UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS

Cálculo Diferencial e Integral

Derivadas e Integrais — 26 de Fevereiro de 2017

(1) Calcule as integrais:

a) $\int_{-1}^{1} x^{100}dx = \frac{2}{101}$

b) $\int_{0}^{1} 1 + \frac{1}{2}u^4 - \frac{2}{5}u^9 du = \frac{53}{50}$

c) $\int_{1}^{2} \frac{v^5 + 3v^6}{v^4} dv = \frac{17}{2}$

d) $\int_{-1}^{1} e^{u+1} du = e^2 - 1$

e) $\int_{-2}^{2} f(x)dx$, onde:

$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{se} \quad -2 \leq x \leq 0, \\ 4 - x^2 & \text{se} \quad 0 < x \leq 2 \end{cases}$$

R: $\frac{28}{3}$

f) $\int_{-1}^{2} \frac{4}{x^3} dx$

R:Não existe, pois f possui um descontinuidade infinita no intervalo de integração

(2) Use a Parte 1 do Teorema Fundamental do Cálculo para encontrar a derivada das funções.

a) $g(x) = \int_{1}^{x} \frac{1}{t^3 + 1} dt$

$$g'(x) = \frac{1}{x^3 + 1}$$

b) $g(x) = \int_{e^x}^{0} \text{sen}^3 t dt$

$$g'(x) = -\text{sen}^3(e^x)e^x$$

c) $g(x) = \int_1^x \ln t dt$

$$g'(x) = \ln(x)$$

(3) Uma empresa possui uma máquina que se deprecia a uma taxa contínua $f = f(t)$, onde t é o tempo medido em meses desde seu último recondicionamento. Como a cada vez em que a máquina é recondicionada incorre-se em um custo fixo A, a empresa deseja determinar o tempo ótimo T (em meses) entre os recondicionamentos.

a) Explique por que $\int_0^t f(s)ds$ representa a perda do valor da máquina sobre o período de tempo t desde o último recondicionamento.

b) Seja $C = C(t)$ dado por

$$C(t) = \frac{1}{t}\left[A + \int_0^t f(s)ds\right]$$

O que representa e por que a empresa quer minimizar C?

c) Mostre que C tem um valor mínimo nos números $t = T$ onde $C(T) = f(T)$.

Bibliografia:

Cálculo Vol 1 - Anton, H.

Cálculo Vol 1 - Stewart, J.