



- (1) **(Juros Compostos)** Se um principal de P reais é investido a uma taxa anual de juros r , e os juros são creditados n vezes ao ano, o montante $A(t)$ gerado em um período de tempo t é dado pela fórmula:

$$A(t) = P \left(1 + \frac{r}{n} \right)^{nt}.$$

- a) Calcule a quantia aproximada de dinheiro disponível se R\$1000,00 são investidos a 5% de juros a cada 7 anos, capitalizados mensalmente.
 - b) Deduza a fórmula $A(t) = Pe^{rt}$ para a quantia de dinheiro resultante de investimento principal P por um período t , a uma taxa anual r , capitalizada continuamente (ou seja, $n \rightarrow \infty$).
 - c) Use a fórmula do item b) para calcular a quantia aproximada de dinheiro disponível se R\$1000,00 são investidos a 5% de juros a cada 7 anos, capitalizados continuamente.
- (2) **(Crescimento Populacional Logístico)** Se uma população consistindo inicialmente de N_0 indivíduos é modelada como crescente e com população limite (devido a recursos limitados) de P indivíduos, a população $N(t)$, em qualquer instante t posterior, é dada pela fórmula:

$$N(t) = \frac{N_0 P}{N_0 + (P - N_0)e^{-kt}}.$$

Se a população de trutas em um lago é dada pela fórmula

$$N(t) = \frac{9000}{8 + 10e^{-0,05t}}$$

- a) Qual a população atual?
 - b) Qual será a população daqui a 10 anos, aproximadamente?
 - c) De acordo com o modelo, qual é o número máximo de trutas possível de modo que os recursos necessários para a sobrevivência sejam suficientes? (Ou seja, determine a população limite, $t \rightarrow \infty$.)
- (3) Definimos a **velocidade instantânea** como o limite das velocidades médias:

$$v(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = f'(x).$$

De maneira análoga, a **aceleração instantânea** é dada como o limite das acelerações médias:

$$a(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{v(x+h) - v(x)}{h} = v'(x).$$

Se uma partícula move-se sobre o eixo y de modo que, no instante x , a posição x é dada por $y = x^2$, $x \geq 0$, onde x é dado em segundos e y é dado em metros.

- a) Qual a velocidade da partícula no instante x ? E em $x = 2$?
 - b) Qual a aceleração da partícula no instante x ? E em $x = 2$?
- (4) Encontre a equação da reta tangente ao gráfico de $f(x) = x^4$ em $(1, 1)$.
- (5) Escreva as funções abaixo como a composta de duas funções:

- a) $h(x) = (3x^4 + 5)^3$
- b) $h(x) = \sqrt{x^2 + 5x - 6}$
- c) $h(x) = \sqrt{1 + \cos^2 x}$
- d) $h(x) = \sin(2x - \pi/3)$
- e) $h(x) = e^{3 \tan x}$

- (6) Usando a continuidade das funções, determine os limites abaixo:

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} (3x^4 + 5)^3$
- b) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \sqrt{x^2 + 5x - 6}$
- c) $\lim_{x \rightarrow \pi} \sqrt{1 + \cos^2 x}$
- d) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \sin(2x - \pi/3)$
- e) $\lim_{x \rightarrow \pi/4} e^{3 \tan x}$

Gabarito

- (1) a) $A(7) \approx R\$1418,04$.
- b) $A(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} P \left(1 + \frac{r}{n} \right)^{nt}$.
- c) $A(7) \approx R\$1419,07$
- (2) a) $N(0) = 500$
- b) $N(10) \approx 639$
- c) $\lim_{t \rightarrow \infty} N(t) = 1125$

(3) a) $v(x) = 2x$; $v(2) = 4 \text{ m/s}$

b) $a(x) = 2$; $a(2) = 2 \text{ m/s}^2$

(4) $y = 4x - 3$

(5) a) $f(x) = x^3$ e $g(x) = 3x^4 + 5$

b) $f(x) = \sqrt{x}$ e $g(x) = x^2 + 5x - 6$

c) $f(x) = \sqrt{x}$ e $g(x) = 1 + \cos^2 x$

d) $f(x) = \text{sen } x$ e $g(x) = 2x - \pi/3$

e) $f(x) = e^x$ e $g(x) = 3 \tan x$

(6) Usando a continuidade das funções, determine os limites abaixo:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} (3x^4 + 5)^3 = 125$

b) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} \sqrt{x^2 + 5x - 6} = \sqrt{5\sqrt{2} - 4}$

c) $\lim_{x \rightarrow \pi} \sqrt{1 + \cos^2 x} = \sqrt{2}$

d) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \text{sen}(2x - \pi/3) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

e) $\lim_{x \rightarrow \pi/4} e^{3 \tan x} = e^3$