

Aula 08: Técnicas de Demonstração

- Parte 2

Karla Lima

Álgebra Elementar: 25/01/24

FACET/UFGD

Prova Indireta: Contradição ou Redução ao Absurdo

Definição [1]

Definição 1

Para mostrar a validade de um argumento por prova ou demonstração por contradição, admitimos que a conclusão (q) é falsa e a premissa (p) verdadeira ($p \rightarrow q$ é falsa).

- *A partir de $\neg q$ verdadeira, usando uma argumentação válida, chegamos que p é falsa.*
- *Assim, teremos p verdadeira e p também falsa, uma contradição.*

Logo, essa suposição, de que q é falsa, leva logicamente a uma contradição.

Exemplos

Exemplo 1

Seja a um número racional e b um irracional.

a) $a + b$ é irracional.

b) se $a \neq 0$, então ab também é irracional.

Exemplos

Exemplo 2

Prove por contradição que se um número x é positivo, então $x + 1$ também é positivo.

Contra-Exemplos

Proposições Falsas

Definição 2

Dada uma afirmação “Se P , então Q ” ($P \rightarrow Q$), ela só será falsa se tivermos P verdadeira e Q falsa. Então, se queremos mostrar que uma afirmação da forma

“Para todo $x \in D$, tem-se $P \rightarrow Q$.”

é falsa, devemos encontrar um valor de x em D para o qual $P(x)$ é V e $Q(x)$ é F .

Proposições Falsas

Definição 2

Dada uma afirmação “Se P , então Q ” ($P \rightarrow Q$), ela só será falsa se tivermos P verdadeira e Q falsa. Então, se queremos mostrar que uma afirmação da forma

“Para todo $x \in D$, tem-se $P \rightarrow Q$.”

é falsa, devemos encontrar um valor de x em D para o qual $P(x)$ é V e $Q(x)$ é F .

Obs: O elemento x é chamado de contra-exemplo.

Exemplos

Exemplo 3

A afirmação

“Para quaisquer números reais a e b , se $a^2 = b^2$ então $a = b$.”

é falsa.

Exemplos

Exemplo 3

A afirmação

“Para quaisquer números reais a e b , se $a^2 = b^2$ então $a = b$.”

é falsa.

Prova: Basta tomar os valores $a = -1$ e $b = 1$. São diferentes, mas

$$a^2 = (-1)^2 = 1^2 = b^2.$$



J. Daghlían.

Lógica e Álgebra de Boole.

Editora Atlas S.A., 2009.