

A Regra da Cadeia

Assuma que $z = f(x, y)$ e que $x = x(t)$ e $y = y(t)$. A composição $z = f(x(t), y(t))$ expressa z como uma função de uma única variável t .

Exemplo: Suponha que $z = x^2y$, $x = t^2$ e $y = t^3$. Escreva z em função de t .

A Regra da Cadeia

Se y é uma função diferenciável de x e x uma função diferenciável de t então a regra da cadeia para funções de uma variável nos diz que

$$\frac{dy}{dt}(x(t)) = \frac{dy}{dx} \frac{dx}{dt}.$$

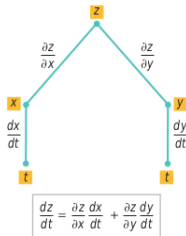
Veremos agora a versão da Regra da Cadeia para funções de duas variáveis.

A Regra da Cadeia

Teorema

A Regra da Cadeia (caso 1): Suponha que $z = f(x, y)$ seja uma função diferenciável de x e y , onde $x = x(t)$ e $y = h(t)$ são ambas funções diferenciáveis de t . Então z é uma função diferenciável de t e

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{dt}$$



A Regra da Cadeia

- 1 Seja $z = x^2y$, $x = t^2$ e $y = t^3$. Calcule $\frac{dz}{dt}$.
- 2 Se $z = f(x, y)$, onde f é diferenciável, e

$$\begin{array}{ll} x = g(t) & y = h(t) \\ g(3) = 2 & h(3) = 7 \\ g'(3) = 5 & h'(3) = -4 \\ f_x(2, 7) = 6 & f_y(2, 7) = -8 \end{array}$$

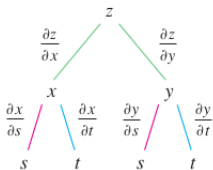
encontre $\frac{dz}{dt}$ quando $t = 3$.

A Regra da Cadeia

Teorema

A Regra da Cadeia (caso 2): Suponha que $z = f(x, y)$ seja uma função diferenciável de x e y , onde $x = x(s, t)$ e $y = h(s, t)$ são ambas funções diferenciáveis de s e de t . Então

$$\frac{dz}{ds} = \frac{dz}{dx} \frac{dx}{ds} + \frac{dz}{dy} \frac{dy}{ds} \quad \frac{dz}{dt} = \frac{dz}{dx} \frac{dx}{dt} + \frac{dz}{dy} \frac{dy}{dt}$$



A Regra da Cadeia

- ① Sejam $z = e^{xy}$, $x = 2s + t$, $y = s/t$. Calcule $\frac{dz}{ds}$ e $\frac{dz}{dt}$.
- ② Suponha que f é uma função diferenciável de x e y , e que $g(r, s) = f(2r - s, s^2 - 4r)$. Use a tabela abaixo para calcular $g_r(1, 2)$ e $g_s(1, 2)$.

	f	g	f_x	f_y
$(0, 0)$	3	6	4	8
$(1, 2)$	6	3	2	5



Bianchini, Waldecir. Aprendendo Cálculo de várias variáveis:
<http://www.im.ufrj.br/waldecir/calculo2/calculo2.pdf>



Lima, Paulo. Cálculo de várias variáveis:
http://www.mat.ufmg.br/ead/acervo/livros/Calculo_de_varias_variaveis.pdf



Plotar gráficos e regiões:
<https://www.wolframalpha.com/examples/PlottingAndGraphics.html>
Software para computador: Geogebra



Stewart, James. Cálculo, Volume II



Anton, Howard. Cálculo, Volume II