UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS
Prof^{a}. Karla Lima

Cálculo Vetorial e Equações Diferenciais 29 de Setembro de 2017

Parte A

(1) Calcule $\int_C F \cdot dr$, onde $F(x,y) = x^2\overrightarrow{i} + y^2\overrightarrow{j}$ e C consiste no segmento de reta de $(1,2)$ a $(3,2)$.

(2) Considere o campo de forças $\overrightarrow{F}(x,y) = \left\langle \dfrac{-y}{x^2+y^2}, \dfrac{x}{x^2+y^2} \right\rangle$, definido para $(x,y) \neq (0,0)$. Mostre que o trabalho realizado pelo campo $\overrightarrow{F}$ numa partícula que se move ao longo de uma circunferência centrada na origem de raio $R > 0$ não depende do raio.

(3) O campo de velocidade de um fluido em movimento é dado por $\overrightarrow{v}(x,y,z) = 2x\overrightarrow{i} + 2y\overrightarrow{j} - z\overrightarrow{k}$. Calcular a circulação do fluido ao redor da curva C, dada por $r(t) = \cos t\,\overrightarrow{i} + \operatorname{sen} t\,\overrightarrow{j} + 2\overrightarrow{k}$, $t \in [0, 2\pi]$. (Para isso, basta calcular a integral de linha do campo $\overrightarrow{v}$ sobre a curva C.)

(4) Determine o trabalho realizado pelo campo de força $F(x,y) = x^2\overrightarrow{i} + ye^x\overrightarrow{j}$ sobre uma partícula que se move sobre a parábola dada por $r(t) = (t^2+1)\overrightarrow{i} + t\overrightarrow{j}$ de $(1,0)$ a $(2,1)$.

Parte B

(5) Considere o campo de forças $\overrightarrow{F}(x,y) = \left\langle \dfrac{-y}{4x^2+y^2}, \dfrac{x}{4x^2+y^2} \right\rangle$, definido para $(x,y) \neq (0,0)$. Calcule $\int_C F \cdot dr$, onde C é definida pela função r cuja imagem é a elipse $4x^2 + y^2 = 9$.

(6) Seja $\overrightarrow{F} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ um campo vetorial contínuo tal que, para todo (x,y), $\overrightarrow{F}(x,y)$ é paralelo ao vetor $x\overrightarrow{i} + y\overrightarrow{j}$. Calcule $\int_C F \cdot dr$, onde $r : [a,b] \to \mathbb{R}^2$ é uma curva de classe C^1 - ou seja, diferenciável com derivada contínua- cuja imagem está contida na circunferência de centro na origem e raio $R > 0$. Interprete geometricamente.

(7) Calcule $\int_C F \cdot dr$, onde $F(x,y) = x\overrightarrow{i} + \overrightarrow{j} + 2\overrightarrow{k}$ e C é a interseção do parabolóide $z = x^2 + y^2$ com o plano $z = 2x + 2y - 1$; o sentido do percurso deve ser escolhido de modo que a projeção de $r(t)$, no plano xy, caminhe no sentido antihorário.

Gabarito

(1) $\dfrac{26}{3}$

(2) 2π

(3) 0

(4) $W = \frac{7}{3} + \frac{1}{2}(e^2 - e)$

(5) π

(6) 0

(7) 0