Avaliação P1

01

a) $g(x) < f(x)$

Apenas para os valores de x entre -2 e 1 ($x \in (-2,1)$), o gráfico de f está acima do gráfico de g; ou seja, para o mesmo valor de x nesse intervalo, tem-se $g(x) < f(x)$.

b) $f(1000) * g(1000) < 0$?

A afirmação é verdadeira. Note que a parábola (gráfico de g) está toda acima do eixo x, exceto em $x=0$ em que temos $g(0)=0$. Logo, $g(x) > 0$, para todo $x \neq 0$. Por outro lado, a função afim f é decrescente e, um pouco depois de $x=1$, $f(x)$ torna-se um número negativo. Portanto, $g(1000) > 0$ e $f(1000) < 0$ e podemos concluir que $f(1000) \cdot g(1000) < 0$.

c) $f(x) = g(x)$ nos pontos onde os gráficos se cortam. Logo,

$f(x) = g(x)$ para $x = -2$ e $x = 1$.

02 Custo fixo mensal : R$ 2000,00 ; Custo variável : R$ 90,00.

a) Adicionado ao custo mensal, o custo variável depende do número de porcos x. Logo, a lei da função o custo total y da produção de porcos é

$$y(x) = 2000 + 90x .$$

b) O custo de produção de 60 porcos é

$$y(60) = 2000 + 90 \cdot 60 = 7400,$$

ou seja, R$ 7400,00.

c) Para obter 40% de lucro, o preço de venda (V) deve ser o preço de custo adicionado ao lucro desejado :

$$V(60) = 7400 + \frac{40}{100} \cdot 7400 = 10360 .$$

Portanto, o preço de venda de 60 porcos é de R$ 10.360,00.

03 $y = -2{,}2x + 16000$ $\qquad$ 1 ha = 10000 m^2

a) Como a função afim $y = -2{,}2x + 16000$ é decrescente (coeficiente de x é negativo), a produtividade diminui com o aumento do espaçamento.

b) Queremos encontrar o valor de x de modo que $y > 13800$.

Logo,

$$-2,2x + 16000 > 13800$$

$$\Rightarrow -2,2x + 16000 - 16000 > 13800 - 16000$$

$$\Rightarrow -2,2x > -2200 \Rightarrow \frac{-2,2x}{-2,2} < \frac{-2200}{-2,2} \Rightarrow x < 1000.$$

Ou seja, o espaçamento deve ser menor que 1000 metros.

04 $y = 40x^2 - 400x + 2600$

a) Para o esboço devemos procurar os zeros da função quadrática.

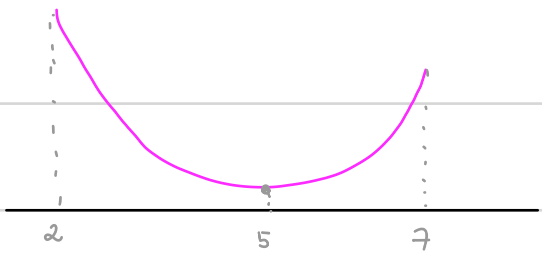
$\Delta = 400^2 - 4.(40).2600 = -256.000 < 0 \Rightarrow y$ não possui raízes reais.

Como o coeficiente de x^2 é $40>0$, a concavidade é voltada para cima:

O vértice: $x_v = \frac{b}{-2a} = -\frac{-400}{2.40} = 5$

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{-256.000}{4.40} = 1600$$

Esboço:



b) A produção deve ser de 5 quilolitros, com custo de R\$ 1600,00.

c) Queremos encontrar os valores de x, de modo que $y < 1640$.

Logo,

$$40x^2 - 400x + 2600 < 1640$$

mantém

$$\Rightarrow \frac{40x^2}{40} - \frac{400x}{40} + \frac{2600}{40} < \frac{1640}{40}$$

$$\Rightarrow x^2 - 10x + 65 < 41 \Rightarrow x^2 - 10x + 65 - 41 < 41 - 41$$

$$\Rightarrow x^2 - 10x + 24 < 0.$$

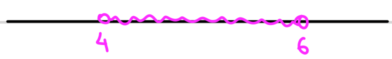
Portanto, precisamos estudar o sinal da função $g(x) = x^2 - 10x + 24$ e identificar os valores de x que façam $g(x)$ negativo.

Temos $\Delta = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 24 = 4$. Logo, as raízes de $g(x)$ são:

$$x_1 = \frac{-(-10) + \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = 6 \quad \text{e} \quad x_2 = \frac{-(-10) - \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = 4.$$

Como o coeficiente de x^2 é $1 > 0$, a concavidade é voltada para cima.

Então, $40x^2 - 400x + 2600 < 1640$ quando $4 < x < 6$ $(x \in (4,6))$:

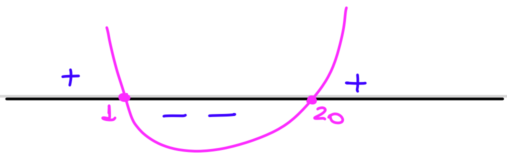


05

a) $(x^2-21x+20)(3-x)>0$

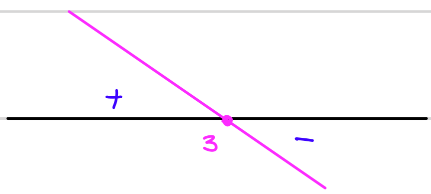
Temos que as raízes de $x^2-21x+20$ são $x=1$ e $x=20$ (use Bhaskara).

Com concavidade voltada para cima, o esboço do gráfico é:

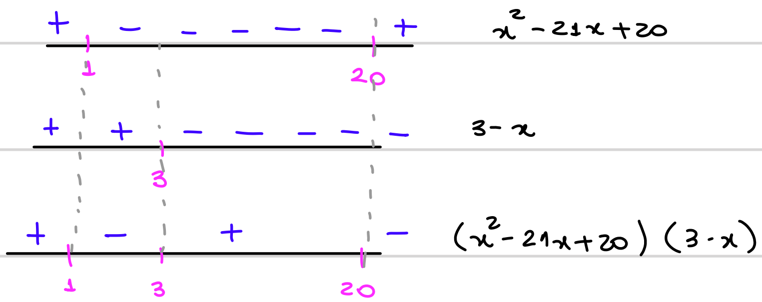


Já $3-x$ tem como raiz $x=3$ $(3-x=0 \Rightarrow -3+3-x=-3 \Rightarrow -x=-3 \Rightarrow x=3)$.

Como é uma função afim decrescente, o esboço do gráfico é:



Portanto



Ou seja, o produto resulta em um número positivo quando

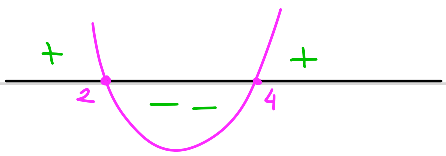
$x<1$ ou $3<x<20$.

b) $\frac{x^2-6x+8}{3x-6} \le 0$

Novamente, vamos estudar o sinal de cada função individualmente.

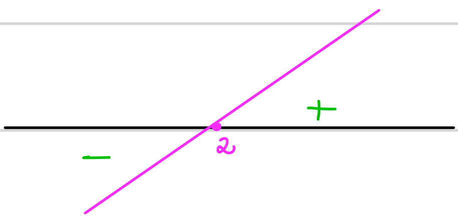
x^2-6x+8 possui raízes $x=2$ e $x=4$ (resolva usando Bhaskara).

Com concavidade voltada para cima, seu gráfico fica:



Já a função afim $3x-6$ tem como raiz $x=2$ (resolva $3x-6=0$).

Como a função é crescente, seu gráfico fica:



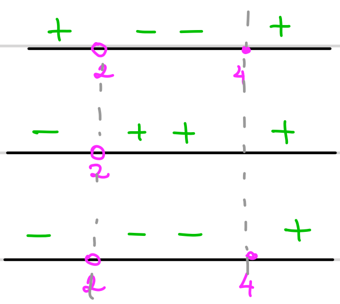
* Observe que quando $x=2$, temos

$\frac{x^2-6x+8}{3x-6} = \frac{0}{0}$, o que não

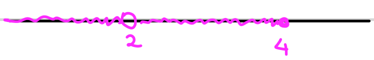
pode acontecer (dividir por zero).

$x=2$ não pode fazer parte da solução

Portanto,



e o quociente é menor ou igual a zero para $x \le 4$, com $x \neq 2$:



c) $|x-2|>6$

Queremos encontrar os valores de x que satisfazem

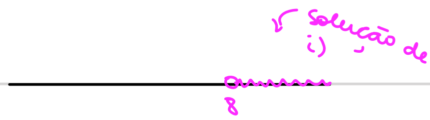
$$|x-2|>6 \Rightarrow |x-2| = x-2 > 6 \quad (i)$$

ou

$$|x-2| = -(x-2) > 6 \quad (ii)$$

i) Temos:

$$x-2>6 \Rightarrow x-2+2 > 6+2 \Rightarrow x > 8 :$$

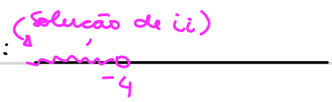


ii) Por outro lado,

$$-(x-2)>6 \Rightarrow (-1)\left[-(x-2)\right] < (-1)6$$

$$\Rightarrow x-2 < -6 \Rightarrow x-2+2 < -6+2$$

$$\Rightarrow x < -4 :$$



Portanto, $|x-2|>2$ se $x>8$ ou $x<-4$: