



(1) Classifique os pontos críticos das funções abaixo:

a)  $f(x, y) = xy - x^3 - y^2$ ;

b)  $f(x, y) = x^2 + y - e^y$ ;

c)  $f(x, y) = e^{-(x^2+y^2+2x)}$ .

(2) Seja

$$f(x, y) = 4xy - 2x^2 - y^4,$$

definida no quadrado  $D = \{(x, y)/|x| \leq 2, |y| \leq 2\}$ . Encontre os valores máximo e mínimo de  $f$  em  $D$ .

(3) Mostre que  $f(x, y) = x^2 + 4y^2 - 4xy + 2$  possui infinitos pontos críticos e que  $\det H(x, y) = 0$  em cada um deles. Depois, mostre que  $f$  possui um mínimo local (e absoluto) em cada um desses pontos críticos.

(4) Encontre o ponto do plano  $2x + 3y + 4z = 12$  no qual  $f(x, y, z) = 4x^2 + y^2 + 5z^2$  assume o seu valor mínimo.

(5) Considere a função  $f(x, y) = 2x^3 + y^3$ .

a) Determine os pontos críticos de  $f$ ;

b) Determine os pontos máximo e mínimo de  $f$  sobre o círculo  $x^2 + y^2 = 1$ ;

c) Determine os valores máximo e mínimo de  $f$  no disco  $D = \{(x, y)/x^2 + y^2 \leq 1\}$  e os pontos onde estes valores ocorrem.

(6) Uma firma de embalagem necessita fabricar caixas retangulares de  $64 \text{ cm}^3$  de volume. Se o material da parte lateral custa a metade do material a ser usado para a tampa e para o fundo da caixa, determinar as dimensões da caixa que minimizam o custo.

(7) Suponha que a temperatura em um ponto  $(x, y)$  de uma placa de metal seja

$$T(x, y) = 4x^2 - 4xy + y^2.$$

Uma formiga, andando sobre a placa, percorre um círculo de raio 5 centrado na origem. Qual é a maior e a menor temperatura encontrada pela formiga?

**Gabarito**

- (1) a)  $(0, 0)$  - ponto de sela;  $(\frac{1}{6}, \frac{1}{12})$  - ponto de máximo local;  
b)  $(0, 0)$  - ponto de sela;  
c)  $(-1, 0)$  - ponto de máximo local.
- (2)  $-40$  e  $1$ .
- (3)
- (4)  $(\frac{5}{11}, \frac{30}{1}, \frac{8}{11})$ .
- (5) a) Ponto crítico:  $(0, 0)$   
b)  $(1, 0)$  - máximo absoluto;  $(-1, 0)$  - mínimo absoluto;  
c)  $(1, 0)$  - máximo absoluto;  $(-1, 0)$  - mínimo absoluto.
- (6)  $(2\sqrt[3]{4}, 2\sqrt[3]{4}, 4\sqrt[3]{4})$
- (7)  $0$  e  $125$ .