UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS
Profª. Karla Lima

Cálculo III 05 de Julho de 2017

(1) Calcule as integrais iteradas:

a) $\displaystyle\int_1^4 \int_0^2 (6x^2y - 2x)dydx$

b) $\displaystyle\int_0^2 \int_0^4 y^3e^{2x}dydx$

c) $\displaystyle\int\int_R \frac{xy^2}{x^2+1}dA$, onde $R = [0,1] \times [-3,3]$.

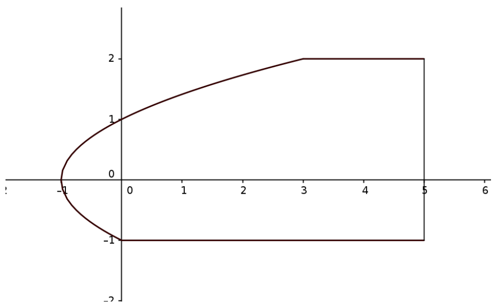
d) $\displaystyle\int\int_R xe^{xy}dA$, onde $R = [1,3] \times [0,1]$.

e) $\displaystyle\int\int_R (x\cos x + y)dA$, onde $R = [0,\pi] \times [0,1]$.

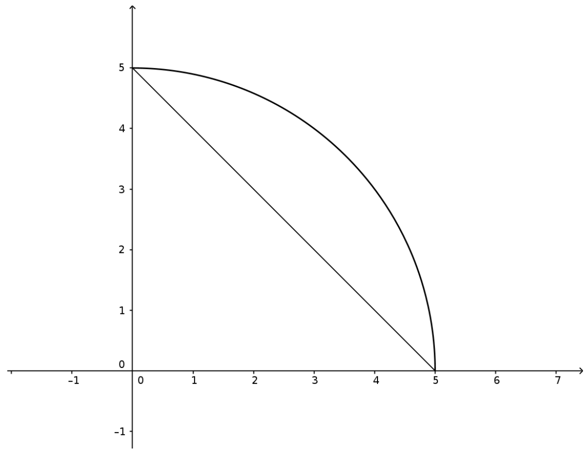
f) $\displaystyle\int_0^1 \int_x^{2x} (2x+4y)dydx$.

g) $\displaystyle\int_1^e \int_{\ln x}^1 xdydx$.

(2) Calcule $\displaystyle\int\int_R (2x+1)dA$, onde R é a região limitada por $x = y^2 - 1$, $x = 5$, $y = -1$ e $y = 2$.

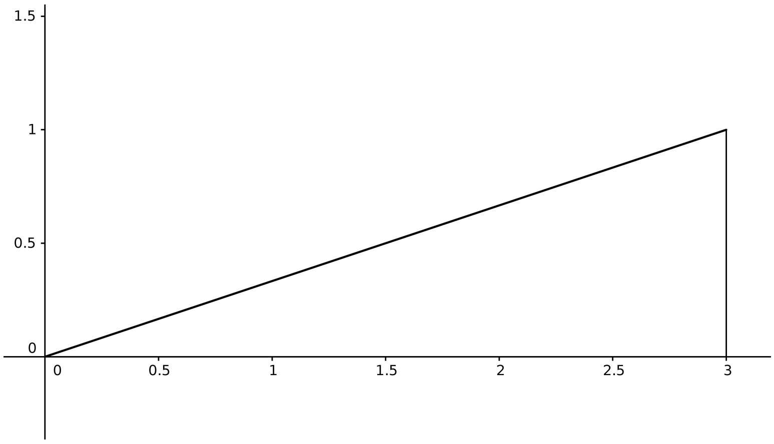


(3) Calcule $\displaystyle\int\int_R ydA$, onde R é a região do primeiro quadrante compreendida pelo círculo $x^2 + y^2 = 25$ e a reta $x + y = 5$.

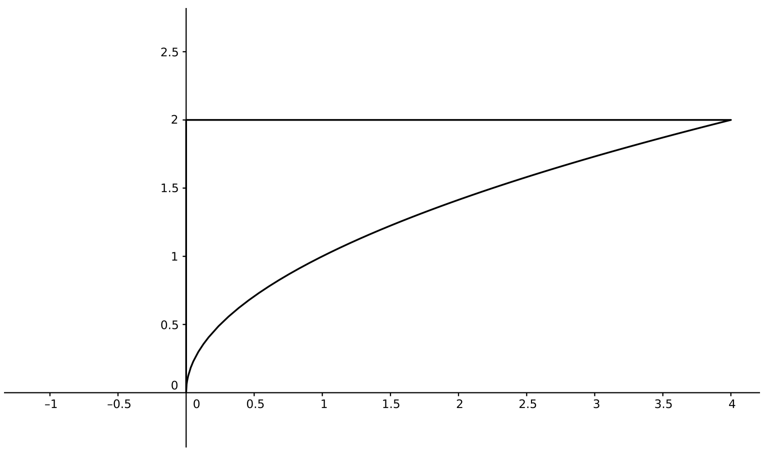


(4) Mude a ordem de integração e calcule as integrais abaixo:

a) $\displaystyle\int_0^1 \int_{3y}^3 e^{x^2} dxdy$

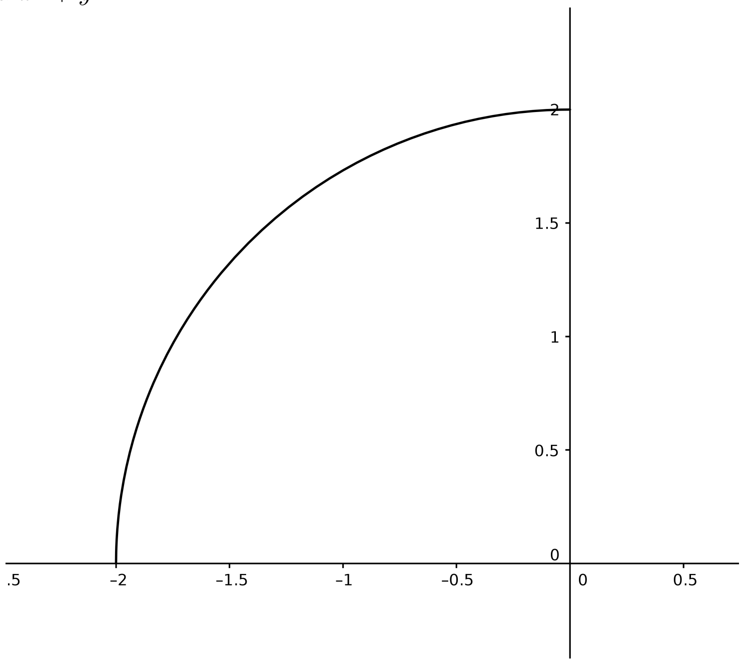


b) $\displaystyle\int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^2 \frac{1}{y^3+1} dydx$

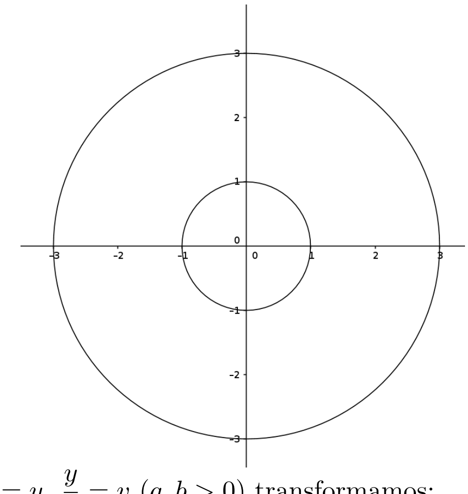


(5) Usando coordenadas polares, calcular:

a) $\displaystyle\int\int_R \frac{dA}{1+x^2+y^2}$, onde R é a região do segundo quadrante delimitada pela circunferência $x^2+y^2=4$.



b) $\displaystyle\int\int_R \sqrt{x^2+y^2}\,dA$, onde R é a região delimitada por $x^2+y^2=1$ e $x^2+y^2=9$.



(6) Através da transformação $\dfrac{x}{a}=u$, $\dfrac{y}{b}=v$ $(a,b>0)$ transformamos:

a região elíptica $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}\le 1$ na região circular $u^2+v^2\le 1$.

Ao efetuar integrações em regiões elípticas, primeiro transformamos esta região em uma região circular e depois aplicamos a transformada em coordenadas polares da seguinte maneira:

$$u=r\cos\theta \Rightarrow \frac{x}{a}=u=r\cos\theta \Rightarrow x=ra\cos\theta$$

$$v=r\sin\theta \Rightarrow \frac{y}{b}=v=r\sin\theta \Rightarrow y=rb\sin\theta.$$

Portanto, a mudança a coordenadas polares de uma região elíptica é dada por

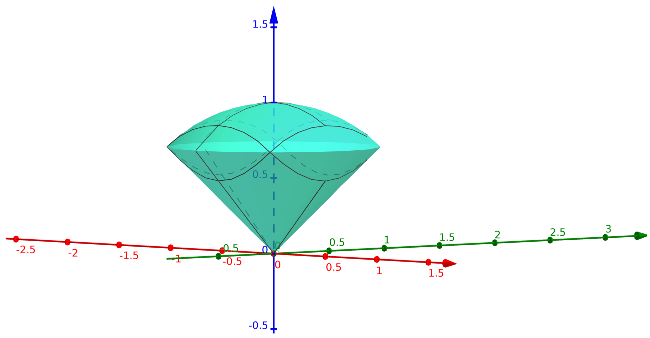
$$(x, y) = (ar\cos\theta, br\sin\theta), \quad \theta \in [0, 2\pi) \quad \text{e} \quad r \in [0, 1].$$

a) Calcule o Jacobiano dessa mudança de variáveis.

b) Calcule a integral $\int\int_R \sqrt{16x^2 + 9y^2}dA$, onde R é a região envolvida pela elipse $\dfrac{x^2}{3^2} + \dfrac{y^2}{4^2} = 1$.

c) Calcule $\displaystyle\int\int_R xydA$, onde R é a região delimitada por $\dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{9} = 1$.

(7) Usando coordenadas polares, determine o volume do sólido que está acima do cone $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ e abaixo da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. A região de integração é $D = \left\{(x, y)/x^2 + y^2 \leq \dfrac{1}{2}\right\}$.



Gabarito

(1) a) 222

b) $32(e^4 - 1)$

c) $9\ln 2$

d) $e^3 - e - 2$

e) $\frac{\pi}{2} - 2$

f) $\frac{8}{3}$

g) $\dfrac{e^2 - 3}{4}$

(2) $\dfrac{432}{5}$

(3) $\dfrac{125}{6}$

(4) a) $\frac{1}{6}(e^9 - 1)$

b) $\dfrac{\ln 9}{2}$

(5) a) $\frac{\pi}{4}\ln 5$

b) $\dfrac{52\pi}{2}$

(6) a) abr

b) 96π

c) 0

(7) $\frac{\pi}{3}(2-\sqrt{2})$.