

Álgebra Elementar

Lista de Exercícios: P1

- 1 - Introdução à lógica Aristotélica.
 - 2 - O Cálculo Proposicional - Parte 1.
 - 3 - O Cálculo Proposicional - Parte 2.
-

Profa. Karla Lima
FACET/UFGD

1 Introdução à lógica Aristotélica

Sofisma (ou Falácia): argumento ou raciocínio concebido com o objetivo de produzir a ilusão da verdade, que, embora simule um acordo com as regras da lógica, apresenta, na realidade, uma estrutura interna inconsistente, incorreta e deliberadamente enganosa.

Por exemplo:

Existem cubanos que são europeus.

Existem mexicanos que são cubanos.

Logo, existem mexicanos que são europeus.

A argumentação não é válida (verifique!), mas causa uma ilusão de verdade.

Também podemos partir de premissas falsas, usar um sofisma e chegar a uma conclusão verdadeira:

Existem cubanos que falam espanhol.

Existem mexicanos que são cubanos.

Logo, existem mexicanos que falam espanhol.

Aqui, a premissa “Existem mexicanos que são cubanos.” é falsa, mas a conclusão é verdadeira. Além disso, o argumento não é válido.

Exercícios

1. Dado um argumento, é sempre possível garantir a verdade da conclusão, argumentando-se de modo válido?
2. Dadas premissas verdadeiras, a conclusão sempre pode ser garantida?
3. Classifique os argumentos abaixo em válidos ou não válidos (Sofismo ou Falácia):

A_1 : Todos os alemães são europeus.

Nietzsche era alemão.

Logo, Nietzsche era europeu.

A_2 : Todos os alemães são europeus.

O príncipe Charles não é alemão.

Logo, príncipe Charles não é europeu.

A_3 : Todos os escritores são alfabetizados.

Logo, todos os alfabetizados são escritores.

A_4 : Alguns brasileiros são pobres.

Alguns pobres são mendigos.

Logo, todos os brasileiros são mendigos.

A_5 : Algumas casas têm relógio e alguns relógios têm campainha.

Logo, todas as casas têm campainha.

A_6 : Todos os apinagés são índios e não existem índios carecas.

Logo, nenhum apinagé é careca.

A_7 : Todo mineiro é brasileiro e todo tricordiano é mineiro.

Logo, todo tricordiano é brasileiro.

4. Nos argumentos a seguir, todas as conclusões são falsas. Identifique se isto ocorre de premissas falsas, se o argumento não é válido ou se ambos os fatores influem:

A_8 : Todos os mamíferos são aves.

Todas as aves têm pena.

Logo, todos os mamíferos têm penas.

A_9 : Alguns espanhóis são interessantes.

Alguns livros são interessantes.

Logo, alguns espanhóis são livros.

A_{10} : Todos os professores são alfabetizados.

Logo, todos os alfabetizados são professores.

A_{11} : Todos os produtos importados são baratos.

O petróleo é importado.

Logo, o petróleo é barato.

Gabarito

1. Não. Argumentar de forma coerente quer dizer que o argumento é válido. Porém, premissas falsas podem levar à uma conclusão igualmente falsa.

2. Novamente, não. Pode ser que as premissas sozinhas não sejam suficientes para garantir a conclusão, tornando o argumento inválido.
3. Os argumentos A_1 , A_6 e A_7 são válidos (use a técnica das setas!)
4. A_8 : premissas falsas (a 1). Argumento inválido.
 A_9 : Sofisma.
 A_{10} : Sofisma.
 A_{11} : Premissas falsas. Argumento inválido.

2 O Cálculo Proposicional - Parte 1

Observação

Para mais exemplos, veja [1], p. 49–57. Lembre-se que este livro está disponível na Biblioteca Online da UFGD.

Exercícios

1. Para cada proposição abaixo:
 - i) Separe as proposições simples e use letras maiúsculas para abreviá-las;
 - ii) Traduza para a linguagem simbólica.

Proposições:

- (a) Se Alfredo escrever para Maria, ela não irá para outra cidade.
- (b) Alfredo não escreveu para Maria e ela irá para outra cidade.
- (c) Alfredo escreverá para Maria se, e somente se, ela for para outra cidade.
- (d) Se Alfredo escrever para Maria e João for ao encontro dela, então Maria não irá para outra cidade.

- (e) Se Alfredo for ao encontro de Maria ou João for ao encontro de Maria, ela não ficará mais na cidade.
 - (f) Se João ama Maria e Maria ama Paulo, então João não terá chance com Maria.
 - (g) Todos acertaram todas as questões, mas isso não significa que não devam estudar mais.
 - (h) Ou Eduardo apresentará uma queixa, ou, se Fernando investigar, então Geraldo será desclassificado.
2. Sejam as proposições: A = Carlos é argentino e B = João é brasileiro. Traduza para a linguagem natural as seguintes proposições simbólicas:

(a) $A \wedge B$

(b) $\neg A \wedge B$

(c) $A \rightarrow \neg B$

(d) $\neg A \leftrightarrow B$

Gabarito

1. (a) A: Alfredo escreve para Maria.
M: Maria irá para outra cidade.
 $A \rightarrow \neg M$
- (b) A: Alfredo escreveu para Maria.
M: Maria irá para outra cidade.
 $\neg A \wedge M$
- (c) A: Alfredo escreve para Maria.
M: Maria irá para outra cidade.
 $A \leftrightarrow M$

- (d) A: Alfredo escrever para Maria.
 J: João for ao encontro dela (Maria).
 M: Maria irá para outra cidade.
 $A \wedge J \rightarrow \neg M$
- (e) A: Alfredo for ao encontro de Maria.
 J: João for ao encontro de Maria.
 M: Ela (Maria) ficará na cidade.
 $A \vee J \rightarrow \neg M$
- (f) J: João ama Maria.
 P: Maria ama Paulo.
 M: João terá chance com Maria.
 $J \wedge P \rightarrow \neg M$
- (g) A: Todos acertaram todas as questões.
 E: Isso significa que não devam estudar mais.
 $A \wedge \neg E$
- (h) E: Eduardo apresentará uma queixa.
 F: Fernando investigar.
 G: Geraldo será classificado.
 $E \vee (F \rightarrow G)$

2. (a) Carlos é argentino e João é brasileiro. $A \wedge B$

(b) Carlos não é argentino e João é brasileiro.

(c) Se Carlos é argentino, João não é brasileiro.

(d) Carlos não é argentino se, e somente se, João é brasileiro.

3 O Cálculo Proposicional - Partes 2 e 3

1. Para cada uma das proposições a seguir, responda os itens abaixo:

- (a) Separe as proposições simples e atribua um valor lógico de acordo com o contexto atual.
- (b) Traduza a proposição composta para a linguagem simbólica.
- (c) Justificando a sua resposta, conclua qual o valor lógico da proposição composta.
- (d) Escreva a negativa da proposição dada e determine o seu valor lógico.

i. O azul é uma das cores da bandeira brasileira, e a bandeira de Portugal tem as cores verde e vermelho.

ii. A inflação é praticamente nula, e o desemprego não para de crescer.

iii. Se a Alemanha perdeu a Segunda Guerra Mundial e o Japão era seu aliado, então o Japão também perdeu a Segunda Guerra Mundial.

iv. Se o Brasil já teve várias moedas, é provável que o real seja a última.

2. Para cada proposição, escreva a sua negativa lógica correspondente. Justifique sua resposta.

- (a) Pedro distribuiu amor e Pedro colheu felicidade.
- (b) João é rico, ou Maria é pobre.
- (c) Se o beneficiário estiver acima do peso, ele é sedentário.

3. Considere o argumento constituído pelas seguintes premissas:

Todo engenheiro químico é bom na área de exatas.

Alguma pessoa boa na área de exatas trabalha no polo petroquímico.

Nenhum professor de química trabalha no polo petroquímico.

Algum engenheiro químico é professor de química.

É correto afirmar que a conclusão válida para esse argumento é:

- (a) Toda pessoa boa na área de exatas é engenheiro químico.
- (b) Algum engenheiro químico trabalha no polo petroquímico.
- (c) Nenhum professor de química é bom na área de exatas.
- (d) Algum professor de química não é bom na área de exatas.
- (e) Alguma pessoa boa na área de exatas não trabalha no polo petroquímico.

Justifique sua resposta. Analise o que torna as outras alternativas incorretas.

4. Considere a seguinte proposição:

“Se Júlia tem 20 anos, então Marcela é amiga de João.”

Pode-se concluir que:

- (a) se Marcela é amiga de João, então Júlia tem 20 anos.
- (b) se Júlia não tem 20 anos, então Marcela não é amiga de João.
- (c) se Marcela não é amiga de João, então Júlia não tem 20 anos.
- (d) se Júlia é amiga de Marcela, então Júlia é amiga de João.

Justifique sua resposta. Analise o que torna as outras alternativas incorretas.

5. Verifique se as proposições dadas são equivalentes:

- (a) “Se Marcos estudou, então foi aprovado” e “Marcos não estudou e não foi aprovado”.
- (b) “ $\neg P \rightarrow Q$ ” e “ $P \vee Q$ ”.
- (c) “Se tem OAB, então é advogado” e “Se não é advogado, então não tem OAB”.
- (d) “Se comprei e paguei, então levei” e “Se comprei e não paguei, então não levei.”

Gabarito

1. **Obs:** Aqui estão as soluções escritas de modo conciso. Verifique o arquivo "Exemplos de Soluções", para ver como as soluções devem ser apresentadas nas avaliações.

- (i) a) $A =$ O azul é uma das cores da bandeira brasileira. (V)
 $V =$ A bandeira de Portugal tem as cores verde e vermelho. (V)
b) $A \wedge V$
c) $A \wedge V$ (V)
d) $\neg(A \wedge V) = \neg A \vee \neg V$ (F)
- (ii) a) $I =$ A inflação é praticamente nula. (F)
 $D =$ O desemprego para de crescer. (F) [Logo, $\neg D$ (V)]
b) $I \wedge \neg D$
c) $I \wedge \neg D$ (F)
d) $\neg(I \wedge \neg D) = \neg I \vee D$ (V)
- (iii) a) $A =$ Alemanha perdeu a Segunda Guerra Mundial. (V)
 $J =$ O Japão era seu aliado (Alemanha). (V)
 $P =$ O Japão também perdeu a Segunda Guerra Mundial. (V)
b) $A \wedge J \rightarrow P$
c) $A \wedge J \rightarrow P$ (V)

- d) $\neg(A \wedge J \rightarrow P) = A \wedge J \rightarrow \neg P$ (F)
- (iv) a) B = O Brasil já teve várias moedas. (V)
 R = É provável que o real seja a última (moeda). (F)
- b) $B \rightarrow R$
- c) $B \rightarrow R$ (F)
- d) $\neg(B \rightarrow R) = B \rightarrow \neg R$ (V)
2. (a) Pedro não distribuiu amor ou Pedro não colheu felicidade.
- (b) João não é rico, e Maria não é pobre.
- (c) O beneficiário está acima do peso e ele não é sedentário.
3. Alternativa e)
4. Alternativa c)
5. (a) Não são equivalentes.
- (b) São equivalentes.
- (c) São equivalentes.
- (d) Não são equivalentes.

4 Técnicas de Demonstração: Prova Direta

1. Demonstre os teoremas a seguir usando prova direta. Separe todas as proposições usadas e descreva como elas estão relacionadas.

- (a) A soma de um inteiro com o seu quadrado é um número par.

Dica: Em exemplos gerais, separe em casos. Pense em como podemos dividir os números inteiros em dois grupos.

- (b) Para qualquer inteiro n , o número

$$3(n^2 + 2n + 3) - 2n^2$$

é um quadrado perfeito. (Pesquise o que são quadrados perfeitos.)

- (c) A diferença entre dois cubos consecutivos é ímpar. (Cubos Consecutivos = a^3 e $(a + 1)^3$)

- (d) O produto de três números consecutivos quaisquer é divisível por 3.

- (e) Se b e c são os catetos de um triângulo retângulo de hipotenusa a e altura h , mostre que $b + c < a + h$.

- (f) Se dois inteiros são ambos divisíveis por um inteiro n , então a sua soma é divisível por n .

- (g) Se $n \in \mathbb{Z}$, então $n^2 + n$ é par.

- (h) Sejam $x, y, z \in \mathbb{Z}$. Se $x + y = x + z$ então $y = z$.

Referências

- [1] M.O. da Cunha and N.J. Machado. *Lógica e linguagem cotidiana: Verdade, coerência, comunicação, argumentação*. Autêntica Editora, 2013.