



(1) Calcule as integrais iteradas:

a) $\int_1^4 \int_0^2 (6x^2y - 2x) dy dx$

b) $\int_0^2 \int_0^4 y^3 e^{2x} dy dx$

c) $\int \int_R \frac{xy^2}{x^2 + 1} dA$, onde $R = [0, 1] \times [-3, 3]$.

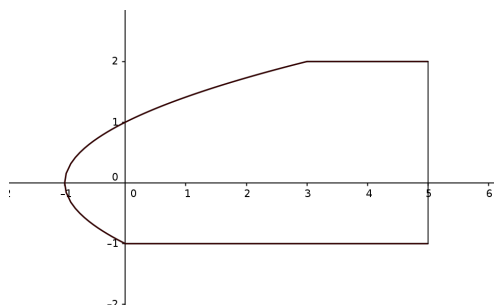
d) $\int \int_R x e^{xy} dA$, onde $R = [1, 3] \times [0, 1]$.

e) $\int \int_R (x \cos x + y) dA$, onde $R = [0, \pi] \times [0, 1]$.

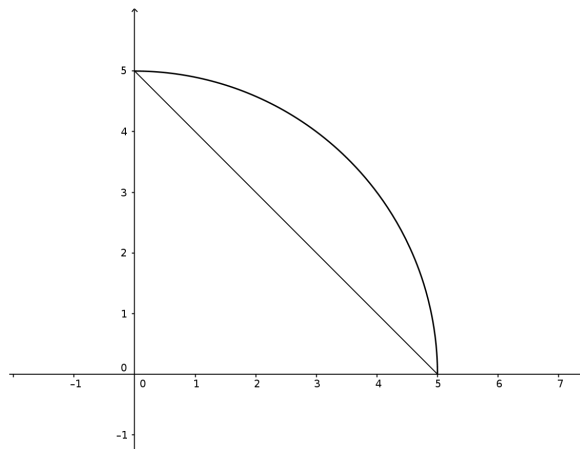
f) $\int_0^1 \int_x^{2x} (2x + 4y) dy dx$.

g) $\int_1^e \int_{\ln x}^1 x dy dx$.

(2) Calcule $\int \int_R (2x + 1) dA$, onde R é a região limitada por $x = y^2 - 1$, $x = 5$, $y = -1$ e $y = 2$.

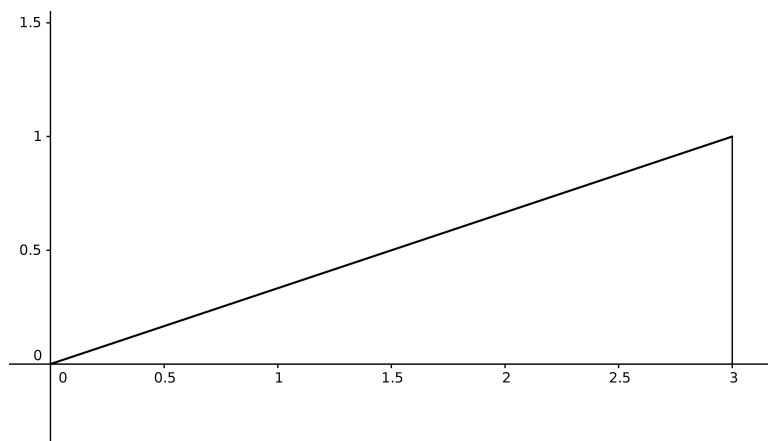


(3) Calcule $\int \int_R y dA$, onde R é a região do primeiro quadrante compreendida pelo círculo $x^2 + y^2 = 25$ e a reta $x + y = 5$.

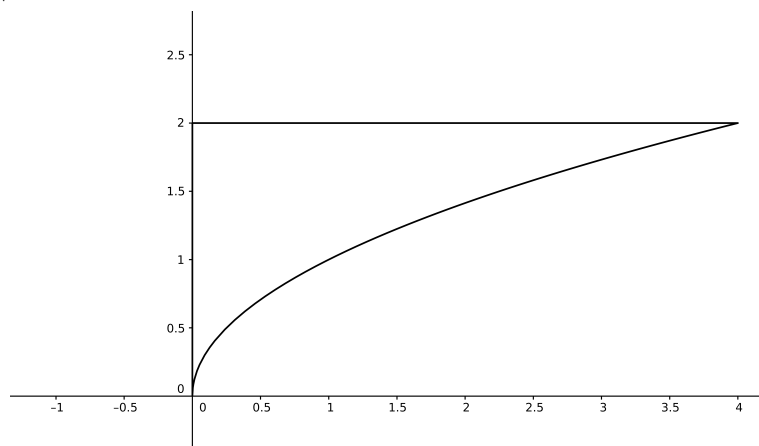


(4) Mude a ordem de integração e calcule as integrais abaixo:

a) $\int_0^1 \int_{3y}^3 e^{x^2} dx dy$

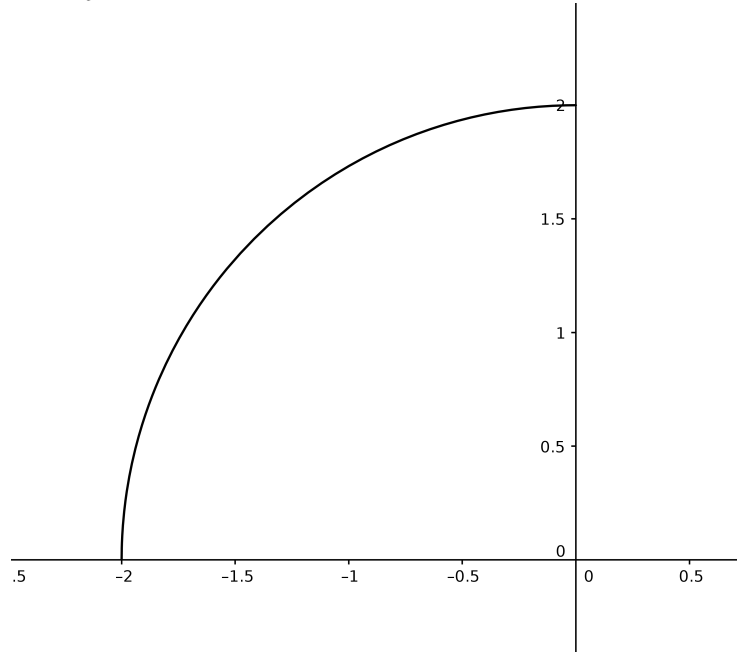


b) $\int_0^4 \int_{\sqrt{x}}^2 \frac{1}{y^3 + 1} dy dx$

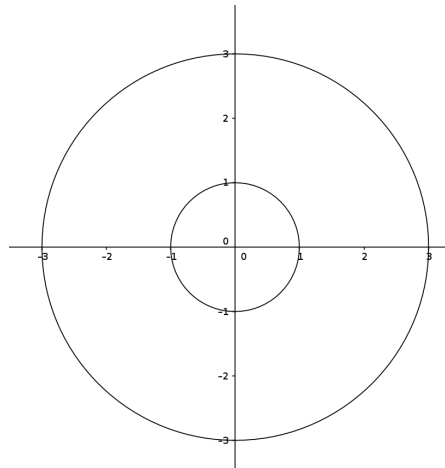


(5) Usando coordenadas polares, calcular:

- a) $\iint_R \frac{dA}{1+x^2+y^2}$, onde R é a região do segundo quadrante delimitada pela circunferência $x^2 + y^2 = 4$.



- b) $\iint_R \sqrt{x^2 + y^2} dA$, onde R é a região delimitada por $x^2 + y^2 = 1$ e $x^2 + y^2 = 9$.



(6) Através da transformação $\frac{x}{a} = u$, $\frac{y}{b} = v$ ($a, b > 0$) transformamos:

a região elíptica $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1$ na região circular $u^2 + v^2 \leq 1$.

Ao efetuar integrações em regiões elípticas, primeiro transformamos esta região em uma região circular e depois aplicamos a transformada em coordenadas polares da seguinte maneira:

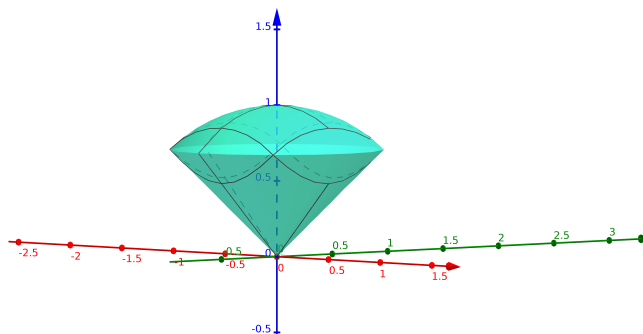
$$u = r \cos \theta \Rightarrow \frac{x}{a} = u = r \cos \theta \Rightarrow x = ra \cos \theta$$

$$v = r \sin \theta \Rightarrow \frac{y}{b} = v = r \sin \theta \Rightarrow y = rb \sin \theta.$$

Portanto, a mudança a coordenadas polares de uma região elíptica é dada por

$$(x, y) = (ar \cos \theta, br \sin \theta), \quad \theta \in [0, 2\pi) \quad \text{e} \quad r \in [0, 1].$$

- a) Calcule o Jacobiano dessa mudança de variáveis.
- b) Calcule a integral $\int \int_R \sqrt{16x^2 + 9y^2} dA$, onde R é a região envolvida pela elipse $\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{4^2} = 1$.
- c) Calcule $\int \int_R xy dA$, onde R é a região delimitada por $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$.
- (7) Usando coordenadas polares, determine o volume do sólido que está acima do cone $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ e abaixo da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. A região de integração é $D = \left\{ (x, y) / x^2 + y^2 \leq \frac{1}{2} \right\}$.



Gabarito

(1) a) 222

b) $32(e^4 - 1)$

c) $9 \ln 2$

d) $e^3 - e - 2$

e) $\frac{\pi}{2} - 2$

f) $\frac{8}{3}$

g) $\frac{e^2 - 3}{4}$

$$(2) \quad \frac{432}{5}$$

$$(3) \quad \frac{125}{6}$$

$$(4) \quad \text{a) } \frac{1}{6}(e^9 - 1)$$

$$\text{b) } \frac{\ln 9}{3}$$

$$(5) \quad \text{a) } \frac{\pi}{4} \ln 5$$

$$\text{b) } \frac{52\pi}{3}$$

$$(6) \quad \text{a) } abr$$

$$\text{b) } 96\pi$$

$$\text{c) } 0$$

$$(7) \quad \frac{\pi}{3}(2 - \sqrt{2}).$$