Universidade Federal da Grande Dourados

Cálculo II

Lista de Exercícios: P1

1 - Técnicas de Integração

1.1 - Revisão de Integrais.

1.2 - O Método de Substituição.

1.3 - Integração por partes.

1.4 - Integração por Frações Parciais.

1.5 - Integrais impróprias.

1.6 - Aplicações de integrais.

2 - EDO's de 1ª ordem

2.1 - Definição e Motivação.

2.2 - Resolução de EDO's de 1ª ordem: Equações Separáveis.

2.3 - Resolução de EDO's de 1ª ordem: Método do Fator Integrante.

Profa. Karla Katerine Barboza de Lima
FACET/UFGD

1 Técnicas de Integração

1.1 Revisão de Integração

Exercício 1 *Calcule as integrais:*

a) $\displaystyle\int_{-1}^{1} x^{100} dx$

b) $\displaystyle\int_{0}^{1} 1 + \frac{1}{2}u^4 - \frac{2}{5}u^9 du$

c) $\displaystyle\int_{1}^{2} \frac{v^5 + 3v^6}{v^4} dv$

d) $\displaystyle\int_{-1}^{1} e^{u+1} du$

e) $\displaystyle\int_{-2}^{2} f(x)dx$*, onde:*

$$f(x) = \begin{cases} 2 & se \quad -2 \leq x \leq 0, \\ 4 - x^2 & se \quad 0 < x \leq 2 \end{cases}$$

f) $\displaystyle\int_{-1}^{2} \frac{4}{x^3} dx$

Gabarito

1. a) $\displaystyle\int_{-1}^{1} x^{100} dx = \frac{2}{101}$

   b) $\displaystyle\int_{0}^{1} 1 + \frac{1}{2}u^4 - \frac{2}{5}u^9 du = \frac{53}{50}$

   c) $\displaystyle\int_{1}^{2} \frac{v^5 + 3v^6}{v^4} dv = \frac{17}{2}$

   d) $\displaystyle\int_{-1}^{1} e^{u+1} du = e^2 - 1$

   e) $\displaystyle\frac{28}{3}$

   f) Indeterminado, pois f possui um descontinuidade infinita no intervalo de integração.

1.2 O Método de Substituição

Exercício 2 *Calcule a integral fazendo a substituição dada.*

a) $\displaystyle\int_1^2 \frac{dx}{(3-5x)^2},\ u = 3-5x.$

b) $\displaystyle\int_0^\pi \cos(3x)\,dx,\ u = 3x.$

c) $\displaystyle\int_0^1 x(4+x^2)^{10}\,dx,\ u = 4+x^2.$

d) $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \cos^3\theta sen\,\theta\,d\theta,\ u = \cos\theta.$

e) $\displaystyle\int_0^1 (x^2-1)^4x^5\,dx,\ u = x^2-1.$

Exercício 3 *Avalie a integral definida.*

a) $\displaystyle\int_0^1 \cos(\pi t/2)\,dt.$

b) $\displaystyle\int_1^2 \frac{e^{1/x}}{x^2}\,dx.$

c) $\displaystyle\int_e^{e^4} \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}\,dx.$

d) $\displaystyle\int_0^1 \frac{e^z+1}{e^z+z}\,dz.$

e) $\displaystyle\int_0^1 \frac{dx}{1+\sqrt{x}}.$

Exercício 4 *Um tanque de armazenamento de petróleo sofre uma ruptura em* $t = 0$ *e o petróleo vaza do tanque a uma taxa de* $r(t) = 100e^{-0{,}01t}$ *litros por minuto. Quanto petróleo vazou na primeira hora?*

Exercício 5 *A respiração é cíclica e o ciclo completo respiratório desde o início da inalação até o fim da expiração demora cerca de 5 s. A taxa máxima de fluxo de ar nos pulmões é de cerca de* $0,5\,L/s$*. Isso explica, em partes, porque a função* $f(t) = \frac{1}{2}sen\,(2\pi t/5)$ *tem sido frequentemente utilizada para modelar a taxa de fluxo de ar nos pulmões. Use esse modelo para encontrar o volume de ar inalado nos pulmões no instante* t *.*

Exercício 6 *Se* f *for contínua e* $\displaystyle\int_0^4 f(x)\,dx = 10$*, calcule* $\displaystyle\int_0^2 f(2x)\,dx$*.*

Gabarito

2. a) $\dfrac{1}{14}$

b) 0

c) $\dfrac{5^{11}-4^{11}}{22}$

d) $\dfrac{1}{4}$

e) $\dfrac{1}{210}$

3. a) $\dfrac{2}{\pi}$

   b) $e-\sqrt{e}$

   c) 2

   d) $\ln(e+1)$

   e) $2-2\ln 2$

4. Aproximadamente 4512 litros.

5. $\dfrac{5}{4\pi}\left(1-\cos\left(\dfrac{2\pi t}{5}\right)\right)$ litros.

6. 5

Referências

[1] STEWART J., *Cálculo*, Volume I, Editora Thomson.

[2] Anton H., *Cálculo*, Volume I, Editora Bookman.