



Aula 03

Triângulos

Karla Lima

Sumário



1. Definição

2. Classificação

3. Congruência de Triângulos

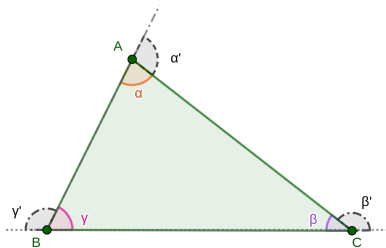
Definição

Definição

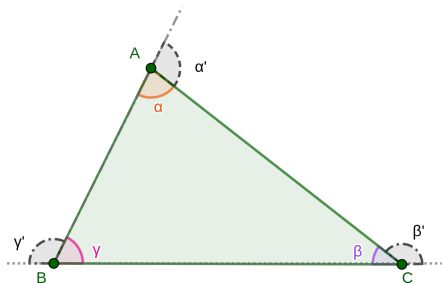
Definição 1

Sejam A , B e C três pontos não colineares.

Denominamos de **triângulo** ABC a união dos segmentos \overline{AB} , \overline{AC} e \overline{BC} e o denotaremos por $\triangle ABC$.



Definição



- ▶ Os pontos A , B e C são os **vértices** e os segmentos \overline{AB} , \overline{AC} e \overline{BC} são os **lados** do triângulo.
- ▶ Os ângulos $\widehat{BAC} = \alpha$, $\widehat{ABC} = \gamma$ e $\widehat{ACB} = \beta$ são os **ângulos internos** do triângulo. Seus suplementos α' , γ' e β' são os **ângulos externos** do triângulo.

The background of the slide is composed of two large, overlapping geometric shapes. A teal-colored shape occupies the top-left corner, while a light gray shape occupies the bottom-left corner. The rest of the slide is white. The word "Classificação" is centered in the white area.

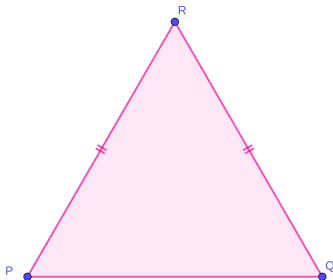
Classificação

Isósceles



Definição 2

Um triângulo que tem dois lados congruentes é denominado **isósceles**.



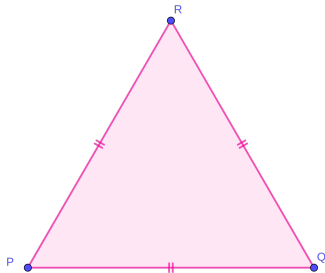
O outro lado é chamado **base** e o ângulo oposto à base é o **ângulo do vértice**.

Equilátero



Definição 3

Um triângulo cujos lados são congruentes chama-se **equilátero**.



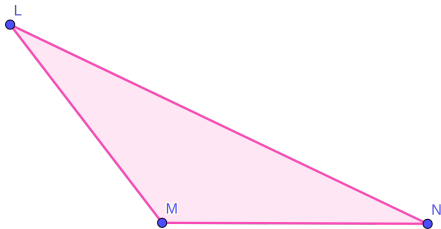
Obs: Todo triângulo equilátero possui dois lados congruentes, logo ele também será isósceles.

Escaleno



Definição 4

Um triângulo no qual dois lados quaisquer não são congruentes, chama-se **escaleno**.

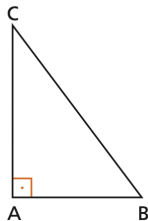


Classificação: Ângulos

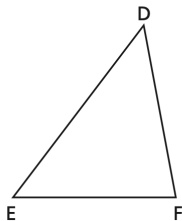


Quanto aos ângulos, os triângulos se classificam em:

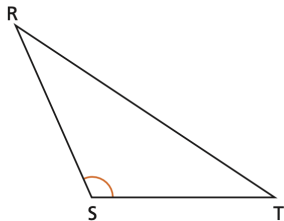
- ▶ retângulos se, e somente se, têm um ângulo reto;
- ▶ acutângulos se, e somente se, têm os três ângulos agudos;
- ▶ obtusângulos se, e somente se, têm um ângulo obtuso.



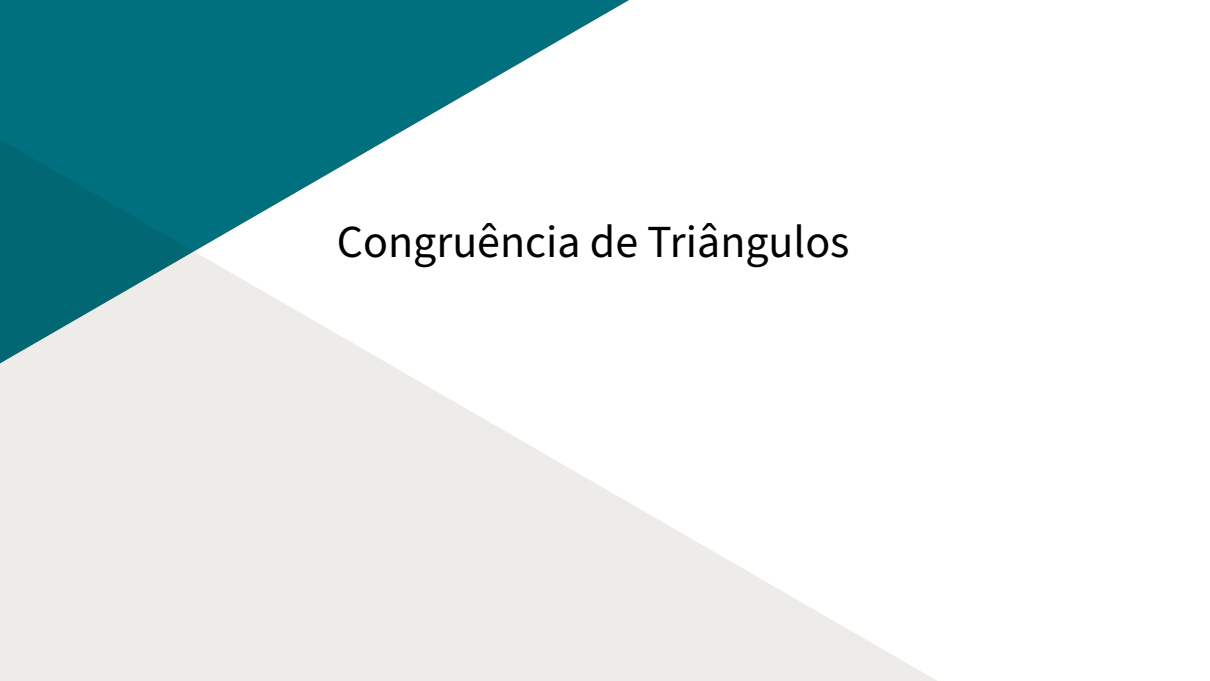
$\triangle ABC$ é retângulo em A.



$\triangle DEF$ é acutângulo.



$\triangle RST$ é obtusângulo em S.

The background of the slide is composed of two large, overlapping geometric shapes. A teal-colored shape, consisting of two triangles meeting at a diagonal line, occupies the upper-left portion of the frame. The remaining area is a light gray shape, also composed of triangles, which fills the lower-left and extends towards the bottom right. The overall effect is a modern, minimalist design.

Congruência de Triângulos

Definição de Congruência



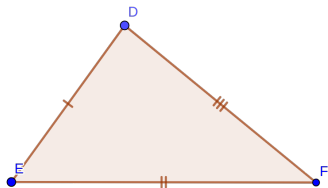
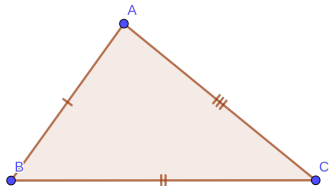
Definição 5

Um triângulo é congruente (símbolo \equiv) a outro se, e somente se, é possível estabelecer uma correspondência entre seus vértices de modo que:

- ▶ *seus lados são ordenadamente congruentes aos lados do outro;*
- ▶ *seus ângulos são ordenadamente congruentes aos ângulos do outro.*

Em linguagem popular, dizemos que duas figuras planas são congruentes se elas coincidem por superposição.

Definição de Congruência



► $\overline{AB} \equiv \overline{DE}, \overline{AC} \equiv \overline{DF}$ e $\overline{BC} \equiv \overline{EF}$;

► $\hat{A} \equiv \hat{D}, \hat{B} \equiv \hat{E}$ e $\hat{C} \equiv \hat{F}$.

Exemplo

Exemplo 1

Suponhamos que os triângulos abaixo coincidem por superposição. Quais os pares de vértices que devem ser sobrepostos?

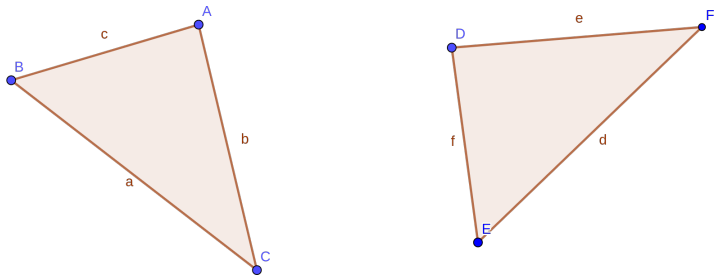


Figura 1: $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$

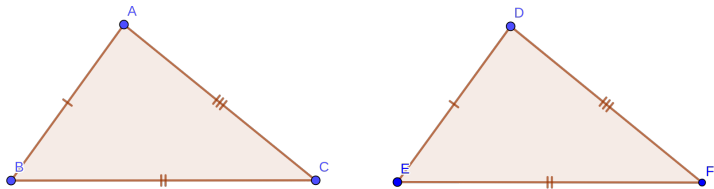
Nomenclatura



- ▶ Os **vértices** que coincidem na superposição são denominados **correspondentes**.
- ▶ Os **lados** que unem vértices correspondentes são também chamados **correspondentes**.
- ▶ Analogamente, os **ângulos** cujos vértices estão em correspondência, são **correspondentes**.

Observação

Observe que em triângulos correspondentes, a ângulos congruentes opõem-se lados congruentes e vice-versa.



Notação: Para indicar que dois triângulos são congruentes, escrevemos:

$$\triangle ABC \equiv \triangle DEF.$$

A ordem em que as letras aparecem, indicam as correspondências entre os vértices.

Exercício



Baixe o arquivo LAL_1.ggb e abra no Geogebra.

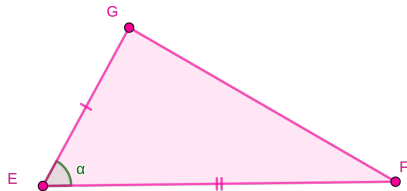
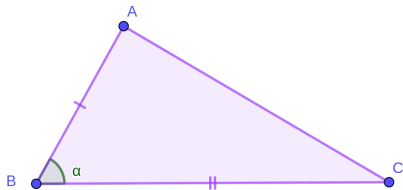
1. Construa outro triângulo com dois lados congruentes aos lados $\overline{A'B}$ e \overline{BC} , com o ângulo formado por estes lados congruente ao ângulo \hat{B} .
2. Compare o comprimento do terceiro lado obtido e a medida dos outros dois ângulos com os correspondentes do triângulo original.

1º caso: LAL



Postulado: Caso LAL

Se dois triângulos têm dois lados congruentes e os ângulos compreendidos entre eles são respectivamente congruentes, então os triângulos são congruentes.

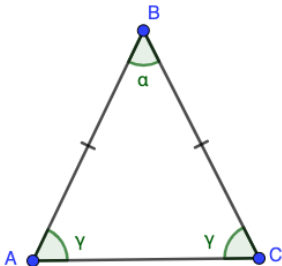


Teorema do Triângulo Isósceles



Teorema 1

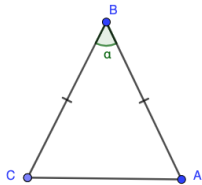
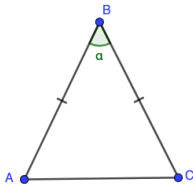
Em todo triângulo isósceles, os ângulos da base são congruentes.



Demonstração: Teorema do Triângulo Isósceles



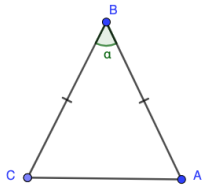
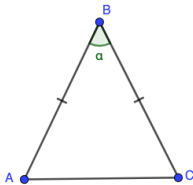
- ▶ A partir do triângulo ABC , obtemos o triângulo CBA ao espelhar-mos o triângulo inicial.
- ▶ Pelo caso LAL, os triângulos ABC e CBA são congruentes.



Demonstração: Teorema do Triângulo Isósceles



- Como ângulos opostos a lados congruentes são congruentes, e $\overline{AB} \equiv \overline{BC}$, concluímos que $\hat{A} \equiv \hat{C}$.



Exercício



Baixe o arquivo ALA_1.ggb e abra no Geogebra.

1. Construa outro triângulo com lado congruente ao lado $\overline{A'B}$, com os ângulos adjacentes a este lado congruentes aos ângulos \hat{A} e \hat{B} .
2. Compare o comprimento dos outros dois lados obtidos e a medida do outro ângulo com os correspondentes do triângulo original.

2º caso: ALA

Teorema 2

Se dois triângulos têm um lado congruente, compreendido entre dois ângulos respectivamente congruentes, então os triângulos são congruentes.

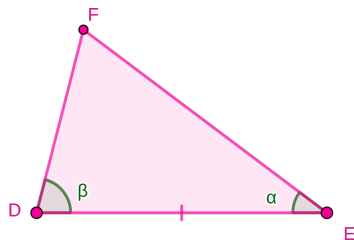
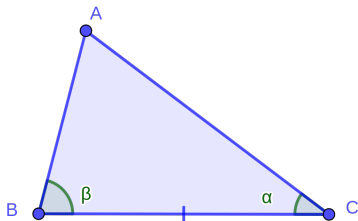


Figura 2: $\triangle ABC \equiv \triangle FDE$

Trabalho



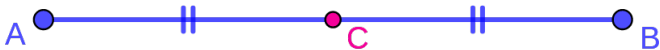
Responda ao questionário: Aula 03: Triângulos Parte 1.

Ponto Médio

Definição 6

Um ponto C chama-se **ponto médio** do segmento \overline{AB} , se:

1. C pertence ao segmento \overline{AB} ($C \in \overline{AB}$);
2. O comprimento do segmento \overline{AC} é igual ao do segmento \overline{CB} ($AC = CB$).



Ponto Médio (segmento)

Mediana

Definição 7

Chama-se **mediana** de um triângulo ao segmento que une um vértice ao ponto médio do lado oposto a ele.

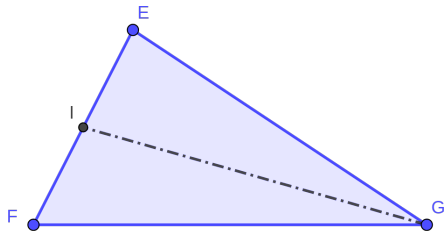


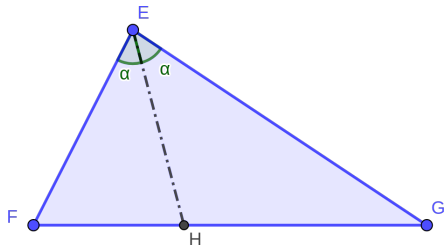
Figura 3: Na figura acima, \overline{GI} é a mediana relativa ao lado EF

Bissetriz

Definição 8

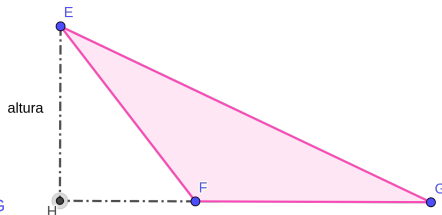
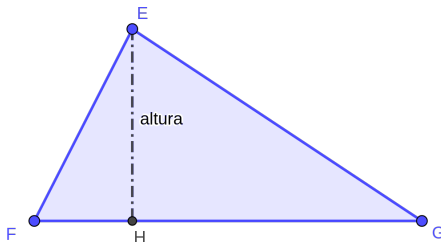
Sejam EFG um triângulo e H um ponto da reta que contém o lado FG .

- ▶ se a semirreta \overrightarrow{EH} é bissetriz do ângulo \hat{E} , o segmento \overline{EH} chama-se a **bissetriz interna** do triângulo, relativa ao lado \overline{FG} .



Algumas Definições

- ▶ se \overrightarrow{EH} for perpendicular à reta que contém o lado \overline{FG} , o segmento \overline{EH} chama-se **altura** do triângulo, relativa ao lado \overline{FG} .

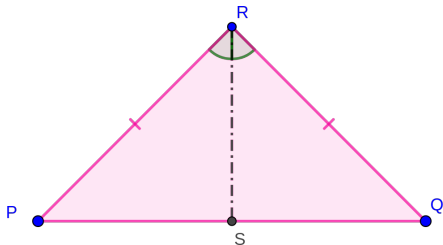


Exercício



Exercício 1

Mostre que, num triângulo isósceles, a bissetriz do ângulo do vértice é também mediana e altura.



Trabalho



Responda ao questionário: Aula 03: Triângulos Parte 2.