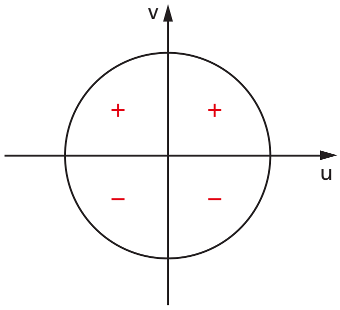
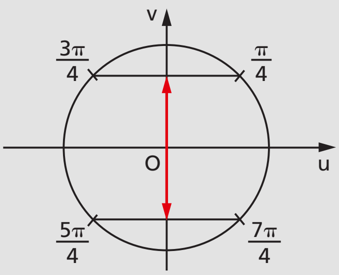
54. O sinal de sen x também pode ser assim sintetizado:



EXERCÍCIOS

46. Localize os arcos $\frac{\pi}{4}$, $\frac{3\pi}{4}$, $\frac{5\pi}{4}$ e $\frac{7\pi}{4}$. Em seguida, dê o sinal do seno de cada um deles.

Solução



$\text{sen}\,\frac{\pi}{4} > 0$; $\text{sen}\,\frac{5\pi}{4} < 0$

$\text{sen}\,\frac{3\pi}{4} > 0$; $\text{sen}\,\frac{7\pi}{4} < 0$

47. Localize os arcos $\frac{\pi}{6}$, $\frac{5\pi}{6}$, $\frac{7\pi}{6}$ e $\frac{11\pi}{6}$. Em seguida, dê o sinal do seno de cada um deles.

48. Localize os arcos $\frac{\pi}{3}$, $\frac{2\pi}{3}$, $\frac{4\pi}{3}$ e $\frac{5\pi}{3}$. Qual é o sinal do seno de cada um desses arcos?

49. Você pôde observar no exercício 46 que $\frac{\pi}{4}$ e $\frac{3\pi}{4}$ são simétricos em relação ao eixo *v*, assim como $\frac{5\pi}{4}$ e $\frac{7\pi}{4}$. Sabendo que sen $\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ e sen $\frac{5\pi}{4} = \frac{-\sqrt{2}}{2}$, dê o valor de sen $\frac{3\pi}{4}$ e sen $\frac{7\pi}{4}$.

50. Utilizando simetria e sabendo que sen $\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$, dê o valor do seno de $\frac{5\pi}{6}$, $\frac{7\pi}{6}$ e $\frac{11\pi}{6}$.

51. Sabendo que sen $\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, dê o valor do seno de $\frac{2\pi}{3}$, $\frac{4\pi}{3}$ e $\frac{5\pi}{3}$.

52. Calcule as expressões:

a) $\text{sen}\,\frac{\pi}{3} + \text{sen}\,\frac{\pi}{4} - \text{sen}\,2\pi$

b) $2\,\text{sen}\,\frac{\pi}{6} + \frac{1}{2}\,\text{sen}\,\frac{7\pi}{4}$

c) $3\,\text{sen}\,\frac{\pi}{2} - 2\,\text{sen}\,\frac{5\pi}{4} + \frac{1}{2}\,\text{sen}\,\pi$

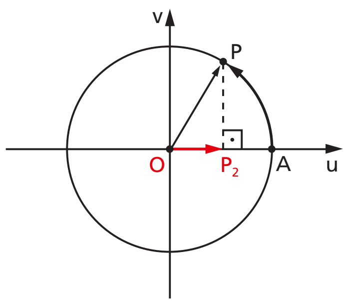
d) $-\frac{2}{3}\,\text{sen}\,\frac{3\pi}{2} + \frac{3}{5}\,\text{sen}\,\frac{5\pi}{3} - \frac{6}{7}\,\text{sen}\,\frac{7\pi}{6}$

53. Localize os arcos no ciclo trigonométrico e coloque em ordem crescente os números sen 60°, sen 150°, sen 240° e sen 330°.

III. Cosseno

55. Definição

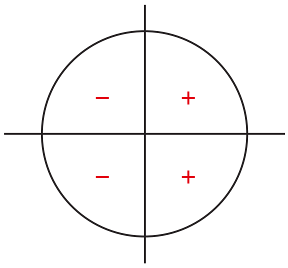
Dado um número real $x \in [0, 2\pi]$, seja P sua imagem no ciclo. Denominamos **cosseno** de *x* (indicamos cos x) a abscissa OP_2 do ponto P em relação ao sistema uOv.



58. Em síntese, verificamos que, fazendo *x* percorrer o intervalo $[0, 2\pi]$, a imagem de *x* (ponto P) dá uma volta completa no ciclo, no sentido anti-horário, e a abscissa de P varia segundo a tabela:

x	0		$\frac{\pi}{2}$		π		$\frac{3\pi}{2}$		2π
cos x	1	decresce	0	decresce	-1	cresce	0	cresce	1

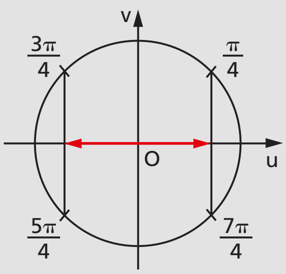
59. O sinal de cos x também pode ser assim sintetizado:



EXERCÍCIOS

54. Localize os arcos $\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$ e $\frac{7\pi}{4}$. Em seguida, dê o sinal do cosseno de cada um deles.

Solução



$$\cos\frac{\pi}{4} > 0; \cos\frac{5\pi}{4} < 0$$

$$\cos\frac{3\pi}{4} < 0; \cos\frac{7\pi}{4} > 0$$

55. Localize os arcos $\frac{\pi}{6}$, $\frac{5\pi}{6}$, $\frac{7\pi}{6}$ e $\frac{11\pi}{6}$. Em seguida, dê o sinal do cosseno de cada um deles.

56. Qual é o sinal do cosseno de cada arco abaixo?

a) $\frac{\pi}{3}$

b) $\frac{4\pi}{3}$

c) $\frac{\pi}{12}$

d) $\frac{4\pi}{5}$

e) $\frac{5\pi}{6}$

f) $\frac{7\pi}{8}$

g) $\frac{16\pi}{9}$

h) $\frac{2\pi}{3}$

57. Você pôde observar no exercício 54 que $\frac{\pi}{4}$ e $\frac{7\pi}{4}$ são simétricos em relação ao eixo *u*, assim como $\frac{3\pi}{4}$ e $\frac{5\pi}{4}$. Sabendo que $\cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ e $\cos\frac{3\pi}{4} = \frac{-\sqrt{2}}{2}$, dê o valor de $\cos\frac{7\pi}{4}$ e $\cos\frac{5\pi}{4}$.

58. Utilizando simetria e sabendo que $\cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, dê o valor do cosseno de $\frac{5\pi}{6}$, $\frac{7\pi}{6}$ e $\frac{11\pi}{6}$.

59. Sabendo que $\cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$, qual é o valor de $\cos\frac{2\pi}{3}$, $\cos\frac{4\pi}{3}$ e $\cos\frac{5\pi}{3}$?

60. Calcule as expressões:

a) $\cos\frac{\pi}{3} + \cos\frac{\pi}{4} - \cos 2\pi$

b) $2\cos\frac{\pi}{6} + \frac{1}{2}\cos\frac{7\pi}{4}$

c) $3\cos\frac{\pi}{2} - 2\cos\frac{5\pi}{4} + \frac{1}{2}\cos\pi$

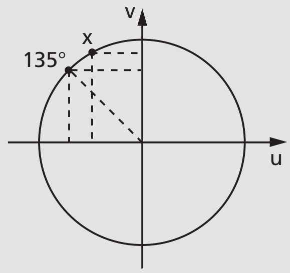
d) $-\frac{2}{3}\cos\frac{3\pi}{2} + \frac{3}{5}\cos\frac{5\pi}{3} - \frac{6}{7}\cos\frac{7\pi}{6}$

61. Localize os arcos no ciclo trigonométrico e coloque em ordem crescente os números cos 60°, cos 150°, cos 240° e cos 330°.

62. Determine o sinal da expressão $y = \text{sen } 107° + \cos 107°$.

Solução

Examinando o ciclo, notamos que:
$|\text{sen } 135°| = |\cos 135°|$
e
$90° < x < 135° \Rightarrow |\text{sen } x| > |\cos x|$
Como $\text{sen } 107° > 0$, $\cos 107° < 0$
e $|\text{sen } 107°| > |\cos 107°|$, decorre:
$\text{sen } 107° + \cos 107° > 0$



63. Qual é o sinal de cada uma das seguintes expressões?

a) $y_1 = \text{sen } 45° + \cos 45°$

b) $y_2 = \text{sen } 225° + \cos 225°$

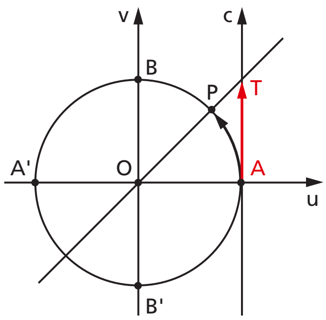
c) $y_3 = \text{sen } \frac{7\pi}{4} + \cos \frac{7\pi}{4}$

d) $y_4 = \text{sen } 300° + \cos 300°$

IV. Tangente

60. Definição

Dado um número real $x \in [0, 2\pi]$, $x \neq \frac{\pi}{2}$ e $x \neq \frac{3\pi}{2}$, seja P sua imagem no ciclo. Consideremos a reta $\overleftrightarrow{OP}$ e seja T sua interseção com o eixo das tangentes. Denominamos **tangente** de *x* (e indicamos tg x) a medida algébrica do segmento $\overline{AT}$.



Notemos que, para $x = \frac{\pi}{2}$, P está em B e, para $x = \frac{3\pi}{2}$, P está em B', então a reta $\overleftrightarrow{OP}$ fica paralela ao eixo das tangentes. Como neste caso não existe o ponto T, a tg x não está definida.