Construções Geométricas

Trabalhos: P1

Profa. Karla Katerine Barboza de Lima
FACET/UFGD

Sumário

1 Atividades da Aula 01: Construções Elementares

1.1 Exemplos

Exemplo 1 *Transportar um segmento sobre uma semirreta dada.*

Exemplo 2 *Transportar um ângulo a partir de uma dada semirreta.*

Exemplo 3 *Traçar, a partir de um ponto $P \notin r$, uma reta perpendicular a uma reta r dada.*

Exemplo 4 *Traçar, a partir de um ponto $P \notin r$, uma reta paralela a uma reta r dada.*

Obs: Para as construções, veja [1].

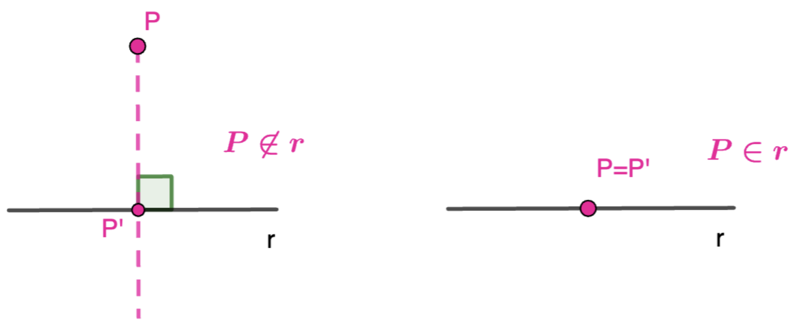
1.2 Trabalho: 25/05

1. Traçar, a partir de um ponto $P \in r$, uma reta perpendicular a uma reta r dada.
2. Traçar a mediatriz de um segmento $\overline{AB}$ dado.
3. Traçar a bissetriz de um ângulo $A\hat{O}B$ dado.
4. Construir um quadrado conhecendo a sua diagonal.
5. Construir o círculo circunscrito a um triângulo.
6. Construir o círculo inscrito em um triângulo.

2 Atividades da Aula 02: Construções Elementares

2.1 Perpendicularidade

- Chama-se **projeção ortogonal** de um ponto sobre uma reta r ao ponto P' de interseção da reta com a perpendicular à ela que passa por aquele ponto.

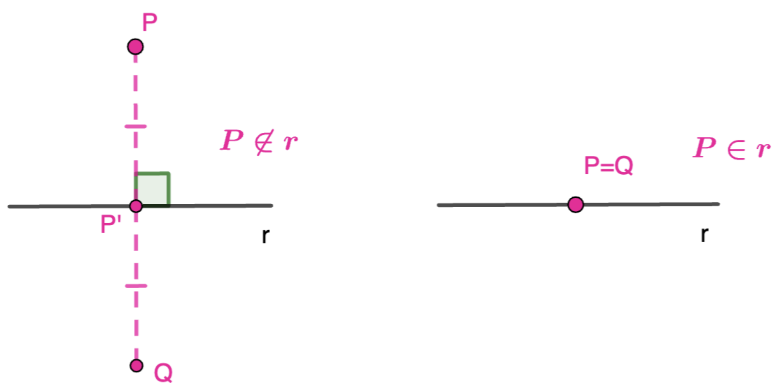


a) $\overleftrightarrow{PP'} \perp r$ e $\overleftrightarrow{PP'} \cap r = \{P'\}$.

b) Se $P \in r$, então $P = P'$ (P é sua própria projeção).

Exemplo 5 *Determine a projeção ortogonal de um ponto sobre uma reta.*
Qual a ideia central?

- O **simétrico** do ponto P em relação à reta r é o ponto Q, pertencente à reta perpendicular $\overleftrightarrow{PP'}$, tal que $PP' = P'Q$, Q distinto de P.



a) $\overleftrightarrow{PP'} \perp r$ e $PP' = P'Q$.

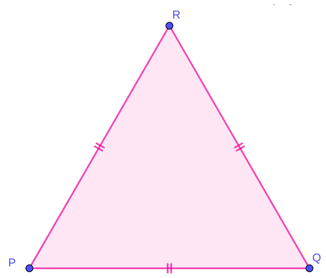
b) Se $P \in r$, então $P = Q$ (P é seu próprio simétrico).

Exemplo 6 *Determine o simétrico do ponto P em relação à reta r.*
Qual a ideia central?

Exercício 1 *Traçar a bissetriz de um ângulo $A\hat{O}B$ dado.*

Exercício 2 *Traçar uma reta s paralela a uma reta r dada, sabendo que a distância entre as duas retas é d.*

- Sabemos que um **triângulo equilátero** é aquele possui todos os lados congruentes.



Exemplo 7 *Construa um triângulo equilátero sendo conhecida a medida l do seu lado.*
Qual a ideia central?

2.2 Operações com ângulos

Podemos efetuar operações de adição e subtração de ângulos, como também construir ângulos cujas medidas sejam múltiplos ou divisores da medida de um ângulo dado.

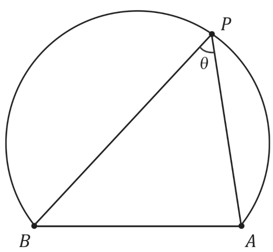
Exemplo 8 *Construa um ângulo cuja medida é $60°$ um outro cuja medida é $30°$.*
Qual a ideia central?

Exemplo 9 *Construa um ângulo reto.*
Qual a ideia central?

Exemplo 10 *Divida um ângulo reto em três ângulos congruentes.*
Qual a ideia central?
Obs: *No geral, não é possível tri seccionar um ângulo qualquer!*

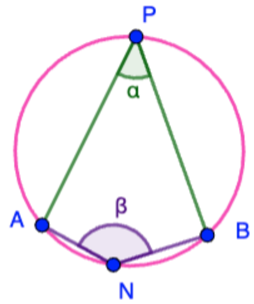
2.3 O arco capaz

Sejam A e B dois pontos sobre um círculo $\mathcal{C}$. Chamamos o arco $\widehat{AB}$ de arco capaz do ângulo θ sobre o segmento AB .



Todos os ângulos $A\hat{P}B$, com P pertencente ao arco $\widehat{AB}$, têm a mesma medida. Um observador, portanto, que se mova sobre este arco, consegue ver o segmento $\overline{AB}$ sempre sob mesmo ângulo.

Naturalmente que se um ponto N pertence ao outro arco, o ângulo $A\hat{N}B$ é também constante e igual a $180° - \theta$:



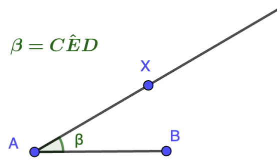
uma vez que

$$360° = \widehat{APB} + \widehat{ANB} = 2 \cdot A\hat{N}B + 2 \cdot A\hat{P}B$$
$$\Leftrightarrow A\hat{N}B + A\hat{P}B = 180°.$$

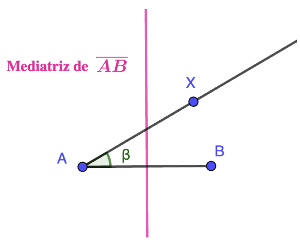
Exemplo 11 *Construa o arco capaz de um ângulo $C\hat{E}D$ sobre um segmento $\overline{AB}$ dados.*

Solução:

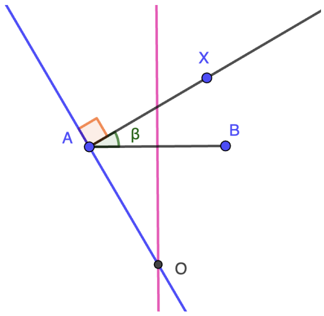
1. Transporte o ângulo dado de modo que o segmento $\overline{AB}$ seja um de seus lados:



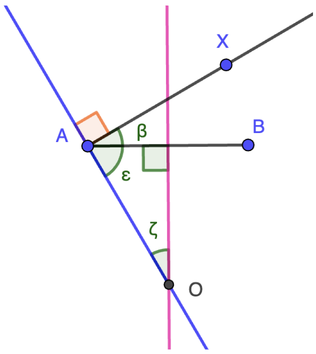
2. Trace a mediatriz do segmento $\overline{AB}$:



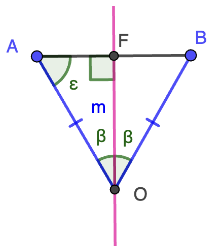
3. Trace a reta perpendicular à semirreta AX, passando pelo ponto A e encontra a mediatriz no ponto O:



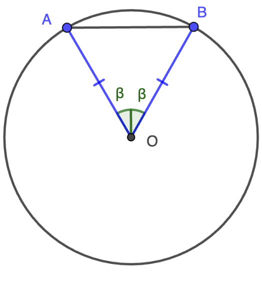
4. Como $\beta + \epsilon = 90°$ e $\epsilon + \zeta = 90°$, segue que $\beta = \zeta$.



Como O é um ponto da mediatriz de $\overline{AB}$, é equidistante dos seus extremos, de modo a formar um triângulo isósceles AOB.



5. Portanto, tomando o círculo de centro em O e raio $\overline{OA}$, o ângulo central é $A\hat{O}B = 2\beta$, gerando o nosso arco capaz:

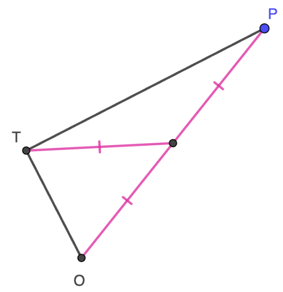


Exemplo 12 *Trace uma reta tangente a uma circunferência de raio r e centro O, passando por um ponto P da mesma.*

Qual a ideia central?

Exemplo 13 *Trace uma reta tangente a uma circunferência de raio r e centro O, passando por um ponto P exterior à mesma.*

Qual a ideia central? *Construir triângulos, como abaixo:*



Obs: Para as construções, veja [1].

2.4 Trabalho: 01/06

1. Construa um ângulo cuja medida seja 75°.
2. Determine o ortocentro de um triângulo retângulo cuja hipotenusa mede $10\,cm$ e um de seus ângulos agudos mede 30°. **PS:** construa o triângulo usando régua e compasso (físico ou o geogebra).
3. Desenhe uma reta r e dois pontos A e B situados num mesmo semiplano determinado por r. Determine o ponto P sobre a reta r de forma que a soma $AP + PB$ seja a menor possível.

   Dica: Use o simétrico de um dos pontos dados.

3 Atividades da Aula 03: Construções de Triângulos

3.1 Construções em sala de aula

Exemplo 14 *Construir um triângulo conhecidas as medidas dos seus três lados:*

a) $a = 3$, $b = 4$ e $c = 5$.

b) $a = 4$, $b = 5$ e $c = 10$.

c) a, b e c, quaisquer.

Exemplo 15 *Construir um triângulo sendo conhecidas as medidas a e b de dois lados e a medida do ângulo α determinado por eles.*

Exemplo 16 *Construir um triângulo sendo conhecidas as medidas de dois dos seus ângulos, α e β, e a medida do lado comum a esses ângulos.*

Exemplo 17 *Construir um triângulo sendo conhecidas as medidas do seu lado a, do ângulo adjacente à ele C e do ângulo oposto ao mesmo.*

3.2 Trabalho: 15/06

1. Construir um triângulo retângulo isósceles conhecendo a soma das medidas da hipotenusa com a de um de seus catetos.

2. Construir o triângulo ABC conhecendo o lado a, o ângulo oposto $\hat{A}$ e a mediana deste lado.

3. Construir o triângulo ABC conhecendo o ângulo $\hat{A}$, o lado b e o raio r do círculo inscrito.

4 Atividades da Aula 04: Construções de Quadriláteros e Alguns Problemas de Tangência

- Para a aula de hoje, estudem as páginas 144 à 145, da referência [1]. Além dessas páginas, leiam a Nota Histórica da página 146.

- Faça os exercícios listados abaixo. Eles não serão entregues escritos, a avaliação será oral. A ideia é discuti-los como um apanhado de tudo que vimos até aqui, preparando para a avaliação P1.

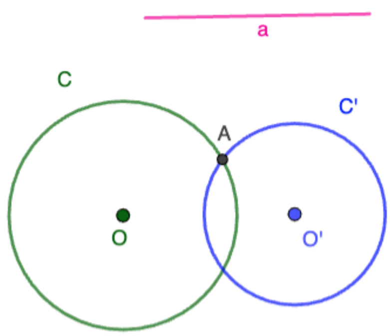
4.1 Trabalho: 22/06

1. Construir um quadrado, dados em posição os pontos médios de dois lados adjacentes.

2. Construir um trapézio conhecendo as bases a e b e os outros dois lados c e d.

3. Construir um hexágono regular, dado em posição um lado. (Sobre polígonos, acesso o arquivo aqui!)

4. São dados os círculos C e C' como na figura abaixo. Traçar por A uma secante PAQ a esses círculos ($P \in C$, $Q \in C'$) de forma que se tenha $\overline{PQ} = a$ (dado).



5. São dados em posição um círculo C e uma reta r. Determinar um ponto P sobre r de forma que as tangentes traçadas de P ao círculo C formem um ângulo α, dado.

Referências

[1] REZENDE, E. Q. F., *Geometria euclidiana plana e construções geométricas*, Ed. Unicamp, 2016. Baixe aqui. Obrigada, Lucas!

[2] WAGNER, E., *Construções geométricas.*, Rio de Janeiro, SBM, 2007. Baixe aqui.