

Aula 03

Triângulos

Karla Lima

Sumário



1. Definição

2. Casos de Congruência de Triângulos

The background consists of two large, overlapping geometric shapes. A teal-colored shape is in the upper-left corner, and a light gray shape is in the lower-left corner. They meet at a diagonal line that runs from the top-left towards the bottom-right. The rest of the background is white.

Definição

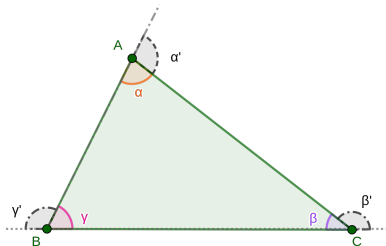
Definição



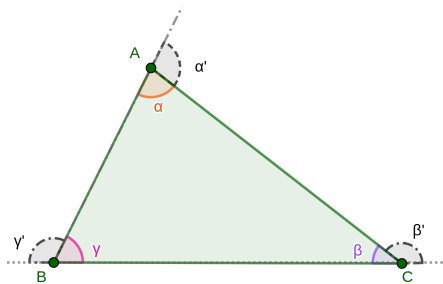
Definição 1

Sejam A , B e C três pontos não colineares.

Denominamos de **triângulo** ABC a união dos segmentos \overline{AB} , \overline{AC} e \overline{BC} e o denotaremos por $\triangle ABC$.



Definição



- ▶ Os pontos A , B e C são os **vértices** e os segmentos \overline{AB} , \overline{AC} e \overline{BC} são os **lados** do triângulo.
- ▶ Os ângulos $\widehat{BAC} = \alpha$, $\widehat{ABC} = \gamma$ e $\widehat{ACB} = \beta$ são os **ângulos internos** do triângulo. Seus suplementos α' , γ' e β' são os **ângulos externos** do triângulo.

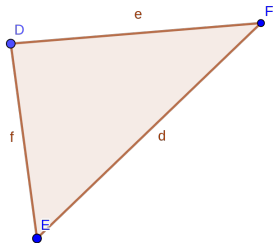
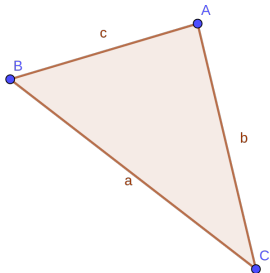
Definição



Em linguagem popular, dizemos que duas figuras planas são congruentes se elas coincidem por superposição.

Exemplo 1

Suponhamos que os triângulos abaixo coincidem por superposição. Quais os pares de vértices que devem ser sobrepostos?



Definição



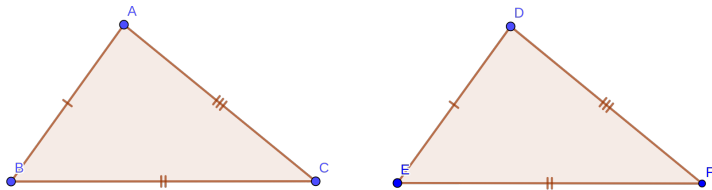
- ▶ Os vértices que coincidem na superposição são denominados **correspondentes**.
- ▶ Os lados que unem vértices correspondentes são também chamados **correspondentes**.
- ▶ Analogamente, os ângulos cujos vértices estão em correspondência, são **correspondentes**.

Definição



Definição 2

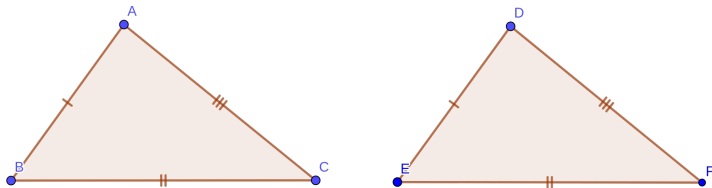
Dois triângulos são ditos **congruentes** se for possível estabelecer uma correspondência entre seus vértices de modo que lados e ângulos correspondentes sejam respectivamente congruentes.



Observação




Observe que em triângulos correspondentes, a ângulos congruentes opõem-se lados congruentes e vice-versa.



Notação: Para indicar que dois triângulos são congruentes, escrevemos:

$$\triangle ABC = \triangle DEF.$$

A ordem em que as letras aparecem, indicam as correspondências entre os vértices.

The background of the slide is composed of two large, overlapping geometric shapes. A teal-colored shape occupies the upper-left portion, while a light gray shape occupies the lower-left portion. The remaining area on the right is white. The title text is centered in the white area.

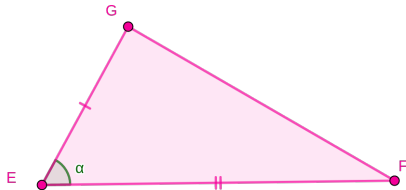
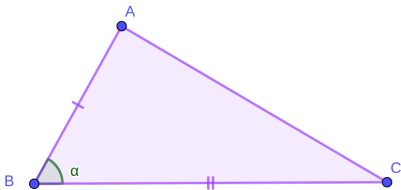
Casos de Congruência de Triângulos

Postulado 11



O primeiro critério de congruência de triângulos está contido no seguinte postulado:

- **Postulado 11 (Caso LAL):** Se dois triângulos têm dois lados congruentes e os ângulos compreendidos entre eles são respectivamente congruentes, então os triângulos são congruentes.

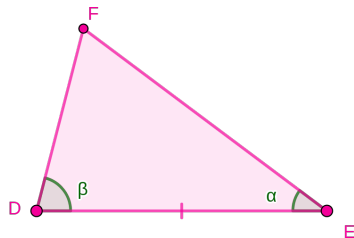
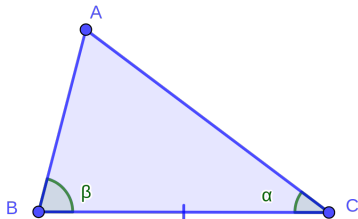


Teorema 1



Teorema 1 (Caso ALA)

Se dois triângulos têm um lado congruente, compreendido entre dois ângulos respectivamente congruentes, então os triângulos são congruentes.



Algumas Definições



Definição 3

Um ponto C chama-se **ponto médio** do segmento \overline{AB} , se:

1. C pertence ao segmento \overline{AB} ($C \in \overline{AB}$);
2. O comprimento do segmento \overline{AC} é igual ao do segmento \overline{CB} ($AC = CB$).



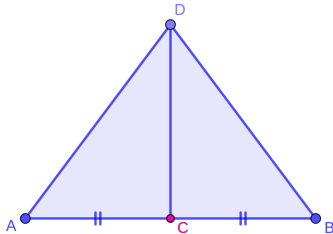
Ponto Médio (segmento)

Exemplo



Exemplo 2

Na figura abaixo, $\overline{DC} \perp \overline{AB}$ e C é o ponto médio de \overline{AB} . Demonstre que os suplementos dos ângulos \hat{DAB} e \hat{DBA} são congruentes.



Algumas Definições



Definição 4

Chama-se **mediana** de um triângulo ao segmento que une um vértice ao ponto médio do lado oposto a ele.

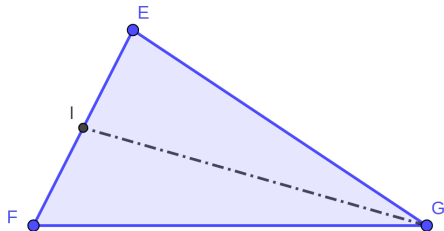


Figura 1: Na figura acima, \overline{GI} é a mediana relativa ao lado EF

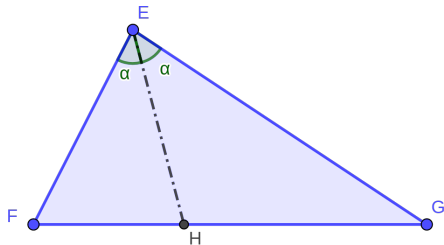
Algumas Definições



Definição 5

Sejam EFG um triângulo e H um ponto da reta que contém o lado FG .

- ▶ se a semirreta \overrightarrow{EH} é bissetriz do ângulo \hat{E} , o segmento \overline{EH} chama-se a **bissetriz interna** do triângulo, relativa ao lado \overline{FG} .

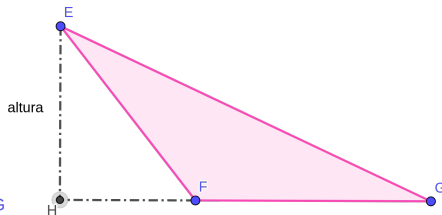
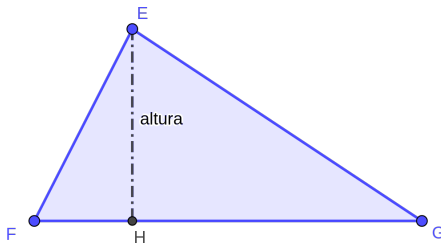


Bissetriz Interna

Algumas Definições



- ▶ se \overrightarrow{EH} for perpendicular à reta que contém o lado \overline{FG} , o segmento \overline{EH} chama-se **altura** do triângulo, relativa ao lado \overline{FG} .

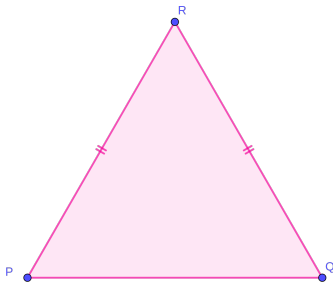


Algumas Definições



Definição 6

Um triângulo que tem dois lados congruentes é denominado **isósceles**.

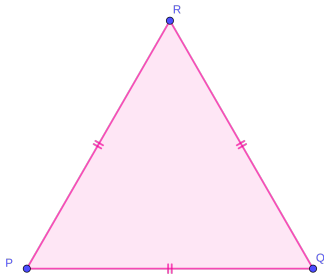


Algumas Definições



Definição 7

Um triângulo cujos lados são congruentes chama-se **equilátero**.



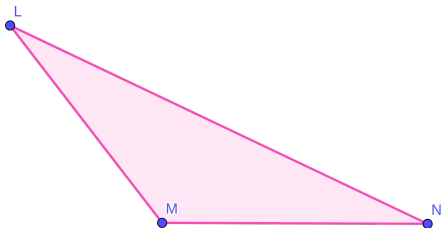
Obs: Todo triângulo equilátero possui dois lados congruentes, logo ele também será isósceles.

Algumas Definições



Definição 8

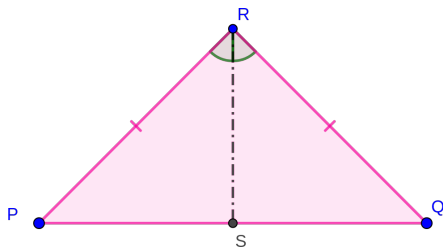
Um triângulo no qual dois lados quaisquer não são congruentes, chama-se **escaleno**.



Teorema 2



Num triângulo isósceles, a bissetriz do ângulo do vértice é também mediana e altura.



Corolários



Corolário 1

Em todo triângulo isósceles, os ângulos da base (o lado não congruente) são congruentes.

Corolário 2

Todo triângulo equilátero possui os três ângulos congruentes.