SEÑALES

Una señal es una representación de una medición o percepción de una o más variables

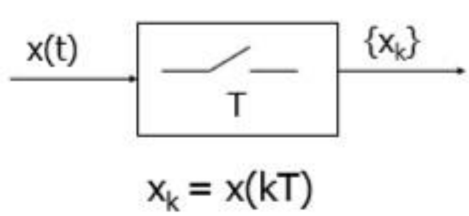
- Señales Analógicas
  - Varía de forma continua en el tiempo.
  - Son percibidas en el ambiente y se transforman en señales eléctricas mediante un transductor, para su tratamiento electrónico.
  - Son susceptibles al ruido e interferencia electromagnética.
  - Presentan grandes atenuaciones en grandes distancias.
  - No es posible la regeneración de las señales.
  - No conviven con sistemas digitales; hay que instalar equipo adicional para lograr la comunicación con sistemas digitales.

- Señales Digitales
  - Son discretas (valores finitos) en el tiempo y en amplitud
  - la señal sólo puede tomar uno de dos valores —0 o 1— en intervalos definidos de tiempo
  - La ventaja principal de las señales digitales es la inmunidad al ruido electromagnético.
  - Convivencia con sistemas digitales (CD-ROM, estéreo, etc.).
  - Es posible la regeneración de señales.
  - Es posible la detección y corrección de errores.
  - El procesamiento digital requiere menos potencia eléctrica, componentes más pequeños y, en ocasiones, es de menor precio.
  - Son sensibles a la sincronía entre elementos conectados.

MUESTREO Y RECONSTRUCCIÓN DE UNA SEÑAL

- Muestreo

En esta operación se obtiene una secuencia de valores a partir de una señal analógica.



Teorema de Shannon

Una señal que no contenga componentes en frecuencias superiores a ω_0 puede ser reconstruida si se muestrea con una frecuencia mayor de $2\omega_0$.

Aliasing

Cuando la frecuencia de Nyquist $(\omega_m/2)$ es inferior a la frecuencia de la muestreada ω_0, se produce el fenómeno conocido como aliasing, según el cual una señal de alta frecuencia es interpretada como una de baja frecuencia

- Reconstrucción.

Proceso por el que a partir de una secuencia se construye una señal continua.

TEOREMA DEL MUESTREO

El teorema establece que una señal se muestrea de manera que cumple la condición de Nyquits; esta condición dice que la frecuencia de muestreo tiene que ser mayor que la máxima frecuencia contenida en la señal, de otra manera no se capturará la señal por completo

CUANTIZACIÓN

- Para procesar señales digitalmente no sólo es necesario muestrear la señal analógica sino también cuantizar la amplitud de esas señales a un número finito de niveles.
- Ruido de Cuantización: Siendo X_s(n) a la señal discreta y X_Q(n) a la señal discreta cuantizada.

Transformada de Fourier Discreta

Se define la DFT de una señal x(n) como:

$$\boxed{X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot e^{\frac{-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot k \cdot n}{N}}}$$

Si x(n) tiene longitud finita se puede recuperar dicha señal a partir de muestras de su transformada de Fourier; no es necesario conocer dicha transformada en todas las frecuencias.

La señal temporal obtenida utilizando dicho muestreo de la transformada de Fourier se supone periódico por construcción.

ESPECTRO DE POTENCIA

Representación de la potencia de las componentes espectrales de una señal o de un ruido en función de la frecuencia.

ANALISIS DE FOURIER PARA SEÑALES CONTINUAS

Sus armónicos son variables discretas de tal forma que el número de armónico está en función de la frecuencia fundamental:

$$f_0 = \frac{1}{T}$$

Donde el periodo T es finito; basándonos en la expresión anterior si tenemos T->∞, el eje de frecuencias se vuelve una variable continua de elementos diferenciales:

$$\frac{1}{T} \rightarrow df$$

De esta manera la sumatoria que representaba la serie de Fourier se vuelve una integral.

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i2\pi ft} dt \right] e^{i2\pi ft} dt$$

Esta integral cumple de igual manera las condiciones de Dirichelt excepto la condición de periodicidad, denominada una condición débil.

TRANSFORMADA DE FOURIER CONTINUA

$$\boxed{X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j2\pi ft}\,dt} \quad \textit{Transformada de Fourier}$$

- t: Tiempo
- f: Frecuencia en Hz
- $x(t)$: Señal de prueba
- $e^{-j2\pi ft}$: Fasor de Sondeo (Kernel Function)
- $X(f)$: Espectro en función de la frecuencia f

$x(t) \leftrightarrow X(f)$, es decir para una función $x(t)$ existe un equivalente $X(f)$.
$X(f)$, el espectro, revela la fuerza (energía) de varias componentes de frecuencia, ordenadas por frecuencia.
La transformada de Fourier actúa como un detector de energia en frecuencia-dependiente

TRANSFORMADA DE FOURIER DE TIEMPO CORTO

La Transformada Corta de Fourier (STFT) se define como,

$$\boxed{X_m(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]w[n-mR]e^{-j\omega n}}$$

con

$$\begin{aligned} x[n] &= \text{señal de entrada en el tiempo } n \\ w[n] &= \text{ventana de largo } M \text{ (e.g., Hamming)} \\ X_m(\omega) &= \text{DTFT de señal multiplicada por ventana en tiempo } mR \\ R &= \text{largo de los saltos, en samplers, entre sucesivas DTFTs.} \end{aligned}$$

FILTRADO

Un filtro digital, es un filtro que opera sobre señales digitales. Es una operación matemática que toma una secuencia de números (la señal de entrada) y la modifica produciendo otra secuencia de números (la señal de salida) con el objetivo de resaltar o atenuar ciertas características.

FIR E IIR

Filtros FIR

- Pueden ser diseñados con fase lineal exacta
- La estructura del filtro siempre es estable con coeficientes cuantizados

- Los transitorios iniciales del filtro tienen duración finita

Filtros IIR

- El orden del filtro FIR es normalmente mayor al orden de un filtro equivalente IIR que satisfacen las mismas especificaciones; por tanto, tienen una complejidad computacional mayor.
- La fase no lineal de un filtro IIR puede ser minimizada usando un apropiado pasa todo, sin embargo, esto provoca que se pierda la ventaja computacional del IIR.

TRANSFORMADA WAVELET CONTINUA

La transformada Wavelet continua permite el análisis de una señal en un segmento localizado de esta y consiste en expresar una señal continua como una expansión de términos o coeficientes del producto interno entre la señal y una Función Wavelet Madre.

Una Wavelet Madre es una función localizada, perteneciente al espacio , que contiene todas las funciones con energía finita y funciones de cuadrado integrable definidas

TRANSFORMADA WAVELET DISCRETA

Se pasará de un mapeo continuo a un espectro o conjunto finito de valores, a través del cambio de la integral por una aproximación con sumatorias. La discretización permite representar una señal en términos de funciones elementales acompañadas de coeficientes.

$$f(t) = \sum_{\lambda} c_\lambda \varphi_\lambda$$

En los sistemas Wavelet las Wavelet madre traen consigo unas funciones de escala , las primeras son las encargadas de representar los detalles finos de la función, mientras las funciones de escala realizan una aproximación.

TRANSFORMADA WAVELET ORTOGONAL

Es una wavelet cuya transformada wavelet asociada es ortogonal. Es decir, la transformada wavelet inversa es el adjunto de la transformada wavelet. Si esta condición se debilita, uno puede terminar con wavelets biortogonales.

ECUACION DE WAVELET Y LA FUNCIÓN ESCALAMIENTO

Una forma de discretizar los parámetros de escala y frecuencia es mediante un muestreo exponencial, para garantizar una mejor aproximación, con el cual se pueden redefinir los parámetros a valores discretos de la siguiente manera:

$$s = a^{-j} \qquad\qquad u = kna^{-j}$$

De esta manera y reemplazando en la ecuación , obtenemos la familia de funciones discretizadas, que constituyen bases ortonormales de Wavelets

$$\psi_{j,k}(t) = \frac{1}{\sqrt{a^{-j}}}\psi\left(\frac{t - kna^{-j}}{a^{-j}}\right)$$
$$= a^{\frac{j}{2}}\psi(a^j t - kn)$$

Para obtener una mejor aproximación de la señal en niveles de resolución muy finos, es necesario que las
Wavelet sean dilatas por un factor de 2^{-j} , permitiendo tener una resolución de 2^j, estas funciones son denominadas Wavelets Diádicas.

WAVALET DE HAAR, DAUBECHIES Y COIFLET

- Daubechies

Conjunto de wavelets ortonormales apropiadas para aplicarse en análisis de señales discretas

- Coiflet

Los coiflets son wavelets discretos diseñados por Ingrid Daubechies, a pedido de Ronald Coifman, para tener funciones de escalado con momentos de fuga.

- Haar

el wavelet de Haar es una cierta secuencia de funciones. Haar usó estas funciones para dar un ejemplo de un sistema ortonormal contable para el espacio de las funciones de cuadrado integrable en la recta real. La desventaja técnica del wavelet de Haar es que no es continuo y por lo tanto no derivable.

Esta propiedad, de cualquier forma, es una ventaja para el análsis de señales con transiciones repentinas

WAVALET PACKAGE

La transformación de paquetes wavelet da como resultado un filtrado de señales de subbandas de igual ancho en lugar del filtrado de bandas de octava más grueso que se encuentra en el DWT.