UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS
Prof$^{\underline{a}}$. Karla Lima

Análise II 21 de Setembro de 2018

(1) Prove que uma função f é derivável num ponto $x = x_0$ se, e somente se, suas derivadas laterais, definidas abaixo, existem e são iguais nesse ponto.

$$f'(x_0+) = \lim_{h \to 0^+} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}, \qquad f'(x_0-) = \lim_{h \to 0^-} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$$

(2) Prove o Teorema 2: Se f e g são deriváveis num ponto x, então o mesmo é verdade de $f+g$, $f-g$, $f \cdot g$ e $\dfrac{f}{g}$, este último se $g(x) \neq 0$. Tem-se:

(a) $(f \pm g)'(x) = f'(x) \pm g'(x)$;

(b) $(f \cdot g)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$;

(c) $\left(\dfrac{f}{g}\right)'(x) = \dfrac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$.

(3) Mostre que se $\displaystyle\lim_{h \to 0} \frac{r(h)}{h} = 0$ então $\displaystyle\lim_{h \to 0} r(h) = 0$.

(4) Em Physics: Calculus, de Eugene Hecht, 2. ed., Pacific Grove, CA, Brooks/Cole, 2002, p. 431, durante a dedução da fórmula $T = 2\pi\sqrt{L/g}$ para o período de um pêndulo de comprimento L, o autor obtém a equação $a_T = -g \operatorname{sen} \theta$ para a aceleração tangencial do peso do pêndulo. Ele então afirma: "para ângulos pequenos, o valor de θ em radianos é muito próximo do valor de $\operatorname{sen} \theta$; eles diferem por menos do que 2% até cerca de 20°". Verifique a aproximação linear em 0 para a função seno:

$$\operatorname{sen} x \approx x$$