

Listas de Exercícios P2

11 de novembro de 2025

Exercícios Seção 4.9 - Álgebra Linear com Aplicações

(Howard Anton and Chris Rorres)

1. (Exercício 7) Em cada parte, determine se T é uma transformação linear.
 - (a) $T(x, y, z) = (0, 0)$
 - (b) $T(x, y, z) = (1, 1)$
 - (c) $T(x, y, z) = (3x - 4y, 2x - 5z)$
 - (d) $T(x, y, z) = (y^2, z)$
 - (e) $T(x, y, z) = (y - 1, x)$
2. (Exercício 11) Em cada parte, encontre a matriz canônica da transformação T definida pela fórmula.
 - (a) $T(x, y) = (y, -x, x + 3y, x - y)$
 - (b) $T(x, y, z, w) = (7x + 2y - z + w, y + z, -x)$
 - (c) $T(x, y, z) = (0, 0, 0, 0)$
 - (d) $T(x, y, z, w) = (w, x, z, y, x - z)$

Exercícios Seção 8.1 - Álgebra Linear com Aplicações

(Howard Anton and Chris Rorres)

3. (Exercício 9) Considere a base $S = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2\}$ de \mathbb{R}^2 , em que $\mathbf{v}_1 = (1, 1)$ e $\mathbf{v}_2 = (1, 0)$ e seja o operador linear tal que

$$T(\mathbf{v}_1) = (1, 2) \quad \text{e} \quad T(\mathbf{v}_2) = (-4, 1).$$

Encontre uma fórmula para $T(x, y)$ e use essa fórmula para obter $T(5, -3)$.

Outros Exercícios

4. Considerando $\mathcal{P}_n(\mathbb{R})$ com a sua base canônica, verifique que cada aplicação abaixo é uma transformação linear e calcule sua matriz.
 - (a) **Diferenciação:** $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$, dada por $T(p(x)) = p'(x)$.

- (b) **Integração:** $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$, dada por $T(p(x)) = \int p(x)dx$.
- (c) **Composição:** Fixado o polinômio $q(x) = 2x + 1$, defina $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$, dada por $T(p(x)) = p(q(x))$.

5. Encontre uma base para o núcleo e para a imagem de cada transformação a seguir:

- (a) $T(x, y) = (y, -x, x + 3y, x - y)$
- (b) $T(x, y, z, w) = (7x + 2y - z + w, y + z, -x)$
- (c) $T(x, y, z) = (0, 0, 0, 0)$
- (d) $T(x, y, z, w) = (w, x, z, y, x - z)$
- (e) **Diferenciação:** $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$, dada por $T(p(x)) = p'(x)$.
- (f) **Integração:** $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$, dada por $T(p(x)) = \int p(x)dx$.

Exercícios Seção 3.2 - Álgebra Linear com Aplicações

(Howard Anton and Chris Rorres)

6. (Exercício 1) Encontre a norma de \mathbf{v} , de um vetor unitário que tem o mesmo sentido e mesma direção de \mathbf{v} e de um vetor na mesma direção mas no sentido oposto de \mathbf{v} :

- (a) $\mathbf{v} = (4, 3)$
- (b) $\mathbf{v} = (2, 2, 2)$
- (c) $\mathbf{v} = (1, 0, 2, 1, 3)$

7. (Exercício 9) Encontre $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle$ e $\langle \mathbf{v}, \mathbf{v} \rangle$:

- (a) $\mathbf{u} = (3, 1, 4)$ e $\mathbf{u} = (2, 2, -4)$.
- (b) $\mathbf{u} = (1, 1, 4, 6)$ e $\mathbf{u} = (2, -2, 3, -2)$.

Exercícios Seção 6.1 - Álgebra Linear com Aplicações

(Howard Anton and Chris Rorres)

8. (Exercício 23) Sejam $\mathbf{u} = (u_1, u_2)$ e $\mathbf{v} = (v_1, v_2)$. Em cada parte, mostre que a expressão é um produto interno em \mathbb{R}^2 verificando a validade dos axiomas de produto interno.

- (a) $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle = 3u_1v_1 + 5u_2v_2$
- (b) $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle = 4u_1v_1 + u_2v_1 + u_1v_2 + 4u_2v_2$

9. (Exercício 27) Sejam $U = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} \\ u_{21} & u_{22} \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} \\ v_{21} & v_{22} \end{bmatrix}$. Mostre que $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle = 4u_1v_1 + u_2v_3 + u_3v_2 + 4u_4v_4$ não define um produto interno em \mathbb{M}_{22} .

10. (Exercício 29) Em cada parte, use o produto interno

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^1 f(x)g(x)dx$$

em P_3 para calcular $\langle \mathbf{p}, \mathbf{q} \rangle$:

- (a) $p(x) = 1 - x + x^2$ e $q(x) = x - 3x^2$
(b) $p(x) = x - 5x^3$ e $q(x) = 2 + 8x^2$