

Aula 03: O Cálculo Proposicional - Parte 2

Karla Lima

Álgebra Elementar: 19/10/23

FACET/UFGD

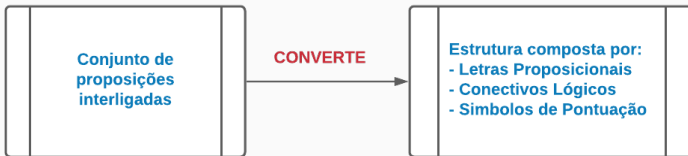
Ainda sobre Conectivos

Negação e Valor-Verdade

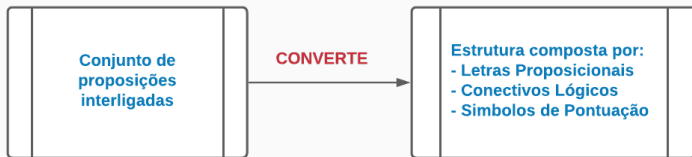
Considerações Finais

Ainda sobre Conectivos

Formalização [1]



Formalização [1]



Vantagem: Conseguimos estudar as proposições sem sermos influenciados pelo seu conteúdo.

Formalização

Para evitar ambiguidades, estabelecemos uma pontuação adequada, idêntica à utilizada em expressões algébricas.

Formalização

Para evitar ambiguidades, estabelecemos uma pontuação adequada, idêntica à utilizada em expressões algébricas.

Regras:

- cada parêntese aberto deve ser fechado; os internos à expressão precedem aos mais externos;
- a ordem da prioridade dos conectivos é:

1º \neg

2º \wedge e \vee

3º \rightarrow e \leftrightarrow

Exemplo 1

Exemplo 1

Se tormarmos café ou comermos algo, chegaremos atrasados à conferência, mas, se isso for um problema, é melhor despedirmo-nos agora.

Exemplo 1

Exemplo 1

Se tormarmos café ou comermos algo, chegaremos atrasados à conferência, mas, se isso for um problema, é melhor despedirmo-nos agora.

T = tomarmos café;

C = comermos algo;

A = chegaremos atrasados à conferência;

P = isso é um problema;

D = é melhor despedirmo-nos agora.

Exemplo 1

Temos 5 proposições, ligadas pelos conectivos:

Se..., então...; ou; mas (e).

Desses 3 conectivos, sabemos que ou e mas tem prioridade sobre o Se..., então....

Exemplo 1

O conectivo mas une duas proposições compostas:

P_1 : Se tormarmos café ou comermos algo, chegaremos atrasados à conferência.

P_2 : Se isso for um problema, é melhor despedirmo-nos agora.

Exemplo 1

O conectivo mas une duas proposições compostas:

P_1 : Se tormarmos café ou comermos algo, chegaremos atrasados à conferência.

P_2 : Se isso for um problema, é melhor despedirmo-nos agora.

As duas proposições são condicionais. Vamos reescrever cada uma delas como união de proposições simples.

Exemplo 1

P_1 :

Vamos começar pela primeira proposição, que vem logo após o Se.

O conectivo ou une duas proposições simples:

T = tomarmos café;

C = comermos algo.

Exemplo 1

P_1 :

Vamos começar pela primeira proposição, que vem logo após o Se.

O conectivo ou une duas proposições simples:

T = tomarmos café;

C = comermos algo.

Logo, podemos escrever

$$\text{tomarmos café ou comermos algo} = T \vee C$$

Exemplo 1

P_1 :

Se $(T \vee C = \text{tomarmos café ou comermos algo})$;

Então $(A = \text{Chegaremos atrasados à conferência})$.

Exemplo 1

P_1 :

Se $(T \vee C = \text{tomarmos café ou comermos algo})$;

Então $(A = \text{Chegaremos atrasados à conferência})$.

Simbolicamente, temos

$$P_1 = (T \vee C) \rightarrow A$$

Exemplo 1

P_1 :

Se $(T \vee C = \text{tomarmos café ou comermos algo})$;

Então $(A = \text{Chegaremos atrasados à conferência})$.

Simbolicamente, temos

$$P_1 = (T \vee C) \rightarrow A$$

Como \vee tem prioridade sobre \rightarrow , podemos retirar os parênteses:

$$P_1 = T \vee C \rightarrow A$$

Exemplo 1

P_2 :

Se ($P =$ isso é um problema);

Então ($D =$ é melhor despedirmo-nos agora).

Exemplo 1

P_2 :

Se (P = isso é um problema);

Então (D = é melhor despedirmo-nos agora).

Simbolicamente, temos

$$P_2 = P \rightarrow D$$

Exemplo 1

Como P_1 e P_2 estão conectadas por mas, temos $P_1 \wedge P_2$, de onde segue que a proposição original é representada simbolicamente por:

$$(T \vee C \rightarrow A) \wedge (P \rightarrow D)$$

Exemplo 1

Como P_1 e P_2 estão conectadas por mas, temos $P_1 \wedge P_2$, de onde segue que a proposição original é representada simbolicamente por:

$$(T \vee C \rightarrow A) \wedge (P \rightarrow D)$$

Pergunta: Posso retirar algum dos parênteses acima?

Negação e Valor-Verdade

Como Negar uma Conjunção

A conjunção e significa que as duas proposições ligadas por esse conectivo devem acontecer.

Como Negar uma Conjunção

A conjunção e significa que as duas proposições ligadas por esse conectivo devem acontecer.

Supondo verdadeira a proposição “O aluno será aprovado se a nota for igual ou superior a 6 e a frequência for igual ou superior a 75%”, e sabendo que João foi reprovado, o que podemos concluir?

Como Negar uma Conjunção

A conjunção e significa que as duas proposições ligadas por esse conectivo devem acontecer.

Supondo verdadeira a proposição “O aluno será aprovado se a nota for igual ou superior a 6 e a frequência for igual ou superior a 75%”, e sabendo que João foi reprovado, o que podemos concluir?

Para **negar uma conjunção**, nega-se pelo menos uma das proposições que a constituem.

Valor-Verdade de uma Conjunção

A proposição “Karla é alagoana e $2 + 2 = 5$ ” é verdadeira?

Valor-Verdade de uma Conjunção

A proposição “Karla é alagoana e $2 + 2 = 5$ ” é verdadeira?

Verdadeira: Uma conjunção tem seu valor lógico (V) se, e somente se, as duas proposições que a compõem forem verdadeiras (V).

Valor-Verdade de uma Conjunção

A proposição “Karla é alagoana e $2 + 2 = 5$ ” é verdadeira?

Verdadeira: Uma conjunção tem seu valor lógico (V) se, e somente se, as duas proposições que a compõem forem verdadeiras (V).

Falsa: Uma conjunção tem seu valor lógico (F) se, e somente se, pelo menos uma das duas proposições que a compõem for falsa (F).

Como Negar uma Disjunção

A conjunção ou significa que pelo menos uma das duas proposições ligadas por esse conectivo deve acontecer.

Como Negar uma Disjunção

A conjunção ou significa que pelo menos uma das duas proposições ligadas por esse conectivo deve acontecer.

Supondo verdadeira a proposição “A garantia do carro é de 1 ano ou 10 mil quilômetros”, e sabendo-se que a garantia mencionada expirou, o que podemos concluir?

Como Negar uma Disjunção

A conjunção ou significa que pelo menos uma das duas proposições ligadas por esse conectivo deve acontecer.

Supondo verdadeira a proposição “A garantia do carro é de 1 ano ou 10 mil quilômetros”, e sabendo-se que a garantia mencionada expirou, o que podemos concluir?

Para **negar uma disjunção**, nega-se cada uma das proposições que a constituem.

Valor-Verdade de uma Disjunção

A proposição “Karla é alagoana ou $2 + 2 = 5$ ” é verdadeira?

Valor-Verdade de uma Disjunção

A proposição “Karla é alagoana ou $2 + 2 = 5$ ” é verdadeira?

Verdadeira: Uma disjunção tem seu valor lógico (V) se, e somente se, pelo menos uma das duas proposições que a compõem for verdadeira (V).

Valor-Verdade de uma Disjunção

A proposição “Karla é alagoana ou $2 + 2 = 5$ ” é verdadeira?

Verdadeira: Uma disjunção tem seu valor lógico (V) se, e somente se, pelo menos uma das duas proposições que a compõem for verdadeira (V).

Falsa: Uma disjunção tem seu valor lógico (F) se, e somente se, ambas as proposições que a compõem forem falsas (F).

Como Negar uma Condicional

A conjunção se..., então... traduz uma ideia de “causa” e “efeito”.

Como Negar uma Condicional

A conjunção se..., então... traduz uma ideia de “causa” e “efeito”.

Supondo verdadeira a proposição “Se o Brasil for campeão, eu vou para o Japão”, quando a promessa feita será quebrada?
Quando a implicação será falsa?

Como Negar uma Condicional

A conjunção se..., então... traduz uma ideia de “causa” e “efeito”.

Supondo verdadeira a proposição “Se o Brasil for campeão, eu vou para o Japão”, quando a promessa feita será quebrada?
Quando a implicação será falsa?

Para **negar uma condicional** “se p então q ”, devemos ter, simultaneamente, p verdadeira e q falsa.

Valor-Verdade de uma Condicional

Verdadeira: Uma condicional tem seu valor lógico (V) se, e somente se, não temos simultaneamente p verdadeira e q falsa. Em qualquer outro caso, a implicação é verdadeira.

Valor-Verdade de uma Condicional

Verdadeira: Uma condicional tem seu valor lógico (V) se, e somente se, não temos simultaneamente p verdadeira e q falsa. Em qualquer outro caso, a implicação é verdadeira.

Falsa: Uma condicional tem seu valor lógico (F) se, e somente se, a proposição antecedente for verdadeira (V) e a consequente for falsa (F).

Valor-Verdade de uma Condicional

Do que vimos no slide anterior, a proposição

“Se o sangue é azul, eu sou mico de circo.”

é verdadeira, pois as proposições simples que a compõem são falsas.

Isso traduz a ideia intuitiva de que, não ocorrendo a “causa”, não existe o compromisso de o “efeito” ocorrer.

Valor-Verdade de uma Bicondicional

Verdadeira: Uma bicondicional tem seu valor lógico (V) se, e somente se, as duas proposições que a compõem tiverem o mesmo valor-verdade (V) ou (F).

Valor-Verdade de uma Bicondicional

Verdadeira: Uma bicondicional tem seu valor lógico (V) se, e somente se, as duas proposições que a compõem tiverem o mesmo valor-verdade (V) ou (F).

Falsa: Uma condicional tem seu valor lógico (F) se, e somente se, as proposições que a compõem tiverem o valor-verdade opostos.

Como Negar uma Negação

A negação de uma proposição verdadeira (V) é uma proposição falsa (F) e a de uma proposição falsa (F) é uma proposição verdadeira.

Considerações Finais

O que aprendemos

1. É importante identificar o que torna cada proposição composta verdadeira ou falsa, de acordo com os conectivos. Isso ocorre quando entendemos qual o significado que o conectivo dado traduz naquela sentença.

Um Puzzle [2]

Vamos continuar na ilha dos "cavaleiros" e dos "patifes".

Dois dos habitantes dessa ilha - A e B, cada um dos quais é um cavaleiro ou um patife - estavam juntos em um jardim.

Um estranho passou e perguntou à A: "Você é um cavaleiro ou um patife?". A respondeu: "Ou eu sou um patife ou então dois mais dois é igual a cinco."

O que você concluiria?

Referências



L. B. Bispo, C.A. F. and Castanheira and O.M. S. Filho.

Introdução à lógica Matemática.

Cengage Learning Brasil, 2017.



R.M. Smullyan.

What is the Name of this Book?: The Riddle of Dracula and Other Logical Puzzles.

Prentice-Hall, 1978.