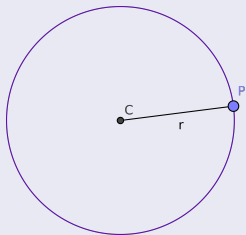


O círculo

Definição

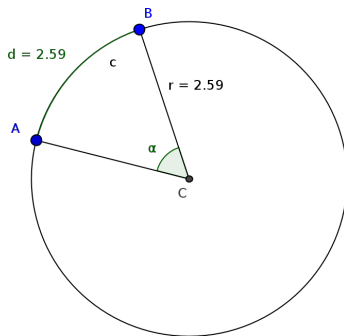
O conjunto de todos os pontos que estão a exatamente uma determinada distância r de um ponto C dado no \mathbb{R}^2 .



O Radiano

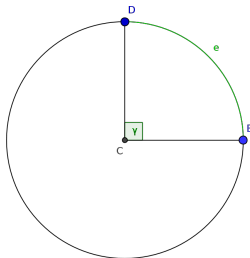
- É uma forma de medir ângulos muito usada em trigonometria.
- É determinado pela razão entre o comprimento de um arco circular e seu raio.

O Radiano



Na circunferência acima, o ângulo α subtende o arco AB cujo comprimento é igual ao raio. Dizemos que este ângulo mede 1 radiano.

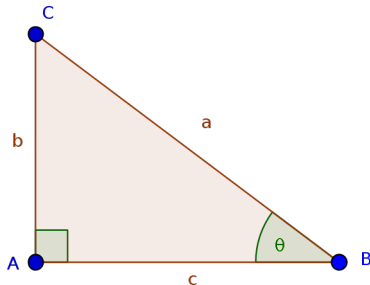
O Radiano



Exemplo: Quantos radianos tem o ângulo γ em radianos? E em graus?

Resposta: $\gamma = \frac{2r\pi/4}{r} = \frac{\pi}{4}$ radianos e 90 graus. Ou seja, o ângulo medir 90 graus é equivalente a medir $\frac{\pi}{4}$ radianos.

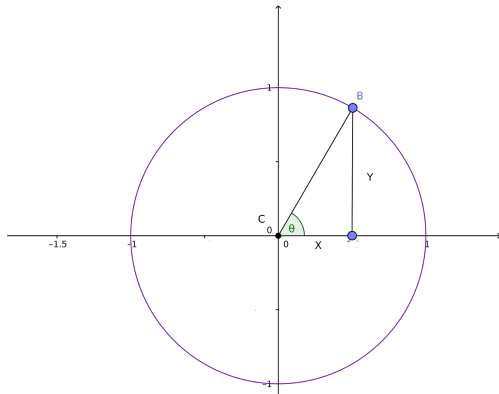
Seno e Cosseno em um triângulo retângulo



Relações no triângulo retângulo:

- $\cos \theta = \frac{c}{a} = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$
- $\sin \theta = \frac{b}{a} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$

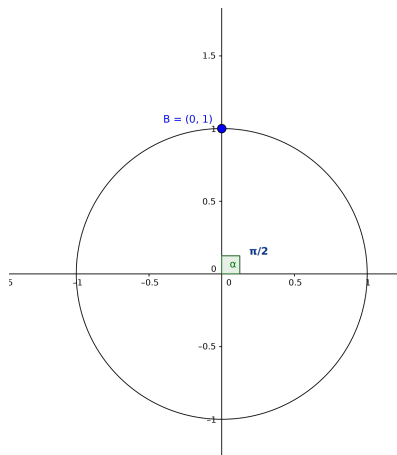
O círculo trigonométrico



Das relações trigonométricas no triângulo, vemos que:

$$\begin{cases} x = \cos \theta \\ y = \sin \theta \end{cases} \Rightarrow \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

O círculo trigonométrico



$$B = (\cos \alpha, \sin \alpha) = (0, 1)$$

O seno como uma função

- Usando o círculo trigonométrico, podemos definir o seno de qualquer número real x que esteja no intervalo $[0, 2\pi]$.
- Podemos estender este conceito para todos os números reais usando as seguintes propriedades do seno:

$$f(x+2\pi) = \sin(x+2\pi) = \sin x \cos 2\pi + \sin 2\pi \cos x = \sin x = f(x)$$

$$f(x-2\pi) = \sin(x-2\pi) = \sin x \cos 2\pi - \sin 2\pi \cos x = \sin x = f(x)$$

- Funções que satisfazem $f(x+T) = f(x)$ são chamadas Funções Periódicas, com período T .
- Assim, a função seno é uma função periódica, de período 2π .

O cosseno como uma função

- Do mesmo modo, podemos definir o cosseno de qualquer número real x que esteja no intervalo $[0, 2\pi]$.
- Podemos estender este conceito para todos os números reais usando as seguintes propriedades do cosseno:

$$f(x+2\pi) = \cos(x+2\pi) = \cos x \cos 2\pi - \sin 2\pi \sin x = \cos x = f(x)$$

$$f(x-2\pi) = \cos(x-2\pi) = \cos x \cos 2\pi + \sin 2\pi \sin x = \cos x = f(x)$$

- Assim, a função cosseno é uma função periódica, também de período 2π .

Portanto, podemos definir as funções seno e cosseno para todos os números reais:

$$\begin{array}{ccccc} \text{sen} : \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} & \text{e} & \cos : \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longrightarrow & \text{sen} x & & x & \longrightarrow & \cos x \end{array}$$