



(1) Classifique os pontos críticos das funções abaixo:

a) $f(x, y) = xy - x^3 - y^2$;

b) $f(x, y) = x^2 + y - e^y$;

c) $f(x, y) = e^{-(x^2+y^2+2x)}$.

(2) Seja

$$f(x, y) = 4xy - 2x^2 - y^4,$$

definida no quadrado $D = \{(x, y)/|x| \leq 2, |y| \leq 2\}$. Encontre os valores máximo e mínimo de f em D .

(3) Mostre que $f(x, y) = x^2 + 4y^2 - 4xy + 2$ possui infinitos pontos críticos e que $\det H(x, y) = 0$ em cada um deles. Depois, mostre que f possui um mínimo local (e absoluto) em cada um desses pontos críticos.

(4) Encontre o ponto do plano $2x + 3y + 4z = 12$ no qual $f(x, y, z) = 4x^2 + y^2 + 5z^2$ assume o seu valor mínimo.

(5) Considere a função $f(x, y) = 2x^3 + y^3$.

a) Determine os pontos críticos de f ;

b) Determine os pontos máximo e mínimo de f sobre o círculo $x^2 + y^2 = 1$;

c) Determine os valores máximo e mínimo de f no disco $D = \{(x, y)/x^2 + y^2 \leq 1\}$ e os pontos onde estes valores ocorrem.

(6) Uma firma de embalagem necessita fabricar caixas retangulares de 64 cm^3 de volume. Se o material da parte lateral custa a metade do material a ser usado para a tampa e para o fundo da caixa, determinar as dimensões da caixa que minimizam o custo.

(7) Suponha que a temperatura em um ponto (x, y) de uma placa de metal seja

$$T(x, y) = 4x^2 - 4xy + y^2.$$

Uma formiga, andando sobre a placa, percorre um círculo de raio 5 centrado na origem. Qual é a maior e a menor temperatura encontrada pela formiga?

Gabarito

- (1) a) $(0, 0)$ - ponto de sela; $(\frac{1}{6}, \frac{1}{12})$ - ponto de máximo local;
b) $(0, 0)$ - ponto de sela;
c) $(-1, 0)$ - ponto de máximo local.
- (2) -40 e 1 .
- (3)
- (4) $(\frac{5}{11}, \frac{30}{11}, \frac{8}{11})$.
- (5) a) Ponto crítico: $(0, 0)$
b) $(1, 0)$ - máximo absoluto; $(-1, 0)$ - mínimo absoluto;
c) $(1, 0)$ - máximo absoluto; $(-1, 0)$ - mínimo absoluto.
- (6) $(2\sqrt[3]{4}, 2\sqrt[3]{4}, 4\sqrt[3]{4})$
- (7) 0 e 125 .