

# Aula 02: O Cálculo Proposicional

---

Karla Lima

Álgebra Elementar: 05/09/23

FACET/UFGD

Proposições

Classificação dos Conectivos

Considerações Finais

# Proposições

---

# Proposições Categóricas [1]

A frase “Políticos são corruptos” pode ser associada a afirmações como:

- a) “Todos os políticos são corruptos”,  
ou
- b) “Alguns políticos são corruptos”,  
ou
- c) “Em geral, os políticos são corruptos”,  
ou ainda
- d) “A maior parte dos políticos é corrupta”.

# Proposições Categóricas

Sem ambiguidades, podemos classificar a) como falsa e b) como verdadeira. Mas em c) e d) temos um conteúdo menos preciso.

# Proposições Categóricas

Para evitar que haja dúvidas quanto ao seu entendimento, os argumentos usados na lógica de Aristóteles estão entre os quatro tipos abaixo:

**Afirmação Universal:** “Todo a é b.”

**Negação Universal:** “Nenhum a é b.”

**Afirmação Particular:** “Algum a é b.”

**Negação Particular:** “Algum a não é b.”

# Negação de Proposições

Pense um pouco: como seria negar cada uma das proposições categóricas, dadas no slide anterior?

De forma bem simplista, podemos dizer que, negar uma proposição, é pensar na “menor mudança” que a faria não ser garantida. Por exemplo:

# Negação de Proposições

Pense um pouco: como seria negar cada uma das proposições categóricas, dadas no slide anterior?

De forma bem simplista, podemos dizer que, negar uma proposição, é pensar na “menor mudança” que a faria não ser garantida. Por exemplo:

**Afirmação Universal:** “Todo a é b.”



# Negação de Proposições

Pense um pouco: como seria negar cada uma das proposições categóricas, dadas no slide anterior?

De forma bem simplista, podemos dizer que, negar uma proposição, é pensar na “menor mudança” que a faria não ser garantida. Por exemplo:

**Afirmação Universal:** “Todo a é b.”

**Negação:** “Algum a não é b.”

Ou seja, a negação de uma afirmação universal é uma negação particular.

# Negação de Proposições

Negação Universal: “Nenhum a é b.”

# Negação de Proposições

**Negação Universal:** “Nenhum a é b.”

**Negação:** “Algum a é b.”

Ou seja, a negação de uma negação universal é uma afirmação particular.

## Exercício 1

*Quais são as negativas das proposições do tipo “Afirmação Particular” e “Negação Particular”?*

# Princípios da Lógica Clássica [2]

**Princípio da Identidade:**“ Toda proposição é idêntica a si mesma.”

**Princípio da Não Contradição:**“ Uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo.”

**Princípio do Terceiro Excluído:**“ Toda proposição ou é verdadeira ou é falsa, não existindo um terceiro valor que ela possa assumir”

# Proposições Simples e Compostas

Uma proposição **simples** é uma sentença (verdadeira ou falsa) que representa uma única ação; ou seja, contém uma única afirmação.

# Proposições Simples e Compostas

Uma proposição **simples** é uma sentença (verdadeira ou falsa) que representa uma única ação; ou seja, contém uma única afirmação.

Por exemplo, são simples as proposições:

“Karla é alagoana.”

“ $2 + 2 = 5$ .”

# Proposições Simples e Compostas

Uma proposição **composta** concatena duas ou mais sentenças.



# Proposições Simples e Compostas

Uma proposição **composta** concatena duas ou mais sentenças.

Por exemplo, são compostas as proposições:

“Karla é alagoana e  $2 + 2 = 5$ .”

“O aluno será aprovado se a nota for igual ou superior a 6 e a frequência for igual ou superior a 75%.”

# Conectivos Proposicionais

Trabalharemos com 5 conectivos que substituirão simbolicamente as expressões:

Expressão	Símbolo
e	$\wedge$
ou	$\vee$
se..., então...	$\rightarrow$ (ou $\Rightarrow$ )
se, e somente se	$\leftrightarrow$ (ou $\Leftrightarrow$ )
não	$\neg$

# Exemplo 1

## Exemplo 1

- a) A proposição composta “Somos pobres mortais e fanáticos torcedores da vida” é a união, pelo conectivo e, das proposições simples:

“Somos pobres mortais”

“(somos) fanáticos torcedores da vida”

# Exemplo 1

b) A proposição composta “Se não nos alimentarmos, morreremos” é a união, pelo conectivo **Se...., então,** ...., das proposições simples:

“não nos alimentarmos”

“(nós) morreremos”

# Classificação dos Conectivos

---

## Definição 1

*Conjunção* é o resultado da combinação de duas proposições simples ligadas pela palavra *e*, que é representada pelo símbolo  $\wedge$ .

A conjunção pode também ser expressa por palavras como: **mas, todavia, contudo, no entanto, visto que, enquanto, além disso, embora.**

# Exemplo 2

## Exemplo 2

a) *Maria foi ao cinema e Pedro, ao teatro.*

*M = Maria foi ao cinema.*

*P = Pedro foi ao teatro.*

b) *André foi ao baile, mas Maria ficou em casa.*

*A = André foi ao baile.*

*M = Maria ficou em casa.*

## Definição 2

*Disjunção* é o resultado da combinação de duas proposições simples ligadas pela palavra **ou**, que é representada pelo símbolo  $\vee$ .



# Disjunção

Na linguagem coloquial, a palavra **ou** pode ser empregada no sentido inclusivo

“Paulo é matemático ou físico.” (Ele pode ser os dois)

ou no sentido exclusivo

“João é paulistano ou gaúcho.” (Ele pode ser apenas uma das opções)

# Disjunção

Na linguagem coloquial, a palavra **ou** pode ser empregada no sentido inclusivo

“Paulo é matemático ou físico.” (Ele pode ser os dois)

ou no sentido exclusivo

“João é paulistano ou gaúcho.” (Ele pode ser apenas uma das opções)

No cálculo proposicional, somente o **ou inclusivo** será abordado.

# Exemplo 3

## Exemplo 3

a) *Maria foi ao cinema ou ao teatro.*

$M_c = \text{Maria foi ao cinema.}$

$M_t = \text{Maria foi ao teatro.}$

b) *José será jogador de futebol ou seguirá a carreira de Medicina.*

$F = \text{José será jogador de futebol.}$

$M = \text{José seguirá a carreira de Medicina.}$

# Condicional

## Definição 3

*Duas proposições formam uma **condicional** quando for possível colocá-las na seguinte forma:*

*Se (proposição 1), então (proposição 2).*

# Condicional

## Definição 3

*Duas proposições formam uma **condicional** quando for possível colocá-las na seguinte forma:*

*Se (proposição 1), então (proposição 2).*

- a proposição 1 é chamada de antecedente, e a proposição 2 de consequente;

# Condicional

## Definição 3

*Duas proposições formam uma **condicional** quando for possível colocá-las na seguinte forma:*

*Se (proposição 1), então (proposição 2).*

- a proposição 1 é chamada de antecedente, e a proposição 2 de consequente;
- o símbolo utilizado para ligar as duas proposições de uma condicional é  $\rightarrow$  (ou  $\Rightarrow$ , em matemática).

## Exemplo 4

### Exemplo 4

a) *Se o Brasil for campeão, eu vou para o Japão.*

*B = O Brasil for campeão.*

*J = Eu vou para o Japão.*

b) *Se todos os homens são mortais e Sócrates é um homem, então Sócrates é mortal.*

*H = Todos os homens são mortais.*

*S = Sócrates é um homem.*

*M = Sócrates é mortal.*

## Definição 4

*É chamada de **bicondicional**, toda proposição composta, de duas proposições, que pode ser colocada na forma:*

*(proposição 1) se, e somente se, (proposição 2).*



# Bicondicional

## Definição 4

*É chamada de **bicondicional**, toda proposição composta, de duas proposições, que pode ser colocada na forma:*

*(proposição 1) se, e somente se, (proposição 2).*

- pode ser entendida como a conjunção de dois condicionais:  $p \rightarrow q$  e  $q \rightarrow p$ ;

# Bicondicional

## Definição 4

*É chamada de **bicondicional**, toda proposição composta, de duas proposições, que pode ser colocada na forma:*

*(proposição 1) se, e somente se, (proposição 2).*

- pode ser entendida como a conjunção de dois condicionais:  $p \rightarrow q$  e  $q \rightarrow p$ ;
- o símbolo utilizado para ligar as duas proposições de uma bicondicional é  $\leftrightarrow$  (ou  $\Leftrightarrow$ , em matemática).

# Exemplo 5

## Exemplo 5

a) *Só ganharás o dinheiro se completares o trabalho.*

# Exemplo 5

## Exemplo 5

a) *Só ganharás o dinheiro se completares o trabalho.*

*Tal proposição é equivalente a:*

*Ganharás dinheiro se, e somente se, completares o trabalho.*

*D = Ganharás o dinheiro.*

*T = Completares os trabalho.*

## Exemplo 5

- b) Só haverá diminuição da violência se a educação for prioridade governamental.

## Exemplo 5

b) Só haverá diminuição da violência se a educação for prioridade governamental.

Tal proposição é equivalente a:

Haverá diminuição da violência se, e somente se, a educação for prioridade governamental.

D = Haverá diminuição da violência.

T = A educação é prioridade governamental.

## Definição 5

*O conectivo de **negação** não liga duas proposições, mas simplesmente nega a afirmação da proposição que o precede.*

## Definição 5

*O conectivo de **negação** não liga duas proposições, mas simplesmente nega a afirmação da proposição que o precede.*

- *é um conectivo unário, enquanto os outros são binários - pois conectam duas proposições;*



## Definição 5

*O conectivo de **negação** não liga duas proposições, mas simplesmente nega a afirmação da proposição que o precede.*

- *é um conectivo unário, enquanto os outros são binários - pois conectam duas proposições;*
- *o símbolo utilizado para esse conectivo é  $\neg$ .*

# Exemplo 6

## Exemplo 6

- a) *Luís não recebeu o seu pagamento na data prevista.*  
 $L = \text{Luís recebeu o seu pagamento na data prevista.}$
- b) *A estabilidade não gera desemprego.*  
 $L = \text{A estabilidade gera desemprego.}$

A lógica matemática trata das relações entre proposições, considerando a forma que essa relação assume e não o seu conteúdo.

A lógica matemática trata das relações entre proposições, considerando a forma que essa relação assume e não o seu conteúdo.

Em função disso, representamos cada proposição por uma letra maiúscula do alfabeto latino, como veremos a seguir.

# Exemplo 7

## Exemplo 7

*Linguagem simbólica: Dada a proposição*

*“José é jogador de futebol do Flamengo e Leandro seguiu a carreira de Medicina.”,*

*definimos:*

*$J$  = José é jogador de futebol do Flamengo.*

*$L$  = Leandro seguiu a carreira de Medicina.*

*A representação simbólica fica:  $J \wedge L$ .*

## Exercício 2

*Reescreva todas as proposições dos exemplos 2 – 6 em forma simbólica.*

# Considerações Finais

---

# O que aprendemos

1. Conectivos binários são as formas com que podemos relacionar duas proposições;
2. O conectivo unário de negação apenas nega a proposição precedente.
3. Em lógica, podemos escrever proposições compostas de forma simbólica, pois estamos preocupados com sua forma e não com seu conteúdo.



## Um Puzzle [3]

Há uma grande variedade de quebra-cabeças sobre uma ilha em que certos habitantes chamados "cavaleiros" sempre dizem a verdade e outros chamados "patifes" sempre mentem. Presume-se que cada habitante da ilha seja um cavaleiro ou um patife. O seguinte quebra-cabeça segue essas premissas.

Dois dos habitantes dessa ilha - A e B, cada um dos quais é um cavaleiro ou um patife - estavam juntos em um jardim. Um estranho passou e perguntou à A: "Você é um cavaleiro ou um patife?" A respondeu: "Pelo menos um de nós é um patife."

O que são A e B?

# Referências



M.O. da Cunha and N.J. Machado.

*Lógica e linguagem cotidiana: Verdade, coerência, comunicação, argumentação.*

Autêntica Editora, 2013.



L. B. Bispo, C.A. F. and Castanheira and O.M. S. Filho.

*Introdução à lógica Matemática.*

Cengage Learning Brasil, 2017.



R.M. Smullyan.

*What is the Name of this Book?: The Riddle of Dracula and Other Logical Puzzles.*

Prentice-Hall, 1978.