



Parte A

- (1) Calcule $\int_C F \cdot dr$, onde $F(x, y) = x^2 \vec{i} + y^2 \vec{j}$ e C consiste no segmento de reta de $(1, 2)$ a $(3, 2)$.
- (2) Considere o campo de forças $\vec{F}(x, y) = \left\langle \frac{-y}{x^2 + y^2}, \frac{x}{x^2 + y^2} \right\rangle$, definido para $(x, y) \neq (0, 0)$.
Mostre que o trabalho realizado pelo campo \vec{F} numa partícula que se move ao longo de uma circunferência centrada na origem de raio $R > 0$ não depende do raio.
- (3) O campo de velocidade de um fluido em movimento é dado por $\vec{v}(x, y, z) = 2x \vec{i} + 2y \vec{j} - z \vec{k}$.
Calcular a circulação do fluido ao redor da curva C , dada por $r(t) = \cos t \vec{i} + \sin t \vec{j} + 2 \vec{k}$, $t \in [0, 2\pi]$. (Para isso, basta calcular a integral de linha do campo \vec{v} sobre a curva C .)
- (4) Determine o trabalho realizado pelo campo de força $F(x, y) = x^2 \vec{i} + ye^x \vec{j}$ sobre uma partícula que se move sobre a parábola dada por $r(t) = (t^2 + 1) \vec{i} + t \vec{j}$ de $(1, 0)$ a $(2, 1)$.

Parte B

- (5) Considere o campo de forças $\vec{F}(x, y) = \left\langle \frac{-y}{4x^2 + y^2}, \frac{x}{4x^2 + y^2} \right\rangle$, definido para $(x, y) \neq (0, 0)$.
Calcule $\int_C F \cdot dr$, onde C é definida pela função r cuja imagem é a elipse $4x^2 + y^2 = 9$.
- (6) Seja $\vec{F} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ um campo vetorial contínuo tal que, para todo (x, y) , $\vec{F}(x, y)$ é paralelo ao vetor $x \vec{i} + y \vec{j}$. Calcule $\int_C F \cdot dr$, onde $r : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}^2$ é uma curva de classe C^1 - ou seja, diferenciável com derivada contínua - cuja imagem está contida na circunferência de centro na origem e raio $R > 0$. Interprete geometricamente.
- (7) Calcule $\int_C F \cdot dr$, onde $F(x, y) = x \vec{i} + \vec{j} + 2 \vec{k}$ e C é a interseção do parabolóide $z = x^2 + y^2$ com o plano $z = 2x + 2y - 1$; o sentido do percurso deve ser escolhido de modo que a projecção de $r(t)$, no plano xy , caminhe no sentido antihorário.

Gabarito

- (1) $\frac{26}{3}$
- (2) 2π
- (3) 0
- (4) $W = 39 + \frac{1}{2}(e^5 - e^2)$
- (5) π
- (6) 0
- (7) 0