MATEMÁTICA
Faculdade de Ciências
Exatas e Tecnologias

Elementos de Aritmética

Guia de Estudo Prévio

2ª Avaliação

Profª Karla Lima

2024.1

Sumário

Resumo

As metodologias ativas de ensino desempenham um papel crucial no cenário educacional contemporâneo, ao envolver os alunos como participantes ativos do processo de aprendizagem. Esta abordagem não apenas aumenta o engajamento dos estudantes, mas também os capacita a assumirem um papel protagonista em sua própria jornada de conhecimento.

Além de transmitir conteúdo acadêmico, as metodologias ativas priorizam o desenvolvimento de habilidades vitais, como pensamento crítico, comunicação eficaz, colaboração, resolução de problemas e criatividade. Essas competências são essenciais não apenas para o êxito acadêmico, mas também para o sucesso em diversas esferas da vida pessoal e profissional.

A pesquisa confirma que os alunos retêm e internalizam melhor o conhecimento quando estão ativamente engajados no processo de aprendizagem. Assim, ao adotar metodologias ativas, educadores podem contribuir significativamente para a melhoria da retenção do conhecimento a longo prazo, capacitando os alunos a se tornarem aprendizes autônomos e resilientes.

Além da **Resolução de Problemas**, usaremos a metodologia da **Aula Invertida**, que é uma metodologia ativa de ensino que coloca os alunos no centro do processo de aprendizagem. Ao contrário do modelo tradicional, onde os alunos recebem instrução em sala de aula e fazem trabalhos de casa em casa, na aula invertida, os alunos recebem o conteúdo antes da aula e utilizam o tempo em sala para atividades práticas e interativas que consolidam e aplicam esse conhecimento. Isso promove o engajamento dos alunos, permite uma aprendizagem mais significativa e desenvolve habilidades como pensamento crítico, colaboração e resolução de problemas.

1 Os Números Inteiros

Na última aula, exploramos os fundamentos dos números inteiros, destacando sua importância para preencher lacunas nos números naturais e fornecer uma estrutura matemática mais robusta. Aprendemos que o zero atua como um ponto de referência crucial na linha numérica, dividindo os números em positivos e negativos.

Discutimos sobre os inteiros positivos, localizados à direita do zero, e os inteiros negativos, à esquerda. Identificamos os números simétricos, como 1 e -1, 2 e -2, que têm a mesma distância do zero. Além disso, exploramos a propriedade do simétrico, representado por $-a$, e sua relação com a, que é sempre $-(-a) = a$.

Ao investigar as operações nos inteiros, abordamos a adição, subtração e multiplicação. Descobrimos como a adição e a multiplicação são estendidas aos inteiros, mantendo propriedades importantes como comutatividade e associatividade. Também discutimos a subtração como a soma do número com o simétrico e suas propriedades.

Vamos dar continuidade ao estudo dos números inteiros. Pesquise na bibliografia sugerida ou no Google e responda as perguntas abaixo:

1.1 Múltiplos de Números Inteiros

1. O que são múltiplos de um número inteiro?

2. Como você determina se um número é múltiplo de outro?

3. Quais são os múltiplos de 5 até 30?

4. Se um número é múltiplo de 3 e de 4, ele também é múltiplo de 6? Justifique sua resposta.

5. Qual é o menor número inteiro positivo que é múltiplo de 6, 8 e 9?

6. Se um número é múltiplo de 10, ele é múltiplo de 5? E se for múltiplo de 5, é necessariamente múltiplo de 10? Explique.

1.2 Divisores de um Número Inteiro

1. O que são divisores de um número inteiro?

2. Como você determina se um número é divisor de outro?

3. Liste todos os divisores de 12.

4. Qual é o maior divisor comum (MDC) de 24 e 36?

5. Como os múltiplos e os divisores estão relacionados entre si?

6. Como podemos usar múltiplos e divisores para verificar se um número é primo ou composto?

7. Divisão e divisores são a mesma coisa?

8. Como a operação de DIVISÃO está relacionada com os múltiplos e divisores?

2 Os Números Racionais

Os **números racionais** desempenham um papel fundamental em diversos aspectos da matemática e da vida cotidiana. Aqui estão algumas razões que destacam a importância dos números racionais:

1. **Representação de Partes de um Todo:** Os números racionais representam frações de um inteiro ou partes de um todo. Isso é essencial para descrever quantidades que não são necessariamente números inteiros, como metades, quartos, terços, etc. Por exemplo, ao dividir uma pizza entre amigos, as frações representam quanto cada pessoa recebe.

2. **Medições e Proporções:** Em muitas situações, é necessário representar quantidades que podem ser fracionárias, como medidas de tempo, distância, peso, volume, entre outras. Por exemplo, ao cozinhar, é comum usar frações para medir ingredientes, como xícaras de farinha ou colheres de chá de sal.

3. **Operações Matemáticas:** Os números racionais são usados em uma variedade de operações matemáticas, incluindo adição, subtração, multiplicação e divisão. Eles fornecem uma base para resolver problemas matemáticos complexos e são essenciais em disciplinas como álgebra, geometria e cálculo.

4. **Modelagem de Situações do Mundo Real:** Muitas situações do mundo real podem ser modeladas usando números racionais. Por exemplo, na economia, os números racionais são usados para representar taxas de juros e proporções de lucro. Em ciências, eles são usados para descrever medidas precisas e proporções em experimentos e cálculos.

5. **Compreensão de Probabilidades e Estatísticas:** Em probabilidade e estatísticas, os números racionais são fundamentais para representar probabilidades, proporções e porcentagens. Eles são usados em análises estatísticas de dados e na compreensão de eventos

aleatórios e suas chances de ocorrência.

6. **Desenvolvimento de Habilidades Financeiras:** No contexto financeiro, os números racionais são usados para representar valores monetários, taxas de juros, porcentagens de desconto, entre outros. Uma compreensão dos números racionais é essencial para gerenciar finanças pessoais e tomar decisões financeiras informadas.

Em resumo, os números racionais são uma parte essencial da matemática e têm uma ampla gama de aplicações em diversas áreas da vida cotidiana, desde situações práticas até contextos mais abstratos. Uma compreensão sólida dos números racionais é fundamental para o sucesso em muitos aspectos da educação e da vida profissional.

Pesquise na bibliografia sugerida ou no Google e responda as perguntas abaixo:

2.1 Definição e Operações

1. Qual é a definição de fração e o que significa o conjunto dos números racionais? Explique como as frações representam a divisão de partes iguais de um todo, usando o exemplo da pizza.

2. Se você come 3 fatias de uma pizza dividida em 8 partes iguais, qual fração representa a parte que você comeu? E a parte que resta?

3. Como você multiplica duas frações? Dê um exemplo.

4. Qual é a regra para dividir uma fração por outra? Dê um exemplo e explique o raciocínio por trás do processo.

5. Como você adiciona duas frações com denominadores iguais? E com denominadores diferentes? Dê exemplos.

6. Descreva o processo para adicionar as frações $\frac{5}{7}$ e $\frac{2}{5}$. Qual é a resposta final?

2.2 Problemas

1. Problema de Partilha: Ana e João ganharam uma barra de chocolate. Ana comeu $\frac{2}{5}$ da barra, e João comeu $\frac{1}{3}$ da parte restante. Quanto da barra de chocolate sobrou?

2. Problema de Receitas: Uma receita de bolo pede $\frac{3}{4}$ de xícara de açúcar e $\frac{1}{2}$ de xícara de farinha. Se você quiser fazer metade da receita, quantas xícaras de cada ingrediente você usaria?

3. Problema de Viagem: Maria viajou de carro de uma cidade para outra. Ela percorreu $\frac{2}{3}$ do total da distância na primeira hora e $\frac{3}{5}$ do restante na segunda hora. Quanta distância ela ainda precisa percorrer?

4. Problema de Probabilidade: Uma urna contém 10 bolas vermelhas, 6 bolas azuis e 4 bolas verdes. Se uma bola é escolhida aleatoriamente, qual é a probabilidade de ser azul?

5. Problema de Proporção: Um tanque de água é preenchido a uma taxa de $\frac{3}{4}$ de litro por minuto. Quanto tempo levará para encher completamente um tanque que pode conter 120 litros de água?

6. Problema de Desconto: Uma loja está oferecendo um desconto de $\frac{1}{5}$ em todos os produtos. Se um item custa R$ 80, qual será o preço com o desconto aplicado?

3 Os Números Irracionais

Um nome que fez contribuições significativas para o enriquecimento da matemática foi Pitágoras, o primeiro a apresentar uma prova do teorema relativo aos lados do triângulo retângulo, que posteriormente foi batizado com seu nome. Ele fundou a escola pitagórica e, junto com seus alunos, estudava filosofia e matemática. Foi durante essa era pitagórica que Pitágoras e seus discípulos provaram que não há nenhum número racional na reta numérica que corresponda ao comprimento da diagonal de um quadrado de lado unitário:

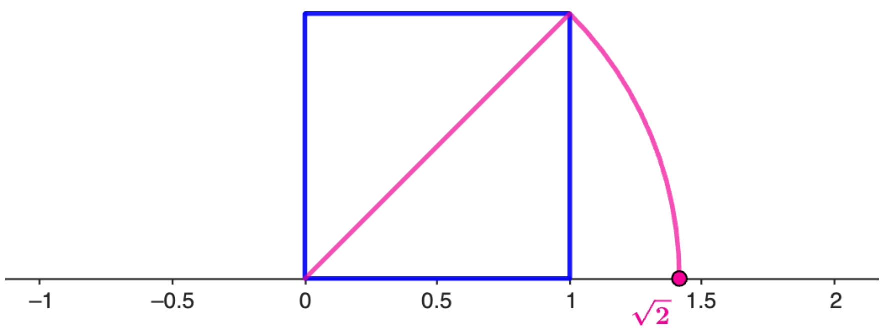

Figura 1: Representação prática de $\sqrt{2}$ na reta

Um novo conjunto numérico precisou ser criado para associar pontos como os da diagonal de um quadrado de lado unitário. Devido ao fato de esses pontos não serem representáveis por números racionais, eles foram denominados números irracionais, do latim "irrationalis", que significa "não-racionais". Essa descoberta marcou um ponto crucial na história da matemática.

No entanto, os números irracionais enfrentaram várias barreiras até serem aceitos. Para os gregos, tudo era número, e toda realidade física poderia ser expressa e compreendida com os números inteiros, além disso, a existência dos irracionais contrariava o senso comum de que toda grandeza poderia ser expressa por algum número racional. Geometricamente, ninguém duvidava de que dados dois segmentos de reta sempre seria possível encontrar um terceiro segmento de reta, por menor que fosse, que coubesse um número inteiro de vezes em cada um dos dois segmentos dados.

Somente no século XIX,o matemático alemão Richard Dedekind5 escreveu uma obra intitulada Continuidade e Números Irracionais, na qual menciona que a linha reta é infinitamente mais rica em pontos do que o domínio dos números racionais o é em números. Isto exigia a criação de novos números, para obter um domínio numérico completo e com a mesma continuidade que a linha reta. A reta passou a ser denomina **reta real**.

3.1 Conceitos Iniciais

1. O que são números irracionais e como eles diferem dos números racionais?

2. Quais são alguns exemplos de números irracionais conhecidos? Como eles são representados?

3. Como os números irracionais estão relacionados à geometria?

4. Como os números irracionais são representados na reta numérica? Existem padrões ou características específicas que os distinguem?

5. Quais são algumas propriedades matemáticas dos números irracionais? Como eles se comportam em operações matemáticas básicas, como adição, subtração, multiplicação e divisão?

6. Qual é a importância dos números irracionais na matemática e em outras áreas, como física e engenharia?

7. Existem métodos para estimar ou representar números irracionais de maneira aproximada? Como esses métodos funcionam?

8. Como os números irracionais são encontrados na natureza ou em fenômenos do mundo real?

3.2 Problemas

1. Usando o Teorema Fundamental da Aritmética, mostre que:

   a) Seja $m \in \mathbb{N}$. Se m^2 é par então m também é par.

   b) Seja $m \in \mathbb{N}$ e $p \in \mathbb{N}$ um número primo. Se m^2 é múltiplo de p, então m também é múltiplo de p.

2. Usando novamente o Teorema Fundamental da Aritmética, mostre, numa prova por contradição, que:

   a) $\sqrt{2}$ é irracional.

   b) Se $p \in \mathbb{N}$ é um número primo, então $\sqrt{p}$ é irracional.