



- (1) Calcule, caso exista, $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$, com x_n igual a:

(a) $\frac{n^3 + 3n + 1}{4n^3 + 2}$ (b) $\sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ (c) $\sin\left(\frac{1}{n}\right)$ (d) $\int_1^n \frac{1}{x} dx$
(e) $\left(1 + \frac{2}{n}\right)^n$ (f) $\sum_{k=0}^n \frac{1}{2^k}$ (g) $\frac{\sin(n)}{n}$

- (2) Calcule, se possível, a soma das séries:

(a) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{n^2}{5n^2 + 4}$ (b) $\sum_{k=0}^{\infty} e^{-k}$ (c) $1 + \frac{1}{\sqrt[3]{2}} + \frac{1}{\sqrt[3]{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt[3]{n}} + \dots$
(d) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ [Dica: escreva a fração como soma de frações parciais.]
(e) $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(4k+1)(4k+5)}$ [Dica: escreva a fração como soma de frações parciais.]

- (3) Determine se as séries geométricas são convergentes ou divergentes. Calcule a soma das séries convergentes.

(a) $4 + 3 + \frac{9}{4} + \frac{27}{16} + \dots$
(b) $2 + 0,5 + 0,125 + 0,03125 + \dots$

- (4) Calcule a soma das séries

(a) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{4^2}\right) + \left(\frac{1}{2^3} + \frac{1}{4^3}\right) + \dots$
(b) $\sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{1}{5^k} - \frac{1}{k(k+1)}\right)$

- (5) Determine se as séries são convergentes ou divergentes

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+1)^n}{n^{2n}}$
(b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^\pi}$
(c) $\sum_{k=1}^{\infty} k^2 e^{-k}$

(d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{e^{n^2}}$

(6) Encontre o raio e o intervalo de convergência das séries

(a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n(x+2)^n}{3^{n+1}}$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^n}$

(7) (a) Escreva as funções $\sin x$ e $\cos x$ como série de Maclaurin e encontre seu raio e intervalo de convergência.

(b) Utilize o item (a) e a série de Maclaurin da função e^x para verificar a Fórmula de Euler: $e^{ix} = \cos x + i \sin x$, onde i é a unidade imaginária.

(8) Encontre a série de Taylor das funções abaixo centradas no valor dado:

(a) $f(x) = x^4 - 3x^2 + 1$, $a = 1$

(b) $f(x) = \ln x$, $a = 2$

Gabarito

- (1) (a) $\frac{1}{4}$
 (b) 0
 (c) 0
 (d) ∞
 (e) e^2
 (f) 2
 (g) 0

- (2) (a) Diverge
 (b) $\frac{e}{e-1}$
 (c) Diverge
 (d) 1
 (e) $\frac{1}{4}$

- (3) (a) 16
 (b) $\frac{40}{15}$

- (4) (a) $\frac{4}{3}$
 (b) $-\frac{3}{4}$

- (5) (a) Convergente
 (b) Convergente
 (c) Convergente
 (d) Convergente

- (6) (a) $R = 3$, $(-5, 5)$
 (b) $R = \infty$, $(-\infty, \infty)$