CÁLCULO II

Aulas 11 e 12

Circunferência

Karla Lima

Sumário

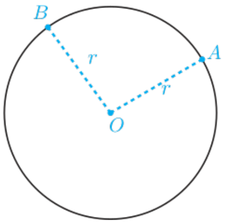
1. Definições e Conceitos Básicos

Definições e Conceitos Básicos

Definição

Definição 1

Sejam r um número real positivo e O um ponto do plano. O lugar geométrico de todos os pontos do plano que estão à distância r de O é a ***circunferência*** *de raio r e centro O.*

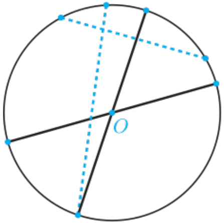


- Denotaremos esta circunferência por $\mathcal{C}(O, r)$.
- O segmento que une o centro O a qualquer ponto da circunferência é denominado **raio** da mesma.

Definição

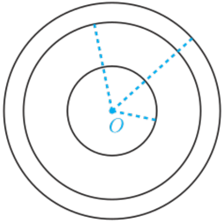
Definição 2

- *O segmento cujos extremos pertencem à circunferência é denominado* ***corda****.*
- *A corda que passa pelo centro é denominada* ***diâmetro****.*



Conceitos Básicos

- Circunferências que possuem o mesmo centro são chamadas **concêntricas**.
- Circunferências que possuem mesmo raio são chamadas **congruentes**congruentes.



Secantes

Definição 3

- *Uma reta que corta uma circunferência em mais de uma ponto é uma reta* ***secante*** *à circunferência.*
- *Duas circunferências distintas que se cortam em mais de um ponto são chamadas* ***secantes****.*

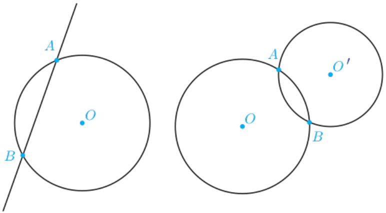


Figura 1: $\overleftrightarrow{AB}$ reta secante à circunferência. Circunferências secantes.

Secantes

Definição 4

*A reta que intersecta a circunferência em apenas um ponto é denominada **tangente**. Este ponto é denominado **ponto de tangência**.*

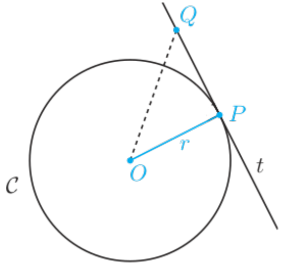
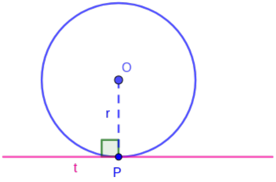


Figura 2: $\overleftrightarrow{QP}$ reta tangente à circunferência em P.

Teorema 1

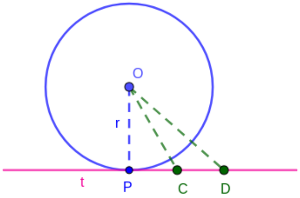
Teorema 1

A reta tangente a uma circunferência é perpendicular ao raio traçado pelo ponto de tangência.



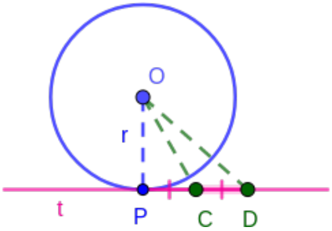
Demonstração: Teorema 1

- Suponha, por absurdo, que o raio $\overline{OP}$ não seja perpendicular à tangente t



- Então, seja C o ponto da tangente t tal que $\overline{OC} \perp t$.
- Seja, também, D um ponto de t, tal que $PC = CD$.

Demonstração: Teorema 1



- Desta forma, $\triangle OCP = \triangle OCD$:
  - OC é um lado em comum (L);
  - $P\hat{C}O = D\hat{C}O = 90^\circ$ (A);
  - $PC = CD$ (L).
- Portanto, $OP = OD$ (lados opostos ao ângulo reto), de onde segue que

$$r = OD.$$

Demonstração: Teorema 1

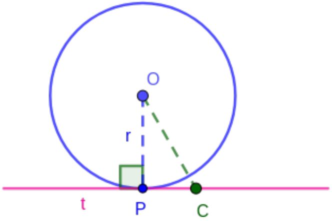
- Isso significa que D pertence à circunferência e, assim, a reta t teria dois pontos em comum com a mesma, contrariando a hipótese de t ser tangente.

Teorema 2

Teorema 2

Recíproca: *Uma reta perpendicular ao raio em seu ponto extremo é tangente à circunferência.*

Demonstração: Teorema 2

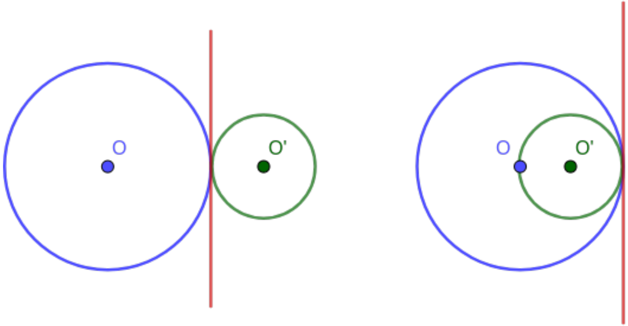


- Sejam P o ponto de tangência e C outro ponto de t.
- Como $\overline{OP} \perp t$, segue que $OC > OP = r$ ($\overline{OC}$ é a hipotenusa do $\triangle OPC$).
- Logo, C não pertence à circunferência, de onde segue que P é o único ponto de t em comum com a mesma.

Circunferências Tangentes

Definição 5

Duas circunferências são ditas ***tangentes****, se são tangentes a uma mesma reta no mesmo ponto.*



Tangentes Exteriores

Tangentes Interiores

Teoremas 3 e 4

Teorema 3

O raio perpendicular a uma corda, bisseca esta.

Demonstração: Exercício

Teorema 4

Reciprocamente, se um raio bisseca uma corda, então ele é perpendicular a mesma.

Demonstração: Exercício