



- (1) Mostre que
  - (a)  $\sqrt{3}$  é irracional;
  - (b)  $\sqrt{p}$  é irracional, onde  $p > 1$  é um número primo qualquer;
  - (c) Se  $p_1, p_2, \dots, p_r$  forem números primos distintos, então  $\sqrt{p_1 \dots p_r}$  é irracional.
- (2) Prove que a soma ou a diferença entre um número racional e um número irracional é um número irracional. Mostre, com um contra-exemplo, que o produto de dois números irracionais pode ser racional.
- (3) Prove que se  $x$  e  $y$  forem números irracionais tais que  $x^2 - y^2$  seja racional não-nulo, então  $x + y$  e  $x - y$  serão ambos irracionais. **Exemplo:**  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$  e  $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ .
- (4) Prove que um número  $N$  é quadrado perfeito se, e somente se, todos os fatores primos de  $N$  aparecem em  $N$  com expoentes pares.