

Aula 02: Funções

Karla Lima

30/11/2022

Sumário



1. Bibliografia
2. Estabelecendo Relações
3. Relações Binárias
4. Funções



Bibliografia

Bibliografia da Aula 02



- ▶ Livro texto: Fundamentos da Matemática Elementar: 1 (Click para baixar)

The background of the slide is composed of two large, overlapping geometric shapes. A teal-colored shape occupies the upper-left portion, while a light gray shape occupies the lower-left portion. The rest of the slide is white. The text is centered in the white area.

Estabelecendo Relações

Atividade 1



- a) Sabendo que a passagem de ônibus custa R\$3,25, para ir e voltar do trabalho quanto uma pessoa pagaria por dia ao utilizar o transporte? E em uma semana? E em um mês?
- b) Seja P o número de passagens ao mês e de G o gasto mensal com transporte.
 - i) Existe uma relação entre o número de passagens ao mês e o gasto mensal com transporte. Qual é a expressão matemática que represente essa relação?
 - ii) Quais são os possíveis valores para a variável P ? Qual conjunto numérico descreve bem esses possíveis valores?
 - iii) Dá para indicar qual o menor valor para G ? E o maior?

Atividade 2



- a) Usando o Geogebra, vamos formar triângulos com arestas em comum.
 - i) Quantas arestas são necessárias para formar 1 triângulo?
 - ii) Quantas arestas são necessárias para formar 2 triângulos?
 - iii) Quantas arestas são necessárias para formar 4 triângulos?
- b) Existe uma relação entre o número necessário de arestas A e a quantidade de triângulos T que se quer formar? Qual é a expressão matemática que represente essa relação?
- c) Quantas arestas são necessárias para formar 15 triângulos?

Pares Ordenados



- ▶ Chama-se par todo conjunto formado por dois elementos: $\{1, 2\}$, $\{3, -1\}$, $\{a, b\}$.
- ▶ Em linguagem de conjuntos, $\{1, 2\} = \{2, 1\}$. Ou seja, a ordem em que os elementos são apresentados não importa.
- ▶ Em algumas situações, há a necessidade de distinguir dois pares pela ordem dos elementos.

Pares Ordenados



- Por exemplo, ao resolvermos o sistema de equações

$$x + y = 3$$

$$x - y = 1$$

$x = 2$ e $y = 1$ é solução, ao passo que $x = 1$ e $y = 2$ não o é:

| | | |
|---------------------|--|----------------------|
| $x = 2$ e $y = 1$ | | $x = 1$ e $y = 2$ |
| $x + y = 2 + 1 = 3$ | | $x + y = 1 + 2 = 3$ |
| $x - y = 2 - 1 = 1$ | | $x - y = 1 - 2 = -1$ |

Pares Ordenados



- ▶ Portanto, não podemos descrever tal solução na forma de um par qualquer:
 $\{1, 2\} = \{2, 1\}$.
- ▶ Por causa disso, dizemos que a solução é o **par ordenado** $(x, y) = (2, 1)$, onde o primeiro elemento refere-se à incógnita x e o segundo refere-se à incógnita y .
- ▶ **Observação:**

$$(a, b) = (c, d) \iff a = c \text{ e } b = d.$$

Produto Cartesiano



- ▶ O **produto cartesiano** $A \times B$ é o conjunto de todos os pares ordenados (a, b) , tais que $a \in A$ e $b \in B$; ou seja,

$$A \times B = \{(a, b) \mid a \in A \text{ e } b \in B\}.$$

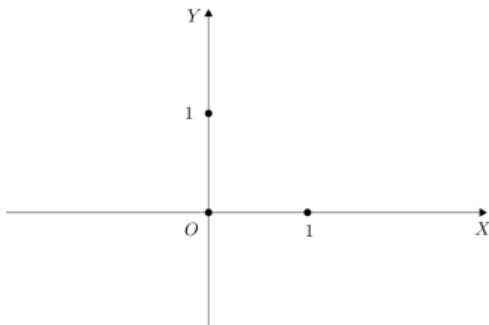
Plano Cartesiano



Neste curso, usaremos o produto cartesiano $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, o **plano cartesiano**. Ele pode ser identificado através da seguinte construção:

- i) Uma cópia da reta real, na horizontal, onde é feita a escolha de um ponto para representar o número 0, e os números positivos são colocados à direita, enquanto os negativos à esquerda do 0. Geralmente, denotamos esta reta por **eixo x** ou **eixo das abscissas**.
- ii) Uma cópia da reta real, na vertical, onde é feita a escolha de um ponto para representar o número 0, e os números positivos são colocados acima, enquanto os negativos abaixo do 0. Geralmente, denotamos esta reta por **eixo y** ou **eixo das ordenadas**.
- iii) Intersecta as duas retas, fazendo os pontos 0 das duas se encontrarem, de modo que as duas sejam perpendiculares entre si.

Plano Cartesiano

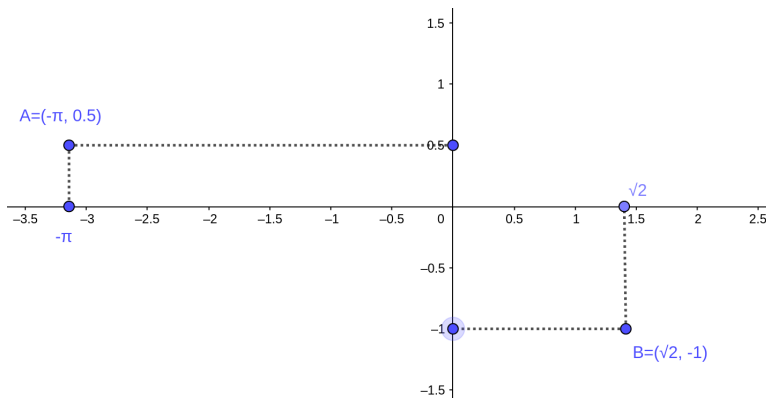


Chama-se **origem** do plano cartesiano, o ponto $O = (0, 0)$.

Plano Cartesiano

Exemplo 1

Os pontos $A = (-\pi, 0.5)$ e $B = (\sqrt{2}, -1)$ no plano cartesiano:



Plano Cartesiano



Exemplo 2

Usando o Geogebra, escreva alguns pares ordenados (P, G) , da Atividade 1. Use o arquivo Problema_Passagem.

Exemplo 3

Usando o Geogebra, escreva alguns pares ordenados (T, A) , da Atividade 2. Use o arquivo Problema_Triangulo.

The background of the slide is composed of two large, overlapping geometric shapes. On the left, there is a teal-colored shape that tapers towards the bottom left. To its right is a light gray shape that also tapers, meeting the teal shape at a diagonal line. The rest of the slide is white.

Relações Binárias

Definição



Definição 1

Dados dois conjuntos A e B , chama-se **relação binária de A em B** todo subconjunto R de $A \times B$.

Exemplo 4

Sejam $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ e $B = 1, 2, 3, 4$.

- a) Descreva $A \times B$.
- b) Quais são os elementos da relação $R_1 = \{(x, y) \mid x < y\}$, de A em B ?
- c) Quais são os elementos da relação $R_2 = \{(x, y) \mid y = x + 2\}$, de A em B ?

Definição



Exemplo 5

Sejam $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 3\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 2\}$.

- a) *Descreva alguns elementos de $A \times B$.*
- b) *Descreva $A \times B$.*
- c) *Quais são os elementos da relação $R = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x\}$?*

Definição



Exemplo 6

Sejam $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 3\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 2\}$.

- a) *Descreva alguns elementos de $A \times B$.*
- b) *Descreva $A \times B$.*
- c) *Qual a diferença entre esse cartesiano e o cartesiano gerado no Exemplo 5?*

Formulário Avaliativo



- ▶ Responda ao Fomulário Avaliativo 1 desta aula.

Funções

Exemplos



Considere os conjuntos $A = \{0, 1, 2, 3\}$ e $B = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$.

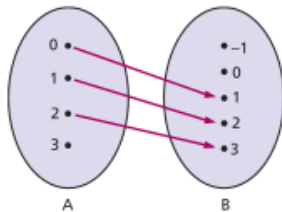
- ▶ Verifique se a relação binária $R = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x + 1\}$ satisfaz às seguintes propriedades:
 - a) Todo elemento $x \in A$ participa de algum par em R ?
 - b) Cada elemento $x \in A$ participa de apenas um único par em R ?

Exemplos



Considere os conjuntos $A = \{0, 1, 2, 3\}$ e $B = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$.

- Verifique se a relação binária $R = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x + 1\}$ satisfaz às seguintes propriedades:
- a) Todo elemento $x \in A$ participa de algum par em R ?
 - b) Cada elemento $x \in A$ participa de apenas um único par em R ?

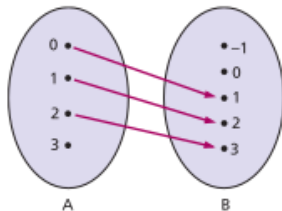


Exemplos



Considere os conjuntos $A = \{0, 1, 2, 3\}$ e $B = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$.

- Verifique se a relação binária $R = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x + 1\}$ satisfaz às seguintes propriedades:
 - a) Todo elemento $x \in A$ participa de algum par em R ?
 - b) Cada elemento $x \in A$ participa de apenas um único par em R ?



- A relação R não é uma função de A em B .

Exemplos

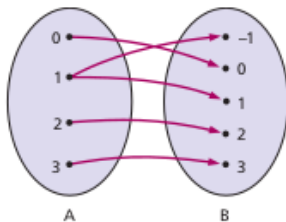


- ▶ Verifique se a relação binária $S = \{(x, y) \in A \times B \mid y^2 = x^2\}$ satisfaz às seguintes propriedades:
 - a) Todo elemento $x \in A$ participa de algum par em S ?
 - b) Cada elemento $x \in A$ participa de apenas um único par em S ?

Exemplos



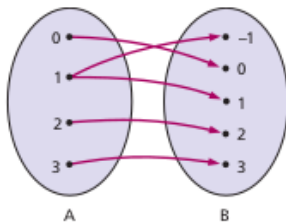
- Verifique se a relação binária $S = \{(x, y) \in A \times B \mid y^2 = x^2\}$ satisfaz às seguintes propriedades:
- a) Todo elemento $x \in A$ participa de algum par em S ?
 - b) Cada elemento $x \in A$ participa de apenas um único par em S ?



Exemplos



- Verifique se a relação binária $S = \{(x, y) \in A \times B \mid y^2 = x^2\}$ satisfaz às seguintes propriedades:
 - a) Todo elemento $x \in A$ participa de algum par em S ?
 - b) Cada elemento $x \in A$ participa de apenas um único par em S ?



- A relação S não é uma função de A em B .

Exemplos

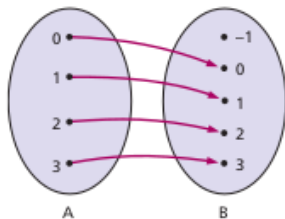


- ▶ Verifique se a relação binária $T = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x\}$ satisfaz às seguintes propriedades:
 - a) Todo elemento $x \in A$ participa de algum par em T ?
 - b) Cada elemento $x \in A$ participa de apenas um único par em T ?

Exemplos



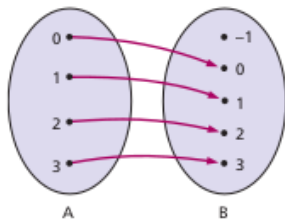
- Verifique se a relação binária $T = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x\}$ satisfaz às seguintes propriedades:
- a) Todo elemento $x \in A$ participa de algum par em T ?
 - b) Cada elemento $x \in A$ participa de apenas um único par em T ?



Exemplos



- Verifique se a relação binária $T = \{(x, y) \in A \times B \mid y = x\}$ satisfaz às seguintes propriedades:
 - a) Todo elemento $x \in A$ participa de algum par em T ?
 - b) Cada elemento $x \in A$ participa de apenas um único par em T ?



- A relação T é uma função de A em B .

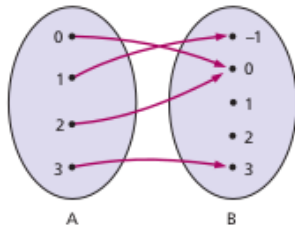
Exemplos



- ▶ Verifique se a relação binária $V = \{(x, y) \in A \times B \mid y = (x - 1)^2 - 1\}$ satisfaz às seguintes propriedades:
 - a) Todo elemento $x \in A$ participa de algum par em T ?
 - b) Cada elemento $x \in A$ participa de apenas um único par em T ?

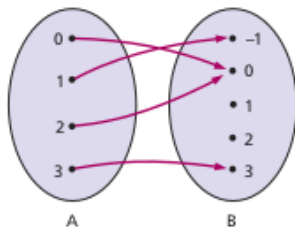
Exemplos

- Verifique se a relação binária $V = \{(x, y) \in A \times B \mid y = (x - 1)^2 - 1\}$ satisfaz às seguintes propriedades:
- a) Todo elemento $x \in A$ participa de algum par em T ?
 - b) Cada elemento $x \in A$ participa de apenas um único par em T ?



Exemplos

- Verifique se a relação binária $V = \{(x, y) \in A \times B \mid y = (x - 1)^2 - 1\}$ satisfaz às seguintes propriedades:
 - a) Todo elemento $x \in A$ participa de algum par em T ?
 - b) Cada elemento $x \in A$ participa de apenas um único par em T ?



- A relação V é uma função de A em B .

Exemplos

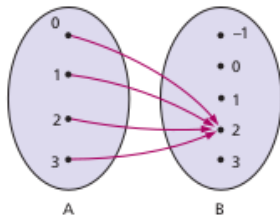


- ▶ Verifique se a relação binária $W = \{(x, y) \in A \times B \mid y = 2\}$ satisfaz às seguintes propriedades:
 - a) Todo elemento $x \in A$ participa de algum par em W ?
 - b) Cada elemento $x \in A$ participa de apenas um único par em W ?

Exemplos



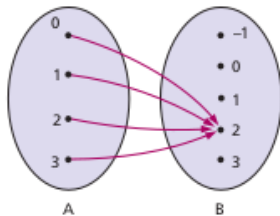
- Verifique se a relação binária $W = \{(x, y) \in A \times B \mid y = 2\}$ satisfaz às seguintes propriedades:
- a) Todo elemento $x \in A$ participa de algum par em W ?
 - b) Cada elemento $x \in A$ participa de apenas um único par em W ?



Exemplos



- Verifique se a relação binária $W = \{(x, y) \in A \times B \mid y = 2\}$ satisfaz às seguintes propriedades:
 - a) Todo elemento $x \in A$ participa de algum par em W ?
 - b) Cada elemento $x \in A$ participa de apenas um único par em W ?



- A relação W é uma função de A em B .

Formulário Avaliativo



- ▶ Responda ao Fomulário Avaliativo 2 desta aula.