UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS
Profª. Karla Lima
Construções Geométricas — Avaliação P1

Matemática 06 de julho de 2023

1	
2	
Total	

(1) Descreva como se dá a construção de cada um dos entes geométricos abaixo, baseando-a em propriedades da Geometria Plana.

(a) Transportar um ângulo a partir de uma dada semirreta.

(b) Traçar, a partir de um ponto $P \notin r$, uma reta perpendicular a uma reta r dada.

(c) Traçar, a partir de um ponto $P \in r$, uma reta perpendicular a uma reta r dada.

(d) Traçar, a partir de um ponto $P \notin r$, uma reta paralela a uma reta r dada.

(e) Traçar a mediatriz de um segmento $\overline{AB}$ dado.

(f) Construa o arco capaz de um ângulo $C\hat{E}D$ sobre um segmento $\overline{AB}$ dados.

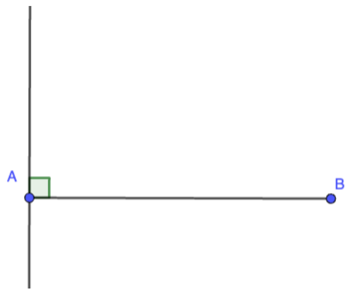
(g) Trace uma reta tangente a uma circunferência de raio r e centro O, passando por um ponto P exterior à mesma.

(h) Traçar a bissetriz de um ângulo $A\hat{O}B$ dado.

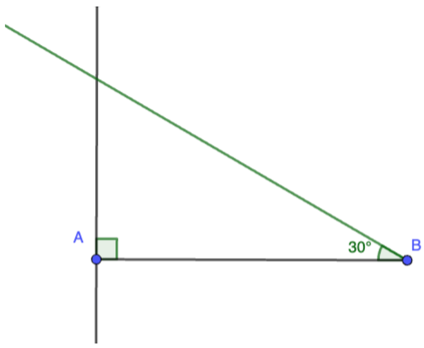
Na questão 2, você vai descrever algumas construções. Para tal, não há necessidade de descrever as construções elementares feitas na questão anterior. Tome como exemplo a construção abaixo:

Para construir um triângulo retângulo, dado um cateto $\overline{AB}$ e um ângulo adjacente ao mesmo igual à 30°, fazemos como a seguir.

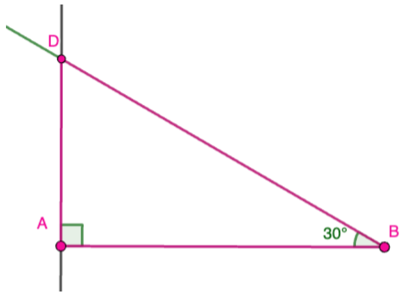
i) Sendo o segmento $\overline{AB}$ um cateto, construímos uma reta perpendicular à esse segmento, em A, gerando o vértice em que o ângulo é reto.



ii) No outro extremo B do segmento, transportamos o ângulo de 30°.



iii) Por fim, o outro vértice deve ser marcado na interseção entre a reta perpendicular e o outro lado do ângulo de 30°, que não seja o cateto dado, obtendo o triângulo desejado.



(2) Explique como se dão as construções abaixo, sem a necessidade de repetir as construções já feitas na questão 1.

(a) Construa um triângulo isósceles, dada a base e o ângulo oposto à base.

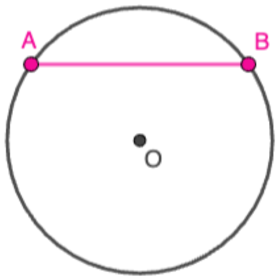
(b) Desenhe uma reta r e dois pontos A e B situados num mesmo semiplano determinado por r. Determine o ponto P sobre a reta r de forma que a soma $AP + PB$ seja igual à μ unidades.

(c) Construa um paralelogramo, sendo conhecidas as medidas de um de seus lados, da diagonal maior e do ângulo oposto à ela.

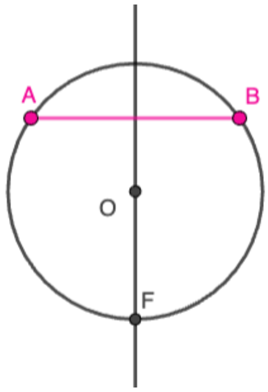
(d) Construir um triângulo retângulo isósceles conhecendo a soma das medidas da hipotenusa com a de um de seus catetos.

Gabarito

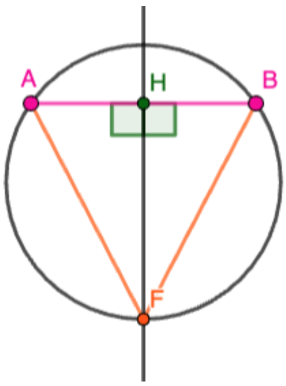
2. (a) Primeiro, construímos o arco capaz do ângulo dado, sobre o segmento dado:



Depois, utilizamos a mediatriz construída no processo do arco capaz, para servir de mediatriz (bissetriz e altura) do triângulo isósceles pedido:



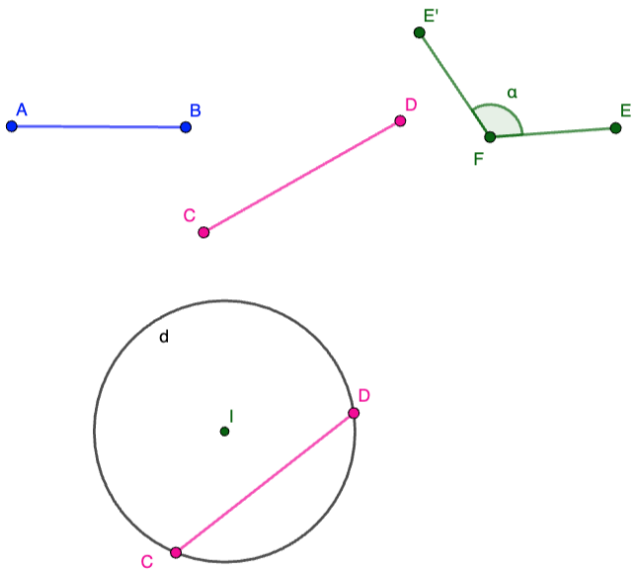
Ao ponto de interseção entre a mediatriz do segmento dado e o arco capaz construído, ligamos aos extremos A e B gerando um triângulo isósceles:



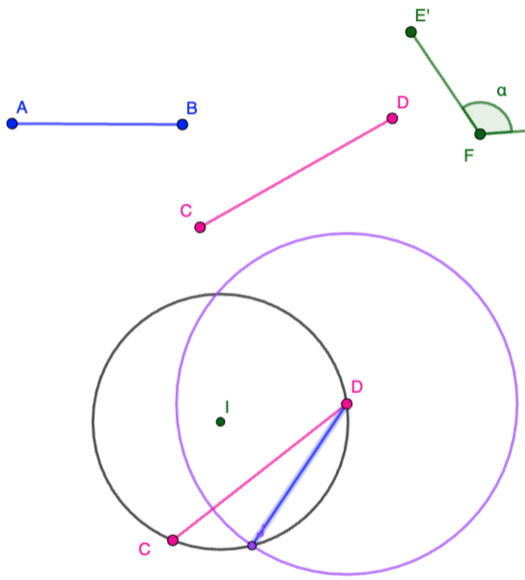
O triângulo obtido é realmente isósceles. Basta verificar que os triângulos retângulos AHF e BHF são congruentes, pelo caso LAL: $\overline{AH} = \overline{HB}$, $A\hat{H}F = B\hat{H}F$ e o lado $\overline{HF}$ é um lado em comum aos dois triângulos citados.

(b) ANULADA (Enunciado diferente do proposto no meu gabarito.)
Como a solução depende muito do segmento dado, prefiro anular o item.

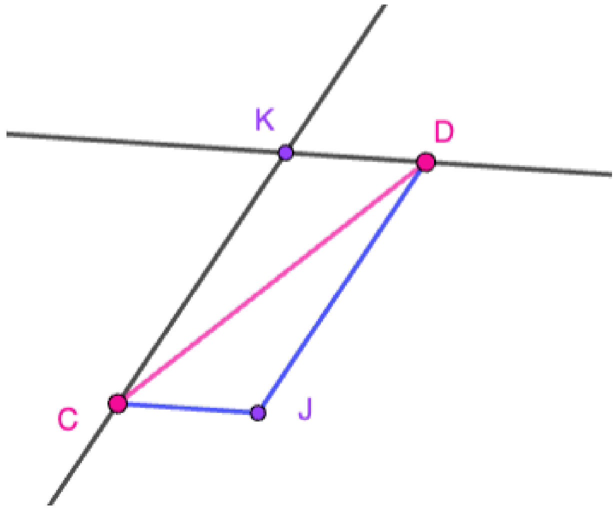
(c) Primeiro, construímos o arco capaz do ângulo dado, sobre o segmento dado:



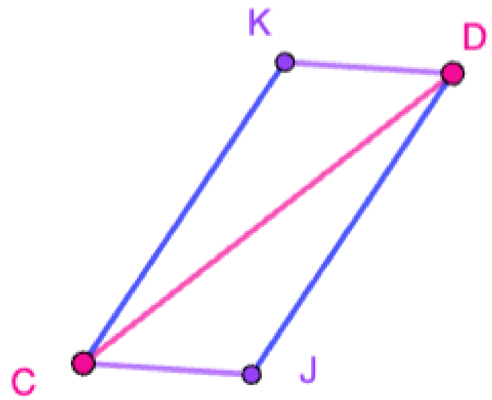
Depois escolhemos um dos extremos da diagonal para transportar o lado $\overline{AB}$, com o outro extremo no arco capaz:



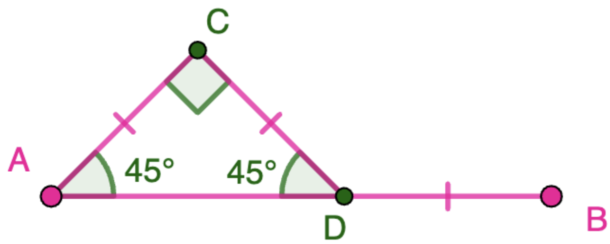
Assim, $\overline{JC}$ é o outro lado do paralelogramo, que para ser completado basta traçar uma paralela a $\overline{JC}$ a partir do ponto D e uma paralela ao lado $\overline{DJ}$, a partir de C:



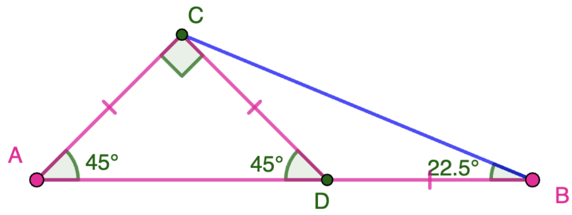
Nosso paralelogramo está completo, com o vértice K na interseção das paralelas:



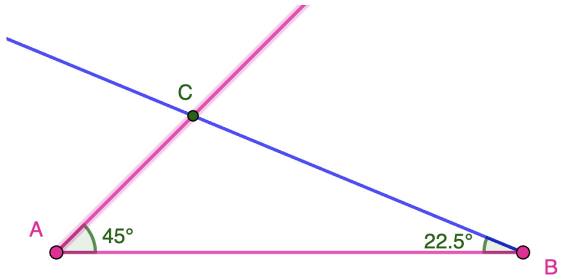
(d) Um triângulo isósceles tem os ângulos da base congruentes. Logo, como temos um ângulo de $90°$, os ângulos da base devem medir $45°$.
Seja $\overline{AB}$ o segmento que representa a soma da hipotenusa com um dos catetos. O objetivo é obter a configuração abaixo:



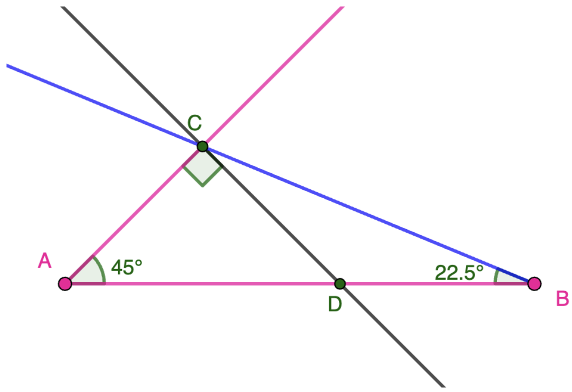
Construindo um triângulo com vértices B, C e D, o ângulo B deve medir $22.5°$, pois $\triangle CDB$ é isósceles e os ângulos da base devem somar $45°$, uma vez que $C\hat{D}B = 180° - 45° = 135°$:



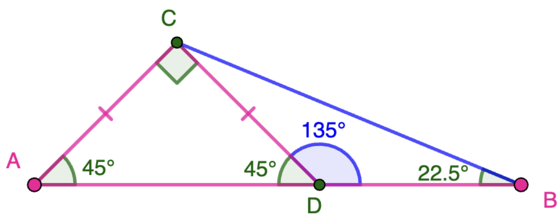
Com essas informações, podemos efetuar a nossa construção. A partir do extremo A, construímos um ângulo de $45°$ e a partir de B um ângulo de $22.5°$:



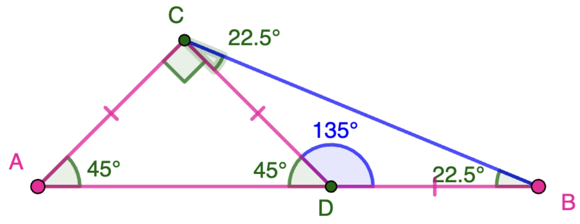
Na interseção entre os lados dos ângulos construídos, o ponto C, construímos uma reta perpendicular ao lado $\overline{AC}$:



Como a soma dos ângulos internos é igual a $180°$, devemos ter $C\hat{D}A = 45°$, sendo o triângulo retângulo ACD isósceles:



Com o ângulo $C\hat{D}B = 135°$, devemos ter $D\hat{C}B = 180° - 135° - 22.5° = 22.5°$, e o triângulo CDB também é isósceles:



Portanto, o triângulo retângulo isósceles construído ACD tem como soma da hipotenusa com um cateto da forma

$$\overline{AD} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{DB} = \overline{AB}$$

como queríamos.