



Construções Geométricas

Trabalhos: P1

Profa. Karla Katerine Barboza de Lima
FACET/UFGD

Sumário

1	Atividades da Aula 01: Construções Elementares	3
1.1	Exemplos	3
1.2	Trabalho: 25/05	3
2	Atividades da Aula 02: Construções Elementares	4
2.1	Perpendicularidade	4
2.2	Operações com ângulos	5
2.3	O arco capaz	5
2.4	Trabalho: 01/06	8
3	Atividades da Aula 03: Construções de Triângulos	8
3.1	Construções em sala de aula	8
3.2	Trabalho: 15/06	9
4	Atividades da Aula 04: Construções de Quadriláteros e Alguns Problemas de Tangência	9
4.1	Trabalho: 15/06	9

1 Atividades da Aula 01: Construções Elementares

1.1 Exemplos

Exemplo 1 *Transportar um segmento sobre uma semirreta dada.*

Exemplo 2 *Transportar um ângulo a partir de uma dada semirreta.*

Exemplo 3 *Traçar, a partir de um ponto $P \notin r$, uma reta perpendicular a uma reta r dada.*

Exemplo 4 *Traçar, a partir de um ponto $P \notin r$, uma reta paralela a uma reta r dada.*

Obs: Para as construções, veja [1].

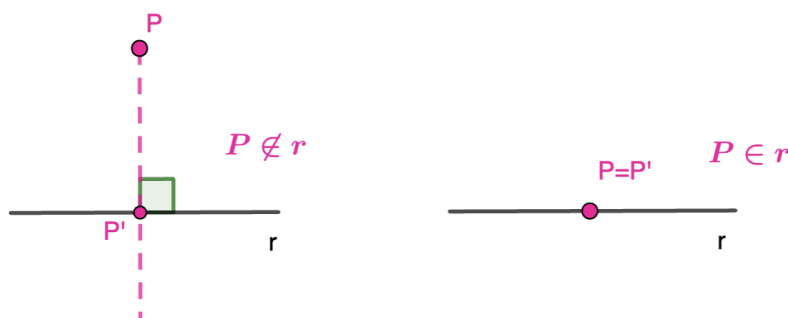
1.2 Trabalho: 25/05

1. Traçar, a partir de um ponto $P \in r$, uma reta perpendicular a uma reta r dada.
2. Traçar a mediatriz de um segmento \overline{AB} dado.
3. Traçar a bissetriz de um ângulo \hat{AOB} dado.
4. Construir um quadrado conhecendo a sua diagonal.
5. Construir o círculo circunscrito a um triângulo.
6. Construir o círculo inscrito em um triângulo.

2 Atividades da Aula 02: Construções Elementares

2.1 Perpendicularidade

- Chama-se **projeção ortogonal** de um ponto sobre uma reta r ao ponto P' de interseção da reta com a perpendicular à ela que passa por aquele ponto.

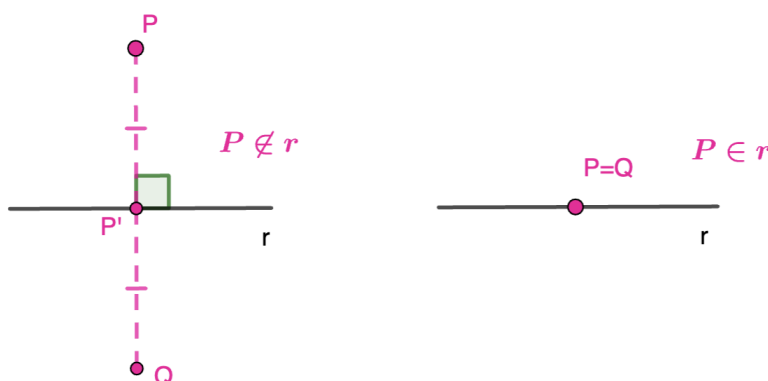


- a) $\overleftrightarrow{PP'} \perp r$ e $\overleftrightarrow{PP'} \cap r = \{P'\}$.
- b) Se $P \in r$, então $P = P'$ (P é sua própria projeção).

Exemplo 5 Determine a projeção ortogonal de um ponto sobre uma reta.

Qual a ideia central?

- O **simétrico** do ponto P em relação à reta r é o ponto Q , pertencente à reta perpendicular $\overleftrightarrow{PP'}$, tal que $PP' = P'Q$, Q distinto de P .



- a) $\overleftrightarrow{PP'} \perp r$ e $PP' = P'Q$.
- b) Se $P \in r$, então $P = Q$ (P é seu próprio simétrico).

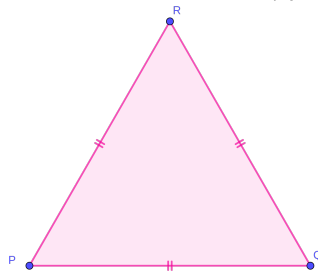
Exemplo 6 Determine o simétrico do ponto P em relação à reta r .

Qual a ideia central?

Exercício 1 Traçar a bissetriz de um ângulo $\widehat{A\hat{O}B}$ dado.

Exercício 2 Traçar uma reta s paralela a uma reta r dada, sabendo que a distância entre as duas retas é d .

- Sabemos que um **triângulo equilátero** é aquele possui todos os lados congruentes.



Exemplo 7 Construa um triângulo equilátero sendo conhecida a medida l do seu lado.

Qual a ideia central?

2.2 Operações com ângulos

Podemos efetuar operações de adição e subtração de ângulos, como também construir ângulos cujas medidas sejam múltiplos ou divisores da medida de um ângulo dado.

Exemplo 8 Construa um ângulo cuja medida é 60° um outro cuja medida é 30° .

Qual a ideia central?

Exemplo 9 Construa um ângulo reto.

Qual a ideia central?

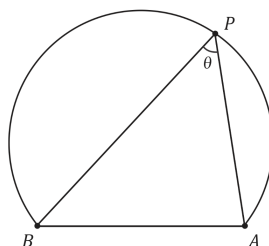
Exemplo 10 Divida um ângulo reto em três ângulos congruentes.

Qual a ideia central?

Obs: No geral, não é possível tri seccionar um ângulo qualquer!

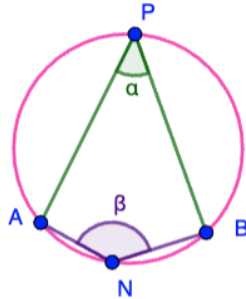
2.3 O arco capaz

Sejam A e B dois pontos sobre um círculo \mathcal{C} . Chamamos o arco \widehat{AB} de arco capaz do ângulo θ sobre o segmento AB .



Todos os ângulos \widehat{APB} , com P pertencente ao arco \widehat{AB} , têm a mesma medida. Um observador, portanto, que se mova sobre este arco, consegue ver o segmento \overline{AB} sempre sob mesmo ângulo.

Naturalmente que se um ponto N pertence ao outro arco, o ângulo \widehat{ANB} é também constante e igual a $180^\circ - \theta$:



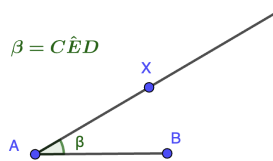
uma vez que

$$\begin{aligned} 360^\circ &= \widehat{APB} + \widehat{ANB} = 2 \cdot \widehat{ANB} + 2 \cdot \widehat{APB} \\ &\Leftrightarrow \widehat{ANB} + \widehat{APB} = 180^\circ. \end{aligned}$$

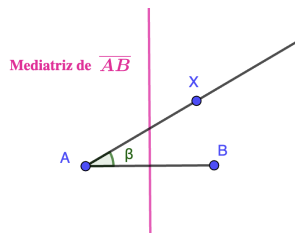
Exemplo 11 Construa o arco capaz de um ângulo \widehat{CED} sobre um segmento \overline{AB} dados.

Solução:

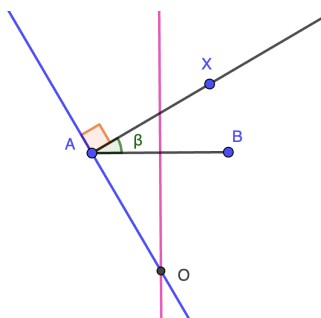
1. Transporte o ângulo dado de modo que o segmento \overline{AB} seja um de seus lados:



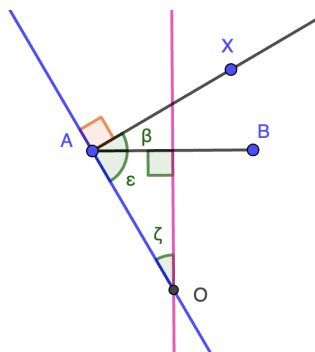
2. Trace a mediatriz do segmento \overline{AB} :



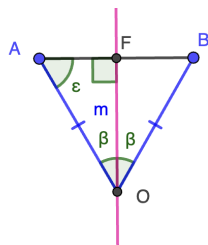
3. Trace a reta perpendicular à semirreta AX , passando pelo ponto A e encontra a mediatriz no ponto O :



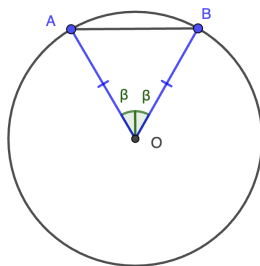
4. Como $\beta + \epsilon = 90^\circ$ e $\epsilon + \zeta = 90^\circ$, segue que $\beta = \zeta$.



Como O é um ponto da mediatriz de \overline{AB} , é equidistante dos seus extremos, de modo a formar um triângulo isósceles AOB .



5. Portanto, tomando o círculo de centro em O e raio \overline{OA} , o ângulo central é $\widehat{AOB} = 2\beta$, gerando o nosso arco capaz:



Exemplo 12 Trace uma reta tangente a uma circunferência de raio r e centro O , passando por um ponto P da mesma.

Qual a ideia central?

3.2 Trabalho: 15/06

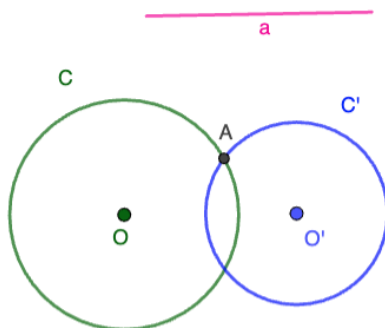
1. Construir um triângulo retângulo isósceles conhecendo a soma das medidas da hipotenusa com a de um de seus catetos.
2. Construir o triângulo ABC conhecendo o lado a , o ângulo oposto \hat{A} e a mediana deste lado.
3. Construir o triângulo ABC conhecendo o ângulo \hat{A} , o lado b e o raio r do círculo inscrito.

4 Atividades da Aula 04: Construções de Quadriláteros e Alguns Problemas de Tangência

- Para a aula de hoje, estudem as páginas 144 à 145, da referência [1]. Além dessas páginas, leiam a Nota Histórica da página 146.
- Faça os exercícios listados abaixo. Eles não serão entregues escritos, a avaliação será oral. A ideia é discuti-los como um apanhado de tudo que vimos até aqui, preparando para a avaliação P1.

4.1 Trabalho: 15/06

1. Construir um quadrado, dados em posição os pontos médios de dois lados adjacentes.
2. Construir um trapézio conhecendo as bases a e b e os outros dois lados c e d .
3. Construir um hexágono regular, dado em posição um lado. (Sobre polígonos, acesso o arquivo aqui!)
4. São dados os círculos C e C' como na figura abaixo. Traçar por A uma secante PAQ a esses círculos ($P \in C$, $Q \in C'$) de forma que se tenha $\overline{PQ} = a$ (dado).



5. São dados em posição um círculo C e uma reta r . Determinar um ponto P sobre r de forma que as tangentes traçadas de P ao círculo C formem um ângulo α , dado.

Referências

- [1] REZENDE, E. Q. F., *Geometria euclidiana plana e construções geométricas*, Ed. Unicamp, 2016. Baixe aqui. Obrigada, Lucas!
- [2] WAGNER, E., *Construções geométricas.*, Rio de Janeiro, SBM, 2007. Baixe aqui.