(\frac{1+3x}{1+4x^2+3x^4}\right)^3$

f) $\displaystyle\lim_{x\to 9} \frac{9-t}{3-\sqrt{t}}$

g) $\displaystyle\lim_{x\to 9} \frac{x^4-16}{x-2}$

(2) Seja

$$f(x) = \begin{cases} 4-x^2 & \text{se} \quad x \leq 2, \\ x-1 & \text{se} \quad x > 2. \end{cases}$$

a) Encontre $\displaystyle\lim_{x\to 2^-} f(x)$ e $\displaystyle\lim_{x\to 2^+} f(x)$.

b) Existe $\displaystyle\lim_{x\to 2} f(x)$?

(3) Se $4x-9 \leq f(x) \leq x^2-4x+7$ para $x \geq 0$, encontre $\displaystyle\lim_{x\to 4} f(x)$.

(4) Demonstre que $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \sqrt{x}e^{\mathrm{sen}(\pi/x)} = 0$

(5) Nos itens abaixo, determine o domínio das funções, os pontos onde é contínua e os pontos de descontinuidade, se existir.

a)

$$f(x) = \begin{cases} e^x & \text{se} \quad x < 0, \\ x^2 & \text{se} \quad x \geq 0. \end{cases}$$

b)

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - x}{x^2 - 1} & \text{se} \quad x \neq 1, \\ 1/2 & \text{se} \quad x = 1. \end{cases}$$

c) $f(x) = e^{-5x}\cos(2\pi x)$

d) $f(x) = \ln(x^4 - 1)$

(6) Se $f(x) = x^2 + 10\text{sen}x$, mostre que existe um número c tal que $f(c) = 1000$.

(7) Suponha que uma função f é contínua em todo $\mathbb{R}$ e que $f(-2) = 3$, $f(-1) = -1$, $f(0) = -4$, $f(1) = 1$ e $f(2) = 5$. O Teorema do Valor Intermediário garante que f possui uma raiz nos intervalos abaixo?

a) $[-2, 1]$

b) $[-1, 0]$

c) $[-1, 1]$

d) $[0, 2]$

(8) Encontre o limite.

a) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{1}{2x+3}$

b) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \sqrt{\frac{12x^3 - 5x + 2}{1 + 4x^2 + 3x^3}}$

c) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} \frac{6t^2 + 5t}{(1-t)(2t-3)}$

d) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \cos x$

e) $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} e^{2x}\cos x$

(9) Se uma bola for atirada ao ar com uma velocidade de 10 m/s, sua altura (em metros) depois de t segundos é dada por $y = 10t - 4,9t^2$. Encontre a velocidade quando $t = 2$.

(10) Se $f(x) = 3x^2 - 5x$, encontre $f'(2)$ e use-o para encontrar uma equação da reta tangente à parábola $y = 3x^2 - 5x$ no ponto $(2, 2)$.