

Aula 02: O Cálculo Proposicional

Karla Lima

Álgebra Elementar: 05/09/23

FACET/UFGD

Proposições

Classificação dos Conectivos

Considerações Finais

Proposições

Proposições Categóricas [1]

A frase “Políticos são corruptos” pode ser associada a afirmações como:

- a) “Todos os políticos são corruptos”,
ou
- b) “Alguns políticos são corruptos”,
ou
- c) “Em geral, os políticos são corruptos”,
ou ainda
- d) “A maior parte dos políticos é corrupta”.

Proposições Categóricas

Sem ambiguidades, podemos classificar a) como falsa e b) como verdadeira. Mas em c) e d) temos um conteúdo menos preciso.

Proposições Categóricas

Para evitar que haja dúvidas quanto ao seu entendimento, os argumentos usados na lógica de Aristóteles estão entre os quatro tipos abaixo:

Afirmação Universal: “Todo a é b.”

Negação Universal: “Nenhum a é b.”

Afirmação Particular: “Algum a é b.”

Negação Particular: “Algum a não é b.”

Negação de Proposições

Pense um pouco: como seria negar cada uma das proposições categóricas, dadas no slide anterior?

De forma bem simplista, podemos dizer que, negar uma proposição, é pensar na “menor mudança” que a faria não ser garantida. Por exemplo:

Negação de Proposições

Pense um pouco: como seria negar cada uma das proposições categóricas, dadas no slide anterior?

De forma bem simplista, podemos dizer que, negar uma proposição, é pensar na “menor mudança” que a faria não ser garantida. Por exemplo:

Afirmação Universal: “Todo a é b.”

Negação de Proposições

Pense um pouco: como seria negar cada uma das proposições categóricas, dadas no slide anterior?

De forma bem simplista, podemos dizer que, negar uma proposição, é pensar na “menor mudança” que a faria não ser garantida. Por exemplo:

Afirmação Universal: “Todo a é b.”

Negação: “Algum a não é b.”

Ou seja, a negação de uma afirmação universal é uma negação particular.

Negação de Proposições

Negação Universal: “Nenhum a é b.”

Negação de Proposições

Negação Universal: “Nenhum a é b.”

Negação: “Algum a é b.”

Ou seja, a negação de uma negação universal é uma afirmação particular.

Exercício 1

Quais são as negativas das proposições do tipo “Afirmação Particular” e “Negação Particular”?

Princípios da Lógica Clássica [2]

Princípio da Identidade:“ Toda proposição é idêntica a si mesma.”

Princípio da Não Contradição:“ Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.”

Princípio do Terceiro Excluído:“ Toda proposição ou é verdadeira ou é falsa, não existindo um terceiro valor que ela possa assumir”

Proposições Simples e Compostas

Uma proposição **simples** é uma sentença (verdadeira ou falsa) que representa uma única ação; ou seja, contém uma única afirmação.

Proposições Simples e Compostas

Uma proposição **simples** é uma sentença (verdadeira ou falsa) que representa uma única ação; ou seja, contém uma única afirmação.

Por exemplo, são simples as proposições:

“Karla é alagoana.”

“ $2 + 2 = 5$.”

Proposições Simples e Compostas

Uma proposição **composta** concatena duas ou mais sentenças.

Proposições Simples e Compostas

Uma proposição **composta** concatena duas ou mais sentenças.

Por exemplo, são compostas as proposições:

“Karla é alagoana e $2 + 2 = 5$.”

“O aluno será aprovado se a nota for igual ou superior a 6 e a frequência for igual ou superior a 75%.”

Conectivos Proposicionais

Trabalharemos com 6 conectivos que substituirão simbolicamente as expressões:

Expressão	Símbolo
e	\wedge
ou	\vee
ou...ou	$\underline{\vee}$
se..., então...	\rightarrow
se, e somente se	\leftrightarrow
não	\neg

Exemplo 1

Exemplo 1

- a) A proposição composta “Somos pobres mortais e fanáticos torcedores da vida” é a união, pelo conectivo e, das proposições simples:

“Somos pobres mortais”

“(somos) fanáticos torcedores da vida”

Exemplo 1

b) A proposição composta “Se não nos alimentarmos, morreremos” é a união, pelo conectivo **Se...., então,**, das proposições simples:

“não nos alimentarmos”

“(nós) morreremos”

Classificação dos Conectivos

Definição 1

Conjunção é o resultado da combinação de duas proposições simples ligadas pela palavra *e*, que é representada pelo símbolo \wedge .

A conjunção pode também ser expressa por palavras como: **mas, todavia, contudo, no entanto, visto que, enquanto, além disso, embora.**

Exemplo 2

Exemplo 2

a) *Maria foi ao cinema e Pedro, ao teatro.*

M = Maria foi ao cinema.

P = Pedro foi ao teatro.

b) *André foi ao baile, mas Maria ficou em casa.*

A = André foi ao baile.

M = Maria ficou em casa.

Definição 2

Disjunção é o resultado da combinação de duas proposições simples ligadas pela palavra **ou**, que é representada pelo símbolo \vee .

Disjunção

Na linguagem coloquial, a palavra **ou** pode ser empregada no sentido inclusivo

“Paulo é matemático ou físico.” (Ele pode ser os dois)

ou no sentido exclusivo

“João é paulistano ou gaúcho.” (Ele pode ser apenas uma das opções)

Disjunção

Na linguagem coloquial, a palavra **ou** pode ser empregada no sentido inclusivo

“Paulo é matemático ou físico.” (Ele pode ser os dois)

ou no sentido exclusivo

“João é paulistano ou gaúcho.” (Ele pode ser apenas uma das opções)

No cálculo proposicional, somente o **ou inclusivo** será abordado. No sentido exclusivo, será usada a expressão 'ou...ou'.

Exemplo 3

Exemplo 3

a) *Maria foi ao cinema ou ao teatro.*

$M_c = \text{Maria foi ao cinema.}$

$M_t = \text{Maria foi ao teatro.}$

b) *José será jogador de futebol ou seguirá a carreira de Medicina.*

$F = \text{José será jogador de futebol.}$

$M = \text{José seguirá a carreira de Medicina.}$

Condicional

Definição 3

*Duas proposições formam uma **condicional** quando for possível colocá-las na seguinte forma:*

Se (proposição 1), então (proposição 2).

Condicional

Definição 3

*Duas proposições formam uma **condicional** quando for possível colocá-las na seguinte forma:*

Se (proposição 1), então (proposição 2).

- a proposição 1 é chamada de antecedente, e a proposição 2 de consequente;

Condicional

Definição 3

*Duas proposições formam uma **condicional** quando for possível colocá-las na seguinte forma:*

Se (proposição 1), então (proposição 2).

- a proposição 1 é chamada de antecedente, e a proposição 2 de consequente;
- o símbolo utilizado para ligar as duas proposições de uma condicional é \rightarrow (ou \Rightarrow , em matemática).

Exemplo 4

Exemplo 4

a) *Se o Brasil for campeão, eu vou para o Japão.*

B = O Brasil for campeão.

J = Eu vou para o Japão.

b) *Se todos os homens são mortais e Sócrates é um homem, então Sócrates é mortal.*

H = Todos os homens são mortais.

S = Sócrates é um homem.

M = Sócrates é mortal.

Definição 4

*É chamada de **bicondicional**, toda proposição composta, de duas proposições, que pode ser colocada na forma:*

(proposição 1) se, e somente se, (proposição 2).

Bicondicional

Definição 4

*É chamada de **bicondicional**, toda proposição composta, de duas proposições, que pode ser colocada na forma:*

(proposição 1) se, e somente se, (proposição 2).

- pode ser entendida como a conjunção de dois condicionais: $p \rightarrow q$ e $q \rightarrow p$;

Bicondicional

Definição 4

*É chamada de **bicondicional**, toda proposição composta, de duas proposições, que pode ser colocada na forma:*

(proposição 1) se, e somente se, (proposição 2).

- pode ser entendida como a conjunção de dois condicionais: $p \rightarrow q$ e $q \rightarrow p$;
- o símbolo utilizado para ligar as duas proposições de uma bicondicional é \leftrightarrow (ou \Leftrightarrow , em matemática).

Exemplo 5

Exemplo 5

a) *Só ganharás o dinheiro se completares o trabalho.*

Exemplo 5

Exemplo 5

a) *Só ganharás o dinheiro se completares o trabalho.*

Tal proposição é equivalente a:

Ganharás dinheiro se, e somente se, completares o trabalho.

D = Ganharás o dinheiro.

T = Completares os trabalho.

Exemplo 5

- b) Só haverá diminuição da violência se a educação for prioridade governamental.

Exemplo 5

b) Só haverá diminuição da violência se a educação for prioridade governamental.

Tal proposição é equivalente a:

Haverá diminuição da violência se, e somente se, a educação for prioridade governamental.

D = Haverá diminuição da violência.

T = A educação é prioridade governamental.

Definição 5

*O conectivo de **negação** não liga duas proposições, mas simplesmente nega a afirmação da proposição que o precede.*

Definição 5

*O conectivo de **negação** não liga duas proposições, mas simplesmente nega a afirmação da proposição que o precede.*

- *é um conectivo unário, enquanto os outros são binários - pois conectam duas proposições;*

Definição 5

*O conectivo de **negação** não liga duas proposições, mas simplesmente nega a afirmação da proposição que o precede.*

- *é um conectivo unário, enquanto os outros são binários - pois conectam duas proposições;*
- *o símbolo utilizado para esse conectivo é \neg .*

Exemplo 6

Exemplo 6

- a) *Luís não recebeu o seu pagamento na data prevista.*
 $L =$ *Luís recebeu o seu pagamento na data prevista.*
- b) *A estabilidade não gera desemprego.*
 $L =$ *A estabilidade gera desemprego.*

A lógica matemática trata das relações entre proposições, considerando a forma que essa relação assume e não o seu conteúdo.

A lógica matemática trata das relações entre proposições, considerando a forma que essa relação assume e não o seu conteúdo.

Em função disso, representamos cada proposição por uma letra maiúscula do alfabeto latino, como veremos a seguir.

Exemplo 7

Exemplo 7

Linguagem simbólica: Dada a proposição

“José é jogador de futebol do Flamengo e Leandro seguiu a carreira de Medicina.”,

definimos:

J = José é jogador de futebol do Flamengo.

L = Leandro seguiu a carreira de Medicina.

A representação simbólica fica: $J \wedge L$.

Exercício 2

Reescreva todas as proposições dos exemplos 2 – 6 em forma simbólica.

Considerações Finais

O que aprendemos

1. Conectivos binários são as formas com que podemos relacionar duas proposições;
2. O conectivo unário de negação apenas nega a proposição precedente.
3. Em lógica, podemos escrever proposições compostas de forma simbólica, pois estamos preocupados com sua forma e não com seu conteúdo.

Um Puzzle [3]

Há uma grande variedade de quebra-cabeças sobre uma ilha em que certos habitantes chamados "cavaleiros" sempre dizem a verdade e outros chamados "patifes" sempre mentem. Presume-se que cada habitante da ilha seja um cavaleiro ou um patife. O seguinte quebra-cabeça segue essas premissas.

Dois dos habitantes dessa ilha - A e B, cada um dos quais é um cavaleiro ou um patife - estavam juntos em um jardim. Um estranho passou e perguntou à A: "Você é um cavaleiro ou um patife?" A respondeu: "Pelo menos um de nós é um patife."

O que são A e B?

Referências



M.O. da Cunha and N.J. Machado.

Lógica e linguagem cotidiana: Verdade, coerência, comunicação, argumentação.

Autêntica Editora, 2013.



L. B. Bispo, C.A. F. and Castanheira and O.M. S. Filho.

Introdução à lógica Matemática.

Cengage Learning Brasil, 2017.



R.M. Smullyan.

What is the Name of this Book?: The Riddle of Dracula and Other Logical Puzzles.

Prentice-Hall, 1978.