



Cálculo II

Lista de Exercícios: P1

1 - Técnicas de Integração

- 1.1 - Revisão de Integrais.
- 1.2 - O Método de Substituição.
- 1.3 - Integração por partes.
- 1.4 - Integração por Frações Parciais.
- 1.5 - Integrais impróprias.
- 1.6 - Aplicações de integrais.

2 - EDO's de 1ª ordem

- 2.1 - Definição e Motivação.
 - 2.2 - Resolução de EDO's de 1ª ordem: Método do Fator Integrante.
 - 2.3 - Aplicações de EDO's de 1ª ordem.
-

Profa. Karla Katerine Barboza de Lima
FACET/UFGD

1 Técnicas de Integração

1.1 Revisão de Integração

Exercício 1 Calcule as integrais:

a) $\int_{-1}^1 x^{100} dx$

b) $\int_0^1 1 + \frac{1}{2}u^4 - \frac{2}{5}u^9 du$

c) $\int_1^2 \frac{v^5 + 3v^6}{v^4} dv$

d) $\int_{-1}^1 e^{u+1} du$

e) $\int_{-2}^2 f(x) dx$, onde:

$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{se } -2 \leq x \leq 0, \\ 4 - x^2 & \text{se } 0 < x \leq 2 \end{cases}$$

f) $\int_{-1}^2 \frac{4}{x^3} dx$

Gabarito

1. a) $\int_{-1}^1 x^{100} dx = \frac{2}{101}$

b) $\int_0^1 1 + \frac{1}{2}u^4 - \frac{2}{5}u^9 du = \frac{53}{50}$

c) $\int_1^2 \frac{v^5 + 3v^6}{v^4} dv = \frac{17}{2}$

d) $\int_{-1}^1 e^{u+1} du = e^2 - 1$

e) $\frac{28}{3}$

f) Não existe, pois f possui uma descontinuidade infinita no intervalo de integração

1.2 O Método de Substituição

Exercício 2 Calcule a integral fazendo a substituição dada.

a) $\int_1^2 \frac{dx}{(3-5x)^2}, u = 3-5x.$

b) $\int_0^\pi \cos(3x)dx, u = 3x.$

c) $\int_0^1 x(4+x^2)^{10}dx, u = 4+x^2.$

d) $\int_0^{\pi/2} \cos^3 \theta \operatorname{sen} \theta d\theta, u = \cos \theta.$

e) $\int_0^1 (x^2-1)^4 x^5 dx, u = x^2-1.$

Exercício 3 Avalie a integral definida.

a) $\int_0^1 \cos(\pi t/2)dt.$

b) $\int_1^2 \frac{e^{1/x}}{x^2}dx.$

c) $\int_e^{e^4} \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}dx.$

d) $\int_0^1 \frac{e^z+1}{e^z+z}dz.$

e) $\int_0^1 \frac{dx}{1+\sqrt{x}}.$

Gabarito

2. a) $\frac{1}{14}$
b) 0
c) $\frac{5^{11}-4^{11}}{22}$
d) $\frac{1}{4}$
e) $\frac{1}{210}$
3. a) $\frac{2}{\pi}$
b) $e - \sqrt{e}$
c) 2
d) $\ln(e+1)$
e) $2 - 2\ln 2$

1.3 Integração por Partes

Exercício 4 Calcule a integral usando a integração por partes com as escolhas de u e dv dadas.

a) $\int x^2 \ln x, u = \ln x \text{ e } dv = x^2 dx.$

b) $\int \theta \cos(\theta) dx, u = \theta \text{ e } dv = \cos \theta d\theta.$

Exercício 5 Calcule a integral.

a) $\int x e^{-x} dx.$

b) $\int p^5 \ln p dp.$

c) $\int (\ln x)^2 dx.$

d) $\int_0^1 (x^2 + 1) e^{-x} dx.$

e) $\int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx.$

Exercício 6 Primeiro faça uma substituição e então use integração por partes para calcular a integral.

a) $\int_0^{\pi^2} \cos(\sqrt{x}) dx.$

b) $\int_0^1 t^3 e^{-t^2} dt.$

c) $\int_0^1 x \ln(1+x) dx.$

Gabarito

4. a) $\frac{x^3 \ln x}{3} - \frac{x^3}{9} + c.$

b) $\theta \sin \theta + \cos \theta + c.$

5. a) $-xe^{-x} - e^{-x} + c.$

b) $\frac{p^6 \ln p}{6} - \frac{p^6}{36} + c.$

c) $x(\ln x)^2 - 2x \ln x + 2x + c.$

d) $3 - \frac{6}{e}.$

e) $\frac{1 - \ln 2}{2}.$

6. a) $-4.$

b) $\frac{-2e^{-1} + 1}{2}.$

c) $\frac{1}{4}.$

1.4 Integração por Frações Parciais

Exercício 7 Calcule as integrais abaixo.

a) $\int \frac{x^2}{x+1} dx$

b) $\int \frac{x-9}{x-2} dx$

c) $\int_2^3 \frac{1}{x^2-1} dx$

d) $\int_3^4 \frac{x^3-2x^2-4}{x^3+2x^2} dx$

e) $\int \frac{1}{(x+5)^2(x-1)} dx$

f) $\int \frac{x^3+4}{x^2+4} dx$

g) $\int \frac{x+4}{x^2+2x+5} dx$

h) $\int \frac{e^{2x}}{e^{2x}+3e^x+2} dx$

Gabarito

7. a) $\frac{1}{2}x^2 - x + \ln|x+1| + C$
b) $2 \ln|x+5| - \ln|x-2| + C$
c) $\frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}$
d) $\frac{7}{6} + \ln \frac{2}{3}$
e) $-\frac{1}{36} \ln|x+5| + \frac{1}{6} \frac{1}{x+5} + \frac{1}{36} \ln|x-1| + C$
f) $\frac{1}{2}x^2 - 2 \ln(x^2+4) + 2 \tan^{-1}(x/2) + C$
g) $\frac{1}{2} \ln(x^2+2x+5) + \frac{3}{2} \tan^{-1}\left(\frac{x+1}{2}\right) + C$
h) $\ln \left[\frac{(e^x+2)^2}{e^x+1} \right] + C$

Referências

- [1] STEWART J., *Cálculo*, Volume I, Editora Thomson.
- [2] STEWART J., *Cálculo*, Volume II, Editora Thomson.
- [3] Anton H., *Cálculo*, Volume I, Editora Bookman.
- [4] Anton H., *Cálculo*, Volume II, Editora Bookman.