

# Geometria Plana

---

## Lista de Exercícios: P2

Polígonos

Quadriláteros

Áreas de figuras planas: triângulos e quadriláteros

Semelhança

Relações Métricas nos Triângulos

Circunferências

---

# 1 Polígonos

**Exercício 1** Calcule o número de lados de um polígono cuja soma dos ângulos internos vale  $1440^\circ$ .

**Exercício 2** Quantos lados tem um polígono regular cujo ângulo externo vale  $36^\circ$ ?

**Exercício 3** Um polígono tem 5 lados a mais que outro e a diferença entre os números de diagonais distintas de cada um deles é de 80. Calcular o número de lados de cada polígono.

## Gabarito

1. 10
2. 10
3. 15 e 20.

# 2 Quadriláteros

**Exercício 4** Num quadrilátero  $ABCD$ , o ângulo  $\hat{A}$  vale  $160^\circ$ . Calcular o ângulo  $\hat{C}$ , sabendo-se que os vértices  $B$ ,  $C$  e  $D$  são equidistantes do vértice  $A$ .

**Exercício 5** Num paralelogramo  $ABCD$ , tem-se:

- a) o perímetro (soma dos comprimentos de todos os lados) vale 42;
- b) o ângulo  $\hat{A}$  mede  $120^\circ$ ;
- c) a bissetriz do ângulo  $D$  passa pelo ponto médio  $M$  do lado  $\overline{AB}$ .

Calcule o lado maior do paralelogramo dado e os ângulos do triângulo  $CMD$ .

**Exercício 6** Dado um quadrado  $ABCD$ , considere o triângulo equilátero  $ABM$ , interno ao quadrado. Unindo-se o ponto  $M$  ao vértice  $C$ , calcule o ângulo  $BMC$ .

**Exercício 7** Seja  $P$  um ponto da base de um triângulo isósceles, distinto de seus extremos. De  $P$ , traçam-se retas paralelas aos lados congruentes. Prove que o perímetro do paralelogramo formado é igual à soma das medidas dos lados congruentes do triângulo.

**Exercício 8** Num trapézio retângulo  $ABCD$ , os ângulos  $\hat{A}$  e  $\hat{D}$  são retos. As bissetrizes dos ângulos  $\hat{A}$  e  $\hat{B}$  formam o ângulo  $\hat{AMB}$  que vale  $87^\circ 30'$ . Calcule os ângulos  $\hat{B}$  e  $\hat{C}$ .

**Exercício 9** Num trapézio isósceles  $ABCD$ , a base menor  $\overline{AB}$ , mede 5 e a diagonal  $\overline{DB}$  é perpendicular ao lado não paralelo  $\overline{BC}$ . Calcule o perímetro desse trapézio, sabendo-se que a soma dos ângulos obtusos é o dobro da soma dos ângulos agudos.

## Gabarito

4.  $100^\circ$
5. Comprimento do Maior Lado: 14. Ângulos:  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $90^\circ$ .
6.  $75^\circ$ .
- 7.
8.  $95^\circ$  e  $85^\circ$ .
9. 25.

## 3 Área de Polígonos

**Exercício 10** *A base de um triângulo é o dobro da altura e sua área mede 289. Calcule a base e a altura desse triângulo.*

**Exercício 11** *Mostre que qualquer mediana de um triângulo divide-o em dois triângulos de mesma área.*

**Exercício 12** *A área de um hexágono regular é  $162\sqrt{3}$ . Calcule a área do polígono estrelado que se obtém prolongando dois a dois os lados desse hexágono.*

## Gabarito

10.  $b = 34$  e  $h = 17$ .
- 11.
12.  $324\sqrt{3}$ .

## 4 Semelhança

**Exercício 13** *Um feixe de retas paralelas determina sobre duas transversais os pontos  $A, B, C, D$  e  $E, F, G, H$ , respectivamente. Conhecem-se:  $AB = 2\text{ cm}$ ,  $BC = 3\text{ cm}$ ,  $CD = 4\text{ cm}$  e  $EF = 3\text{ cm}$ . Calcule as medidas dos segmentos  $\overline{FG}$  e  $\overline{GH}$ .*

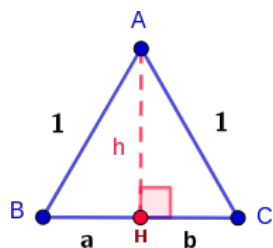
**Exercício 14** *Num trapézio  $ABCD$ , uma paralela às bases divide o lado não paralelo  $\overline{AD}$  em dois segmentos cuja razão entre suas medidas é  $2/3$ . Calcule as medidas dos segmentos determinados sobre o outro lado não paralelo, sabendo-se que  $BC = 30\text{ cm}$ .*

**Exercício 15** a) *Prove o Teorema da Bissetriz Interna.*

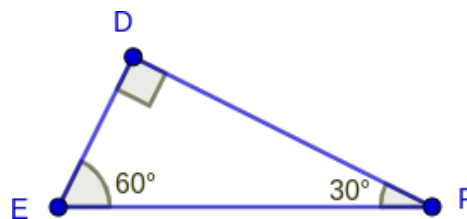
- b) Os lados de um triângulo  $ABC$  medem:  $AB = 10\text{ cm}$ ,  $AC = 20\text{ cm}$  e  $BC = 27\text{ cm}$ . Calcule as medidas dos segmentos determinados sobre o lado oposto ao maior ângulo do triângulo, formados pela bissetriz do mesmo.

**Exercício 16** Num triângulo  $ABC$ , seus lados medem:  $AB = 4\text{ cm}$ ,  $AC = 12\text{ cm}$  e  $BC = 15\text{ cm}$ . Pelo ponto  $M$ , tomado sobre o lado  $\overline{BC}$ , tal que  $BM = 3\text{ cm}$ , traçam-se as paralelas  $\overline{MD}$  e  $\overline{ME}$ , respectivamente aos lados  $\overline{AC}$  e  $\overline{AB}$ , com  $D \in \overline{AB}$  e  $E \in \overline{AC}$ . Calcule o perímetro do paralelogramo  $MDAE$ .

**Exercício 17** Seja  $ABC$  um triângulo equilátero de lado  $1\text{ cm}$ .



(a) Figura para o item a)



(b) Figura para o item b)

- a) Calcule as medidas de  $a$ ,  $b$  e da altura  $h$ .
- b) Considere o triângulo qualquer  $DEF$ . Usando semelhança de triângulos com algum dos triângulos descritos no desenho inicial, mostre que:

$$\text{sen}(30^\circ) = \frac{DE}{EF} = \frac{1}{2} \quad \text{e} \quad \text{sen}(60^\circ) = \frac{DF}{EF} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

- c) Conclua que as medidas seno e cosseno estão bem definidas a partir dos ângulos do triângulo retângulo, independente do 'tamanho' do triângulo dado.

### Gabarito

13.  $FG = 4,5\text{ cm}$  e  $GH = 6\text{ cm}$ .
14.  $12\text{ cm}$  e  $18\text{ cm}$ .
15. b)  $9\text{ cm}$  e  $18\text{ cm}$ .
16.  $11,2\text{ cm}$ .

## 5 Relações Métricas nos Triângulos

**Exercício 18** Num triângulo retângulo, a hipotenusa mede  $250\text{ m}$ . Os catetos são proporcionais aos números  $3$  e  $4$  e somam  $350\text{ m}$ . Calcule as projeções desses catetos sobre a hipotenusa.

**Exercício 19** Num triângulo retângulo, a soma das medidas de seus lados vale 48 cm e a soma dos quadrados dessas medidas vale  $800 \text{ cm}^2$ . Calcule os lados desse triângulo.

**Exercício 20** As bases de um trapézio isósceles medem 2 cm e 8 cm. A altura vale 4 cm. Calcule o perímetro do trapézio.

**Exercício 21** Num triângulo retângulo  $ABC$ , o ângulo  $B$  mede  $30^\circ$  e a hipotenusa  $BC = 10 \text{ cm}$ . Calcule a distância do vértice  $A$  ao ponto  $M$  do lado  $\overline{BC}$ , sabendo-se que  $BM = 4 \text{ cm}$ .

**Exercício 22** Num trapézio, os ângulos adjacentes à base maior são congruentes e mede  $60^\circ$ , cada um. Calcule a área desse trapézio sabendo-se que as bases medem, respectivamente, 8 e 2.

### Gabarito

17. 160 m e 90 m.

18. 20 cm, 16 cm e 12 cm.

19. 20 m.

20.  $\sqrt{31} \text{ cm}$ .

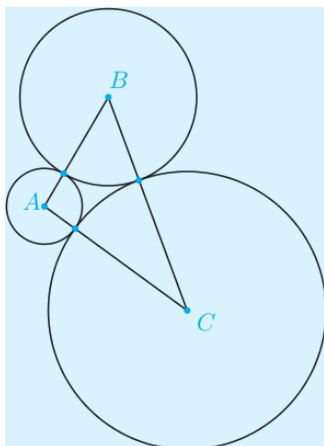
21.  $15\sqrt{3}$ .

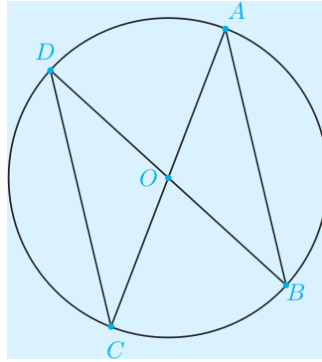
## 6 Circunferência

**Exercício 23** Em uma circunferência de raio 10 cm, uma corda dista 6 cm do centro. Qual o comprimento da corda?

**Exercício 24** Em uma circunferência, uma corda de 12 cm é paralela a uma tangente e bisseca o raio traçado pelo ponto de tangência. Qual o comprimento do raio?

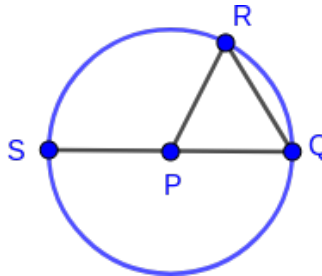
**Exercício 25** Na figura abaixo, cada uma das circunferências com centros  $A$ ,  $B$  e  $C$  é tangente às outras duas. Se  $AB = 10$ ,  $AC = 14$  e  $BC = 18$ , calcule os raios das circunferências.





**Exercício 26** Na figura abaixo,  $\overline{AC}$  e  $\overline{BD}$  são diâmetros da circunferência. Prove que  $\overline{CD}$  e  $\overline{AB}$  são congruentes. Além disso, mostre que  $\overline{CD} \parallel \overline{AB}$ .

**Exercício 27** Na figura abaixo,  $P$  é o centro da circunferência e  $RQ = PS$ . Determine a medida dos arcos  $\widehat{RQ}$ ,  $\widehat{RS}$  e  $\widehat{RSQ}$ .



**Exercício 28** Um ângulo inscrito é formado por uma corda e um diâmetro. O arco compreendido entre os lados do ângulo é triplo do arco subentendido pela corda. Calcule o valor do ângulo.

**Exercício 29** Um ângulo excêntrico externo intercepta dois arcos onde um é o triplo do outro. Sabendo-se que os outros dois arcos, não compreendidos entre os lados do ângulo, um tem  $10^\circ$  a mais que o menor dos dois primeiros e o outro  $50^\circ$  a menos que o maior, calcule o valor do ângulo excêntrico externo.

**Exercício 30** Num quadrilátero inscrito num círculo de centro  $O$ , os seus vértices, consecutivos, são  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$ . Sabe-se que:  $\hat{C} = 60^\circ$  e  $\hat{ABD} = 20^\circ$ . Calcule o ângulo  $\hat{AOB}$ .

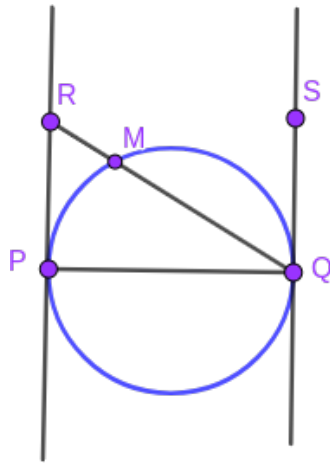
**Exercício 31** Na figura abaixo, as retas  $\overleftrightarrow{PR}$  e  $\overleftrightarrow{QS}$  são tangentes e  $\overline{PQ}$  é um diâmetro. Sendo  $\widehat{MQ} = 120^\circ$  e  $RQ = 8\text{ cm}$ , determinar o raio da circunferência.

### Gabarito

22.  $16\text{ cm}$ .

23.  $4\sqrt{3}\text{ cm}$ .

24. Raio da circunferência de centro  $B$ : 7; raio da circunferência de centro  $A$ : 3; Raio da circunferência de centro  $C$ : 11.



25.

26.  $\widehat{RQ} = 60^\circ$ ,  $\widehat{RS} = 120^\circ$  e  $\widehat{RSQ} = 300^\circ$ .

27.  $67^\circ 30'$ .

28.  $50^\circ$ .

29.  $80^\circ$ .

30.  $2\sqrt{3} \text{ cm}$ .