

## Aula 02: Funções

Karla Lima

30/11/2022

# Sumário



1. Bibliografia
2. Estabelecendo Relações
3. Relações Binárias
4. Funções



# Bibliografia

## Bibliografia da Aula 02



- ▶ Livro texto: Fundamentos da Matemática Elementar: 1 (Click para baixar)

The background of the slide is composed of two large, overlapping geometric shapes. A teal-colored shape occupies the top-left corner, while a light gray shape occupies the bottom-left corner. The rest of the slide is white. The text is centered in the white area.

## Estabelecendo Relações

# Atividade 1



- a) Sabendo que a passagem de ônibus custa R\$3,25, para ir e voltar do trabalho quanto uma pessoa pagaria por dia ao utilizar o transporte? E em uma semana? E em um mês?
- b) Seja  $P$  o número de passagens ao mês e de  $G$  o gasto mensal com transporte.
  - i) Existe uma relação entre o número de passagens ao mês e o gasto mensal com transporte. Qual é a expressão matemática que represente essa relação?
  - ii) Quais são os possíveis valores para a variável  $P$ ? Qual conjunto numérico descreve bem esses possíveis valores?
  - iii) Dá para indicar qual o menor valor para  $G$ ? E o maior?

## Atividade 2



- a) Usando o Geogebra, vamos formar triângulos com arestas em comum.
  - i) Quantas arestas são necessárias para formar 1 triângulo?
  - ii) Quantas arestas são necessárias para formar 2 triângulos?
  - iii) Quantas arestas são necessárias para formar 4 triângulos?
- b) Existe uma relação entre o número necessário de arestas  $A$  e a quantidade de triângulos  $T$  que se quer formar? Qual é a expressão matemática que represente essa relação?
- c) Quantas arestas são necessárias para formar 15 triângulos?

# Pares Ordenados



- ▶ Chama-se par todo conjunto formado por dois elementos:  $\{1, 2\}$ ,  $\{3, -1\}$ ,  $\{a, b\}$ .
- ▶ Em linguagem de conjuntos,  $\{1, 2\} = \{2, 1\}$ . Ou seja, a ordem em que os elementos são apresentados não importa.
- ▶ Em algumas situações, há a necessidade de distinguir dois pares pela ordem dos elementos.



# Pares Ordenados



- Por exemplo, ao resolvermos o sistema de equações

$$x + y = 3$$

$$x - y = 1$$

$x = 2$  e  $y = 1$  é solução, ao passo que  $x = 1$  e  $y = 2$  não o é:

$x = 2$ e $y = 1$		$x = 1$ e $y = 2$
$x + y = 2 + 1 = 3$		$x + y = 1 + 2 = 3$
$x - y = 2 - 1 = 1$		$x - y = 1 - 2 = -1$

# Pares Ordenados



- ▶ Portanto, não podemos descrever tal solução na forma de um par qualquer:  
 $\{1, 2\} = \{2, 1\}$ .
- ▶ Por causa disso, dizemos que a solução é o **par ordenado**  $(x, y) = (2, 1)$ , onde o primeiro elemento refere-se à incógnita  $x$  e o segundo refere-se à incógnita  $y$ .
- ▶ **Observação:**

$$(a, b) = (c, d) \iff a = c \text{ e } b = d.$$

# Produto Cartesiano



- ▶ O **produto cartesiano**  $A \times B$  é o conjunto de todos os pares ordenados  $(a, b)$ , tais que  $a \in A$  e  $b \in B$ ; ou seja,

$$A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \text{ e } b \in B\}.$$

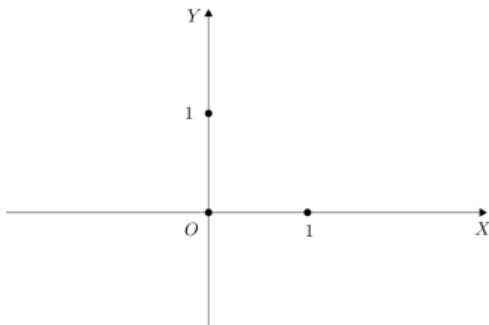
# Plano Cartesiano



Neste curso, usaremos o produto cartesiano  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ , o **plano cartesiano**. Ele pode ser identificado através da seguinte construção:

- i) Uma cópia da reta real, na horizontal, onde é feita a escolha de um ponto para representar o número 0, e os números positivos são colocados à direita, enquanto os negativos à esquerda do 0. Geralmente, denotamos esta reta por **eixo x** ou **eixo das abscissas**.
- ii) Uma cópia da reta real, na vertical, onde é feita a escolha de um ponto para representar o número 0, e os números positivos são colocados acima, enquanto os negativos abaixo do 0. Geralmente, denotamos esta reta por **eixo y** ou **eixo das ordenadas**.
- iii) Intersecta as duas retas, fazendo os pontos 0 das duas se encontrarem, de modo que as duas sejam perpendiculares entre si.

# Plano Cartesiano

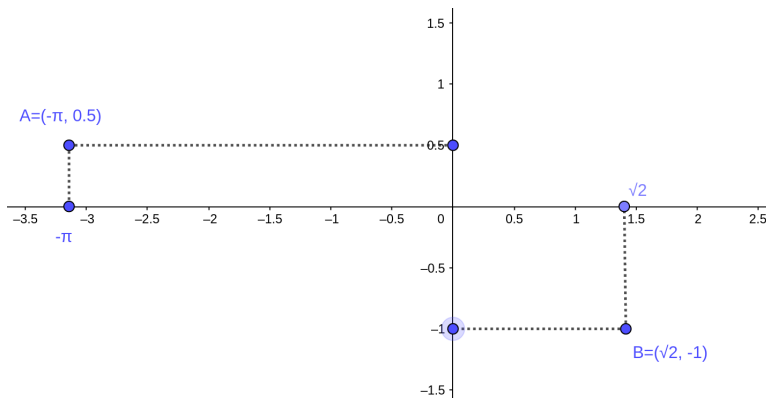


Chama-se **origem** do plano cartesiano, o ponto  $O = (0, 0)$ .

# Plano Cartesiano

## Exemplo 1

Os pontos  $A = (-\pi, 0.5)$  e  $B = (\sqrt{2}, -1)$  no plano cartesiano:



# Plano Cartesiano



## Exemplo 2

*Usando o Geogebra, escreva alguns pares ordenados  $(P, G)$ , da Atividade 1. Use o arquivo Problema\_Passagem.*

## Exemplo 3

*Usando o Geogebra, escreva alguns pares ordenados  $(T, A)$ , da Atividade 2. Use o arquivo Problema\_Triangulo.*

The background of the slide is composed of two large, overlapping geometric shapes. A teal-colored shape occupies the top-left corner, while a light gray shape occupies the bottom-left corner. The rest of the slide is white. The text is centered in the white area.

# Relações Binárias



# Definição



## Definição 1

Dados dois conjuntos  $A$  e  $B$ , chama-se **relação binária de  $A$  em  $B$**  todo subconjunto  $R$  de  $A \times B$ .

## Exemplo 4

Sejam  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  e  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ .

- a) Descreva  $A \times B$ .
- b) Quais são os elementos da relação  $R_1 = \{(x, y) \mid x < y\}$ , de  $A$  em  $B$ ?
- c) Quais são os elementos da relação  $R_2 = \{(x, y) \mid y = x + 2\}$ , de  $A$  em  $B$ ?

# Definição



## Exemplo 5

Sejam  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 3\}$  e  $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 2\}$ .

- a) *Descreva alguns elementos de  $A \times B$ .*
- b) *Descreva  $A \times B$ .*
- c) *Quais são os elementos da relação  $R = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x\}$ ?*

# Definição



## Exemplo 6

Sejam  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 3\}$  e  $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 2\}$ .

- a) *Descreva alguns elementos de  $A \times B$ .*
- b) *Descreva  $A \times B$ .*
- c) *Qual a diferença entre esse cartesiano e o cartesiano gerado no Exemplo 5?*

# Formulário Avaliativo



- ▶ Responda ao Fomulário Avaliativo 1 desta aula.

The background of the slide is composed of two large, overlapping geometric shapes. A teal-colored shape occupies the top-left corner, while a light gray shape occupies the bottom-left corner. The rest of the slide is white. The word 'Funções' is centered in the white area.

# Funções

# Exemplos



Considere os conjuntos  $A = \{0, 1, 2, 3\}$  e  $B = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ .

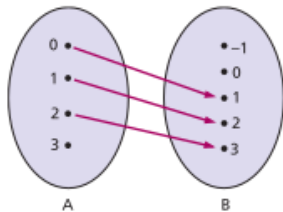
- ▶ Verifique se a relação binária  $R = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x + 1\}$  satisfaz às seguintes propriedades:
  - a) Todo elemento  $x \in A$  participa de algum par em  $R$ ?
  - b) Cada elemento  $x \in A$  participa de apenas um único par em  $R$ ?

# Exemplos



Considere os conjuntos  $A = \{0, 1, 2, 3\}$  e  $B = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ .

- Verifique se a relação binária  $R = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x + 1\}$  satisfaz às seguintes propriedades:
- a) Todo elemento  $x \in A$  participa de algum par em  $R$ ?
  - b) Cada elemento  $x \in A$  participa de apenas um único par em  $R$ ?

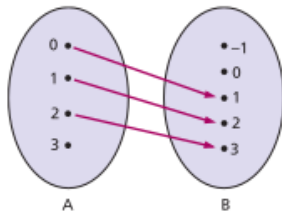


# Exemplos



Considere os conjuntos  $A = \{0, 1, 2, 3\}$  e  $B = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ .

- Verifique se a relação binária  $R = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x + 1\}$  satisfaz às seguintes propriedades:
  - a) Todo elemento  $x \in A$  participa de algum par em  $R$ ?
  - b) Cada elemento  $x \in A$  participa de apenas um único par em  $R$ ?



- A relação  $R$  não é uma função de  $A$  em  $B$ .



# Exemplos

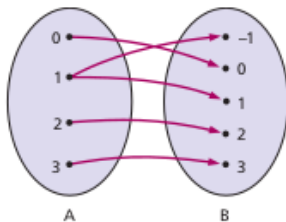


- ▶ Verifique se a relação binária  $S = \{(x, y) \in A \times B \mid y^2 = x^2\}$  satisfaz às seguintes propriedades:
  - a) Todo elemento  $x \in A$  participa de algum par em  $S$ ?
  - b) Cada elemento  $x \in A$  participa de apenas um único par em  $S$ ?

# Exemplos



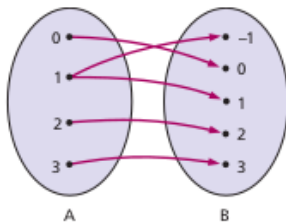
- Verifique se a relação binária  $S = \{(x, y) \in A \times B \mid y^2 = x^2\}$  satisfaz às seguintes propriedades:
- a) Todo elemento  $x \in A$  participa de algum par em  $S$ ?
  - b) Cada elemento  $x \in A$  participa de apenas um único par em  $S$ ?



# Exemplos



- Verifique se a relação binária  $S = \{(x, y) \in A \times B \mid y^2 = x^2\}$  satisfaz às seguintes propriedades:
  - a) Todo elemento  $x \in A$  participa de algum par em  $S$ ?
  - b) Cada elemento  $x \in A$  participa de apenas um único par em  $S$ ?



- A relação  $S$  não é uma função de  $A$  em  $B$ .

# Exemplos

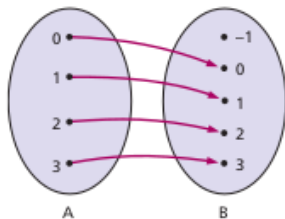


- ▶ Verifique se a relação binária  $T = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x\}$  satisfaz às seguintes propriedades:
  - a) Todo elemento  $x \in A$  participa de algum par em  $T$ ?
  - b) Cada elemento  $x \in A$  participa de apenas um único par em  $T$ ?

# Exemplos



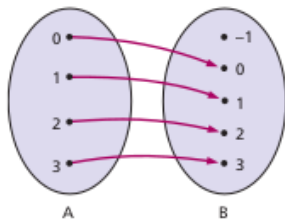
- Verifique se a relação binária  $T = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x\}$  satisfaz às seguintes propriedades:
- a) Todo elemento  $x \in A$  participa de algum par em  $T$ ?
  - b) Cada elemento  $x \in A$  participa de apenas um único par em  $T$ ?



# Exemplos



- Verifique se a relação binária  $T = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x\}$  satisfaz às seguintes propriedades:
  - a) Todo elemento  $x \in A$  participa de algum par em  $T$ ?
  - b) Cada elemento  $x \in A$  participa de apenas um único par em  $T$ ?



- A relação  $T$  é uma função de  $A$  em  $B$ .

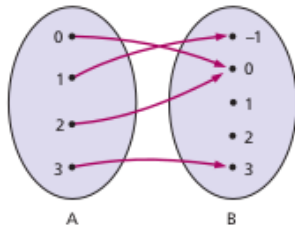
# Exemplos



- ▶ Verifique se a relação binária  $V = \{(x, y) \in A \times B \mid y = (x - 1)^2 - 1\}$  satisfaz às seguintes propriedades:
  - a) Todo elemento  $x \in A$  participa de algum par em  $T$ ?
  - b) Cada elemento  $x \in A$  participa de apenas um único par em  $T$ ?

# Exemplos

- Verifique se a relação binária  $V = \{(x, y) \in A \times B \mid y = (x - 1)^2 - 1\}$  satisfaz às seguintes propriedades:
- a) Todo elemento  $x \in A$  participa de algum par em  $T$ ?
  - b) Cada elemento  $x \in A$  participa de apenas um único par em  $T$ ?

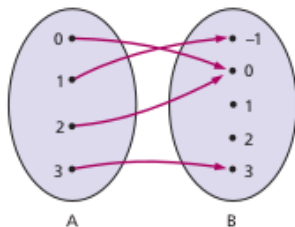




# Exemplos



- Verifique se a relação binária  $V = \{(x, y) \in A \times B \mid y = (x - 1)^2 - 1\}$  satisfaz às seguintes propriedades:
  - a) Todo elemento  $x \in A$  participa de algum par em  $T$ ?
  - b) Cada elemento  $x \in A$  participa de apenas um único par em  $T$ ?



- A relação  $V$  é uma função de  $A$  em  $B$ .

# Exemplos

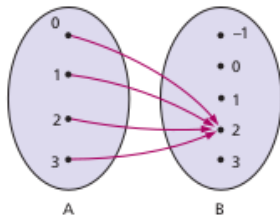


- ▶ Verifique se a relação binária  $W = \{(x, y) \in A \times B \mid y = 2\}$  satisfaz às seguintes propriedades:
  - a) Todo elemento  $x \in A$  participa de algum par em  $W$ ?
  - b) Cada elemento  $x \in A$  participa de apenas um único par em  $W$ ?

# Exemplos



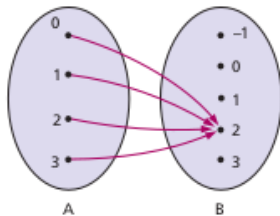
- Verifique se a relação binária  $W = \{(x, y) \in A \times B \mid y = 2\}$  satisfaz às seguintes propriedades:
- a) Todo elemento  $x \in A$  participa de algum par em  $W$ ?
  - b) Cada elemento  $x \in A$  participa de apenas um único par em  $W$ ?



# Exemplos



- Verifique se a relação binária  $W = \{(x, y) \in A \times B \mid y = 2\}$  satisfaz às seguintes propriedades:
  - a) Todo elemento  $x \in A$  participa de algum par em  $W$ ?
  - b) Cada elemento  $x \in A$  participa de apenas um único par em  $W$ ?



- A relação  $W$  é uma função de  $A$  em  $B$ .