Elementos de Aritmética

Aula 02: Os Números Inteiros

Profª Dra. Karla Lima

Sumário

O Número Zero

O Número Zero

- A instituição do zero foi uma verdadeira revolução na Matemática.
- Embora seu uso nos pareça natural e inquestionável, o algarismo nem sempre existiu.
- O zero pode ter surgido de forma independente em diferentes civilizações e teve um percurso conturbado até que se consolidasse como elemento-chave da Matemática.

O Número Zero

- Babilônios (2000 a.C.) e romanos (VII a.C.) não tinham uma maneira de representá-lo com um símbolo distinto:

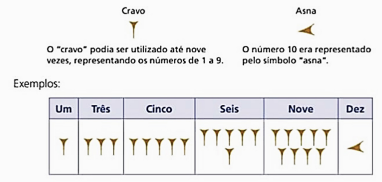


Figura: Sistema Babilônico

I	V	X
1	5	10

L	C	D	M
50	100	500	1 000

Figura: Sistema Romano

O Número Zero

- Nem os gregos, que não consideravam o “nada” como um número.

Figura: Sistema Grego

- Já os maias, um povo da América Central, tinham um símbolo para as posições ausentes (equivalente ao algarismo zero em alguma posição de um número moderno), presente em diversas fontes e que lembra um pouco um olho semi-aberto.

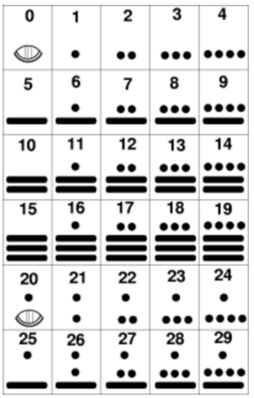


Figura: Sistema Maia

- Mas, por estarem isolados de outros povos, esse conceito não ultrapassou sua própria civilização.

O Número Zero

- Por que nos preocupamos com o zero?
- Ele pode ser usado como **marcador de posição**, sem valor próprio, ou como **número matemático**.

O Número Zero

- Tome como exemplo o número 2019.
- No nosso sistema decimal, ele é representado da seguinte forma:

1000s	100s	10s	1s
2	**0**	1	9

- Chamamos o zero de marcador de posição porque nos diz que ali não há nenhum valor 100 .

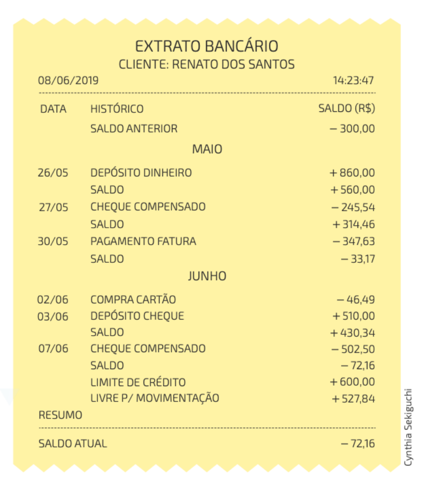
Dicas de Aprofundamento

Para explorar a fascinante história do número zero:

- Leia o artigo *"O herói do Oriente: como o zero chegou ao Ocidente"* ([2]) da Unesp Para Jovens, clicando aqui.
- Assista ao vídeo *"A longa batalha do zero para se tornar um número"* ([1]) da BBC, clicando aqui.

Os Números Negativos

- Em nosso dia a dia, nem sempre os números naturais são suficientes para expressar algumas situações.



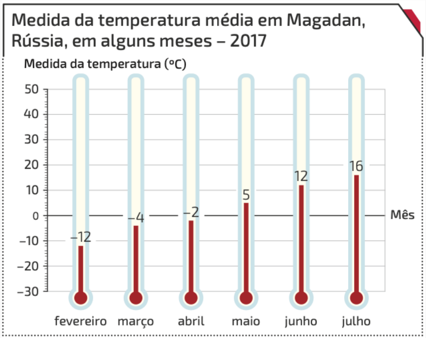
EXTRATO BANCÁRIO
CLIENTE: RENATO DOS SANTOS

08/06/2019 14:23:47

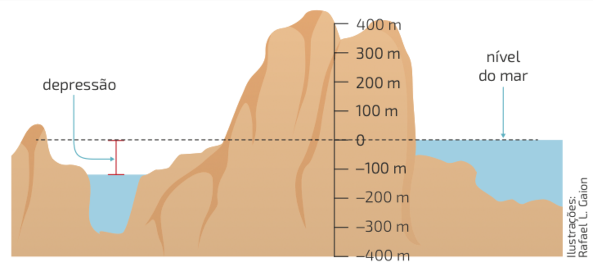
DATA	HISTÓRICO	SALDO (R$)
	SALDO ANTERIOR	– 300,00
	MAIO	
26/05	DEPÓSITO DINHEIRO	+ 860,00
	SALDO	+ 560,00
27/05	CHEQUE COMPENSADO	– 245,54
	SALDO	+ 314,46
30/05	PAGAMENTO FATURA	– 347,63
	SALDO	– 33,17
	JUNHO	
02/06	COMPRA CARTÃO	– 46,49
03/06	DEPÓSITO CHEQUE	+ 510,00
	SALDO	+ 430,34
07/06	CHEQUE COMPENSADO	– 502,50
	SALDO	– 72,16
	LIMITE DE CRÉDITO	+ 600,00
	LIVRE P/ MOVIMENTAÇÃO	+ 527,84
RESUMO		
SALDO ATUAL		– 72,16

Cynthia Sekiguchi

- Quando queremos indicar certas temperaturas, saldos bancários, altitudes, entre outros, pode ser necessária a utilização de números menores do que zero, chamados números negativos [3].



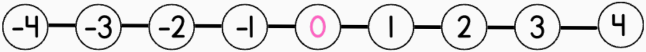
- Em contextos como esses, utilizamos pontos de referência para o zero, como a temperatura de congelamento da água ou o nível do mar, a fim de expressar de forma precisa tais medições.



Os Números Inteiros

Os Números Inteiros

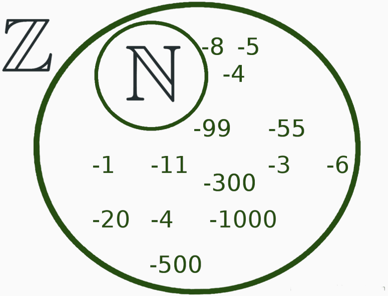
- Os números inteiros foram criados para preencher lacunas nos números naturais e para fornecer uma estrutura matemática mais robusta que pudesse lidar com uma variedade maior de problemas e situações da vida real.



- O zero atua como um ponto de referência fundamental na linha numérica.

Os Números Inteiros

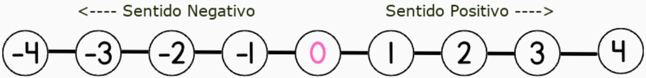
- Usamos o símbolo $\mathbb{Z}$ para representar o conjunto dos números inteiros.
- Todo número natural é também um número inteiro.



- Mas existem infinitos números inteiros que não são naturais!

Os Números Inteiros

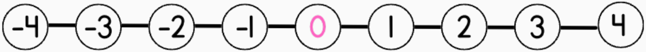
- O zero divide os números em positivos e negativos, fornecendo uma base para a contagem e representação de valores.



- **Inteiros Positivos:** estão à direita do zero.
- **Inteiros Negativos:** estão à esquerda do zero.

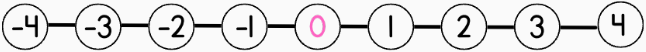
Sucessor e Antecessor

- O sucessor de um número inteiro é o número que vem imediatamente após ele na sequência dos números inteiros.
  Para um número inteiro n, o sucessor de n é dado por $n + 1$.
- O antecessor de um número inteiro é o número que vem imediatamente antes dele na sequência dos números inteiros.
  Para um número inteiro n, o antecessor de n é dado por $n - 1$.



- O sucessor de 3 é 4.
- O sucessor de -2 é -1.

Sucessor e Antecessor



Exemplo

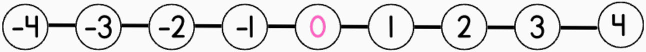
a) *Quem é o sucessor de 0?*

b) *Quem é o sucessor de 234 ?*

c) *Quem é o sucessor de* -15*?*

d) *Quem é o sucessor de* -59*?*

Sucessor e Antecessor



Exemplo

e) *Quem é o antecessor de* 0*?*

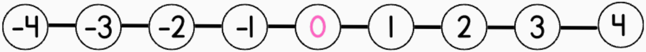
f) *Quem é o antecessor de* 234 *?*

g) *Quem é o antecessor de* -15*?*

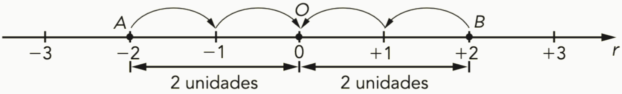
h) *Quem é o antecessor de* -59*?*

Números Simétricos

- Os números 1 e −1, 2 e −2, 3 e −3, etc., são chamados de **números simétricos**.



- Cada par possui a mesma distância, em unidades, para o número zero.



- O elemento 0 não é nem positivo, nem negativo, e é o seu próprio simétrico.

Números Simétricos

Representando por $-a$ o simétrico de a, seja ele positivo, negativo ou nulo, temos sempre que

$$-(-a) = a \text{ (o simétrico do simétrico de a é a).}$$

Representando por $-a$ o simétrico de a, seja ele positivo, negativo ou nulo, temos sempre que

$$-(-a) = a \text{ (o simétrico do simétrico de a é a).}$$

Ou seja,

- $-(-47) = 47$ (O simétrico do número -47 é o 47);
- $-(-1) = 1$ (O simétrico do número -1 é o 1);
- $-[-(-3)] = -3$ (O simétrico do simétrico de -3 é o próprio -3).

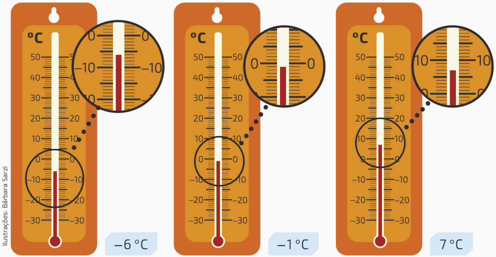
Exemplo

Exemplo

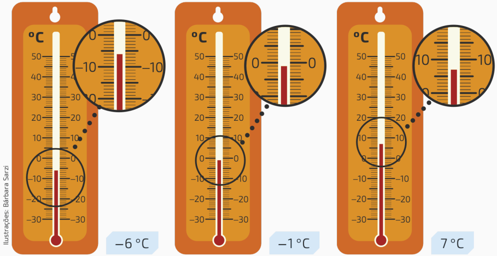
Escreva o oposto de cada situação e o número correspondente.

a) *Ganhar 5 pontos em um jogo (5).*
b) *Um débito de R\$ 20,00 (−20).*
c) *Um lucro de R\$ 50,00 (50).*
d) *Dois andares abaixo do térreo (−2).*
e) 150 *m acima do nível do mar* (150)*.*
f) *Uma medida de temperatura de* 3 *graus Celsius abaixo de zero* (−3).

- Comparar 2 números significa dizer se o primeiro é maior do que o ($>$), é menor do que o ($<$) ou é igual ao ($=$) segundo número.



- Podemos comparar as temperaturas acima e dizer qual a temperatura mais baixa e a mais alta.



Quando comparamos:

- números negativos, o menor é aquele que fica mais distante da origem;
- um número negativo e um positivo, o menor é sempre o negativo;
- números positivos, o menor é aquele que fica mais próximo da origem.

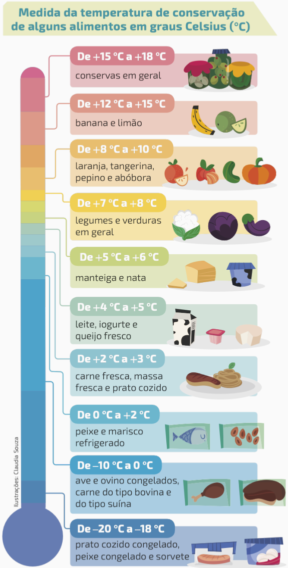
Exemplo

Veja a seguir a medida da temperatura mínima registrada em uma cidade durante determinada semana e responda:

a) *Em quais dias da semana a medida de temperatura mínima foi maior do que* $-2°C$?

b) *Em quais dias da semana a medida de temperatura mínima esteve entre* $-1°C$ e $2°C$?

Dia da semana	Medida da temperatura mínima (°C)
Domingo	+1,8
Segunda-feira	−0,1
Terça-feira	+2,4
Quarta-feira	+1,3
Quinta-feira	−1,7
Sexta-feira	−2,2
Sábado	−3,5



a) Dos alimentos citados, quais devem ser armazenados em locais com medida de temperatura igual a 16°C?

b) E quais devem ser armazenados em locais com medida de temperatura abaixo de 0°C?

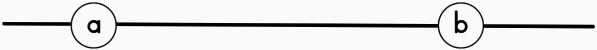
c) Veja as medidas de temperatura ideais para a conservação de alguns alimentos e a medida da temperatura do freezer em que eles se encontram armazenados.
Todos os produtos estão devidamente armazenados? Por quê?

b) É possível ajustar a medida da temperatura de um freezer para armazenar juntos a pizza e o sorvete? Justifique.

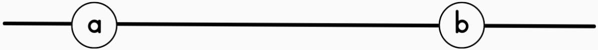
Comparando números inteiros

A compreensão de que os números podem ser posicionados em uma reta facilita o entendimento dos conceitos de maior que e menor que.

De fato, escrevemos $a < b$ (leia a menor do que b) sempre que a estiver representado à esquerda de b na reta numérica



Analogamente, escrevemos $b > a$ (leia *b* maior do que *a*) sempre que *b* estiver representado à direita de *a* na reta numérica



Exemplo

a) *Qual é o menor número inteiro de dois algarismos?*
b) *Qual o maior inteiro negativo menor do que* -566*?*

Operações com Números Inteiros

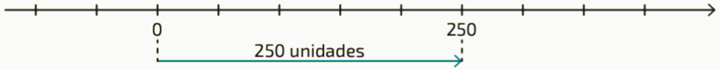
Adição

Luciano tinha R$250, 00 de saldo em sua conta bancária. Após um depósito de R$150, 00, qual é o saldo da conta de Luciano?

Luciano tinha R$250, 00 de saldo em sua conta bancária. Após um depósito de R$150, 00, qual é o saldo da conta de Luciano?

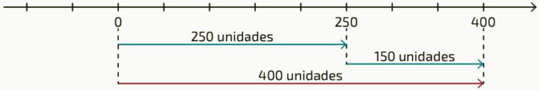
Vamos resolver esse cálculo com o auxílio da reta numérica.

- Iniciando com a quantia que Luciano já tinha, deslocamos, a partir da origem, 250 unidades no sentido positivo, uma vez que o saldo inicial é positivo:



- Deslocamos 150 unidades no sentido positivo, a partir de 250, pois o depósito é um crédito:

As setas azuis indicam as parcelas da adição e a vermelha indica o resultado.



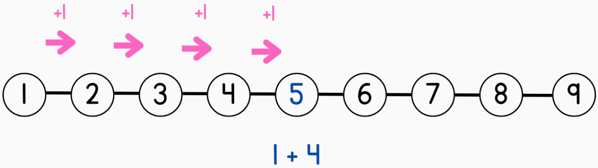
Adição

Definição

Sejam a e b números inteiros. A ***adição*** *$a + b$ é o número inteiro que se obtém a partir de a aplicando-se b vezes seguidas a operação de tomar o sucessor.*

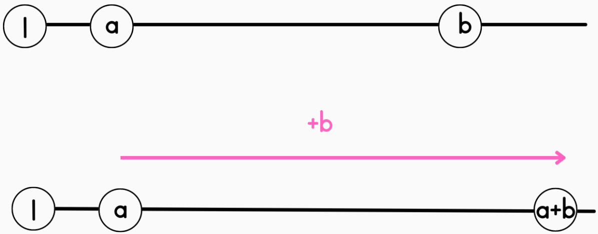
Adição

A adição do número 4 ao número 1 pode ser entendida aplicando-se 4 vezes seguidas a operação de tomar o sucessor, a partir de 1:



Adição

A adição de um número *b* a um número *a* pode ser entendida como um deslocamento de *b* passos para a direita a partir do ponto *a*.

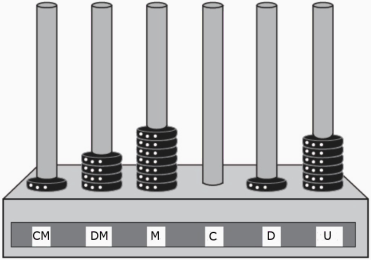


O Ábaco

- O ábaco é um antigo instrumento de cálculo que usa notação posicional de base 10 para representar números inteiros positivos (maiores do que zero).
- Ele pode ser apresentado em vários modelos, um deles formado por hastes apoiadas em uma base.
- Cada haste corresponde a uma posição no sistema decimal e nelas são colocadas argolas; a quantidade de argolas na haste representa o algarismo daquela posição.

O Ábaco

- Em geral, colocam-se adesivos abaixo das hastes com os símbolos U, D, C, M, DM e CM, que correspondem, respectivamente, a unidades, dezenas, centenas, unidades de milhar, dezenas de milhar e centenas de milhar.
- Sempre começando com a unidade na haste da direita e as demais ordens do número no sistema decimal nas hastes subsequentes (da direita para esquerda), até a haste que se encontra mais à esquerda.



Propriedades Formais da Adição

Sejam a e b números inteiros. Então valem as seguintes propriedades:

- **Associatividade:** $a + (b + c) = (a + b) + c$;
- **Comutatividade:** $a + b = b + a$;

Exercício

Usando as propriedades da adição dos números naturais, calcule a soma

$$1997 + 1998 + 2002 + 2003.$$

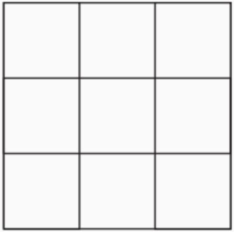
Exercício

Os quadrados mágicos foram criados na China por volta de 2200 a.C. Nas linhas, nas colunas e nas diagonais os números têm a mesma soma, chamada soma mágica. Complete este quadrado mágico com números inteiros.

0	x	-4
x	-1	x
2	x	x

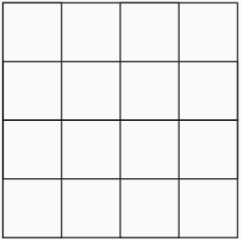
Exercício

Esse quadrado 3x3 deve ser preenchido com os números de 1 a 9. Veja se consegue e descubra qual é sua soma mágica:



Exercício

Achou fácil? Tente agora com o quadrado mágico abaixo que deve ser preenchido com os números de 1 a 16. Note que não há repetição de números.



Definição

1. *Se* $b = 0$*, então* $a \cdot 0 = 0$.
2. *Por definição, tem-se* $a \times 1 = a \cdot 1 = a$.
3. *Quando* $b > 1$, $a \times b$ *é a soma de* b *parcelas iguais a* a.
4. *Quando* $b \leq -1$*, então:*

$$a \cdot b = -(a \cdot (-b))$$

a) $4 \times 1 = 4$.
b) $4 \times 2 = 4 + 4 = 8$.
c) $5 \times (-3) = -(5 \times 3) = -(5 + 5 + 5) = -15$.

Propriedades Formais da Multiplicação

- **Associatividade:** $a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$;
- **Comutatividade:** $a \times b = b \times a$;
- **Distributividade:** $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$.

  Erro comum: $2 \times (b + 3) = 2 \times b + 3$ (Não multiplicar tudo que está dentro dos parênteses!)

Exercício

Usando as propriedades da adição e multiplicação dos números naturais, calcule a soma

$$1 + 2 + 3 + \cdots + 98 + 99 + 100.$$

Exercício

Como alguém pode pagar uma conta de R$1327,00 a um comerciante que não dispõe de troco, utilizando 14 notas de R$100,00, 9 cédulas de R$10,00 e 9 moedas de R$1,00?

Referencias I

[1] BBC News Brasil.
A longa batalha do zero para se tornar número, 2019.
Acessado em: 19 fevereiro 2025.

[2] Unesp Para Jovens.
O herói do oriente: como o zero chegou ao ocidente, 2022.
Acessado em: 19 fevereiro 2025.

[3] Patricia Moreno Pataro.
***Matemática essencial 7o ano : ensino fundamental, anos finais*.**
Scipione, 2018.