UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS
Profª. Karla Lima

Análise II 05 de Outubro de 2018

(1) Complete a demostração do Teorema 8.

(2) Seja f uma função com $f(0) = 0$, contínua em $[0, \infty)$, e f' crescente em $(0, \infty)$. Prove que a função $g(x) = \dfrac{f(x)}{x}$ também é crescente em $(0, \infty)$.

Dica: Mostre, usando o Teorema do Valor Médio, que $g(x) = \dfrac{f(x)}{x} = f'(c)$ para algum $c \in (0, x)$. Use em $(0, x)$ que f' é crescente, calcule $g'(x)$ e mostre que $g'(x) > 0$.

(3) Um radar moderno e formado por dois sensores que identificam um veículo em dois pontos de uma rodovia, distantes 3 km um do outro. O radar tambem registrou os instantes de tempo $t_1 = 15h31min$ e $t_2 = 15h33min$ em que o veículo passou por cada sensor. Sabendo que a velocidade maxima permitida é 80 km/h, pergunta-se, o veículo deve ser multado ?

(4) Prove que se a derivada de uma função f é negativa logo à esquerda e positiva à direita de um ponto crítico c - ou seja, se existe $\delta > 0$ tal que

$$c - \delta < x < c < y < c + \delta \Rightarrow f'(x) < 0 < f'(y)$$

- então c é um ponto de mínimo local.

Enuncie e prove propriedade análoga para o caso de máximo local.

(5) Para a região do exemplo 2, mostre que a soma das áreas dos retângulos com partição $x_0 = 0 < x_1 = \frac{1}{n} < x_2 = \frac{2}{n} < \cdots < x_{n-1} = \frac{n-1}{n} < x_n = 1$ e $\xi_i = x_i$ tende a $\frac{1}{3}$.