Lekcija 3

Lūgums izlasīt sadaļu 1.2 no mācību grāmatas līdz beigām.

Piemērs par predikātu valodu sastāvdaļām

	Predikātu valoda	Valoda par cilvēkiem	Aritmētikas valoda
1) Mainīgie	x, y, x1, …	x, y, x1, …	x, y, x1, …
2) Konstantes	c1, …, ck	Britney, John	0, 1
3) Funkcijas	f1, …, fm f(x), f(x,y)	nav	x+y, x*y +(x,y), *(x,y) $+_2$; $*_2$
4) Predikāti	p1, …, pn	V_1, S_1, T_2, M_2, $=_2$	x=y (=(x,y); $=_2$)

Ņemam vērā funkciju un predikātu argumentu skaitu.

5) Loģika: ¬, ∨, ∧, →, ∀, ∃

F ↔ G (vienādības operācija ir aizvietojama ar divu implikāciju konjunkciju)

((F→G) ∧ (G→F))

Termi un formulas (lpp. 16)

Termi ir objektu mainīgie un konstantes (piemēram, x, Britney).

Funkcijas arī ir termi, un kā argumenti funkcijām var tikt nodoti termi (piemēram, f(x,g(y,z))).

Bez mainīgiem terms apzīmē objektu.

Kas ir kopīgs funkcijām un objektiem. Funkcija saņem objektu kā argumentu, un tā izvade ir tāda paša tipa objekts. Piemēram, mums ir funkcija +, funkcijai mēs padodam skaitļus, un rezultāts arī ir skaitlis (1+1=2). Salīdziniet ar predikātiem – izvaddati no predikāta ir patiesuma vērtība (true/false). Lūdzu atcerieties šo atšķirību starp funkcijām un predikātiem – kāda ir izvada vērtība.

Atomāras formulas – predikāts, kuram kā parametri ir tikai termi (piemēram, =(1,x+y)).

Formulas var būt atomārās un saliktās. Saliktas formulas var veidot ar ¬, ∨, ∧, →, ∀, ∃ (piemēram, B→C, ∀xB (ja x ir objekta mainīgais)).

Piemēri no valodas par cilvēkiem (skat. grāmatas lpp. 18).

Uz doto brīdi mums vajadzēja sajust predikātu valodu dabu. Ar predikātu valodu nepietiek, lai izteiktu visas mūsu zināšanas formāli.

Vēlāk mēs redzēsim, ka Teorija = valoda + aksiomas + loģika. Citiem vārdiem, lai formāli noformulētu visas mūsu zināšanas, mums jāveido teorijas.

Vēl daži piemēri (kā tas varēja būt pierakstīts):

$x^2+2xy+y^2$ ((((x*x)+(((1+1)*x)*y))+(y*y)))

(2*2 = 4) ((1+1)*(1+1)=(((1+1)+1)+1))

Mēs varam vienkāršot mūsu pierakstu, mazinot nepieciešamo iekavu skaitu (grāmatas lpp. 22-24):

Pirmkārt, mēs varam nelikt formulām iekavas ārpusē: (A→(B→C)) vietā mierīgi varam rakstīt A→(B→C).

Otrkārt, vienādu saikļu/operāciju tipu gadījumā varam neatdalīt ar iekavām: ((x+y)+z)+u, ((A∧B)∧C)∧D, ∃x(∀y(∃z(∀u(F)))) - šeit varam nelikt iekavas vispār.

Treškārt, mēs varam izmantot prioritātes noteikumus mūsu situācijas uzlabošanai.

1) Funkciju konstantes sasaista spēcīgāk par predikātu konstantēm.

2) Predikātu konstantes sasaista spēcīgāk par loģiskiem saikļiem un kvantoriem.

3) Kvantori sasaista spēcīgāk par loģiskiem saikļiem.

4) Negācija sasaista spēcīgāk par konjunkciju un disjunkciju.

5) Konjunkcija un disjunkcija sasaista spēcīgāk par implikāciju.

Vai Jūs redzat kādus prioritātes likumus esam izmantojuši šeit?

$1<x\land\neg\exists y\exists z(y< x \land z< x \land x=y*z)$

Brīvie un saistītie mainīgiem, termu substitūcija (grāmatas lpp. 24-26).

Substitution F(x/t) – liekam t x vietā (bija x, kļuva t). Lai substitūcija būtu pieļaujama, brīva x parādīšanas vieta nedrīkst būt zem kvantora, kas sasaista mainīgos, ko satur t. Piemēram, ∃y(x>y) mēs nevaram aizvietot x ar y, jo te y ir saistīts mainīgais kur x bija brīvs mainīgais (sarežģītākam piemēram x vietā mēs nevarētu likt arī f(y,z)).