UNIVERSIDADE FEDERAL DA GRANDE DOURADOS
Profª. Karla Lima

Análise I 18 de Maio de 2018

(1) (Unicidade do Limite) Prove que uma sequência só pode convergir para um único limite.

(2) Prove que se (a_n) é uma sequência que converge para zero e (b_n) uma sequência limitada, não necessariamente convergente, então $(a_n b_n)$ converge para zero. Dê um exemplo.

(3) (Critério do Confronto) Sejam, (a_n), (b_n) e (c_n) três sequências tais que $a_n \leq b_n \leq c_n$, (a_n) e (c_n) convergindo para o mesmo limite L. Demonstre que (b_n) também converge para L.

(4) Prove que $a_n = 5n^3 - 4n^2 + 7$ tende ao infinito.

(5) Construa uma sequência que tenha três subsequências convergindo, cada uma para cada um dos números $3, 4, 5$.

(6) Usando a definição de sequência de Cauchy, mostre que:

(a) $a_n = 1 + \dfrac{1}{n}$ é uma sequência de Cauchy;

(b) Se (a_n) e (b_n) são sequências de Cauchy, também são $(a_n + b_n)$ e $(a_n b_n)$;

(c) Se (a_n) e (b_n) são sequências de Cauchy, com $b_n \geq b > 0$, então $\left(\dfrac{a_n}{b_n}\right)$ também é de Cauchy. Dê um contra exemplo para mostrar que isto nem sempre é verdade se $b_n \to 0$.

O próximo exercício deve ser entregue até às 15 horas da quinta-feira, 24/05.
Pode ser enviado por e-mail.

(7) Mostre que dado um número irracional α existe uma sequência (a_n) de números racionais, de modo que $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \alpha$.