

Exercícios contextualizados

- 24** (Enem) Um posto de combustível vende 10.000 litros de álcool por dia a R\$ 1,50 cada litro. Seu proprietário percebeu que, para cada centavo de desconto que concedia por litro, eram vendidos 100 litros a mais por dia. Por exemplo, no dia em que o preço do álcool foi R\$ 1,48, foram vendidos 10.200 litros. Considerando x o valor, em centavos, do desconto dado no preço de cada litro, e V o valor, em R\$, arrecadado por dia com a venda do álcool, então a expressão que relaciona V e x é:
- a) $V = 10.000 + 50x - x^2$ d) $V = 15.000 + 50x - x^2$
b) $V = 10.000 + 50x + x^2$ e) $V = 15.000 - 50x + x^2$
c) $V = 15.000 - 50x - x^2$

- 25** (Unicamp-SP) Uma piscina, cuja capacidade é de 120 m^3 , leva 20 horas para ser esvaziada. O volume de água na piscina, t horas após o início do processo de esvaziamento, é dado pela função $V(t) = a(b - t)^2$ para $0 \leq t \leq 20$ e $V(t) = 0$ para $t \geq 20$.
- a) Calcule as constantes a e b .
b) Faça o gráfico da função $V(t)$ para $t \in [0, 30]$.

- 26** (UnB-DF) A tabela abaixo apresenta informações relativas às pizzas de uma pizzaria.

Tamanho	Diâmetro [cm]	Preço (R\$)
pequena	20	6,00
média	30	11,00
grande	40	18,00



Considerando que, nessa pizzaria, o preço P , em real, de uma pizza é calculado pela soma de um custo fixo c com um termo que depende do raio r , em centímetro, da pizza segundo a função $P(r) = c + br + ar^2$, faça o que se pede.

- a) Calcule o valor de b .
b) Calcule o valor de c .
c) Determine o preço, em real, de uma pizza gigante, de 50 cm de diâmetro.

- 27** (UFPE) Suponha que o consumo de um carro, para percorrer 100 km com velocidade de x km/h, seja dado por $C(x) = 0,006x^2 - 0,6x + 25$. Para qual velocidade esse consumo é mínimo?
- a) 46 km/h c) 48 km/h e) 50 km/h
b) 47 km/h d) 49 km/h

- 28** (FGV) Uma loja de departamentos compra cartuchos para uma determinada impressora a jato de tinta a R\$ 8,00 a unidade e prevê que, se cada cartucho for vendido a x reais serão vendidos $200 - 2x$ cartuchos por mês.
- a) Encontre uma fórmula que forneça lucro mensal em função do preço de venda x de cada cartucho.
b) Estabeleça matematicamente o intervalo dos valores de x para os quais existe efetivamente lucro.

- c) Para que o lucro seja máximo, qual deve ser o preço de venda x de cada cartucho?
d) Qual será o lucro máximo e quantos cartuchos serão vendidos mensalmente ao preço que maximiza esse lucro?

- 29** (Enem) Um boato tem um público-alvo e alastra-se com determinada rapidez. Em geral, essa rapidez é diretamente proporcional ao número de pessoas desse público que conhecem o boato e diretamente proporcional também ao número de pessoas que não o conhecem. Em outras palavras, sendo R a rapidez de prorrogação, P o público-alvo e x o número de pessoas que conhecem o boato, tem-se: $R(x) = k \cdot x \cdot (P - x)$, em que k é uma constante positiva característica do boato. Considerando o modelo acima descrito, se o público-alvo é de 44.000 pessoas, então a máxima rapidez de propagação ocorrerá quando o boato for conhecido por um número de pessoas igual a:
- a) 11.000 c) 33.000 e) 44.000
b) 22.000 d) 38.000

- 30** (FGV) Um vidraceiro tem um pedaço de espelho, na forma de um triângulo retângulo, cujos lados medem 60 cm, 80 cm e 1 m, e quer recortar um espelho retangular cujo tamanho seja o maior possível. Para ganhar tempo, ele quer que dois lados do retângulo estejam sobre os lados dos triângulos. Determine as medidas dos lados do retângulo e a sua área.

- 31** O administrador de uma rede de cinemas observou que, quando o preço do ingresso é R\$ 8,00, o número de espectadores por sessão é 120; e que cada R\$ 0,20 de aumento no ingresso provoca a diminuição de 2 espectadores por sessão. Essas observações levaram o administrador a estabelecer o preço do ingresso de modo que a receita arrecadada por sessão seja maximizada. O preço estabelecido para o ingresso foi:
- a) R\$ 9,20 c) R\$ 9,80 e) R\$ 10,20
b) R\$ 9,00 d) R\$ 10,00

- 32** (UFMG) A seção transversal de um túnel tem a forma de um arco de parábola, com 10 m de largura na base e altura máxima de 6 m, que ocorre acima do ponto médio da base. De cada lado, são reservados 1,5 m para passagem de pedestre, e o restante é dividido em duas pistas para veículos. As autoridades só permitem que um veículo passe por esse túnel, caso tenha uma altura de, no máximo, 30 cm a menos que a altura mínima do túnel sobre as pistas para veículos. Calcule a altura máxima que um veículo pode ter para que sua passagem pelo túnel seja permitida.

- 33** (Uespi) Um comerciante comprou a unidade de certo artigo por R\$ 20,00, e calculou que, se o comercializasse por x reais cada, venderia por dia $(60 - x)$ unidades desses artigos. Considerando $0 < x < 60$ e que o lucro é a diferença entre o preço de venda e o de compra, nessa ordem, nas condições apresentadas, podemos concluir que, para maximizar seu lucro, o comerciante terá de vender:
- a) 20 artigos, cada um ao custo de R\$ 40,00.
b) 25 artigos, cada um ao custo de R\$ 20,00.
c) 30 artigos, cada um ao custo de R\$ 30,00.
d) 35 artigos, cada um ao custo de R\$ 35,00.
e) 40 artigos, cada um ao custo de R\$ 30,00.



34 Quando a temperatura de um recinto hospitalar atinge 6°C , uma máquina é ligada automaticamente diminuindo a temperatura segundo a função $f(t) = 2t^2 - 8t + 6$, em que $f(t)$ representa a temperatura em grau Celsius e t representa o tempo de funcionamento da máquina em hora. Quando a temperatura atinge o valor mínimo de f , a máquina é desligada automaticamente e, a partir de então, a temperatura aumenta segundo a mesma função f , até atingir 6°C , quando a máquina é religada, e assim por diante. Sabendo que, à meia-noite de cada dia, a máquina é ligada automaticamente:

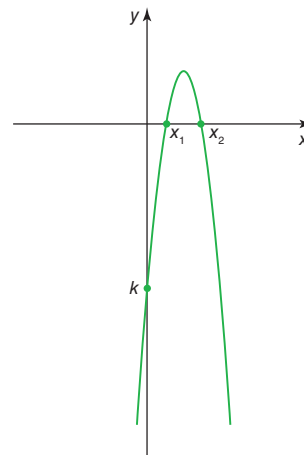
- Construa o gráfico da função f , considerando o intervalo de tempo decorrido desde a meia-noite até o primeiro instante da madrugada em que a máquina é desligada.
- No intervalo de tempo considerado no item a, durante quanto tempo a temperatura do recinto esteve positiva?
- No intervalo de tempo considerado no item a, durante quanto tempo a temperatura do recinto esteve negativa?
- Qual é a menor temperatura atingida no recinto?
- Durante quanto tempo por dia a máquina permanece ligada?

35 O custo C da construção de um edifício de 31 apartamentos foi de 600 mil dólares. O construtor espera que a receita R , em milhares de dólar, apurada pela venda dos apartamentos, cresça de acordo com a função $R = -x^2 + 62x$, em que x é o número de apartamentos vendidos. A função lucro L é a diferença entre a receita R e o custo C da obra, nessa ordem, isto é:

$$L = -x^2 + 62x - 600$$

- O gráfico da função L é formado por pontos isolados da parábola a seguir (não é considerada toda a parábola, porque a variável x assume apenas valores naturais, com $0 \leq x \leq 31$).

Determine as abscissas x_1 e x_2 e a ordenada k dos pontos comuns ao gráfico e aos eixos coordenados.



- De acordo com o gráfico do item a, qual é o menor número de apartamentos que deve ser vendido para que a função lucro passe a ser positiva?
- Depois de todos os apartamentos vendidos, qual será a porcentagem de lucro sobre o custo da obra?

36 Um pequeno agricultor estima que, para o próximo ano, as produções de arroz e soja de seu sítio totalizem x toneladas de grãos. A previsão é de que o custo de produção da tonelada de arroz seja $202 + \frac{120}{x+10}$ reais e que o da tonelada de soja seja de $204 + \frac{40}{x}$ reais. Determine a quantidade x de toneladas de grãos que deve ser produzida nesse sítio no próximo ano para que o custo de produção da tonelada de soja seja menor que o custo de produção da tonelada de arroz.

EXERCÍCIOS DE REVISÃO CUMULATIVA

Ao concluir o estudo deste capítulo, resolva estes exercícios, que envolvem alguns assuntos estudados nos capítulos anteriores.

1 Esboce o gráfico das funções:

- | | |
|----------------------------|-----------------------------|
| a) $f(x) = \frac{1}{x}$ | d) $t(x) = \frac{x}{x+2}$ |
| b) $g(x) = \frac{1}{x-2}$ | e) $s(x) = \frac{x-1}{x+2}$ |
| c) $h(x) = \frac{1+2x}{x}$ | |

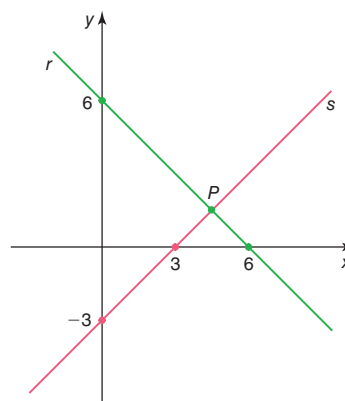
2 Dada a função $f: [-4, +\infty[\rightarrow [2, +\infty[$ definida por $f(x) = 2 + \sqrt{4+x}$:

- construa o gráfico de $f^{-1}(x)$;
- construa o gráfico de $f(x)$.

3 Uma função bijetora $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é tal que $f(x+3) = 2x+1$.

- Determine $f(4)$.
- Determine $f(x)$.

4 Determine as coordenadas do ponto P comum às retas r e s , representadas a seguir.



- 11** Esboce o gráfico das funções:

a) $h(x) = \begin{cases} x^2 - 2x, & \text{se } x \leq 2 \\ -x^2 + 6x - 8, & \text{se } x > 2 \end{cases}$

b) $t(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & \text{se } x \leq 2 \\ 3, & \text{se } 2 < x \leq 4 \\ x^2 - 8x + 19, & \text{se } x > 4 \end{cases}$

- 12** (UFV-MG) Esboce o gráfico da função real f definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 4 - x^2, & \text{se } x \leq 1 \\ 2(x + 1), & \text{se } x > 1 \end{cases}$$

- 13** Determine o valor máximo (ou mínimo) e a abscissa do ponto máximo (ou do mínimo) de cada uma das funções a seguir.

a) $y = 4x^2 + 2x - 2$

b) $y = 3x^2 - 12x$

c) $y = -x^2 - 2x + 3$

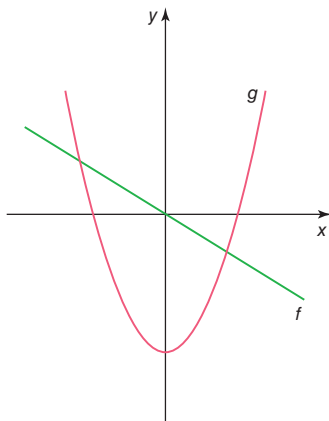
d) $s(x) = x^2 - 8x + 16$

e) $y = -4x^2 + 2x - \frac{1}{4}$

f) $y = 3x^2 - 1$

- 14** Para que valores reais de m a função quadrática $y = (m - 2)x^2 + x + 4$ admite valor máximo positivo?

- 15** (UFJF-MG) A reta e a parábola representadas abaixo são os gráficos das funções f e g , respectivamente.



Sobre a função $h = f + g$ de \mathbb{R} em \mathbb{R} , definida por $h(x) = f(x) + g(x)$, é correto afirmar que:

- possui ponto de máximo.
- possui ponto de mínimo.
- é uma função crescente.
- é uma função decrescente.
- é uma função constante.

- 16** (FGV) Encontre a área do triângulo ABC, cujos vértices obedecem às seguintes propriedades:
- estão sobre a parábola $y = 2x^2 - 13x + 18$.
 - A e B estão sobre o eixo das abscissas.
 - a abscissa do vértice C é o ponto de mínimo da parábola.
 - as medidas dos lados estão em metros.

- 17** (UFJF-MG) Considere um retângulo de altura h e de base b . Constrói-se um novo retângulo, cuja nova base é menor que a antiga x unidades, e a nova altura é maior que a antiga x unidades. Qual é o valor de x para que esse novo retângulo tenha área máxima?

- $\frac{b \cdot h}{2}$
- $\frac{b + h}{2}$
- $\frac{b^2 - h^2}{2}$
- $\frac{b - h}{2}$
- $\frac{h - b}{2}$

- 18** Resolva em \mathbb{R} as inequações a seguir.

- $(x - 1)(x^2 - 2) > 0$
- $(x + 2)(x^2 - 4)(x^2 - x - 2) > 0$
- $(2x - 1)(3x - 1)(x^2 + x - 2) \leq 0$

- 19** Considerando o universo \mathbb{R} , resolva as inequações:

- $\frac{(x^2 - 1)(2x - 1)}{-x^2 - 9} \geq 0$
- $\frac{x^2 - 2x + 2}{-x^2 - 2} < 0$
- $\frac{x^2 + x + 1}{-x^2 + 2x - 2} > 0$
- $\frac{2x}{x^2 - 1} \geq \frac{1}{x - 1}$
- $\frac{x}{x + 1} > \frac{5}{3} - \frac{1}{x - 1}$
- $\frac{1}{x - 1} \geq \frac{1}{x^2}$

- 20** Determine o domínio das funções:

- $g(x) = \sqrt{\frac{6 - 3x}{x^2 - 3x + 2}}$
- $h(x) = \frac{1}{\sqrt{2x^2 - 1}} + \sqrt{x^2 - 2}$

- 21** (UFV-MG) Sejam as funções reais f e g dadas por $f(x) = x^2 - 4$ e $g(x) = 4 - x^4$. Resolva as inequações:

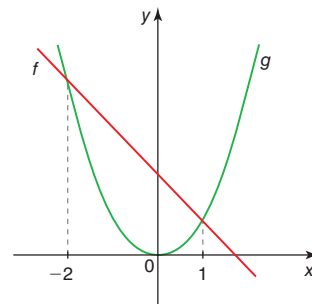
- $f(x) \cdot g(x) \leq 0$
- $\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$
- $f(x) - g(x) < -8$

- 22** (UEM-PR) Considere uma função real dada por

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 + 1}{x + 3}}.$$

Existe(m) valor(es) real(is) para x tal(is) que $f(x)$ seja maior que 1? Em caso afirmativo, determine o(s) possível(is) valor(es) de x para que isso ocorra. Caso contrário, justifique sua resposta.

- 23** (Unesp-BA) A função quadrática f e a função afim g têm os gráficos:



Da análise dos gráficos, pode-se concluir que o conjunto solução da inequação $\frac{f(x)}{g(x)} < 1$ é:

- $]-2, 1[- \{0\}$
- $]-1, 2[- \{0\}$
- $\mathbb{R} - [-1, 1]$
- $\mathbb{R} - [-1, 2]$
- $\mathbb{R} - [-2, 1]$

