

# Aula 04: O Cálculo Proposicional - Parte 3

---

Karla Lima

Álgebra Elementar: 26/10/23

FACET/UFGD

Classificação das Proposições

Considerações Finais - Parte 1

Implicações e Equivalências Lógicas

Considerações Finais - Parte 2

# Classificação das Proposições

---

# Contradições [1]

Uma proposição é uma sentença que pode ser classificada como verdadeira ou falsa, não podendo ser os dois ao mesmo tempo.

# Contradições [1]

Uma proposição é uma sentença que pode ser classificada como verdadeira ou falsa, não podendo ser os dois ao mesmo tempo.

Qualquer sentença composta equivalente a uma afirmação do tipo  $A$  e não  $A$  é uma **contradição**.

# Contradições [1]

Uma proposição é uma sentença que pode ser classificada como verdadeira ou falsa, não podendo ser os dois ao mesmo tempo.

Qualquer sentença composta equivalente a uma afirmação do tipo A e não A é uma **contradição**.

## Exemplo 1

*A sentença*

*“João é pernambucano e João não é pernambucano.”*

*é uma contradição.*

## Definição 1

*Um proposição composta é chamada de **contradição** se, e somente se, o seu valor lógico for sempre falso (F), independente do valor lógico das proposições simples que a compõem.*

# Contradições: qual o problema?

$$“ 2 = 1 \text{ e } 2 \neq 1.”$$

A partir desta contradição, numa aula, o filósofo e matemático Bertrand Russel concluiu ao seus alunos que ele era o Papa.

Veja o argumento:

“Eu e o Papa somos diferentes;

eu e o Papa somos 2;

mas  $2 = 1$ ;

logo, eu e o Papa somos 1.”



# Contradições: qual o problema?

Contradizer-se, portanto, pode ser fatal numa argumentação.  
De uma contradição é possível concluir-se qualquer coisa.

# O polo oposto: Tautologias

Uma **tautologia** é uma sentença que afirma algo certamente verdadeiro:

“João é pernambucano ou João não é pernambucano.”

# O polo oposto: Tautologias

Uma **tautologia** é uma sentença que afirma algo certamente verdadeiro:

“João é pernambucano ou João não é pernambucano.”

Uma proposição tautológica nada nos informa de novo, em nada contribui para a construção da argumentação.

## Definição 2

*Um proposição composta é chamada de **tautologia** se, e somente se, o seu valor lógico for sempre verdadeiro (V), independente do valor lógico das proposições simples que a compõem.*

# Falácias

Anteriormente, associamos a palavra **falácia** a um argumento não válido.

Na linguagem ordinária, no entanto, ela é utilizada quando nos referimos a um argumento que parece correto, mas não o é.

# Falácias

- Ou votas no Silveira ou será a desgraça nacional.
- Uma pessoa ou é boa ou é má.
- Os fantasmas existem! Já provastes que não existem?
- Se aprovamos leis contra as armas automáticas, não demorará muito até aprovarmos leis contra todas as armas, e então começaremos a restringir todos os nossos direitos. Acabaremos por viver num estado totalitário. Portanto não devemos banir as armas automáticas.

- Não podes aceitar que a teoria da evolução é verdadeira, porque se fosse verdadeira estaríamos ao nível dos macacos.
- As pessoas razoáveis concordarão com a nossa política fiscal. As sondagens sugerem que os liberais vão ter a maioria no parlamento, também deves votar neles.

## Exercício 1

*Classifique as proposições como tautologia, contradição ou falácia.*

- a) Se  $2(1 - 1) = 1 - 1$ , teremos  $\frac{2(1 - 1)}{1 - 1} = \frac{1 - 1}{1 - 1}$ . Logo  $2 = 1$ .
- b) *Mário é casado com Joana, mas Joana não é casada com Mário.*
- c) *Se eu ficar em casa, não irei à escola.*



## Exercício 2

*Classifique as proposições como tautologia ou contradição.*

a)  $p \rightarrow (p \vee r)$

b)  $\neg(p \rightarrow (\neg p \rightarrow (q \vee \neg q)))$

# Considerações Finais - Parte 1

---

# O que aprendemos

1. Contradições são proposições falsas, independente da validade das proposições que a compõem.
2. Uma tautologia é uma proposição que não acrescenta nenhuma informação. É sempre verdadeira, independente da validade das proposições compostas que a compõem.
3. As falácias, na lógica formal, representa os argumentos inválidos - aqueles nos quais a conclusão não é consequência lógica das premissas.
4. Já na lógica informal, as falácias referem-se a argumentos que parecem corretos, mas um olhar mais cuidadoso verifica que o argumento não se sustenta.

## Um Puzzle [3]

Vamos acrescentar à ilha dos "cavaleiros" e dos "patifes", os habitantes "normais". Esse último tipo às vezes mentem e às vezes dizem a verdade.

Duas pessoas, A e B, cada um dos quais é um cavaleiro, ou patife, ou um normal, fazem as seguintes afirmações:

A: B é um cavaleiro.

B: A não é um cavaleiro.

Prove que pelo menos um deles está falando a verdade, mas não é um cavaleiro.

# Implicações e Equivalências Lógicas

---

## Definição 3

- a) *Duas proposições são ditas **independentes** quando, em suas tabelas-verdade, ocorrem as quatro alternativas:*

$p$	$q$
$F$	$F$
$F$	$V$
$V$	$F$
$V$	$V$

- b) Duas proposições são **dependentes** quando, em suas tabelas-verdade, uma ou mais alternativas não ocorrem. Neste caso, dizemos que existe uma **relação** entre as proposições dadas.

## Exemplo 2

### Exemplo 2

*Proposições independentes:*

$M = \text{Maria foi ao cinema.}$

$P = \text{Pedro foi ao teatro.}$

*Proposições dependentes:*

$C = \text{Eu ficarei em casa.}$

$E = \text{Eu irei à escola.}$



# Relação de Implicação

## Definição 4

*Uma proposição  $p$  **implica** uma proposição  $q$  quando, em suas tabelas-verdade, não ocorre VF (nessa ordem!).*

**Notação:**  $p \implies q$ .

# Relação de Implicação

## Definição 4

Uma proposição  $p$  **implica** uma proposição  $q$  quando, em suas tabelas-verdade, não ocorre VF (nessa ordem!).

Notação:  $p \implies q$ .

## Observação:

$\rightarrow$ : representa uma operação entre proposições, dando origem a uma nova operação.

$\implies$ : indica apenas uma relação entre duas proposições dadas.

# Exemplo 3

## Exemplo 3

*Dadas as proposições*

$C = \text{Eu ficarei em casa.}$

$E = \text{Eu irei à escola.}$

*vamos verificar que  $C \implies \neg E$ .*

## Exemplo 4

### Exemplo 4

*Verifique que  $p \implies q \rightarrow p$ .*

# Relação de Equivalência

## Definição 5

*Diz-se que uma proposição  $p$  é **equivalente** a uma proposição  $q$  quando, em suas tabelas-verdade, não ocorrem VF nem FV.*

Notação:  $p \Longleftrightarrow q$ .

# Relação de Equivalência

## Definição 5

*Diz-se que uma proposição  $p$  é **equivalente** a uma proposição  $q$  quando, em suas tabelas-verdade, não ocorrem VF nem FV.*

Notação:  $p \Longleftrightarrow q$ .

## Observação:

$\leftrightarrow$ : representa uma operação entre proposições, dando origem a uma nova operação.

$\Longleftrightarrow$ : indica apenas uma relação entre duas proposições dadas.

# Exemplo 5

## Exemplo 5

*Verifique se as proposições abaixo são equivalentes:*

$C =$  *Se Marcos estudou, então foi aprovado.*

$N =$  *Marcos não estudou ou foi aprovado.*

# Exemplo 6

## Exemplo 6

*Verifique se as proposições abaixo são equivalentes:*

*$D = \text{Maria é médica ou João é professor.}$*

*$C = \text{Maria não é médica, então João é professor.}$*



## Considerações Finais - Parte 2

---

# O que aprendemos

1. Estudamos as relações de implicação e equivalência entre duas proposições. Você consegue dizer a diferença entre elas?
2. É importante identificar qual dos tipos de relação estamos lidando; muitas vezes, assumimos uma equivalência onde temos apenas uma implicação.

## Um Puzzle [3]

Quando Alice entrou na Floresta do Esquecimento, ela não esqueceu tudo; apenas certas coisas. Muitas vezes ela esquecia seu nome, e a coisa mais provável dela esquecer era o dia da semana. Agora, o Leão e o Unicórnio eram visitantes frequentes da floresta. Esses dois são criaturas estranhas. O Leão mente às segundas, terças e quartas-feiras e fala a verdade nos outros dias da semana. O Unicórnio, por outro lado, mente às quintas, sextas e sábados, mas fala a verdade nos outros dias da semana.

## Um Puzzle [3]

Um dia, Alice encontrou o Leão e o Unicórnio descansando sob uma árvore. Eles fizeram as seguintes declarações:

Leão: Ontem foi um dos meus dias mentirosos.

Unicórnio: Ontem também foi um dos meus dias de mentiras.

A partir dessas duas declarações, Alice (que era uma garota muito inteligente) foi capaz de deduzir o dia da semana. Que dia foi?

# Referências



M.O. da Cunha and N.J. Machado.

*Lógica e linguagem cotidiana: Verdade, coerência, comunicação, argumentação.*

Autêntica Editora, 2013.



L. B. Bispo, C.A. F. and Castanheira and O.M. S. Filho.

*Introdução à lógica Matemática.*

Cengage Learning Brasil, 2017.



R.M. Smullyan.

*What is the Name of this Book?: The Riddle of Dracula and Other Logical Puzzles.*

Prentice-Hall, 1978.



J. Daghlian.

*Lógica e Álgebra de Boole.*