

Geometria Plana

Lista de Exercícios: P2

Polígonos

Quadriláteros

Áreas de figuras planas: triângulos e quadriláteros

Semelhança

Relações Métricas nos Triângulos

Circunferências

1 Polígonos

Exercício 1 Calcule o número de lados de um polígono cuja soma dos ângulos internos vale 1440° .

Exercício 2 Quantos lados tem um polígono regular cujo ângulo externo vale 36° ?

Exercício 3 Um polígono tem 5 lados a mais que outro e a diferença entre os números de diagonais distintas de cada um deles é de 80. Calcular o número de lados de cada polígono.

Gabarito

1. 10
2. 10
3. 15 e 20.

2 Quadriláteros

Exercício 4 Num quadrilátero $ABCD$, o ângulo \hat{A} vale 160° . Calcular o ângulo \hat{C} , sabendo-se que os vértices B , C e D são equidistantes do vértice A .

Exercício 5 Num paralelogramo $ABCD$, tem-se:

- a) o perímetro (soma dos comprimentos de todos os lados) vale 42;
- b) o ângulo \hat{A} mede 120° ;
- c) a bissetriz do ângulo D passa pelo ponto médio M do lado \overline{AB} .

Calcule o lado maior do paralelogramo dado e os ângulos do triângulo CMD .

Exercício 6 Dado um quadrado $ABCD$, considere o triângulo equilátero ABM , interno ao quadrado. Unindo-se o ponto M ao vértice C , calcule o ângulo BMC .

Exercício 7 Seja P um ponto da base de um triângulo isósceles, distinto de seus extremos. De P , traçam-se retas paralelas aos lados congruentes. Prove que o perímetro do paralelogramo formado é igual à soma das medidas dos lados congruentes do triângulo.

Exercício 8 Num trapézio retângulo $ABCD$, os ângulos \hat{A} e \hat{D} são retos. As bissetrizes dos ângulos \hat{A} e \hat{B} formam o ângulo \hat{AMB} que vale $87^\circ 30'$. Calcule os ângulos \hat{B} e \hat{C} .

Exercício 9 Num trapézio isósceles $ABCD$, a base menor \overline{AB} , mede 5 e a diagonal \overline{DB} é perpendicular ao lado não paralelo \overline{BC} . Calcule o perímetro desse trapézio, sabendo-se que a soma dos ângulos obtusos é o dobro da soma dos ângulos agudos.

Gabarito

4. 100°
5. Comprimento do Maior Lado: 14. Ângulos: 30° , 60° e 90° .
6. 75° .
- 7.
8. 95° e 85° .
9. 25.

3 Área de Polígonos

Exercício 10 *A base de um triângulo é o dobro da altura e sua área mede 289. Calcule a base e a altura desse triângulo.*

Exercício 11 *Mostre que qualquer mediana de um triângulo divide-o em dois triângulos de mesma área.*

Exercício 12 *A área de um hexágono regular é $162\sqrt{3}$. Calcule a área do polígono estrelado que se obtém prolongando dois a dois os lados desse hexágono.*

Gabarito

10. $b = 34$ e $h = 17$.
- 11.
12. $324\sqrt{3}$.

4 Semelhança

Exercício 13 *Um feixe de retas paralelas determina sobre duas transversais os pontos A, B, C, D e E, F, G, H , respectivamente. Conhecem-se: $AB = 2\text{ cm}$, $BC = 3\text{ cm}$, $CD = 4\text{ cm}$ e $EF = 3\text{ cm}$. Calcule as medidas dos segmentos \overline{FG} e \overline{GH} .*

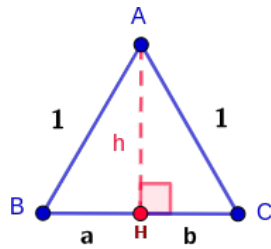
Exercício 14 *Num trapézio $ABCD$, uma paralela às bases divide o lado não paralelo \overline{AD} em dois segmentos cuja razão entre suas medidas é $2/3$. Calcule as medidas dos segmentos determinados sobre o outro lado não paralelo, sabendo-se que $BC = 30\text{ cm}$.*

Exercício 15 a) *Prove o Teorema da Bissetriz Interna.*

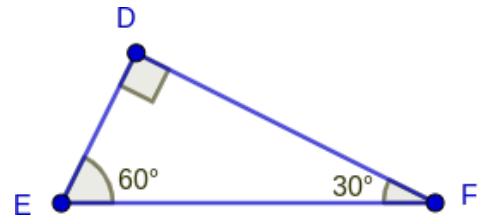
- b) Os lados de um triângulo ABC medem: $AB = 10\text{ cm}$, $AC = 20\text{ cm}$ e $BC = 27\text{ cm}$. Calcule as medidas dos segmentos determinados sobre o lado oposto ao maior ângulo do triângulo, formados pela bissetriz do mesmo.

Exercício 16 Num triângulo ABC , seus lados medem: $AB = 4\text{ cm}$, $AC = 12\text{ cm}$ e $BC = 15\text{ cm}$. Pelo ponto M , tomado sobre o lado \overline{BC} , tal que $BM = 3\text{ cm}$, traçam-se as paralelas \overline{MD} e \overline{ME} , respectivamente aos lados \overline{AC} e \overline{AB} , com $D \in \overline{AB}$ e $E \in \overline{AC}$. Calcule o perímetro do paralelogramo $MDAE$.

Exercício 17 Seja ABC um triângulo equilátero de lado 1 cm .



(a) Figura para o item a)



(b) Figura para o item b)

- a) Calcule as medidas de a , b e da altura h .
- b) Considere o triângulo qualquer DEF . Usando semelhança de triângulos com algum dos triângulos descritos no desenho inicial, mostre que:

$$\operatorname{sen}(30^\circ) = \frac{DE}{EF} = \frac{1}{2} \quad \text{e} \quad \operatorname{sen}(60^\circ) = \frac{DF}{EF} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

- c) Conclua que as medidas seno e cosseno estão bem definidas a partir dos ângulos do triângulo retângulo, independente do 'tamanho' do triângulo dado.

Gabarito

13. $FG = 4,5\text{ cm}$ e $GH = 6\text{ cm}$.
14. 12 cm e 18 cm .
15. b) 9 cm e 18 cm .
16. $11,2\text{ cm}$.

5 Relações Métricas nos Triângulos

Exercício 18 Num triângulo retângulo, a hipotenusa mede 250 m . Os catetos são proporcionais aos números 3 e 4 e somam 350 m . Calcule as projeções desses catetos sobre a hipotenusa.

Exercício 19 Num triângulo retângulo, a soma das medidas de seus lados vale 48 cm e a soma dos quadrados dessas medidas vale 800 cm^2 . Calcule os lados desse triângulo.

Exercício 20 As bases de um trapézio isósceles medem 2 cm e 8 cm. A altura vale 4 cm. Calcule o perímetro do trapézio.

Exercício 21 Num triângulo retângulo ABC , o ângulo B mede 30° e a hipotenusa $BC = 10 \text{ cm}$. Calcule a distância do vértice A ao ponto M do lado \overline{BC} , sabendo-se que $BM = 4 \text{ cm}$.

Exercício 22 Num trapézio, os ângulos adjacentes à base maior são congruentes e mede 60° , cada um. Calcule a área desse trapézio sabendo-se que as bases medem, respectivamente, 8 e 2.

Gabarito

18. 160 m e 90 m.

19. 20 cm, 16 cm e 12 cm.

20. 20 m.

21. $\sqrt{31} \text{ cm}$.

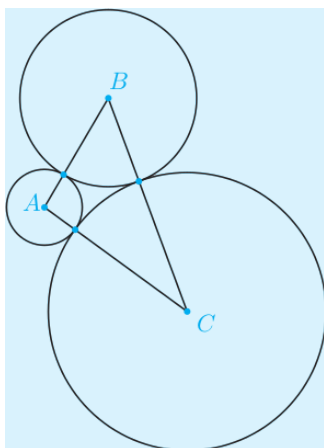
22. $15\sqrt{3}$.

6 Circunferência

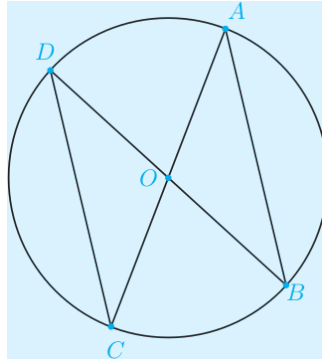
Exercício 23 Em uma circunferência de raio 10 cm, uma corda dista 6 cm do centro. Qual o comprimento da corda?

Exercício 24 Em uma circunferência, uma corda de 12 cm é paralela a uma tangente e bisseca o raio traçado pelo ponto de tangência. Qual o comprimento do raio?

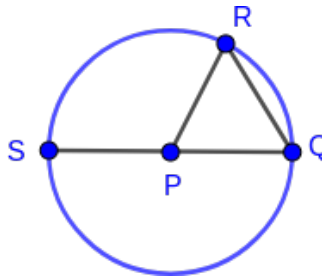
Exercício 25 Na figura abaixo, cada uma das circunferências com centros A , B e C é tangente às outras duas. Se $AB = 10$, $AC = 14$ e $BC = 18$, calcule os raios das circunferências.



Exercício 26 Na figura abaixo, \overline{AC} e \overline{BD} são diâmetros da circunferência. Prove que \overline{CD} e \overline{AB} são congruentes. Além disso, mostre que $\overline{CD} \parallel \overline{AB}$.



Exercício 27 Na figura abaixo, P é o centro da circunferência e $RQ = PS$. Determine a medida dos arcos \widehat{RQ} , \widehat{RS} e \widehat{RSQ} .

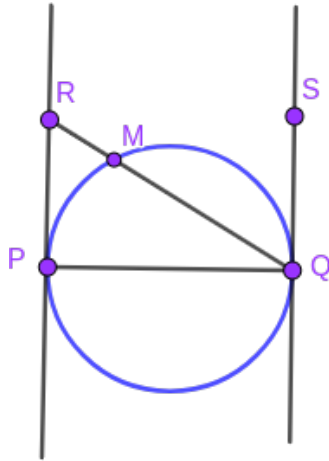


Exercício 28 Um ângulo inscrito é formado por uma corda e um diâmetro. O arco compreendido entre os lados do ângulo é triplo do arco subentendido pela corda. Calcule o valor do ângulo.

Exercício 29 Um ângulo excêntrico externo intercepta dois arcos onde um é o triplo do outro. Sabendo-se que os outros dois arcos, não compreendidos entre os lados do ângulo, um tem 10° a mais que o menor dos dois primeiros e o outro 50° a menos que o maior, calcule o valor do ângulo excêntrico externo.

Exercício 30 Num quadrilátero inscrito num círculo de centro O , os seus vértices, consecutivos, são A , B , C e D . Sabe-se que: $\hat{C} = 60^\circ$ e $\hat{ABD} = 20^\circ$. Calcule o ângulo \hat{AOB} .

Exercício 31 Na figura abaixo, as retas \overleftrightarrow{PR} e \overleftrightarrow{QS} são tangentes e \overline{PQ} é um diâmetro. Sendo $\widehat{MQ} = 120^\circ$ e $RQ = 8\text{ cm}$, determinar o raio da circunferência.



Gabarito

23. 16 cm .
24. $4\sqrt{3}\text{ cm}$.
25. Raio da circunferência de centro B : 7; raio da circunferência de centro A : 3; Raio da circunferência de centro C : 11.
- 26.
27. $\widehat{RQ} = 60^\circ$, $\widehat{RS} = 120^\circ$ e $\widehat{RSQ} = 300^\circ$.
28. $67^\circ 30'$.
29. 50° .
30. 80° .
31. $2\sqrt{3}\text{ cm}$.