UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS
Prof$^{\text{a}}$. Karla Lima

Análise I 15 de Julho de 2018

(1) Suponha que a soma dos n primeiros termos da série $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ é

$$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = \frac{2n}{3n+5}.$$

Essa série é convergente? Em caso positivo, encontre sua soma.

(2) Dadas as séries abaixo, verifique se elas convergem ou divergem. Se convergir, encontre sua soma.

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+3^n}{2^n}$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n(n+1)} + \frac{1}{2^n}$

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n}{n^2}$

(3) Para quais valores de $x \in \mathbb{R}$ a série $\sum_{n=1}^{\infty} x^n$ converge? Encontre sua soma para estes valores.

(4) Sejam $\sum a_n$ uma série convergente de termos positivos e (b_n) uma sequência limitada de elementos positivos. Prove que $\sum a_n b_n$ converge.

(5) Teste cada uma das séries seguintes, verificando se converge ou não.

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} n^b a^n$, $0 < a < 1$.

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n^3}$

(c) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^2+1}{2n^2+1}\right)^n$

(d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi)}{n^2+1}$

(6) Encontre o raio de convergência e o intervalo de convergência da série

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n(x+2)^n}{3^{n+1}}.$$

(7) Demonstre cada afirmação usando ε e δ.

(a) $\lim_{x \to -5} \left(4 - \frac{3x}{5}\right) = 7$

(b) $\lim_{x \to 2} \sqrt{x} = \sqrt{2}$

(8) Dada a função

$$f(x) = \begin{cases} 1 + x, & \text{se} \quad x < -1 \\ x^2, & \text{se} \quad -1 \leq x < 1 \\ 2 - x, & \text{se} \quad x \geq 1 \end{cases}$$

calcule:

(a) $\lim_{x \to 0} f(x)$

(b) $\lim_{x \to -1} f(x)$;

(c) $\lim_{x \to \infty} f(x)$;