

---

---

UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS

FACET

Cálculo IV e Vetorial

---

Lista 03

27 de Março de 2016

---

(1) Considere o campo de forças  $\vec{F}(x, y) = \left( \frac{x}{x^2 + y^2}, \frac{y}{x^2 + y^2} \right)$ .

a) Calcule o trabalho realizado pelo campo  $\vec{F}$  numa partícula que se move ao longo da curva  $C$ , que consiste do arco da parábola  $y = x^2 - 1$  com  $-1 \leq x \leq 2$ , seguido do segmento da reta que une os pontos  $(2, 3)$  e  $(-1, 0)$ .

b) Mostre que  $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$  para toda curva fechada simples  $C$ , suave por partes, que circunda a origem.

(2) Calcule o trabalho realizado pelo campo de forças  $\vec{F}$  numa partícula que se move ao longo de uma curva lisa  $C$ , do ponto  $A$  ao ponto  $B$  dados:

a)  $F(x, y) = 3y\mathbf{i} + 3x\mathbf{j}$  do ponto  $A = (1, 2)$  ao ponto  $B = (4, 0)$ .

b)  $F(x, y) = ye^{xy}\mathbf{i} + xe^{xy}\mathbf{j}$  do ponto  $A = (-1, 1)$  ao ponto  $B = (2, 0)$ .

c)  $F(x, y, z) = 2xy\mathbf{i} + x^2\mathbf{j} + 2z\mathbf{k}$  do ponto  $A = (0, 1, 1)$  ao ponto  $B = (1, 0, 1)$ .

d)  $F(x, y, z) = 2x\operatorname{sen}z\mathbf{i} + (z^3 - e^y)\mathbf{j} + (x^2 \cos z + 3yz^2)\mathbf{k}$  do ponto  $A = (1, 1, 1)$  ao ponto  $B = (1, 2, 3)$ .

(3) Considere as funções  $P(x, y) = \frac{-y}{x^2 + y^2}$  e  $Q(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2}$ , definidas para  $(x, y) \neq (0, 0)$ . Considere ainda  $D$  a região descrita por  $0 < x^2 + y^2 \leq R$  e  $\partial D$  a curva fronteira desta região.

a) Mostre que  $\oint_{\partial D} Pdx + Qdy = 2\pi$ ;

b) Mostre que  $\iint_D \left( \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy = 0$ . Por que isto não contradiz o Teorema de Green?

- c) Mostre que  $\oint_C Pdx + Qdy = 2\pi$  para toda curva fechada simples, suave por partes, orientada no sentido anti-horário que circunda a origem.

(4) Calcule as integrais de linha:

- a)  $\oint_C ydx - xdy$ , onde  $C$  é o triângulo definido pelos pontos  $A = (0, 0)$ ,  $B = (2, 0)$  e  $C = (0, 4)$ , no sentido horário.

- b)  $\oint_C ydx - xdy$ , onde  $C$  é a cardióide de equação polar

$$r(\theta) = 2(1 + \cos\theta) \quad (0 \leq \theta \leq 2\pi)$$

e equação paramétrica

$$\vec{r}(\theta) = (2 \cos t + \cos 2t + 1, 2 \sin t + \sin 2t).$$

*Bons estudos!*

#### **Bibliografia:**

Stewart, J. - Cálculo Vol II

Flemming, D. - Cálculo B

Howard, A. - Cálculo Vol II

Guidorizzi, H. - Um curso de cálculo Vol 3.