



## Cálculo II

---

### **Lista de Exercícios: P2**

---

Profa. Karla Katerine Barboza de Lima  
FACET/UFGD

# 1 EDO's de 2ª ordem

## 1.1 Lineares com Coeficientes Constantes

**Exercício 1** *Resolva a equação diferencial.*

a)  $y'' + 16y = 0$

b)  $y' = 2y''$

c)  $y'' - 4y' + 13y = 0$

d)  $2y'' + 2y' - y = 0$

**Exercício 2** *Resolva o problema de valor inicial.*

a)  $9y'' + 12y' + 4y = 0$ ,  $y(0) = 1$  e  $y'(0) = 0$

b)  $y'' - 6y' + 10y = 0$ ,  $y(0) = 2$  e  $y'(0) = 3$

**Exercício 3** *Resolva o problema de valor de contorno, se possível.*

a)  $y'' + 4y' + 4y = 0$ ,  $y(0) = 2$  e  $y(1) = 0$

b)  $y'' + 4y' + 20y = 0$ ,  $y(0) = 1$  e  $y(\pi) = 2$

### Gabarito

1. a)  $y = c_1 \cos(4x) + c_2 \sin(4x)$

b)  $y = c_1 + c_2 e^{x/2}$

c)  $y = e^{2x}(c_1 \cos(3x) + c_2 \sin(3x))$

d)  $y = c_1 e^{\frac{\sqrt{3}-1}{2}t} + c_2 e^{-\frac{\sqrt{3}+1}{2}t}$

2. a)  $y = e^{-2x/3} + \frac{2}{3}x e^{-2x/3}$

b)  $y = e^{3x}(2 \cos x - 3 \sin x)$

3. a)  $y = 2e^{-2x} - 2xe^{-2x}$

b) Sem solução

## 2 Sequências e Séries

### 2.1 Sequências

**Exercício 4** *Liste os cinco primeiros termos da sequência, cujos termos gerais são dados abaixo.*

a)  $a_n = \frac{2n}{n^2 + 1}$

b)  $a_n = \frac{3(-1)^n}{n!}$

c)  $a_1 = 1, a_{n+1} = 5a_n - 3$

**Exercício 5** *Determine se a sequência converge ou diverge. Se ela convergir, encontre o limite.*

a)  $\left\{ \frac{3 + 5n^2}{n + n^2} \right\}$

b)  $\{e^{1/n}\}$

c)  $\left\{ \frac{(-1)^{n-1} n}{n^2 + 1} \right\}$

d)  $\{\cos(n/2)\}$

e)  $\left\{ \frac{e^n + e^{-n}}{e^{2n} - 1} \right\}$

f)  $\left\{ \frac{n!}{2^n} \right\}$

### Gabarito

4. a)  $a_1 = 1, a_2 = \frac{4}{5}, a_3 = \frac{3}{5}, a_4 = \frac{8}{17}$  e  $a_5 = \frac{5}{13}$ .  
b)  $a_1 = -3, a_2 = \frac{3}{2}, a_3 = -\frac{1}{2}, a_4 = \frac{1}{8}$  e  $a_5 = -\frac{1}{40}$ .  
c)  $a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 7, a_4 = 32$  e  $a_5 = 157$ .
5. a) 5  
b) 1  
c) 0  
d) Diverge  
e) 0  
f) Diverge

## 2.2 Séries

**Exercício 6** *Determine se as séries são convergentes ou divergentes.*

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} 6(0,9)^{n-1}$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-3)^{n-1}}{4^n}$

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[n]{2}$

d)  $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\pi}{3}\right)^n$

e)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n} + 4}{n^2}$

f)  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$

**Exercício 7** *Use o teste da integral para determinar se a série é convergente ou divergente.*

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^3}$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n^2+1)}$

### Gabarito

6. a) Converge

b) Converge

c) Diverge

d) Diverge

e) Converge

e) Diverge

7. a) Converge

b) Diverge

## 2.3 Séries Alternadas

**Exercício 8** *Teste a série quanto a convergência ou divergência.*

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{2n+1}$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3n-1}{2n+1}$

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{10^n}$

d)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} e^{2/n}$

### Gabarito

8.   a) Converge  
      b) Diverge  
      c) Converge  
      d) Diverge

## 2.4 Testes da Razão e da Raiz

**Exercício 9** *O que você pode dizer sobre a série  $\sum a_n$  em cada um dos casos seguintes?*

a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = 8$

b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = 0.8$

c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = 1$

**Exercício 10** *Use o teste da razão ou da raiz para testar a convergência das séries abaixo.*

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} n \left( \frac{2}{3} \right)^n$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{(n+1)4^n}$

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n}{n+1} \right)^n$

d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^{n^2}$

e)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{n!}$

### Gabarito

9. a) Diverge.  
b) Converge.  
c) Nada pode ser afirmado.
10. a) Converge.  
b) Diverge.  
c) Diverge.  
d) Diverge.  
e) Converge.

## 2.5 Série de Potências

**Exercício 11** *Para quais valores de  $x$  as séries de potências abaixo convergem?*

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} nx^{n-1}$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n} x^n$

c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^2+1}$

d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^n}$

e)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(5x-4)^n}{n^3}$

### Gabarito

11. a)  $|x| < 1$

b)  $|x| < 2$

c)  $1 \leq x \leq 3$

d)  $x \in (-\infty, \infty)$

e)  $\frac{3}{5} \leq x \leq 1$

## 2.6 Aplicações dos Polinômios de Taylor.

12 Dadas as funções abaixo, aproxime-as por um polinômio de Taylor com grau  $n$  no número  $a$ . Use a Desigualdade de Taylor para estimar a precisão da aproximação  $f(x) \approx T_n(x)$  quando  $x$  estiver no intervalo dado.

- a)  $f(x) = \sqrt{x}$ ,  $a = 4$ ,  $n = 2$ ,  $4 \leq x \leq 4,2$ .
- b)  $f(x) = \sec x$ ,  $a = 0$ ,  $n = 2$ ,  $-0,2 \leq x \leq 0,2$ .
- c)  $f(x) = e^{x^2}$ ,  $a = 0$ ,  $n = 3$ ,  $0 \leq x \leq 0,1$ .
- d)  $f(x) = x \sen x$ ,  $a = 0$ ,  $n = 4$ ,  $-1 \leq x \leq 1$ .

### Gabarito

12. a)  $2 + \frac{1}{4}(x - 4) - \frac{1}{64}(x - 4)^2$ . Precisão:  $1,5625 \times 10^{-5}$ .  
b)  $1 + \frac{1}{2}x^2$ . Precisão: 0,0014.  
c)  $1 + x^2$ . Precisão: 0,00006.  
d)  $x^2 - \frac{1}{6}x^4$ . Precisão: 0,042.

## Referências

- [1] STEWART J., *Cálculo*, Volume II, Editora Thomson.
- [2] Anton H., *Cálculo*, Volume II, Editora Bookman.