UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS
Profa. Karla Lima

Análise I 26 de Abril de 2018

Exercícios marcados com * podem ser entregues na primeira aula da semana. Eles poderão acrescentar pontuação à nota das provas correspondentes dos seus conteúdos. Não é obrigatória a entrega.

(1) Encontre a fórmula para o termo geral a_n das sequências abaixo, assumindo que o padrão dos primeiros termos continua.

(a) $\{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \dots\}$

(b) * $\{1, -\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, -\frac{1}{27}, \frac{1}{81}, \dots\}$

(c) $\{5, 8, 1, 14, 17, \dots\}$

(2) *Seja $(a_n) = \left(\frac{n}{2n+3}\right)$.

(a) Encontre um índice $n_0 \in \mathbb{N}$ tal que $\forall n > n_0$ tem-se $\left|\frac{n}{2n+3} - \frac{1}{2}\right| < 1$;

(b) Encontre um índice $n_0 \in \mathbb{N}$ tal que $\forall n > n_0$ tem-se $\left|\frac{n}{2n+3} - \frac{1}{2}\right| < \frac{1}{4}$;

(c) Encontre um índice $n_0 \in \mathbb{N}$ tal que $\forall n > n_0$ tem-se $\left|\frac{n}{2n+3} - \frac{1}{2}\right| < \frac{1}{100}$;

(d) Mostre, usando a definição de limite de sequência, que $\lim_{n\to\infty} a_n = \dfrac{1}{2}$.

(3) Seja $(a_n) = \left(\frac{3n}{1+6n}\right)$.

(a) Mostre, usando a função auxiliar $f(x) = \dfrac{3x}{1+6x}$ definida em $\mathbb{R} - \{-\frac{1}{6}\}$, que $\lim_{n\to\infty} a_n = \dfrac{1}{2}$.

(b) Mostre que $\lim_{n\to\infty} a_n = \dfrac{1}{2}$, usando a definição de limite de uma sequência.

(4) Seja $(a_n) = \left(\frac{9^n}{10^n}\right)$.

(a) Encontre um índice $n_0 \in \mathbb{N}$ tal que $\forall n > n_0$ tem-se $\left|\frac{9^n}{10^n} - 0\right| < 1$;

(b) Encontre um índice $n_0 \in \mathbb{N}$ tal que $\forall n > n_0$ tem-se $\left|\frac{9^n}{10^n} - 0\right| < \frac{1}{2}$;

(c) Mostre, usando a definição de limite de sequência, que $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$.

(d) Generalize para as sequências $(a_n) = \frac{b^n}{c^n}$, com $0 < b < c$.
Dica: Lembre-se que a função $\ln x$ está definida para $x > 0$, é crescente e assume valores negativos no intervalo $(0, 1)$.