

Aula 01

Conjuntos

Karla Lima

Sumário



1. Conjuntos

2. Operações entre Conjuntos

3. Exercícios de Fixação

The background of the slide is composed of two large, overlapping geometric shapes. A teal-colored shape occupies the top-left corner, while a light gray shape occupies the bottom-left corner. The rest of the slide is white. The word "Conjuntos" is centered in the white area.

Conjuntos

Onde a matemática começa



- ▶ A partir da noção de conjuntos, todos os conceitos matemáticos podem ser expressos.
- ▶ Vai além dos números. Podemos pensar em matemática com "coisas".

O que são conjuntos?



Um conjunto é uma coleção de objetos que têm algo em comum ou seguem uma regra.
Por exemplo:

1. Os itens do seu guarda-roupa formam o conjunto das peças que você veste.
2. Conjunto de todos os livros de ficção científica.
3. Conjunto de comidas típicas brasileiras.

Notação [1]



- ▶ Um conjunto é formado por **elementos**.
- ▶ O símbolo $\{\dots\}$ significa o conjunto cujos elementos estão descritos no interior das chaves.

Relação de Pertinência

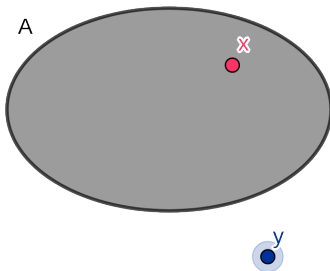


Dado um conjunto A e um objeto x , a pergunta que cabe é: x é ou não um elemento de A ?

- ▶ Se a resposta é sim, escrevemos $x \in A$ (x pertence ao conjunto A);
- ▶ Se a resposta é não, escrevemos $x \notin A$ (x não pertence ao conjunto A).

Diagramas de Venn

- Os diagramas de Venn são representações visuais usadas para mostrar as relações entre diferentes conjuntos de itens.



A : conjunto dos possuidores da propriedade a

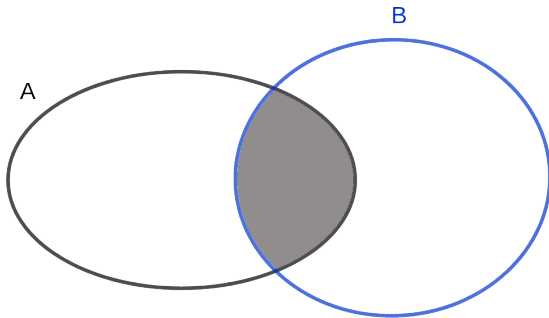
x : possui a propriedade a (logo, $x \in A$)

y : não possui a propriedade a (logo, $y \notin A$)

Diagramas de Venn



- ▶ Eles consistem em curvas fechadas sobrepostas ou interligados, onde cada curva representa um conjunto e as sobreposições mostram a interseção entre esses conjuntos.



Diagramas de Venn



- ▶ Os elementos compartilhados entre os conjuntos são representados nas áreas de sobreposição das curvas.
- ▶ Os diagramas de Venn são úteis para visualizar e analisar relações entre conjuntos de dados ou conceitos.

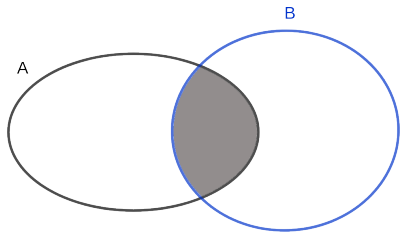


Figura 1: Existe a que é b

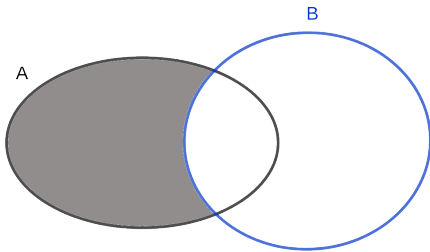


Figura 2: Existe a que não é b

O Conjunto Vazio



- ▶ Para muitos propósitos, é conveniente termos à disposição a noção de um conjunto sem elementos, ao qual nos referiremos como o **conjunto vazio**.
 - ▶ **Cesto de Roupas para Lavar Vazio:** Se você acabar lavando todas as suas roupas e não deixar nenhuma no cesto, então o cesto de roupas para lavar estará vazio, representando um conjunto vazio de roupas sujas.
 - ▶ **Agenda sem Compromissos:** Se você não tiver nenhum compromisso agendado para um determinado dia, sua agenda estará vazia, representando um conjunto vazio de compromissos.

O Conjunto Vazio



- ▶ Ele pode ser pensado como o resultado de uma especificação de elementos contraditória, como por exemplo:
 - ▶ Suponha que você tenha um conjunto de pessoas que devem ser escolhidas para participar de um evento, mas há uma regra que estipula que apenas pessoas com mais de 1000 anos podem participar. No entanto, se você está lidando com pessoas vivas, é impossível encontrar alguém que tenha mais de 1000 anos, resultando em um conjunto vazio de participantes elegíveis.

Obs: Para qualquer que seja x , tem-se $x \notin \emptyset$.

The background of the slide is composed of two large, overlapping geometric shapes. A teal-colored shape occupies the upper-left portion, while a light gray shape occupies the lower-left portion. The rest of the slide is white. The title is centered in the white area.

Operações entre Conjuntos

União de Conjuntos



Definição 1

Chama-se **união** de dois conjuntos A e B o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A ou a B .

$$A \cup B = \{x; x \in A \text{ ou } x \in B\}$$

Obs: x é um elemento de $A \cup B$ se ocorrer ao menos uma das condições seguintes:

$$x \in A \text{ ou } x \in B.$$

União de Conjuntos



Exemplo 1

Um número x tem a propriedade P quando valer a igualdade

$$x^2 - 3x + 2 = 0.$$

Ou possui a propriedade Q quando for

$$x^2 - 5x + 6 = 0.$$

- ▶ *Possuem a propriedade P : $A = \{1, 2\}$.*
- ▶ *Possuem a propriedade Q : $B = \{2, 3\}$.*
- ▶ *Assim, a afirmação “ $x^2 - 3x + 2 = 0$ ou $x^2 - 5x + 6 = 0$ ” equivale a “ $x \in \{1, 2, 3\}$ ”.*

Interseção de Conjuntos



Definição 2

Chama-se **interseção** de dois conjuntos A e B o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A e a B .

$$A \cap B = \{x; x \in A \text{ e } x \in B\}$$

Obs: x é um elemento de $A \cap B$ se ocorrer simultaneamente:

$$x \in A \text{ e } x \in B.$$

Interseção de Conjuntos



Exemplo 2

Retornando ao exemplo anterior, um número x tem a propriedade P quando valer a igualdade

$$x^2 - 3x + 2 = 0,$$

e possui a propriedade Q quando for

- ▶ *Possuem a propriedade P : $A = \{1, 2\}$.*
- ▶ *Possuem a propriedade Q : $B = \{2, 3\}$.*
- ▶ *Assim, a afirmação “ $x^2 - 3x + 2 = 0$ e $x^2 - 5x + 6 = 0$ ” equivale a “ $x \in \{2\}$ ”.*

Diferença de Conjuntos



Definição 3

Chama-se **diferença** de dois conjuntos A e B o conjunto formado pelos elementos de A que não pertencem a B .

$$A - B = \{x; x \in A \text{ e } x \notin B\}$$

Diferença de Conjuntos



Exemplo 3

Dadas as propriedades P e Q do exemplos anteriores, temos que:

- ▶ *possuem a propriedade P: $A = \{1, 2\}$;*
- ▶ *possuem a propriedade Q: $B = \{2, 3\}$.*
- ▶ *Assim, a afirmação “ $x^2 - 3x + 2 = 0$ e $x^2 - 5x + 6 \neq 0$ ” equivale a “ $x \in \{1\}$ ”.*

Complementar de B em A



Definição 4

Dados dois conjuntos A e B , com $B \subset A$, chama-se **complementar** de B com relação a A o conjunto $A - B$, formado pelos elementos de A que não pertencem a B .

$$\mathbb{C}_A^B = \{x; x \in A \text{ e } x \notin B\}$$

Complementar de B em A



Exemplo 4

Dadas as propriedades P e Q do exemplos anteriores, não podemos calcular \mathbb{C}_A^B , uma vez que

- ▶ *possuem a propriedade P : $A = \{1, 2\}$;*
- ▶ *possuem a propriedade Q : $B = \{2, 3\}$.*
- ▶ *Assim, $B \not\subset A$.*

Complementar de B em A



Exemplo 5

Agora, se um número x tem a propriedade P quando valer a igualdade

$$x^2 - 4 = 0,$$

e possui a propriedade Q quando for

$$x^3 - 4x = 0,$$

então

- ▶ *possuem a propriedade P : $A = \{-2, 2\}$;*
- ▶ *possuem a propriedade Q : $B = \{-2, 0, 2\}$;*
- ▶ *tem-se $A \subset B$ e $\mathbb{C}_B^A = \{0\}$.*

The background of the slide is composed of two large, overlapping geometric shapes. A teal-colored shape occupies the top-left corner, while a light gray shape occupies the bottom-left corner. The rest of the slide is white. The text is centered in the white area.

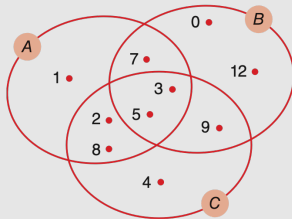
Exercícios de Fixação

Exercício



Exercício 1

a) *Represente na forma de chaves os conjuntos A, B e C abaixo:*

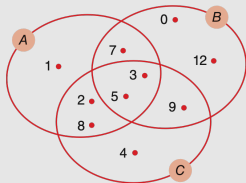


b) *Quantos elementos existem em cada conjunto?*

Exercício



Exercício 2



- a) *Existem elementos que estão em A e B ao mesmo tempo?*
- b) *Represente na forma de chaves o conjunto formado pelos elementos de B e C. Como você pode relacionar o número de elementos desse conjunto com o número de elementos de B e C?*

Exercício



Exercício 3

Uma editora estuda a possibilidade de lançar novamente as publicações: Memórias Póstumas de Brás Cubas, O Cortiço e Quarto de Despejo. Para isto, efetuou uma pesquisa de mercado e concluiu que em cada 1000 pessoas consultadas: 600 leram O Cortiço; 400 Memórias Póstumas; 300 leram Quarto de Despejo; 200 leram O Cortiço e Quarto de Despejo; 150 leram Memórias Póstumas e O Cortiço; 100 leram Quarto de Despejo e Memórias Póstumas; 20 leram as três obras. Calcule:

- a) O número de pessoas que leu apenas uma das obras.*
- b) O número de pessoas que não leu nenhuma das três obras.*
- c) O número de pessoas que leu duas ou mais obras.*

Exercício



Exercício 4

Analisando-se as carteiras de vacinação das 90 crianças de uma creche, verificou-se que 72 receberam a vacina Butantã, 54 receberam a vacina contra o Fiocruz e 12 não foram vacinadas. Quantas dessas crianças receberam as duas vacinas?

Exercício



Exercício 5

Três conjuntos, A, B e C, têm um total de 40 elementos. Sabe-se que 7 elementos pertencem apenas ao conjunto A, 10 elementos, apenas ao conjunto B, 13 elementos, apenas ao conjunto C, e pelo menos um elemento pertence simultaneamente aos três conjuntos. Os demais elementos podem pertencer ou a dois desses conjuntos ou aos três conjuntos. Desse modo, a maior diferença possível da quantidade total de elementos de certo conjunto em relação à quantidade total de elementos de outro conjunto é?

Referencias I



M. Paiva.

Matemática 1.

Moderna Plus, 2011.