

Aulas 11 e 12


Circunferência

Karla Lima

Sumário



1. Definições e Conceitos Básicos

The background of the slide is composed of two large, overlapping geometric shapes. A teal-colored shape occupies the upper-left portion, while a light gray shape occupies the lower-left portion. The rest of the slide is white. The text is centered in the white area.

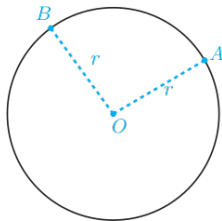
Definições e Conceitos Básicos

Definição



Definição 1

Sejam r um número real positivo e O um ponto do plano. O lugar geométrico de todos os pontos do plano que estão à distância r de O é a **circunferência** de raio r e centro O .



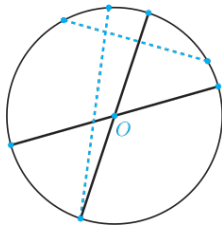
- Denotaremos esta circunferência por $\mathcal{C}(O, r)$.
- O segmento que une o centro O a qualquer ponto da circunferência é denominado **raio** da mesma.

Definição



Definição 2

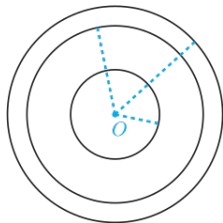
- ▶ O segmento cujos extremos pertencem à circunferência é denominado **corda**.
- ▶ A corda que passa pelo centro é denominada **diâmetro**.



Conceitos Básicos



- ▶ Circunferências que possuem o mesmo centro são chamadas **concêntricas**.
- ▶ Circunferências que possuem mesmo raio são chamadas **congruentes**.



Secantes



Definição 3

- Uma reta que corta uma circunferência em mais de um ponto é uma reta **secante** à circunferência.
- Duas circunferências distintas que se cortam em mais de um ponto são chamadas **secantes**.

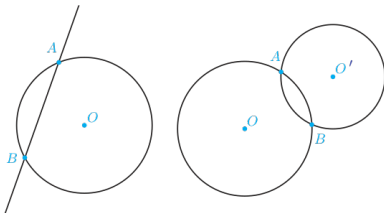


Figura 1: \overleftrightarrow{AB} reta secante à circunferência. Circunferências secantes.

Tangentes



Definição 4

A reta que intersecta a circunferência em apenas um ponto é denominada **tangente**. Este ponto é denominado **ponto de tangência**.

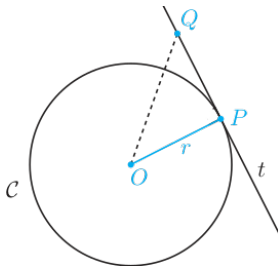


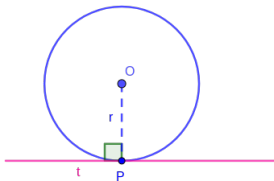
Figura 2: \overleftrightarrow{QP} reta tangente à circunferência em P .

Teorema 1



Teorema 1

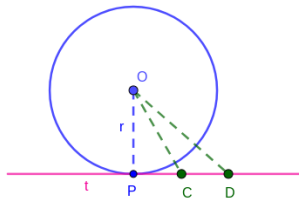
A reta tangente a uma circunferência é perpendicular ao raio traçado pelo ponto de tangência.



Demonstração: Teorema 1

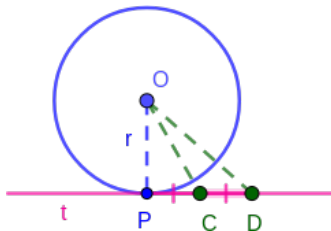


- Suponha, por absurdo, que o raio \overline{OP} não seja perpendicular à tangente t



- Então, seja C o ponto da tangente t tal que $\overline{OC} \perp t$.
- Seja, também, D um ponto de t , tal que $PC = CD$.

Demonstração: Teorema 1



- ▶ Desta forma, $\triangle OCP = \triangle OCD$:
 - ▶ OC é um lado em comum (L);
 - ▶ $\hat{P}CO = \hat{D}CO = 90^\circ$ (A);
 - ▶ $PC = CD$ (L).
- ▶ Portanto, $OP = OD$ (lados opostos ao ângulo reto), de onde segue que

$$r = OD.$$

Demonstração: Teorema 1



- ▶ Isso significa que D pertence à circunferência e, assim, a reta t teria dois pontos em comum com a mesma, contrariando a hipótese de t ser tangente.

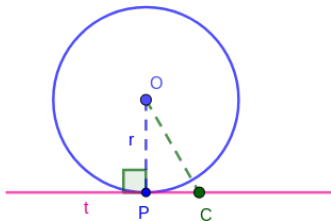
Teorema 2



Teorema 2

***Recíproca:** Uma reta perpendicular ao raio em seu ponto extremo é tangente à circunferência.*

Demonstração: Teorema 2



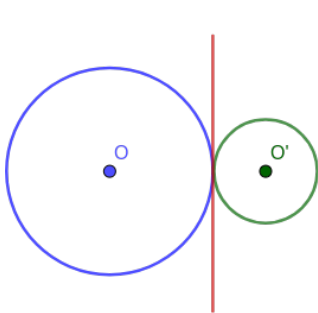
- ▶ Sejam P o ponto de tangência e C outro ponto de t .
- ▶ Como $\overline{OP} \perp t$, segue que $OC > OP = r$ (\overline{OC} é a hipotenusa do $\triangle OPC$).
- ▶ Logo, C não pertence à circunferência, de onde segue que P é o único ponto de t em comum com a mesma.

Circunferências Tangentes

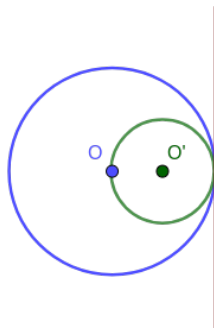


Definição 5

Duas circunferências são ditas **tangentes**, se são tangentes a uma mesma reta no mesmo ponto.



Tangentes Exteriores



Tangentes Interiores

Teoremas 3 e 4



Teorema 3

O raio perpendicular a uma corda, bisseca esta.

Demonstração: Exercício

Teorema 4

Reciprocamente, se um raio bisseca uma corda, então ele é perpendicular a mesma.

Demonstração: Exercício