

Fundamentos da Matemática II

Lista de Exercícios: P1

Trigonometria Básica

- 1 - Arcos e Ângulos.
- 2 - Razões Trigonométricas no Triângulo Retângulo.
- 3 - Relações Trigonométricas
- 4 - Razões Trigonométricas Especiais. O Círculo Trigonométrico.
- 5 - Redução ao Primeiro Quadrante.
- 6 - Fórmulas e Operações com Arcos.
- 7 - Trigonometria em Triângulos Quaisquer.

Profa. Karla Katerine Barboza de Lima
FACET/UFGD

1 Arcos e Ângulos

Exercício 1 *Converta para radianos.*

- a) 184°
- b) 210°
- c) 315°
- d) 240°
- e) 300°

Exercício 2 *Converta para graus.*

- a) $\frac{\pi}{6} \text{ rad}$
- b) $\frac{5\pi}{6} \text{ rad}$
- c) $\frac{2\pi}{3} \text{ rad}$
- d) $\frac{3\pi}{4} \text{ rad}$

Exercício 3 *Um ângulo central de uma circunferência de raio 30 cm intercepta um arco de 6 cm. Expresse o ângulo central α em radianos e em graus.*

Exercício 4 *Um ângulo central de uma circunferência de raio 36 cm intercepta um arco de 3π cm. Calcule o valor do ângulo central α que o arco acima determina na circunferência, em radianos e em graus.*

Exercício 5 *Calcule o comprimento l do arco \widehat{AB} definido numa circunferência de raio $r = 10$ cm, por um ângulo central de 60° .*

Exercício 6 *Calcule a medida do ângulo central $A\hat{O}B$ que determina em uma circunferência de raio r um arco de comprimento $\frac{2}{3}\pi r$.*

Gabarito

- 1. (a) $\frac{46\pi}{45} \text{ rad}$
- (b) $\frac{7\pi}{6} \text{ rad}$
- (c) $\frac{7\pi}{4} \text{ rad}$
- (d) $\frac{4\pi}{3} \text{ rad}$

(e) $\frac{5\pi}{3} \text{ rad}$

2. (a) 30°

(b) 150°

(c) 120°

(d) 135°

3. $\alpha = \frac{1}{5} \text{ rad} = \frac{36^\circ}{\pi}$

4. $\alpha = \frac{\pi}{12} \text{ rad} = 15^\circ$

5. $l = \frac{10}{3} \pi \text{ cm}$

6. $\frac{2}{3} \pi \text{ rad}$

2 Relações Trigonométricas

Exercício 7 Ache os valores de x que verificam simultaneamente $\operatorname{tg} \alpha = \frac{x+1}{2}$ e $\sec \alpha = \sqrt{x+2}$.

Exercício 8 Calcule o valor de $\cos x$, sabendo que $\cotg x = \frac{2\sqrt{m}}{m-1}$, com $m > 1$.

Exercício 9 Se $\operatorname{sen} x = \frac{1}{3}$ e $\cos x > 0$, calcule o valor da expressão

$$y = \frac{1}{\operatorname{cosec} x + \cotg x} + \frac{1}{\operatorname{cosec} x - \cotg x}.$$

Exercício 10 Calcule o valor de m para que $\operatorname{sen} x = 2m + 1$ e $\cos x = 4m + 1$.

Gabarito

7. $x = -1$ ou $x = 3$.

8. $\cos x = \frac{2\sqrt{m}}{m+1}$.

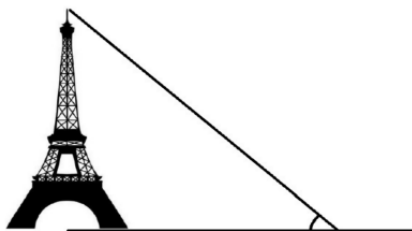
9. $y = 6$.

10. $m = -\frac{1}{10}$ ou $m = -\frac{1}{2}$.

3 Razões Trigonométricas Especiais. O Círculo Trigonométrico.

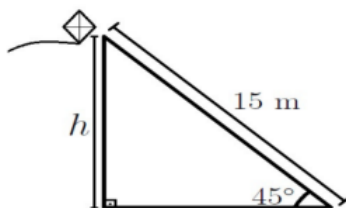
3.1 Razões Trigonométricas Especiais

Exercício 11 Com o objetivo de calcular a altura de uma torre, um engenheiro mediu um ângulo de 45° do topo da torre com o solo, a uma distância de 15 metros do centro da base da torre, conforme mostra a ilustração abaixo.

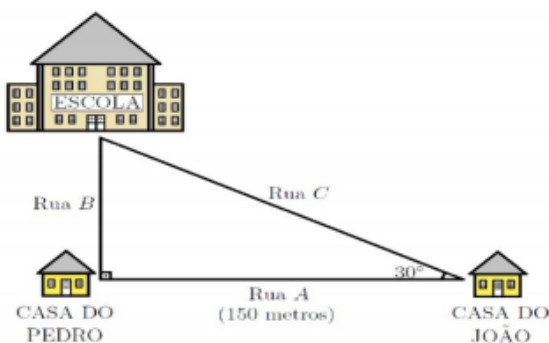


Verifique qual a altura da torre em relação ao solo.

Exercício 12 Uma pipa é presa a um fio esticado que forma um ângulo de 45° com o solo. Se o comprimento do fio é de 15 metros, determine a altura da pipa em relação ao solo.



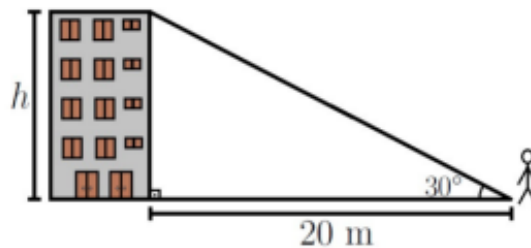
Exercício 13 João e Pedro são dois amigos que costumam ir juntos à escola. Geralmente, João se desloca até a casa do Pedro, passando pela rua A, para então se deslocarem juntos até a escola utilizando a rua B, conforme a figura abaixo.



Certo dia, Pedro não pôde ir à aula, e João decidiu se deslocar até a escola utilizando a rua C . Sabendo que as ruas A e B são perpendiculares, que as ruas A e C formam um ângulo de 30° , e que a distância entre as casas de João e Pedro é de 150 metros, determine:

- Qual a distância percorrida diariamente por João, passando pela casa de Pedro?
- No dia em que João utilizou a rua C para ir até a escola, qual foi a distância percorrida?

Exercício 14 Determine a altura do prédio da figura abaixo, sabendo que a distância entre o observador e o prédio é de 20 metros e que o ângulo do solo ao topo do prédio é de 30° .



Gabarito

- 15 metros.
- $\frac{15\sqrt{2}}{2}$ metros.
- Para ir até a escola, passando pela casa de Pedro, João percorre $50(3 + \sqrt{3})$ metros.
 - Para ir até a escola, passando pela rua C , João percorre $100\sqrt{3}$ metros.
- $h = \frac{20\sqrt{3}}{3}$.

3.2 O Ciclo Trigonométrico

Exercício 15 *Encontre a primeira determinação positiva dos seguintes arcos:*

- a) 1930°
- b) -4350°
- c) $\frac{25\pi}{3} rad$
- d) $\frac{26\pi}{5} rad$
- e) $-\frac{49\pi}{6} rad$
- f) $-\frac{2\pi}{3} rad$

Gabarito

15. a) 130°
 b) 330°
 c) $\frac{\pi}{3} rad$
 d) $\frac{6\pi}{5} rad$
 e) $\frac{11\pi}{6} rad$
 f) $\frac{4\pi}{3} rad$

4 Redução ao Primeiro Quadrante

Exercício 16 *Encontre os valores reais de t para os quais*

$$\cos x = \frac{1-t}{t}.$$

Exercício 17 *Estude o sinal de cada expressão abaixo:*

- a) $\operatorname{sen} 100^\circ \cdot \cos 100^\circ$
- b) $\operatorname{sen} 550^\circ \cdot \cos 1000^\circ$
- c) $\frac{\operatorname{sen} 1750^\circ \cdot \cos 600^\circ}{\cos 5000^\circ \cdot \cos(-10)^\circ}$

Exercício 18 *Encontre a expressão geral, em radianos, dos arcos x para os quais*

$$\cos\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = -1.$$

Gabarito

16. $t \in \left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$ (ou seja, $t > \frac{1}{2}$).

17. a) Negativo.
b) Negativo.
c) Positivo.

18. Os arcos são da forma $x = \frac{1 + \pi + 2k\pi}{1 - \pi - 2k\pi}$, com $k \in \mathbb{Z}$.

5 Fórmulas e Operações com Arcos

19. Utilizando as fórmulas do seno e cosseno da soma / diferença, prove que:

a) $\sin(\theta - \pi/2) = -\cos \theta$

b) $\sin(\theta + \pi/2) = \cos \theta$

c) $\cos(\theta - \pi/2) = \sin \theta$

d) $\cos(\theta + \pi/2) = -\sin \theta$

e) $\sin(\theta - \pi) = -\sin \theta$

f) $\cos(\theta - \pi) = -\cos \theta$

g) $\sin(\theta + \pi) = -\sin \theta$

h) $\cos(\theta + \pi) = -\cos \theta$

i) $\sin(\theta + 2\pi) = \sin \theta$

j) $\cos(\theta + 2\pi) = \cos \theta$

20. Verifique as igualdades acima, desenhando no Ciclo Trigonométrico.

21. Sabendo que $x + y = 120^\circ$ e que $\tan x = \frac{3}{2}$, onde x é um arco do 1º quadrante, calcule a $\operatorname{cosec} y$.

22. Demonstre que $(\sin x + \cos x)^2 = 1 + 2\sin(2x)$.

23. Sabendo que $\sec x = -\frac{13}{5}$ e que $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$, calcule o valor de $\sin(2x)$.

24. Mostre que

a) $\sin 40^\circ + \sin 20^\circ = \cos 10^\circ$

b) $\sin 105^\circ + \sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6}}{2}$

c) $\cos 130^\circ + \cos 110^\circ + \cos 10^\circ = 0$

d) $\cos 220^\circ + \cos 100^\circ + \cos 20^\circ = 0$

25. Para medir a altura de uma torre, um observador, distante da base da torre, vê o seu topo sob um ângulo de 75° . Afastando-se mais 12 m da torre, passa a ver o topo sob um ângulo de 15° . Determine a altura da torre.

Gabarito

19.

20.

21. $\operatorname{cosec} y = \frac{2\sqrt{13}}{3 + 2\sqrt{3}}$

22.

23. $\operatorname{sen}(2x) = \frac{120}{169}$

24.

25. $4\sqrt{3}m$

Referências

- [1] Molter, A. and Nachtigall, C. and Zahn, M., *Trigonometria e Números Complexos: com aplicações*, Editora Blucher, 2020.
- [2] Iezzi, G., *Fundamentos de matemática elementar, 3: trigonometria*, Atual, 2004.