



Geometria Plana I

Lista de Aprofundamento

2^a Avaliação

Prof^a Karla Lima

2024.1

Sumário

1	Perpendicularidade	4
2	Polígonos	5
3	Área de Polígonos	6

Resumo

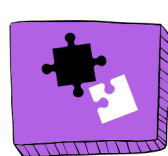
"A Arte de Resolver Problemas (1945)" é um livro clássico escrito por George Pólya, que oferece uma abordagem sistemática e prática para resolver problemas matemáticos e, por extensão, problemas em diversas áreas da vida.

Ele destaca estratégias heurísticas, como divisão em subproblemas, analogia, tentativa e erro, e trabalhar de trás para frente.

Além disso, o autor enfatiza a importância de persistência, criatividade e flexibilidade mental na resolução de problemas.

Abaixo, segue o esquema introduzido por Pólya para a resolução de problemas. Use-o para ajudar no processo de aprendizado.





01. Conexões

Encontre a conexão entre os dados e a incógnita. É possível que seja obrigado a considerar problemas auxiliares se não puder encontrar uma conexão imediata.



02. Questione

Já viu este problema antes? Ou o mesmo problema apresentado ligeiramente diferente?



02. Questione

Conhece um problema correlato ou que poderia ser útil?



03. Relacione

Procure pensar num problema conhecido que tenha a mesma incógnita ou outra semelhante.



04. Entenda

Entenda as soluções de problemas resolvidos. São eles que vão te dar a bagagem necessária para se aventurar nos exercícios propostos.



01. Mão na Massa

Em geral, você só precisa de cuidado e paciência, desde que tenha as habilidades necessárias. Persista com o plano que você escolheu e execute.



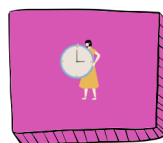
02. Descarte

Se continuar sem funcionar, descarte-o e escolha outro. Não se deixe enganar, é assim que a matemática é feita, mesmo por profissionais.



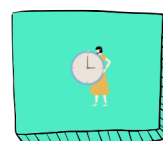
03. Verifique

É possível verificar claramente que os passos estão corretos? É possível demonstrar que ele está correto?



04. Retropecto

Examine a solução obtida. Reserve um tempo para refletir e olhar para trás, para o que você fez, o que funcionou e o que não funcionou.



04. Retrospecto

Isso permitirá que você preveja qual estratégia usar para resolver problemas futuros.

1 Perpendicularidade

Seja r uma reta, P um ponto fora dela e P' a projeção ortogonal deste ponto. Ainda, sejam A e B pontos de r .

Prove os seguintes Teoremas:

Exercício 1 *O segmento perpendicular $\overline{PP'}$ é menor que qualquer oblíquo \overline{PA} .*

Exercício 2 *Se os segmentos oblíquos \overline{PA} e \overline{PB} possuem projeções congruentes, então eles também são congruentes.*

Exercício 3 *Segmentos oblíquos congruentes têm projeções congruentes.*

Exercício 4 *De dois segmentos oblíquos de projeções não congruentes, o de maior projeção é maior.*

Exercício 5 *De dois segmentos oblíquos não congruentes, o maior tem projeção maior.*

Exercício 6 *De dois segmentos oblíquos não congruentes, o maior forma com a sua projeção ângulo menor.*

Exercício 7 *De dois segmentos oblíquos não congruentes, aquele que forma com a sua projeção um ângulo menor é maior.*

2 Polígonos

Exercício 8 *Calcule o número de lados de um polígono cuja soma dos ângulos internos vale 1440° .*

Exercício 9 *Quantos lados tem um polígono regular cujo ângulo externo vale 36° ?*

Exercício 10 *Um polígono tem 5 lados a mais que outro e a diferença entre os números de diagonais distintas de cada um deles é de 80. Calcular o número de lados de cada polígono.*

Exercício 11 *Num quadrilátero $ABCD$, o ângulo \hat{A} vale 160° . Calcular o ângulo \hat{C} , sabendo-se que os vértices B , C e D são equidistantes do vértice A .*

Exercício 12 *Num paralelogramo $ABCD$, tem-se:*

- a) *o perímetro (soma dos comprimentos de todos os lados) vale 42;*
- b) *o ângulo \hat{A} mede 120° ;*
- c) *a bissetriz do ângulo D passa pelo ponto médio M do lado \overline{AB} .*

Calcule o lado maior do paralelogramo dado e os ângulos do triângulo CMD .

Exercício 13 *Dado um quadrado $ABCD$, considere o triângulo equilátero ABM , interno ao quadrado. Unindo-se o ponto M ao vértice C , calcule o ângulo BMC .*

Exercício 14 *Seja P um ponto da base de um triângulo isósceles, distinto de seus extremos. De P , traçam-se retas paralelas aos lados congruentes. Prove que o perímetro do paralelogramo formado é igual à soma das medidas dos lados congruentes do triângulo.*

Exercício 15 Num trapézio retângulo $ABCD$, os ângulos \hat{A} e \hat{D} são retos. As bissetrizes dos ângulos \hat{A} e \hat{B} formam o ângulo \hat{AMB} que vale $87^\circ 30'$. Calcule os ângulos \hat{B} e \hat{C} .

Exercício 16 Num trapézio isósceles $ABCD$, a base menor \overline{AB} , mede 5 e a diagonal \overline{DB} é perpendicular ao lado não paralelo \overline{BC} . Calcule o perímetro desse trapézio, sabendo-se que a soma dos ângulos obtusos é o dobro da soma dos ângulos agudos.

Gabarito

- 8. 10
- 9. 10
- 10. 15 e 20.
- 11. 100°
- 12. Comprimento do Maior Lado: 14. Ângulos: 30° , 60° e 90° .
- 13. 75° .
- 14.
- 15. 95° e 85° .
- 16. 25.

3 Área de Polígonos

Exercício 17 A base de um triângulo é o dobro da altura e sua área mede 289. Calcule a base e a altura desse triângulo.

Exercício 18 *Mostre que qualquer mediana de um triângulo divide-o em dois triângulos de mesma área.*

Exercício 19 *A área de um hexágono regular é $162\sqrt{3}$. Calcule a área do polígono estrelado que se obtém prolongando dois a dois os lados desse hexágono.*

Gabarito

17. $b = 34$ e $h = 17$.

18.

19. $324\sqrt{3}$.