Geometria Plana

Lista de Exercícios:

1. Ponto, reta e plano.
2. Ângulos.
3. Triângulos.
4. Retas Paralelas.

Profa. Karla Lima

FACET/UFGD

1 Ponto, reta e plano

1.1 Exercícios de Fixação [2] e [1]

Exercício 1 *Leia o texto História da Geometria, da profª Lhaylla Crissaff (UFF).*

Exercício 2 *Classifique em verdadeiro (V) ou falso (F), justificando a sua resposta:*

a) *Três pontos distintos são sempre colineares.*

b) *Três pontos distintos são sempre coplanares.*

c) *Quatro pontos todos distintos determinam duas retas.*

d) *Por quatro pontos todos distintos pode passar uma só reta.*

e) *Três pontos pertencentes a um plano são sempre colineares.*

Exercício 3 *Classifique em verdadeiro (V) ou falso (F), justificando a sua resposta:*

a) *Por um ponto passam infinitas retas.*

b) *Por dois pontos distintos passa uma reta.*

c) *Uma reta contém dois pontos distintos.*

d) *Dois pontos distintos determinam uma e uma só reta.*

e) *Por três pontos dados passa uma só reta.*

Exercício 4 *Classifique em verdadeiro (V) ou falso (F), justificando a sua resposta:*

a) *Quaisquer que sejam os pontos A e B, se A é distinto de B, então existe uma reta a tal que $A \in a$ e $B \in a$.*

b) *Quaisquer que sejam os pontos P e Q e as retas r e s, se P é distinto de Q, e P e Q pertencem às retas r e s, então $r = s$.*

c) *Qualquer que seja uma reta r, existem dois pontos A e B tais que A é distinto de B, com $A \in r$ e $B \in r$.*

d) *Se $A = B$, existe uma reta r tal que $A, B \in r$.*

Exercício 5 *Usando quatro pontos todos distintos, sendo três deles colineares, quantas retas podemos construir?*

Exercício 6 *Classifique em verdadeiro (V) ou falso (F), justificando a sua resposta:*

a) *Duas retas distintas que têm um ponto comum são concorrentes.*

b) *Duas retas concorrentes têm um ponto comum.*

c) *Se duas retas distintas têm um ponto comum, então elas possuem um único ponto comum.*

Exercício 7 *Demonstre os teoremas da Aula 01:*

1. *Duas retas distintas ou não intersectam-se ou intersectam-se em um único ponto.*
2. *Para todo ponto P, existem pelo menos duas retas distintas passando por P.*
3. *Para todo ponto P existe pelo menos uma reta r que não passa por P.*
4. *Se duas retas são concorrentes, então existe um único plano que as contém.*

2 Ângulos

Exercício 8 *Se a interseção de duas regiões convexas de um plano não for o conjunto vazio, prove que ela também é uma região convexa.*

Exercício 9 *Calcule a medida de um ângulo que, somado ao triplo do seu complemento, dá* $210°$ *como resultado.*

Exercício 10 *Calcule as medidas de dois ângulos complementares, sabendo que o complemento do dobro de um deles é igual à terça parte do outro.*

Exercício 11 *Se duas retas se intersectam, prove que um dos ângulos por elas formados é igual a* $90°$ *se, e só se, os quatro ângulos o forem.*

Exercício 12 *A terça parte da soma entre dois ângulos vale* $72°$. *Determiná-los, sabendo-se que um deles é o quíntuplo do outro.*

Exercício 13 *O complemento de um ângulo x está para seu suplemento, assim como* 4 *está para* 19. *Calcular esse ângulo.*

Exercício 14 *Em torno de um ponto, e num mesmo semiplano, constroem-se quatro ângulos consecutivos. Sabendo-se que cada um deles é igual ao dobro do anterior, achar esses ângulos.*

Exercício 15 *Prove que a reta perpendicular à bissetriz de um ângulo, traçada pelo vértice do mesmo, forma ângulos congruentes com os lados do ângulo.*

Exercício 16 *Mostre que as bissetrizes de um ângulo e do seu suplemento são perpendiculares.*

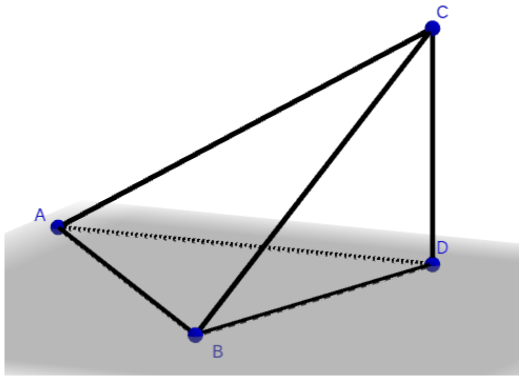
GABARITO

9. $30°$
10. $54°$ e $36°$
12. $36°$ e $180°$
13. $66°$.
14. $12°$, $24°$, $48°$, $96°$.

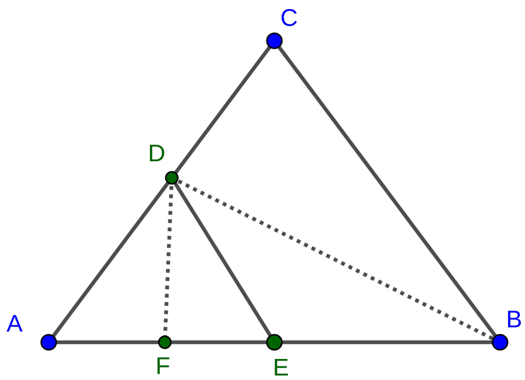
3 Triângulos

Exercício 17 *Na figura abaixo,* $\overline{CD} \perp \overline{AD}$, $\overline{CD} \perp \overline{BD}$ *e* $AD = BD$.

Demonstre que o $\triangle ABC$ *é isósceles.*



Exercício 18 *No triângulo isósceles* ABC *abaixo, a bissetriz do ângulo* $\hat{B}$ *intercepta o lado oposto em* D. E *é um ponto da base* $\overline{AB}$ *tal que* $ED = EA$. $\overline{DF}$ *bisseca o ângulo* $A\hat{D}E$. *Demonstre que* $E\hat{D}F = C\hat{B}D$.

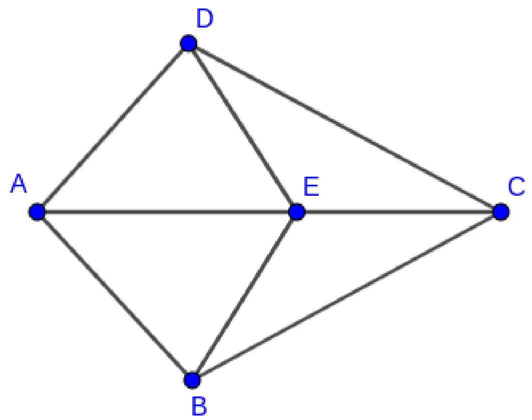


Exercício 19 *Demonstre que todo ponto da bissetriz de um ângulo equidista dos lados do mesmo.*

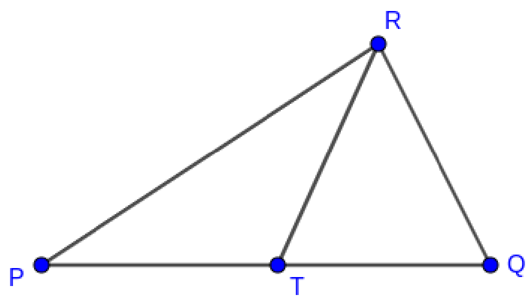
Exercício 20 *Mostre que a soma das medidas de dois ângulos quaisquer de um triângulo é menor do que* $180°$.

Exercício 21 *Dado um segmento* AB, *construímos os ângulos* $C\hat{A}B \equiv D\hat{B}A$, *um em cada semiplano determinado pela reta que* $\overline{AB}$, *com* $AC = DB$. *Unindo os pontos* C *e* D *obtemos o ponto* M *no segmento* AB. *Mostre que* M *é o ponto médio de* AB.

Exercício 22 *Se $DC = BC$ e $DE = BE$, demonstre que $AD = AB$, sabendo-se que os pontos A, E e C são colineares.*

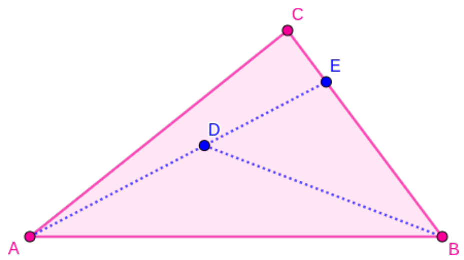


Exercício 23 *Na figura abaixo, $PT = TR = RQ$. Demonstre que $PR > RQ$.*



Exercício 24 *Mostre que não é possível construir um triângulo de lados 4 cm, 5 cm e 10 cm.*

Exercício 25 *Na figura abaixo, provar que $A\hat{D}B > \hat{C}$.*



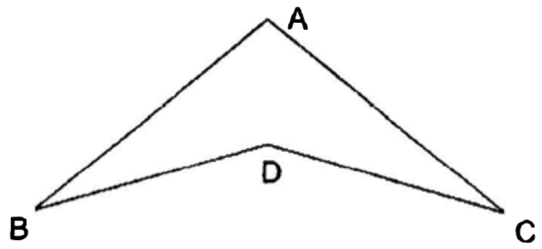
Exercício 26 *Por que ALL ou LLA não é caso de congruência entre triângulos?*

Exercício 27 *Prove que se dois segmentos se bissecam em um ângulo reto, então os segmentos que unem seus extremos são congruentes.*

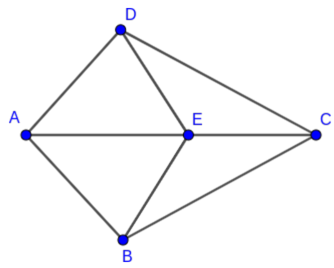
Exercício 28 *Demonstre que as mediatrizes dos lados de um triângulo concorrem em um mesmo ponto, equidistante dos três vértices, denominado* ***circuncentro****.*

Exercício 29 *Demonstre que as bissetrizes internas dos ângulos de um triângulo concorrem em um mesmo ponto, equidistante dos três lados, denominado* ***incentro****.*

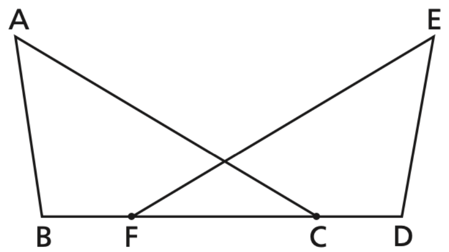
Exercício 30 *Sejam* $\overline{AB} = \overline{AC}$ *e* $\overline{DB} = \overline{DC}$*. Mostre que* $A\hat{B}D = A\hat{C}D$*.*



Exercício 31 *Se* $DC = BC$ *e* $DE = BE$*, demonstre que* $AD = AB$*, sabendo-se que os pontos* A*,* E *e* C *são colineares.*



Exercício 32 *Na figura abaixo, sendo os segmentos* $\overline{BF}$ *e* $\overline{CD}$ *congruentes, os ângulos* $A\hat{B}C$ *e* $F\hat{D}E$ *congruentes e os ângulos* $B\hat{A}C$ *e* $D\hat{E}F$ *também congruentes, prove que os segmentos* $\overline{AC}$ *e* $\overline{EF}$ *são congruentes.*



4 Retas Paralelas

Exercício 33 *A soma dos ângulos agudos formados por duas paralelas e uma transversal é igual à* $121°$. *Calcular um dos ângulos obtusos.*

Exercício 34 *Duas paralelas cortadas por uma transversal formam ângulos colaterais internos, cujas medidas, em graus, são representadas por* $x + 20$ *e* $5x + 60$, *respectivamente. Calcular o valor de um dos ângulos agudos da figura.*

Exercício 35 *Os ângulos colaterais externos formados por duas paralelas e uma secante são tais que um excede o outro de* $20°30'$. *Calcule esses ângulos.*

Obs: *Estude as relações entre as medidas de ângulos em graus, minutos e segundos.*

Exercício 36 *Duas paralelas cortadas por uma transversal formam dois ângulos correspondentes cujas medidas, em graus, são respectivamente iguais à* $4x - 20$ *e* $x + 70$. *Encontre a soma dos ângulos obtusos formados pelas retas acima.*

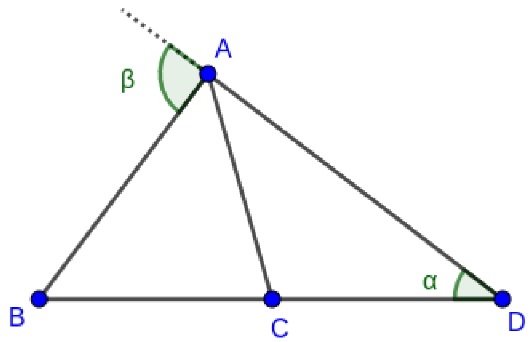
Exercício 37 *Num triângulo isósceles, o ângulo do vértice mede* $30°42'$. *Calcule um dos ângulos da base.*

Exercício 38 *Num triângulo isósceles* ABC, *o ângulo* $\hat{A}$ *(do vértice) mede* $41°20'$. *Calcule a medida dos ângulos formados pela bissetriz do ângulo* $\hat{B}$ *com o lado* $\overline{AC}$.

Exercício 39 *Num triângulo isósceles* ABC, *o ângulo do vértice* $\hat{A}$ *é* $1/5$ *do ângulo* $B\hat{M}C$, *formado pelas bissetrizes dos ângulos* $\hat{B}$ *e* $\hat{C}$. *Calcular os ângulos desse triângulo.*

Exercício 40 *Num triângulo* ABC, *a bissetriz externa de* $\hat{C}$ *forma com a bissetriz interna de* $\hat{B}$ *um ângulo de* $10°$. *A altura* $\overline{AH}$ *forma, com a bissetriz interna* $\overline{AS}$, *um ângulo de* $30°$. *Calcular os ângulos desse triângulo.*

Exercício 41 *Na figura abaixo, tem-se* $AB = AC = CD$ *e* β *é um ângulo externo do* $\triangle ABD$.



a) Qual dos lados $\overline{AB}$ *e* $\overline{AD}$ *é maior?*

b) Se $\alpha = 36°$, *quanto mede o ângulo* β*?*

Exercício 42 *O ângulo obtuso formado por duas bissetrizes internas de um triângulo é igual a um ângulo reto aumentado da metade do terceiro ângulo. Provar.*

Gabarito

28. $149°45'$

29. $36°40'$

30. $79°45'$ e $100°15'$

31. $400°$

32. $74°39'$

33. $76°$ e $104°$

34. $20°$, $80°$ e $80°$

35. $20°$, $110°$ e $50°$

Referências

[1] Osvaldo D. e José N. P. *Fundamentos de Matemática Elementar: Geometria Plana*. Ed. Atual, 2013. URL: https://drive.google.com/file/d/1kRA28sOHglbFZQHVMiRq_JXzKiIpKA57/view?usp=sharing.

[2] Eliane Q. F. R e Maria L. B. Q. *Geometria Plana e contruções geométricas*. Ed. UNICAMP, 2018. URL: https://drive.google.com/file/d/14eeFiaaKIFDllthpz-GWTMroZfbsr32h/view?usp=sharing.