Informações

Profª Karla Lima
FACET: sala 15
e-mail: karlalima@ufgd.edu.br
site: `http://karlalima.github.io`

Atendimento às quartas: 7:20 às 9:00 e 15:30 às 17:00. (Fora deste horário mandar e-mail para agendar)

Funções de Várias Variáveis

Nas disciplinas de Cálculo anteriores trabalhamos com funções que associavam um número real à outro número real:

$$\begin{array}{rcl} f : D \subseteq \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \rightarrow & f(x) \end{array}$$

Funções de Várias Variáveis

Neste curso, começaremos estudando funções que associam um vetor a um número real:

Funções de Várias Variáveis

Neste curso, começaremos estudando funções que associam um vetor a um número real:

$$\begin{array}{rcl} f : D \subseteq \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ (x, y) & \rightarrow & f(x, y) \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{rcl} f : D \subseteq \mathbb{R}^3 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ (x, y, z) & \rightarrow & f(x, y, z) \end{array}$$

Funções de Várias Variáveis

Neste curso, começaremos estudando funções que associam um vetor a um número real:

$$\begin{array}{rcl} f : D \subseteq \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ (x, y) & \to & f(x, y) \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{rcl} f : D \subseteq \mathbb{R}^3 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ (x, y, z) & \to & f(x, y, z) \end{array}$$

Exemplos:

1. A função que dá a área de um retângulo depende de duas variáveis: comprimento (x) e largura (y);

Funções de Várias Variáveis

Neste curso, começaremos estudando funções que associam um vetor a um número real:

$$\begin{array}{cccc} f : D \subseteq \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ (x, y) & \rightarrow & f(x, y) \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{cccc} f : D \subseteq \mathbb{R}^3 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ (x, y, z) & \rightarrow & f(x, y, z) \end{array}$$

Exemplos:

1. A função que dá a área de um retângulo depende de duas variáveis: comprimento (x) e largura (y);
2. A temperatura em um determinado ponto da terra depende da latitude (x), da longitude (y) e da altitude (z).

Funções de 2 Variáveis

$$\begin{array}{rcl} f : D \subseteq \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ (x, y) & \rightarrow & f(x, y) \end{array}$$

Funções de 2 Variáveis

$$\begin{array}{rcc} f : D \subseteq \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ (x, y) & \to & f(x, y) \end{array}$$

- O conjunto D é chamado de domínio da f.

Funções de 2 Variáveis

$$\begin{array}{rcl} f: D \subseteq \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ (x,y) & \to & f(x,y) \end{array}$$

- O conjunto D é chamado de domínio da f.
  Quando não for mencionado explicitamente, subentendemos que o domínio da f é o maior subconjunto de $\mathbb{R}^2$ para o qual a regra definida por f vale.

Funções de 2 Variáveis

$$\begin{array}{rcl} f : D \subseteq \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ (x, y) & \to & f(x, y) \end{array}$$

- O conjunto D é chamado de domínio da f.
  Quando não for mencionado explicitamente, subentendemos que o domínio da f é o maior subconjunto de $\mathbb{R}^2$ para o qual a regra definida por f vale.
- A imagem da f é o conjunto $\{f(x, y)/(x, y) \in D\} \subset \mathbb{R}$.

Funções de 2 Variáveis

$$\begin{array}{rcc} f : D \subseteq \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ (x,y) & \to & f(x,y) \end{array}$$

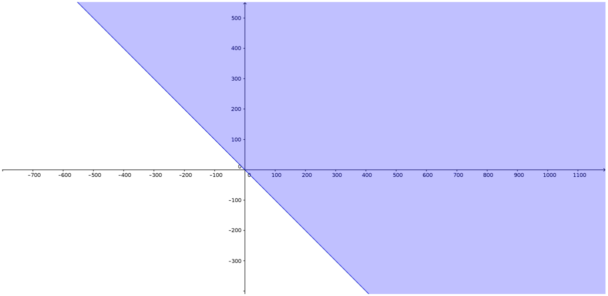
- O conjunto D é chamado de domínio da f.
  Quando não for mencionado explicitamente, subentendemos que o domínio da f é o maior subconjunto de $\mathbb{R}^2$ para o qual a regra definida por f vale.
- A imagem da f é o conjunto $\{f(x,y)/(x,y) \in D\} \subset \mathbb{R}$.
- O gráfico da f é o conjunto $\{(x,y,f(x,y))/(x,y) \in D\} \subset \mathbb{R}^3$

Exemplos

1) Encontre o domínio da função $f(x, y) = \sqrt{x + y}$

Exemplos

1) Encontre o domínio da função $f(x,y) = \sqrt{x+y}$



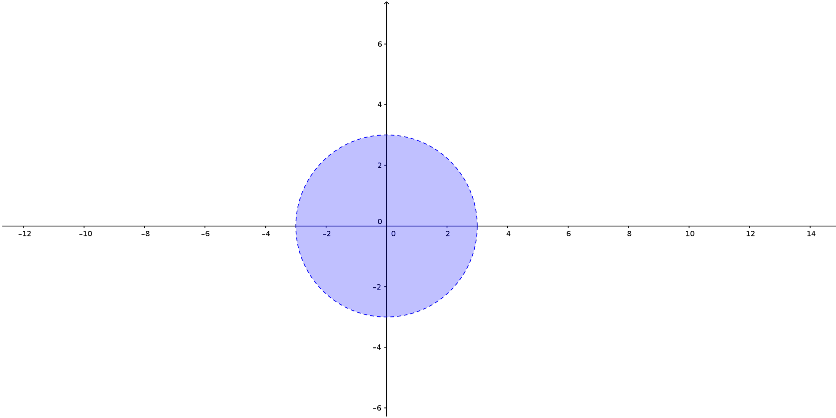
Obs: Equação geral da reta: $ax + by + c = 0$

Exemplos

2) Encontre o domínio da função $f(x, y) = \ln(9 - x^2 - y^2)$

Exemplos

2) Encontre o domínio da função $f(x, y) = \ln(9 - x^2 - y^2)$



Obs: Equação geral de um círculo: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

Exemplos

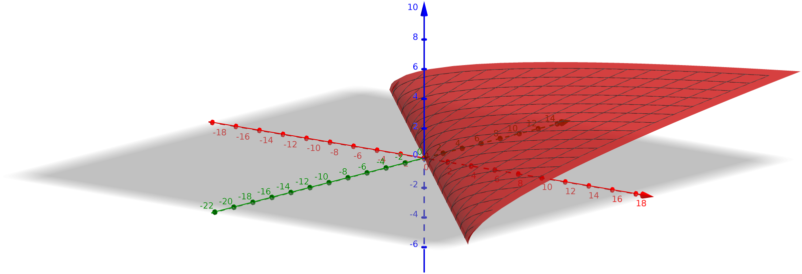
3) Encontre o domínio da função $f(x, y) = \dfrac{1}{e^x + e^y}$

Exemplos

3) Encontre o domínio da função $f(x, y) = \dfrac{1}{e^x + e^y}$
4) Para mais exemplos, ver [1], seção 5.1.

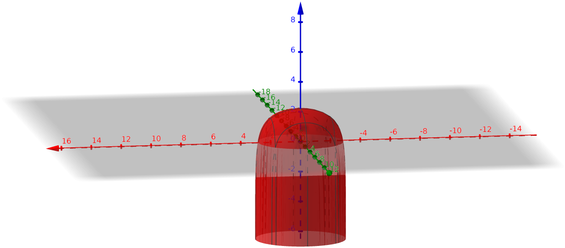
Gráficos

1) Gráfico da função $f(x,y) = \sqrt{x+y}$



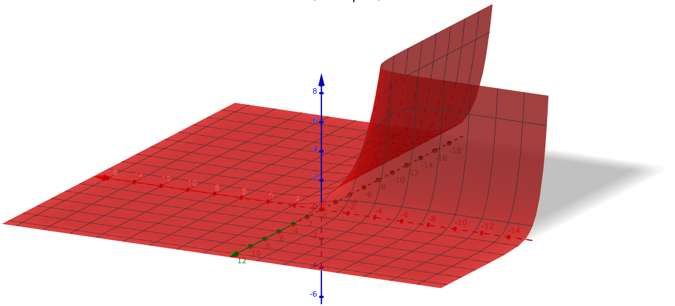
Gráficos

2) Gráfico da função $f(x, y) = \ln(9 - x^2 - y^2)$



Gráficos

3) Gráfico da função $f(x, y) = \dfrac{1}{e^x + e^y}$



Funções de 3 Variáveis

$$\begin{array}{rcc} f : D \subseteq \mathbb{R}^3 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ (x, y, z) & \to & f(x, y, z) \end{array}$$

Funções de 3 Variáveis

$$\begin{array}{rcl} f : D \subseteq \mathbb{R}^3 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ (x,y,z) & \to & f(x,y,z) \end{array}$$

- O conjunto D é chamado de domínio da f.
  Quando não for mencionado explicitamente, subentendemos que o domínio da f é o maior subconjunto de $\mathbb{R}^3$ para o qual a regra definida por f vale.

Funções de 3 Variáveis

$$\begin{array}{rcc} f: D \subseteq \mathbb{R}^3 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ (x, y, z) & \to & f(x, y, z) \end{array}$$

- O conjunto D é chamado de domínio da f.
  Quando não for mencionado explicitamente, subentendemos que o domínio da f é o maior subconjunto de $\mathbb{R}^3$ para o qual a regra definida por f vale.
- A imagem da f é o conjunto $\{f(x, y, z)/(x, y, z) \in D\} \subset \mathbb{R}$.

Funções de 3 Variáveis

$$\begin{array}{rcc} f : D \subseteq \mathbb{R}^3 & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ (x, y, z) & \to & f(x, y, z) \end{array}$$

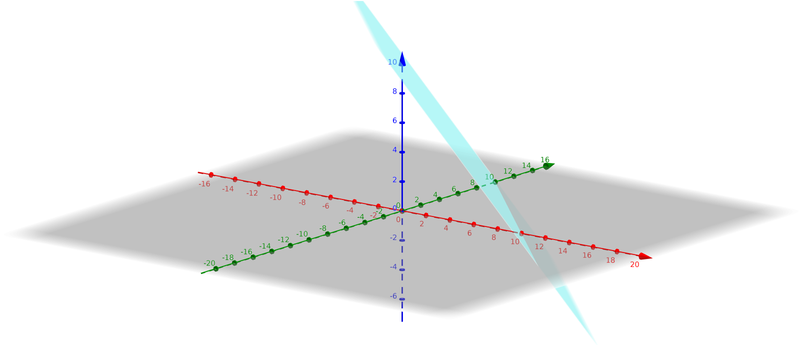
- O conjunto D é chamado de domínio da f.
  Quando não for mencionado explicitamente, subentendemos que o domínio da f é o maior subconjunto de $\mathbb{R}^3$ para o qual a regra definida por f vale.
- A imagem da f é o conjunto $\{f(x, y, z)/(x, y, z) \in D\} \subset \mathbb{R}$.
- O gráfico da f é o conjunto $\{(x, y, z, f(x, y, z))/(x, y, z) \in D\} \subset \mathbb{R}^4$

Exemplos

5) Encontre o domínio da função $f(x, y, z) = \sqrt{10 - x - y - z}$

Exemplos

5) Encontre o domínio da função $f(x, y, z) = \sqrt{10 - x - y - z}$



O domínio é toda região do $\mathbb{R}^3$ que está no plano ilustrado acima ou abaixo dele.

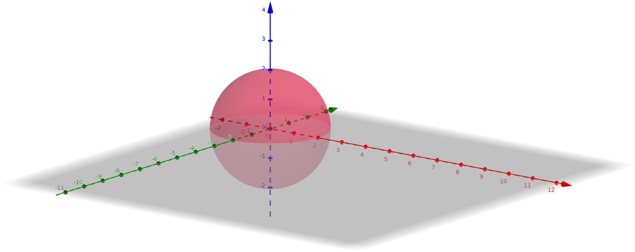
Obs: Equação geral do plano: $ax + by + cz + d = 0$

Exemplos

6) Encontre o domínio da função $f(x, y, z) = \ln 4 - x^2 - y^2 - z^2$

Exemplos

6) Encontre o domínio da função $f(x, y, z) = \ln 4 - x^2 - y^2 - z^2$



O domínio é toda região do $\mathbb{R}^3$ que está dentro da esfera ilustrada acima. Veja que os pontos da esfera não estão no domínio!

Obs: Equação geral da esfera: $(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = r^2$

Exemplos

5) Encontre o domínio da função $f(x, y, z) = \cos(x^2 + y - z)$.

Exemplos

5) Encontre o domínio da função $f(x, y, z) = \cos(x^2 + y - z)$.
Como o domínio da função $\cos(x)$ não tem restrição, assim como o polinômio $p(x, y, z) = x^2 + y - z$, o domínio da função f é todo o espaço $\mathbb{R}^3$.

- Bianchini, Waldecir. Aprendendo Cálculo de várias variáveis: http://www.im.ufrj.br/waldecir/calculo2/calculo2.pdf
- Lima, Paulo. Cálculo de várias variáveis: http://www.mat.ufmg.br/ead/acervo/livros/Calculo_de_varias_variaveis.pdf
- Plotar gráficos e regiões: https://www.wolframalpha.com/examples/PlottingAndGraphics.html
  Software para computador: Geogebra
- Stewart, James. Cálculo, Volume II
- Anton, Howard. Cálculo, Volume II