



# Fundamentos da Matemática II

---

## Lista de Exercícios: P1

### Trigonometria Básica

- 1 - Arcos e Ângulos.
- 2 - Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo.
- 3 - Relações Trigonométricas
- 4 - Razões Trigonométricas Especiais. O Círculo Trigonométrico.
- 5 - Redução ao Primeiro Quadrante.
- 6 - Fórmulas e Operações com Arcos.
- 7 - Trigonometria em Triângulos Quaisquer.

---

Profa. Karla Katerine Barboza de Lima  
FACET/UFGRD

# 1 Arcos e Ângulos

**Exercício 1** *Converta para radianos.*

- a)  $184^\circ$
- b)  $210^\circ$
- c)  $315^\circ$
- d)  $240^\circ$
- e)  $300^\circ$

**Exercício 2** *Converta para graus.*

- a)  $\frac{\pi}{6} \text{ rad}$
- b)  $\frac{5\pi}{6} \text{ rad}$
- c)  $\frac{2\pi}{3} \text{ rad}$
- d)  $\frac{3\pi}{4} \text{ rad}$

**Exercício 3** *Um ângulo central de uma circunferência de raio 30 cm intercepta um arco de 6 cm. Expresse o ângulo central  $\alpha$  em radianos e em graus.*

**Exercício 4** *Um ângulo central de uma circunferência de raio 36 cm intercepta um arco de  $3\pi$  cm. Calcule o valor do ângulo central  $\alpha$  que o arco acima determina na circunferência, em radianos e em graus.*

**Exercício 5** *Calcule o comprimento  $l$  do arco  $\widehat{AB}$  definido numa circunferência de raio  $r = 10$  cm, por um ângulo central de  $60^\circ$ .*

**Exercício 6** *Calcule a medida do ângulo central  $A\hat{O}B$  que determina em uma circunferência de raio  $r$  um arco de comprimento  $\frac{2}{3}\pi r$ .*

## Gabarito

- 1. (a)  $\frac{46\pi}{45} \text{ rad}$
- (b)  $\frac{7\pi}{6} \text{ rad}$
- (c)  $\frac{7\pi}{4} \text{ rad}$
- (d)  $\frac{4\pi}{3} \text{ rad}$

(e)  $\frac{5\pi}{3} \text{ rad}$

2. (a)  $30^\circ$

(b)  $150^\circ$

(c)  $120^\circ$

(d)  $135^\circ$

3.  $\alpha = \frac{1}{5} \text{ rad} = \frac{36^\circ}{\pi}$

4.  $\alpha = \frac{\pi}{12} \text{ rad} = 15^\circ$

5.  $l = \frac{10}{3} \pi \text{ cm}$

6.  $\frac{2}{3} \pi \text{ rad}$

## 2 Relações Trigonométricas

**Exercício 7** Ache os valores de  $x$  que verificam simultaneamente  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{x+1}{2}$  e  $\sec \alpha = \sqrt{x+2}$ .

**Exercício 8** Calcule o valor de  $\cos x$ , sabendo que  $\cotg x = \frac{2\sqrt{m}}{m-1}$ , com  $m > 1$ .

**Exercício 9** Se  $\operatorname{sen} x = \frac{1}{3}$  e  $\cos x > 0$ , calcule o valor da expressão

$$y = \frac{1}{\operatorname{cosec} x + \cotg x} + \frac{1}{\operatorname{cosec} x - \cotg x}.$$

**Exercício 10** Calcule o valor de  $m$  para que  $\operatorname{sen} x = 2m + 1$  e  $\cos x = 4m + 1$ .

### Gabarito

7.  $x = -1$  ou  $x = 3$ .

8.  $\cos x = \frac{2\sqrt{m}}{m+1}$ .

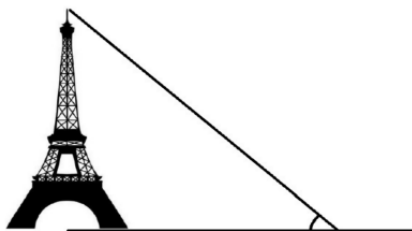
9.  $y = 6$ .

10.  $m = -\frac{1}{10}$  ou  $m = -\frac{1}{2}$ .

### 3 Razões Trigonométricas Especiais. O Círculo Trigonométrico.

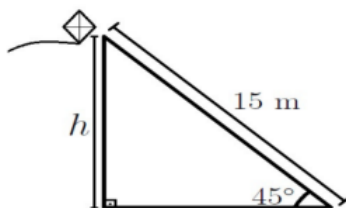
#### 3.1 Razões Trigonométricas Especiais

**Exercício 11** Com o objetivo de calcular a altura de uma torre, um engenheiro mediu um ângulo de  $45^\circ$  do topo da torre com o solo, a uma distância de 15 metros do centro da base da torre, conforme mostra a ilustração abaixo.

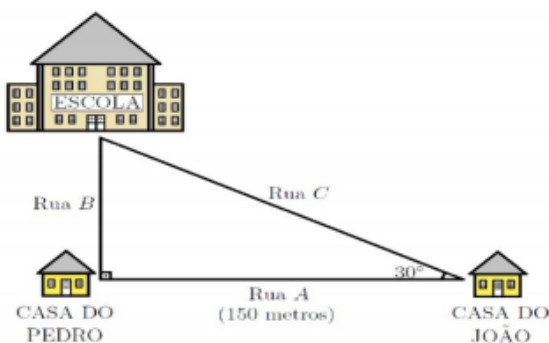


Verifique qual a altura da torre em relação ao solo.

**Exercício 12** Uma pipa é presa a um fio esticado que forma um ângulo de  $45^\circ$  com o solo. Se o comprimento do fio é de 15 metros, determine a altura da pipa em relação ao solo.



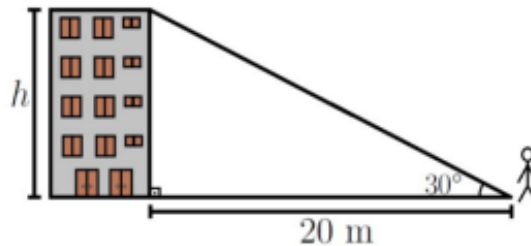
**Exercício 13** João e Pedro são dois amigos que costumam ir juntos à escola. Geralmente, João se desloca até a casa do Pedro, passando pela rua A, para então se deslocarem juntos até a escola utilizando a rua B, conforme a figura abaixo.



Certo dia, Pedro não pôde ir à aula, e João decidiu se deslocar até a escola utilizando a rua  $C$ . Sabendo que as ruas  $A$  e  $B$  são perpendiculares, que as ruas  $A$  e  $C$  formam um ângulo de  $30^\circ$ , e que a distância entre as casas de João e Pedro é de 150 metros, determine:

- Qual a distância percorrida diariamente por João, passando pela casa de Pedro?
- No dia em que João utilizou a rua  $C$  para ir até a escola, qual foi a distância percorrida?

**Exercício 14** Determine a altura do prédio da figura abaixo, sabendo que a distância entre o observador e o prédio é de 20 metros e que o ângulo do solo ao topo do prédio é de  $30^\circ$ .



### Gabarito

- 15 metros.
- $\frac{15\sqrt{2}}{2}$  metros.
- Para ir até a escola, passando pela casa de Pedro, João percorre  $50(3 + \sqrt{3})$  metros.
  - Para ir até a escola, passando pela rua  $C$ , João percorre  $100\sqrt{3}$  metros.
- $h = \frac{20\sqrt{3}}{3}$ .

### 3.2 O Ciclo Trigonométrico

**Exercício 15** *Encontre a primeira determinação positiva dos seguintes arcos:*

- a)  $1930^\circ$
- b)  $-4350^\circ$
- c)  $\frac{25\pi}{3} rad$
- d)  $\frac{26\pi}{5} rad$
- e)  $-\frac{49\pi}{6} rad$
- f)  $-\frac{2\pi}{3} rad$

#### Gabarito

15.    a)  $130^\circ$   
      b)  $330^\circ$   
      c)  $\frac{\pi}{3} rad$   
      d)  $\frac{6\pi}{5} rad$   
      e)  $\frac{11\pi}{6} rad$   
      f)  $\frac{4\pi}{3} rad$

## 4 Redução ao Primeiro Quadrante

**Exercício 16** *Encontre os valores reais de  $t$  para os quais*

$$\cos x = \frac{1-t}{t}.$$

**Exercício 17** *Estude o sinal de cada expressão abaixo:*

- a)  $\operatorname{sen} 100^\circ \cdot \cos 100^\circ$
- b)  $\operatorname{sen} 550^\circ \cdot \cos 1000^\circ$
- c)  $\frac{\operatorname{sen} 1750^\circ \cdot \cos 600^\circ}{\cos 5000^\circ \cdot \cos(-10)^\circ}$

**Exercício 18** *Encontre a expressão geral, em radianos, dos arcos  $x$  para os quais*

$$\cos\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = -1.$$

### Gabarito

16.  $t \in \left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$  (ou seja,  $t > \frac{1}{2}$ ).

17. a) Negativo.  
b) Negativo.  
c) Positivo.

18. Os arcos são da forma  $x = \frac{1 + \pi + 2k\pi}{1 - \pi - 2k\pi}$ , com  $k \in \mathbb{Z}$ .



## 5 Fórmulas e Operações com Arcos

1. Utilizando as fórmulas do seno e cosseno da soma / diferença, prove que:

a)  $\operatorname{sen}(\theta - \pi/2) = -\cos \theta$

b)  $\operatorname{sen}(\theta + \pi/2) = \cos \theta$

c)  $\cos(\theta - \pi/2) = \operatorname{sen} \theta$

d)  $\cos(\theta + \pi/2) = -\operatorname{sen} \theta$

e)  $\operatorname{sen}(\theta - \pi) = -\operatorname{sen} \theta$

f)  $\cos(\theta - \pi) = -\cos \theta$

g)  $\operatorname{sen}(\theta + \pi) = -\operatorname{sen} \theta$

h)  $\cos(\theta + \pi) = -\cos \theta$

i)  $\operatorname{sen}(\theta + 2\pi) = \operatorname{sen} \theta$

j)  $\cos(\theta + 2\pi) = \cos \theta$

2. Verifique as igualdades acima, desenhando no Ciclo Trigonométrico.

3. Sabendo que  $x + y = 120^\circ$  e que  $\tan x = \frac{3}{2}$ , onde  $x$  é um arco do 1º quadrante, calcule a  $\operatorname{cosec} y$ .

4. Demonstre que  $(\operatorname{sen} x + \cos x)^2 = 1 + 2\operatorname{sen}(2x)$ .

5. Sabendo que  $\sec x = -\frac{13}{5}$  e que  $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$ , calcule o valor de  $\operatorname{sen}(2x)$ .

6. Mostre que

a)  $\operatorname{sen} 40^\circ + \operatorname{sen} 20^\circ = \cos 10^\circ$

b)  $\operatorname{sen} 105^\circ + \operatorname{sen} 15^\circ = \frac{\sqrt{6}}{2}$

c)  $\cos 130^\circ + \cos 110^\circ + \cos 10^\circ = 0$

d)  $\cos 220^\circ + \cos 100^\circ + \cos 20^\circ = 0$

7. Para medir a altura de uma torre, um observador, distante da base da torre, vê o seu topo sob um ângulo de  $75^\circ$ . Afastando-se mais 12 m da torre, passa a ver o topo sob um ângulo de  $15^\circ$ . Determine a altura da torre.

### Gabarito

19.

20.

21.

22.  $\operatorname{sen}(2x) = \frac{120}{169}$

23.

24.  $4\sqrt{3}m$

## Referências

- [1] Molter, A. and Nachtigall, C. and Zahn, M., *Trigonometria e Números Complexos: com aplicações*, Editora Blucher, 2020.
- [2] Iezzi, G., *Fundamentos de matemática elementar, 3: trigonometria*, Atual, 2004.