UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS
Prof$^{\text{a}}$. Karla Lima

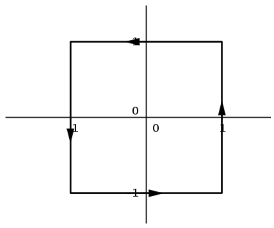
Cálculo Vetorial e Equações Diferenciais 22 de Outubro de 2017

Parte A

(1) Calcule a integral de linha, onde C é a curva dada:

a) $\int_C x^2dx + y^2dy$, onde C consiste no arco do círculo $x^2+y^2=4$ de $(2,0)$ a $(0,2)$, seguido pelo segmento de reta de $(0,2)$ a $(4,3)$.

b) $\int_C (x+y^2)dy$, onde C é a curva dada abaixo, com vértices $(1,1)$, $(-1,1)$, $(-1,-1)$ e $(1,-1)$:



c) $\int_C (x-y)dx + e^{x+y}dy$, C é a fronteira do triângulo de vértices $(0,0)$, $(0,1)$ e $(1,2)$.

(2) Determine se F é um campo conservativo ou não. Em caso positivo, encontre uma função ϕ tal que $F = \nabla\phi$ e determine seu domínio.

a) $F(x,y,z) = \langle x, y, z\rangle$

b) $F(x,y) = \langle e^x\cos y, e^x \text{sen} y\rangle$

c) $F(x,y) = \langle ye^x + \text{sen} y, e^x + x\cos y\rangle$

d) $F(x,y,z) = \dfrac{x}{(x^2+y^2+z^2)^2}\overrightarrow{i} + \dfrac{y}{(x^2+y^2+z^2)^2}\overrightarrow{j} + \dfrac{z}{(x^2+y^2+z^2)^2}\overrightarrow{k}$

(3) Calcule a integral $\int_C F\cdot dr$, onde:

a) $F(x,y) = \langle e^y + ye^x, xe^y + e^x\rangle$ e $C: r(t) = \left\langle \text{sen}(\frac{\pi t}{2}), \ln t\right\rangle$, $1 \le t \le 2$.

b) $F(x,y) = \left\langle 2xy, x^2+\cos y\right\rangle$ e $C: r(t) = \left\langle t, t\cos(\frac{t}{3})\right\rangle$, $0 \le t \le \pi$.

Gabarito

(1) a) $\dfrac{83}{3}$.

b) 4.

c) $e - e^2 + \dfrac{e^3}{3} + \dfrac{1}{6}$.

(2) a) Conservativo: $\phi(x,y,z) = \dfrac{x^2+y^2+z^2}{2} + k$, $\phi: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$.

b) Não é conservativo.

c) Conservativo: $\phi(x,y) = ye^x + x\text{sen}y + k$, $\phi : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

d Conservativo: $\phi(x,y,z) = \dfrac{-1}{2(x^2+y^2+z^2)} + k$, $\phi : \mathbb{R}^3 - \{(0,0,0)\} \to \mathbb{R}$.

(3) a) $\ln 2 - 1$.

b) $\dfrac{\pi^3}{2} + 1$.