

## Listas de Exercícios P2

19 de novembro de 2025

### Exercícios Seção 4.9 - Álgebra Linear com Aplicações

(Howard Anton and Chris Rorres)

1. (Exercício 7) Em cada parte, determine se  $T$  é uma transformação linear.
  - (a)  $T(x, y, z) = (0, 0)$
  - (b)  $T(x, y, z) = (1, 1)$
  - (c)  $T(x, y, z) = (3x - 4y, 2x - 5z)$
  - (d)  $T(x, y, z) = (y^2, z)$
  - (e)  $T(x, y, z) = (y - 1, x)$
2. (Exercício 11) Em cada parte, encontre a matriz canônica da transformação  $T$  definida pela fórmula.
  - (a)  $T(x, y) = (y, -x, x + 3y, x - y)$
  - (b)  $T(x, y, z, w) = (7x + 2y - z + w, y + z, -x)$
  - (c)  $T(x, y, z) = (0, 0, 0, 0)$
  - (d)  $T(x, y, z, w) = (w, x, z, y, x - z)$

### Exercícios Seção 8.1 - Álgebra Linear com Aplicações

(Howard Anton and Chris Rorres)

3. (Exercício 9) Considere a base  $S = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2\}$  de  $\mathbb{R}^2$ , em que  $\mathbf{v}_1 = (1, 1)$  e  $\mathbf{v}_2 = (1, 0)$  e seja o operador linear tal que

$$T(\mathbf{v}_1) = (1, 2) \quad \text{e} \quad T(\mathbf{v}_2) = (-4, 1).$$

Encontre uma fórmula para  $T(x, y)$  e use essa fórmula para obter  $T(5, -3)$ .

### Outros Exercícios

4. Considerando  $\mathcal{P}_n(\mathbb{R})$  com a sua base canônica, verifique que cada aplicação abaixo é uma transformação linear e calcule sua matriz.
  - (a) **Diferenciação:**  $T : \mathcal{P}_3(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ , dada por  $T(p(x)) = p'(x)$ .

- (b) **Integração:**  $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ , dada por  $T(p(x)) = \int p(x)dx$ .
- (c) **Composição:** Fixado o polinômio  $q(x) = 2x + 1$ , defina  $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ , dada por  $T(p(x)) = p(q(x))$ .

5. Encontre uma base para o núcleo e para a imagem de cada transformação a seguir:

- (a)  $T(x, y) = (y, -x, x + 3y, x - y)$
- (b)  $T(x, y, z, w) = (7x + 2y - z + w, y + z, -x)$
- (c)  $T(x, y, z) = (0, 0, 0, 0)$
- (d)  $T(x, y, z, w) = (w, x, z, y, x - z)$
- (e) **Diferenciação:**  $T : P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_2(\mathbb{R})$ , dada por  $T(p(x)) = p'(x)$ .
- (f) **Integração:**  $T : P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R})$ , dada por  $T(p(x)) = \int p(x)dx$ .

## Exercícios Seção 3.2 - Álgebra Linear com Aplicações

(Howard Anton and Chris Rorres)

6. (Exercício 1) Encontre a norma de  $\mathbf{v}$ , de um vetor unitário que tem o mesmo sentido e mesma direção de  $\mathbf{v}$  e de um vetor na mesma direção mas no sentido oposto de  $\mathbf{v}$ :

- (a)  $\mathbf{v} = (4, 3)$
- (b)  $\mathbf{v} = (2, 2, 2)$
- (c)  $\mathbf{v} = (1, 0, 2, 1, 3)$

7. (Exercício 9) Encontre  $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle$  e  $\langle \mathbf{v}, \mathbf{v} \rangle$ :

- (a)  $\mathbf{u} = (3, 1, 4)$  e  $\mathbf{v} = (2, 2, -4)$ .
- (b)  $\mathbf{u} = (1, 1, 4, 6)$  e  $\mathbf{v} = (2, -2, 3, -2)$ .

## Exercícios Seção 6.1 - Álgebra Linear com Aplicações

(Howard Anton and Chris Rorres)

8. (Exercício 23) Sejam  $\mathbf{u} = (u_1, u_2)$  e  $\mathbf{v} = (v_1, v_2)$ . Em cada parte, mostre que a expressão é um produto interno em  $\mathbb{R}^2$  verificando a validade dos axiomas de produto interno.

- (a)  $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle = 3u_1v_1 + 5u_2v_2$
- (b)  $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle = 4u_1v_1 + u_2v_1 + u_1v_2 + 4u_2v_2$

9. (Exercício 27) Sejam  $U = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 \\ u_3 & u_4 \end{bmatrix}$  e  $V = \begin{bmatrix} v_1 & v_2 \\ v_3 & v_4 \end{bmatrix}$ . Mostre que  $\langle U, V \rangle = 4u_1v_1 + u_2v_3 + u_3v_2 + 4u_4v_4$  não define um produto interno em  $\mathbb{M}_{22}$ .

10. (Exercício 29) Em cada parte, use o produto interno

$$\langle f, g \rangle = \int_{-1}^1 f(x)g(x)dx$$

em  $P_3$  para calcular  $\langle \mathbf{p}, \mathbf{q} \rangle$ :

- (a)  $p(x) = 1 - x + x^2$  e  $q(x) = x - 3x^2$   
(b)  $p(x) = x - 5x^3$  e  $q(x) = 2 + 8x^2$