DIGITALNA ELEKTRONIKA

SVEUČILIŠNI	**STRUČNI**
DIGITALNA ELEKTRONIKA FESB 72x, 110	DIGITALNA TEHNIKA FESB 612, 650, 412, 450
DIGITALNI SUSTAVI I STRUKTURE FESB 750	DIGITALNA I MIKROPROCESORSKA TEHNIKA OSS RAČUNARSTVO
DISKRETNI SUSTAVI I STRUKTURE FESB 120	

DIGITALNA ELEKTRONIKA
DIGITALNI SUSTAVI I STRUKTURE
DISKRETNI SUSTAVI I STRUKTURE

1. UVOD
2. SINTEZA KOMBINACIJSKIH LOGIČKIH STRUKTURA
3. SINTEZA SEKVENCIJALNIH SKLOPOVA, regularni izrazi

DIGITALNA TEHNIKA

1. UVOD
2. SINTEZA KOMBINACIJSKIH LOGIČKIH STRUKTURA
3. SINTEZA SEKVENCIJALNIH SKLOPOVA

DIGITALNA I MIKROPROCESORSKA TEHNIKA

1. UVOD
2. SINTEZA KOMBINACIJSKIH LOGIČKIH STRUKTURA
3. SINTEZA SEKVENCIJALNIH SKLOPOVA
4. OSNOVE ARHITEKTURE MIKRORAČUNALA

NASTAVA

- KOMUNIKACIJA
  - E-learning portal,
  - www.fesb.hr/~julije
  - julije.ozegovic@fesb.hr
  - srdjana.dragicevic@fesb.hr

NASTAVA

- Predavanja 3 sata
  - J. Ožegović: **Digitalna i mikroprocesorska tehnika**
  - Tkalić, Kunštić: **Logičko projektiranje digitalnih sustava** (FER)
  - Glavinić: **Digitalni sustavi** (FER novo)
  - ulazni i izlazni test svaki termin, potrebno 50% pozitivnih testova

NASTAVA

- Auditorne vježbe 2 sata (1 sat)
    - provjera znanja na ploči, testovi
    - zbirke nema, neke zadaće na ~julije i ~pravdica
- Laboratorijske vježbe 1 sat (2 sata)
    - **ulazni test** svake vježbe, 100% obavezne
    - upute u skriptarnici i na portalu

ISPITNA PITANJA – 1/3

1. PRIKAZ INFORMACIJA U DIGITALNIM SUSTAVIMA
2. BROJEVNI SUSTAVI
3. ARITMETIKA PO MODULU
4. ELEMENTARNI LOGIČKI SKLOPOVI
5. BOOLEOVA ALGEBRA
6. BOOLEOVE FUNKCIJE
7. NORMALNI ALGEBARSKI OBLICI
8. POTPUNI SKUPOVI FUNKCIJA
9. MINIMIZACIJA NORMALNIH OBLIKA
10. POSTUPCI MINIMIZACIJE I REALIZACIJA NI I NILI VRATIMA

ISPITNA PITANJA – 2/3

11. KOMBINACIJSKI SKLOPOVI SREDNJEG STUPNJA INTEGRACIJE
12. REALIZACIJA BF MULTIPLEKSEROM
13. REALIZACIJA BF DEMULTIPLEKSEROM
14. MULTIPLEKSERSKO-DEMULTIPLEKSERSKA (MD) STRUKTURA
15. PROGRAMABILNE LOGIČKE STRUKTURE
16. SEKVENCIJALNI SKLOPOVI
17. RAD SKLOPA U DISKRETNOM VREMENU
18. BISTABIL KAO SKLOP
19. SINTEZA OPĆIH BISTABILA
20. SLOŽENI SKLOPOVI S BISTABILIMA

ISPITNA PITANJA – 3/3

21. DIGITALNI AUTOMAT
22. APSTRAKTNI MODEL DIGITALNOG AUTOMATA
23. ZADAVANJE AUTOMATA
24. EKVIVALENTNOST AUTOMATA
25. NAPREDNI POSTUPCI MINIMIZACIJE AUTOMATA
26. STRUKTURNA SINTEZA AUTOMATA
27. AUTOMATI I ALGORITMI
28. AUTOMATI I JEZICI
29. ALGEBRA DOGAĐAJA
30. ZADAVANJE AUTOMATA REGULARNIM IZRAZOM

I. UVOD

1. PRIKAZ INFORMACIJA U DIGITALNIM SUSTAVIMA
2. BROJEVNI SUSTAVI
3. ARITMETIKA PO MODULU
4. ELEMENTARNI LOGIČKI SKLOPOVI

1. PRIKAZ INFORMACIJA U DIGITALNIM SUSTAVIMA

1.1. ANALOGNI I DIGITALNI SUSTAVI

ELEKTROTEHNIKA = PRIMIJENJENA FIZIKA

FENOMEN ELEKTRICITETA I MAGNETIZMA

ELEKTROENERGETIKA

Električnim signalom prenosimo energiju

ELEKTRONIKA

Električnim signalom prenosimo informaciju

INFORMACIJA

- ČINJENICA

  neka pojava postoji bez obzira da li je osjećamo

- INFORMACIJA

  pojava je primijećena, a informacija o tome je priopćena (prenesena, zapisana)

- DRUŠTVO

  ovisi o prijenosu i obradi informacija

MODULACIJA

UTISKIVANJE INFORMACIJE U SIGNAL (MODULACIJA)

- ANALOGNO
- DIGITALNO

MODULACIJA

ANALOGNO

informaciji pridružujemo veličinu signala, npr.
masi napon (1g = 1mV; 0-10kg odgovara 0-9999mV)
povećanje točnosti ⟶ povećati točnost sklopovlja

DIGITALNO

informaciji pridružujemo broj
broju pridružimo onoliko signala koliko ima znamenki
npr. masi broj od 4 znamenke, 0000-9999
broju pridružimo 4 signala, znamenki napon
povećanje točnosti ⟶ povećati broj znamenki

1.2. INFORMACIJSKI VOLUMEN

INFORMACIJSKI VOLUMEN
V=2BDTK

2B DVOSTRUKA ŠIRINA POJASA
= BRZINA SIGNALIZACIJE
U jednom periodu prenosimo dva signalna elementa

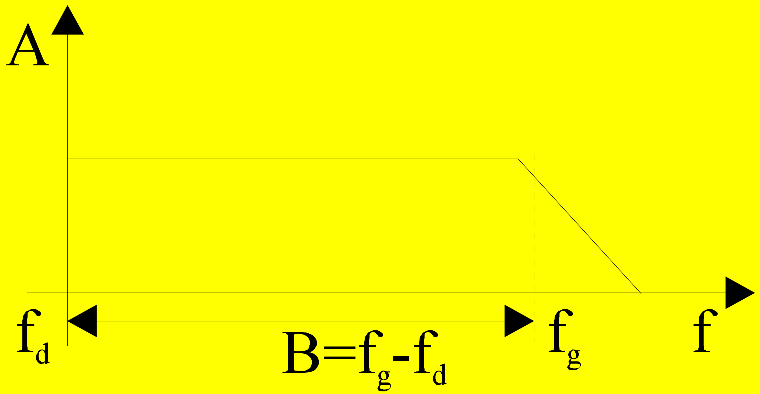
D DINAMIKA
= BROJ BITA PO SIGNALNOM ELEMENTU
Po jednom signalnom elementu prenosimo jedan ili više bita (binarnih znamenki)

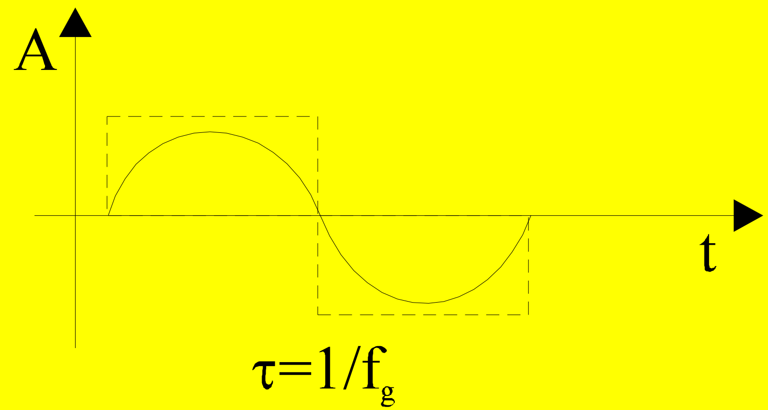
T VRIJEME
= PERIOD U KOJEM JE SUSTAV RASPOLOŽIV
Sustav može biti raspoloživ trajno ili samo dio ukupnog vremena

K BROJ KANALA
= BROJ PARALELNIH INFORMACIJSKIH SUSTAVA
Informaciju prenosimo, pamtimo ili obrđujemo paralelno po jednom ili više sustava

DVOSTRUKA ŠIRINA POJASA 2B

SUSTAV SA NISKIM PROPUSTOM

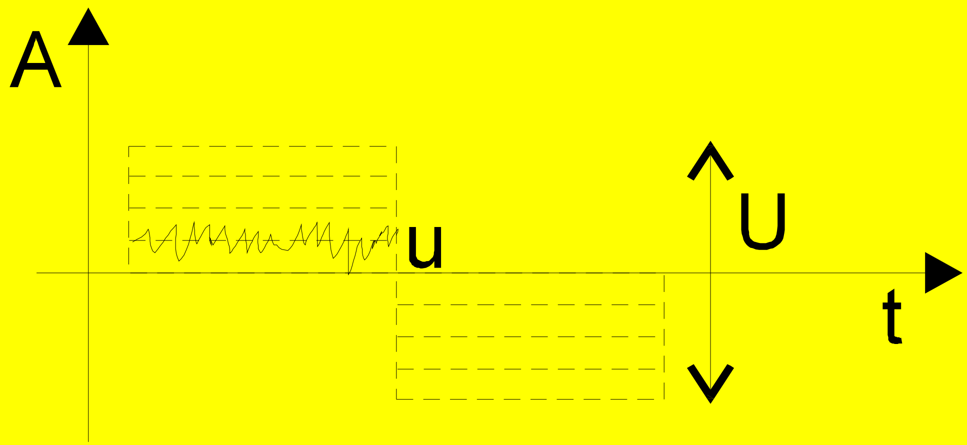




- širina pojasa $B = f_g - f_d = f_g - 0 = f_g$
- u jednom periodu signala fg prenesemo
  DVA signalna elementa
- odatle 2B signalnih elemenata u sekundi (Bd)

DINAMIKA D

BROJ RAZINA PO SIGNALNOM ELEMENTU



- Broj razina R = U/u
- Raspon signala ograničen dogovorom
- Minimalni signal ograničen smetnjama
- dogovor: $D = \log_2(R) = ld(R)$ bita/sign.elementu

KAPACITET 2B*D

KAPACITET SUSTAVA

- Izražava
  - brzinu obrade
  - brzinu prijenosa
  - brzinu pristupa podacima
- Kapacitet C

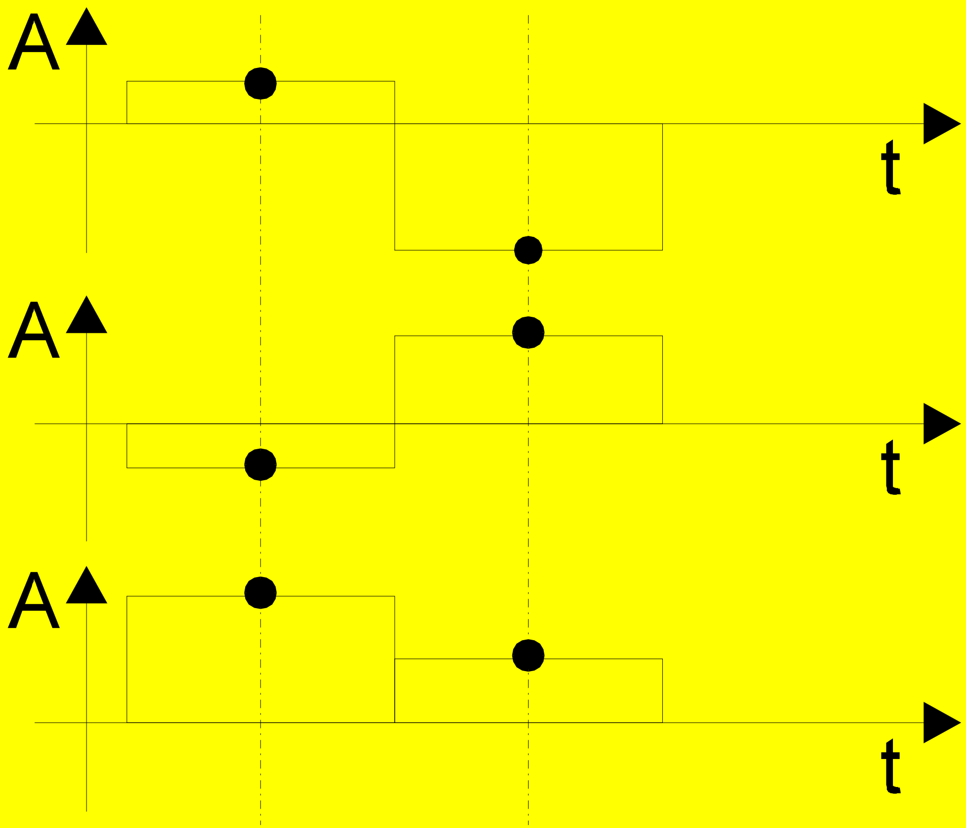
  $$C = 2B*D \quad [se/sek * bit/se = bit/sek]$$

- Kapacitet C je "bandwidth" u žargonu Interneta

BROJ PARALELNIH KANALA K

VIŠE ISTOVRSNIH KANALA

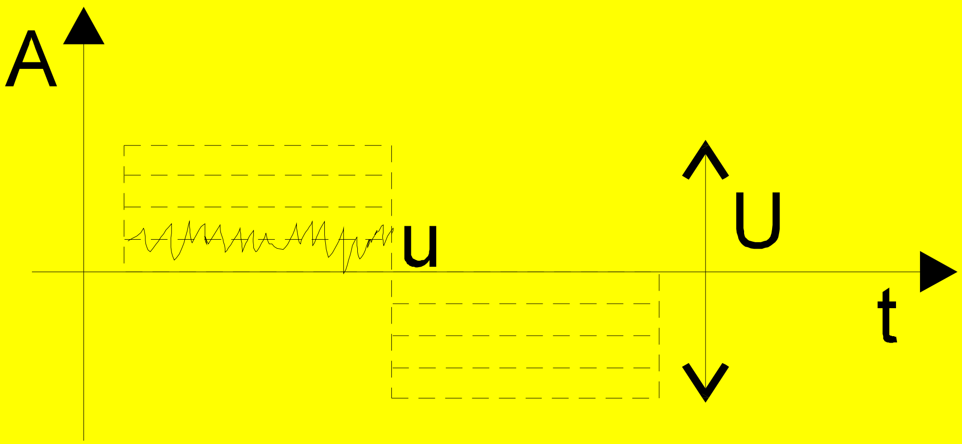
- volumen je 2BDTK, inače suma pojedinačnih



ANALOGNI SUSTAV

ANALOGNO

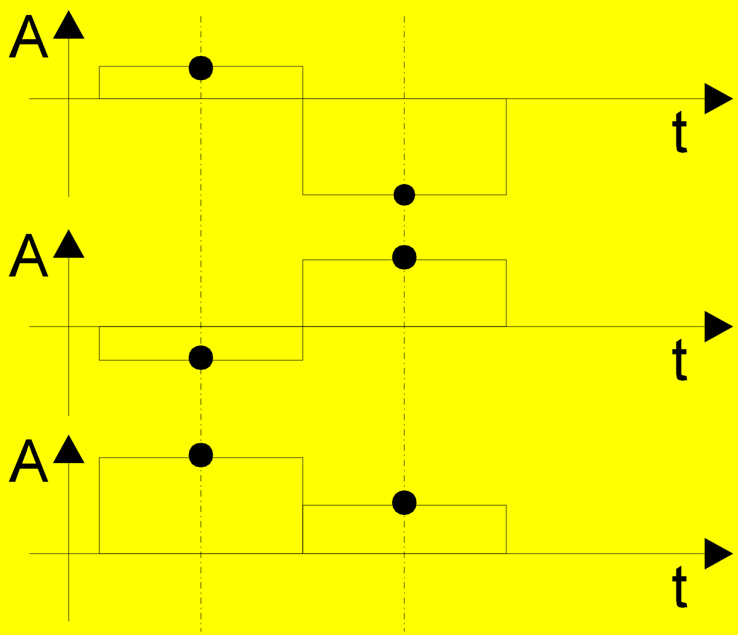
- informaciju prenosimo kroz dinamiku D
- ograničeni smo točnošću očitanja
- ovisi o točnosti sklopovlja i smetnjama
- cijena raste eksponencijalno s točnošću



DIGITALNI SUSTAV

DIGITALNO

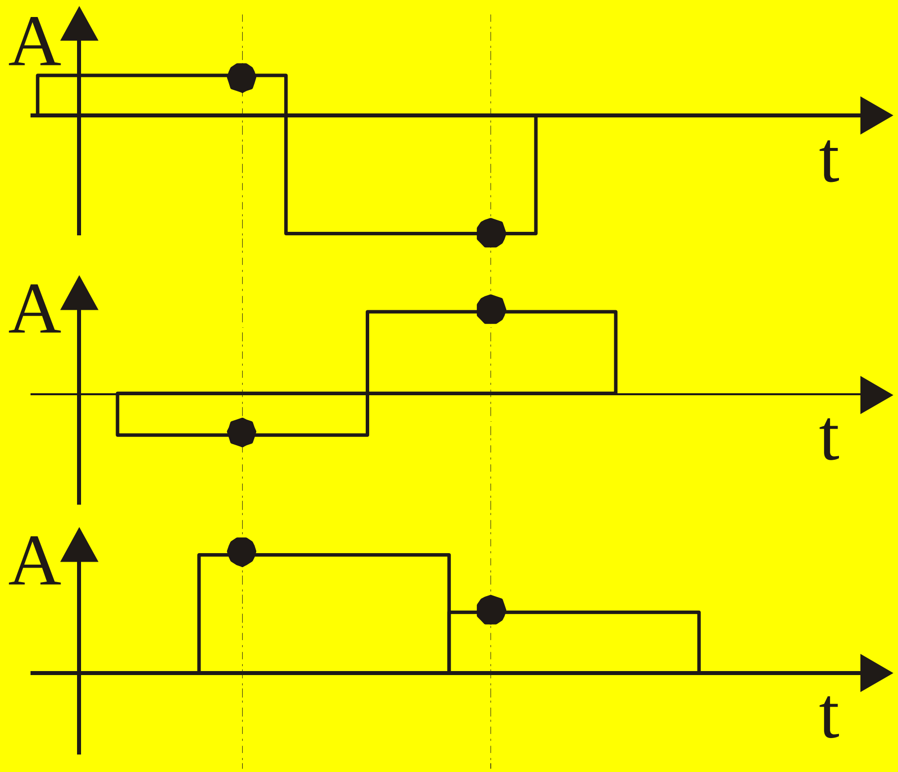
- informaciju prenosimo kroz prostor K
- ograničeni smo brojem znamenki
- ovisi o veličini sklopa (po volji velik, ali konačan)
- cijena raste linearno s točnošću



PROBLEM PARALELNOG PRIJENOSA

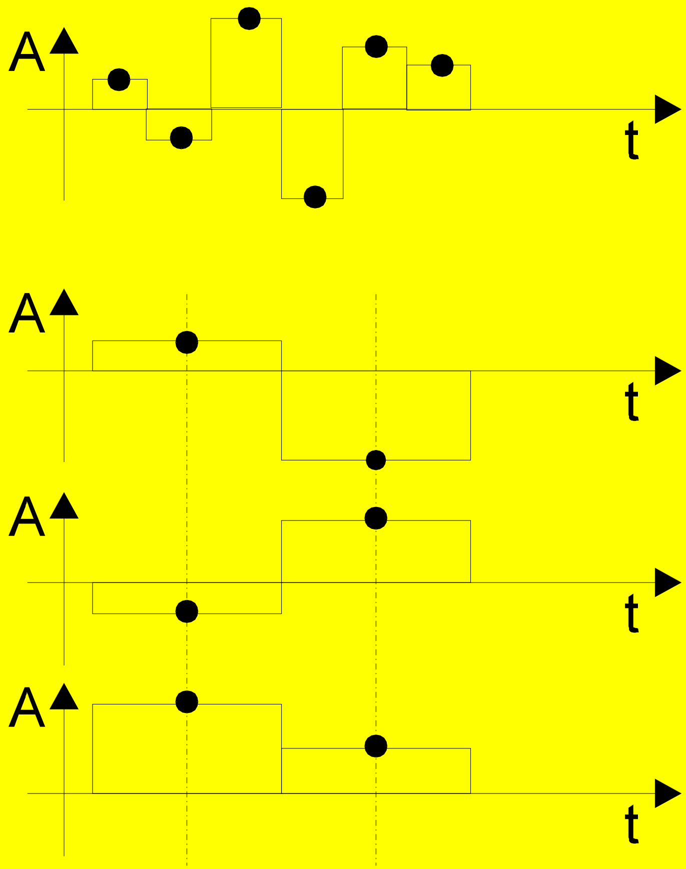
PROBLEM RAZLIKE KAŠNJENJA

- povećanjem brzine dolaze do izražaja različita kašnjenja po pojedinačnim vodovima



SERIJSKI I PARALELNI PRIJENOS

SERIJSKI: 1 kanal k puta veće brzine



PARALELNO: k kanala jedinične brzine

1.3. KODOVI I KODIRANJE

KOD
- dogovorno uspostavljen sustav simbola
- kojima označavamo neke pojmove (informacije)

JEDNOZNAČNOST I RAZLUČIVOST
- jednom pojmu najmanje jedan simbol
- treba dovoljan broj simbola

KODIRANJE I DEKODIRANJE

KODIRANJE SKUPA INFORMACIJA
- postupak konstrukcije koda (dodjeljivanje simbola)

KODIRANJE
- postupak primjene koda,
  prevođenje informacije u simbole

DEKODIRANJE
- postupak primjene koda,
  prevođenje simbole natrag u informacije

NEPOSREDNI I POSREDNI KODOVI

NEPOSREDNI KODOVI

- nekom pojmu zasebni simbol
- primjer: kinesko pismo

POSREDNI KODOVI

- nekom pojmu dodijelimo riječ
- riječ formiramo izborom malog broja simbola - slova
- primjer: latinično pismo

ANALOGNI I DIGITALNI SUSTAVI

KODNA RIJEČ ili KOMPLEKSIJA
- kodnu riječ formiramo iz skupa elementarnih simbola
- elementarni simbol = slovo
- kompleksija: cjelina sastavljena od više dijelova

ANALOGNI I DIGITALNI SUSTAVI
- **analogni**: neposredno kodiranje,
  - signalni element je nosilac informacije
- **digitalni**: posredno kodiranje
  - kodna riječ je nosilac informacije

KONAČNOST KODA

KONAČNI I BESKONAČNI KODOVI

- teoretski: mogu biti beskonačni
- u praksi: konačni
- neposredni: ograničeni konačnim brojem simbola
- posredni: ograničeni konačnom duljinom riječi

2. BROJEVNI SUSTAVI

2. BROJEVNI SUSTAVI

2.1. Poliadski brojevni sustavi

2.2. Izbor brojevnog sustava za digitalne sustave

2.3. Prikaz brojeva binarnim kodovima

2.4. Primjene binarnih kodova

2.1. POLIADSKI BROJEVNI SUSTAVI

KORISTIMO BROJEVE

- **N** prirodni
- $\mathbf{N_0}$ prirodni s nulom
- **Z** cijeli
- **Q** racionalni
- **R** realni
- **C** kompleksni

BROJEVE ZAPISUJEMO

- rimska notacija
- poliadska notacija - poliadski brojevni sustavi

POLIADSKI BROJEVNI SUSTAV

- DEFINICIJA

$$a = \sum_{k=0}^{n-1} a_k s^k = a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + \cdots + a_2 s^2 + a_1 s + a_0$$

gdje je:

- a_k znamenka na mjestu k
- s baza brojevnog sustava
- n broj znamenki u kodnoj riječi

POLIADSKI BROJEVNI SUSTAV

BROJ ZAPISUJEMO

- pišemo samo znamenke jednu iza druge
- potencije baze ne pišemo, podrazumijevaju se
- govorimo o težini mjesta na kojem je znamenka
- kod je težinski
- desno od broja podrazumijevamo (decimalni) zarez
- za racionalne i realne pišemo zarez

POLIADSKI BROJEVNI SUSTAV

ZA CIJELE BROJEVE

- znamenke iz skupa $a_k \in \{0, 1, 2, \cdots, s-1\}$
- broj mogućih kodnih riječi $N = s^n$
- maksimalni broj $a_{max} = \sum_{k=0}^{n-1} (s-1) s^k = s^n - 1$
- brojevi su iz skupa $a \in F = \{0, 1, 2, \cdots, s^n - 1\}$
- uvjet jednoznačnosti $N \geq N' \quad : \quad n \geq \log_s (N')$

POLIADSKI BROJEVNI SUSTAV

ZA REALNE BROJEVE

- zapisujemo kao racionalni broj s djeliteljem s^d:

$$a = \frac{a_i}{s^d} = \frac{1}{s^d}\sum_{k=0}^{n-1} a_k s^k = \sum_{k=0}^{n-1} a_k s^{k-d} =$$

$$= a_{n-1}s^{n-d-1} + a_{n-2}s^{n-d-2} + \cdots + a_{d+1}s + a_d + a_{d-1}s^{-1} + a_{d-2}s^{-2} + \cdots + a_0 s^{-d}$$

ili

$$a = \sum_{k=-d}^{n-d-1} a_k s^k = a_{n-d-1}s^{n-d-1} + a_{n-d-2}s^{n-d-2} + \cdots + a_1 s + a_0 + a_{-1}s^{-1} + a_{-2}s^{-2} + \cdots + a_{-d}s^{-d}$$

- dekadski: decimalni zarez (točka)
- binarni: binarni zarez (točka)

POLIADSKI BROJEVNI SUSTAV

INTERESANTNI BROJEVNI SUSTAVI:

- **Dekadski**: $s=10$; $a_k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$;

  $N=10^n$; $n \geq \log(N')$; $a_{max}=10^n-1$;

  npr. $29_{10}=2*10+9*1=20+9=29$

- **Oktalni**: $s=8$; $a_k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$;

  $N=8^n$; $n \geq \log_8(N')$; $a_{max}=8^n-1$;

  npr. $35_8=3*8+5*1=24+5=29$

POLIADSKI BROJEVNI SUSTAV

INTERESANTNI BROJEVNI SUSTAVI:

- **Ternarni**: $s=3$; $a_k \in \{0, 1, 2\}$; $N=3^n$; $n \geq \log_3(N')$; $a_{max}=3^n-1$;

  npr. $1002_3=1*27+0*9+0*3+2*1=27+2=29$

- **Binarni**: $s=2$; $a_k \in \{0, 1\}$; $N=2^n$; $n \geq \log_2(N')=ld(N')$; $a_{max}=2^n-1$;

  npr. $11101_2=1*16+1*8+1*4+0*2+1*1=16+8+4+1=29$

POLIADSKI BROJEVNI SUSTAV

INTERESANTNI BROJEVNI SUSTAVI:

- **Heksadecimalni**: $s=16$; $N=16^n$; $n \geq \log_{16}(N')$; $a_{max}=16^n-1$;

  $a_k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F\}$;

  npr. $1D_{16}=1*16+13*1=16+13=29$

- **Baza s=1** ???? --> rimska notacija !!!
  - koristi se i kod ispitivanja složenosti numeričkih algoritama

    Turingovim strojem

POLIADSKI BROJEVNI SUSTAV

ODNOS BINARNOG; OKTALNOG I HEKSADECIMALNOG:

- **odnos baza je:**

$$s_8 = (s_2)^3 \;\; ; \;\; s_{16} = (s_2)^4$$

- **znamenke je moguće prevesti bez ostatka:**

$$\underbrace{011}_{3}\underbrace{101}_{5} \;\; 35_8 = 29_{10} \;\; ; \;\; \underbrace{0001}_{1}\underbrace{1101}_{D} \;\; 1D_{16} = 29_{10}$$

- **programski jezici: 0x1D**

2.2. IZBOR BROJEVNOG SUSTAVA

PROMJENA BAZE:

- povećavamo li bazu

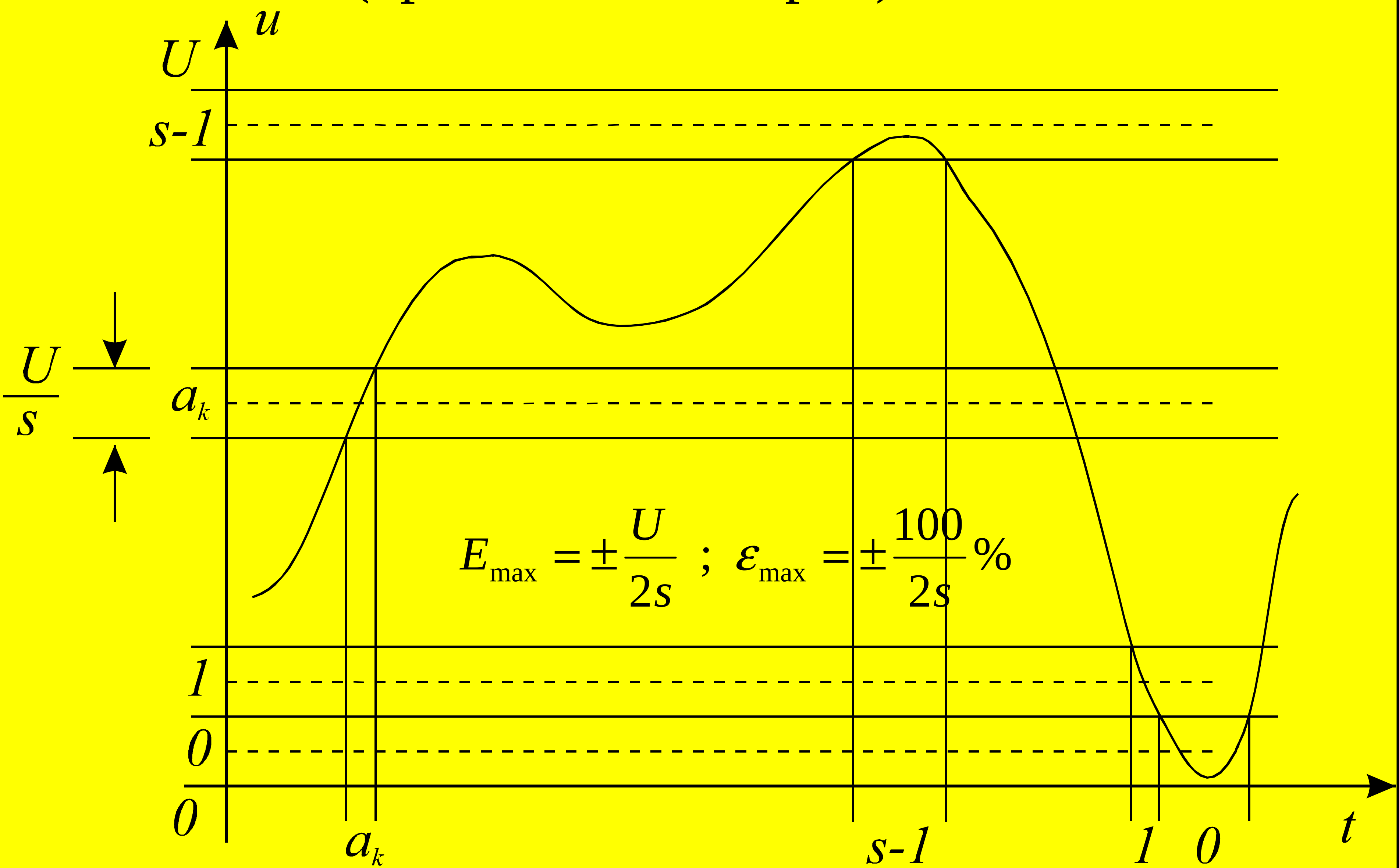
$$s_2 < s_3 < s_8 < s_{10} < s_{16}$$

- **trebamo sve manje znamenki:**

$$\log_2 N' > \log_3 N' > \log_8 N' > \log_{10} N' > \log_{16} N'$$

- **dovoljno velika baza => analogni signal!**

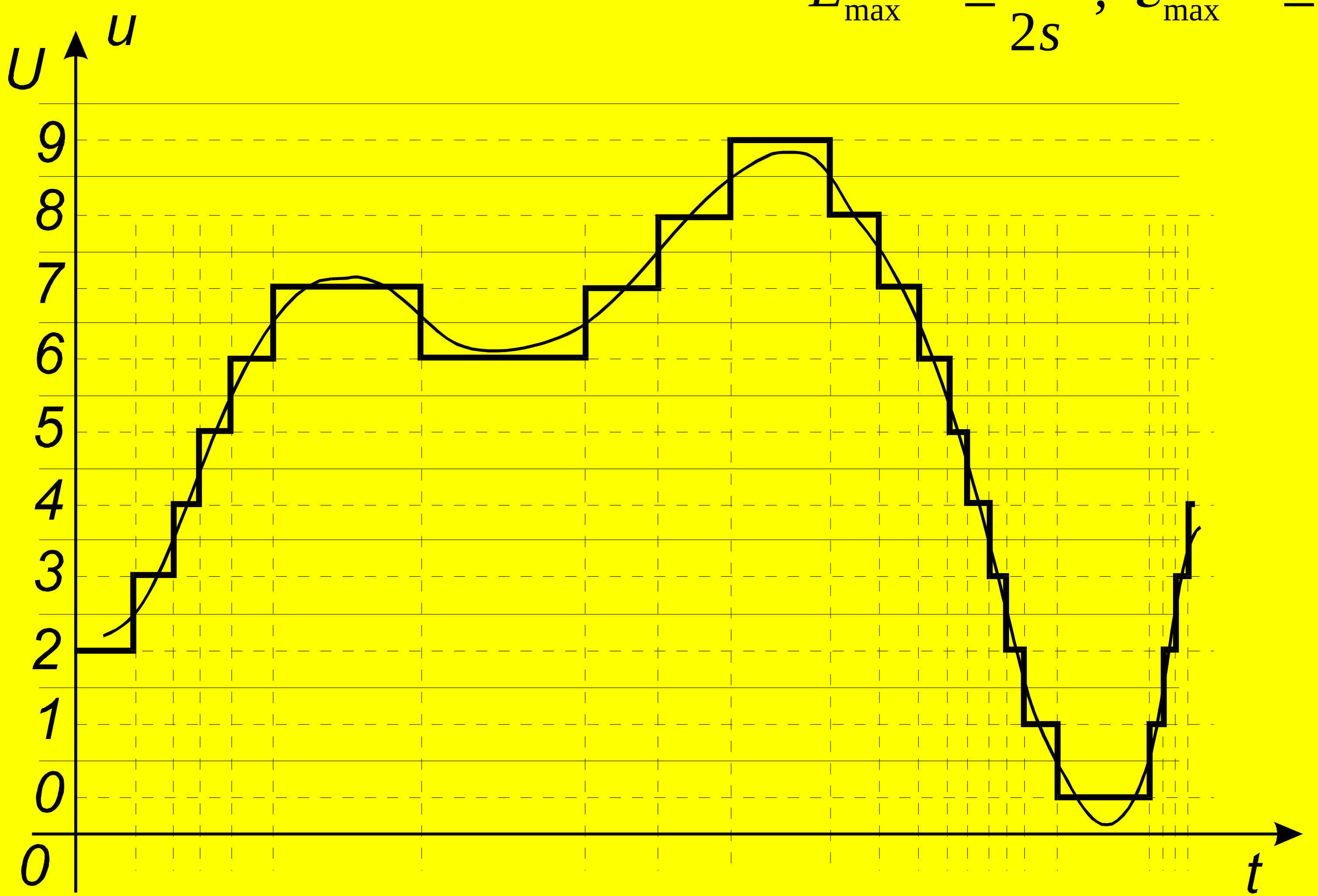
PRIKAŽIMO JEDNU ZNAMENKU ELEKTRIČNIM SIGNALOM (npr. koristimo napon):



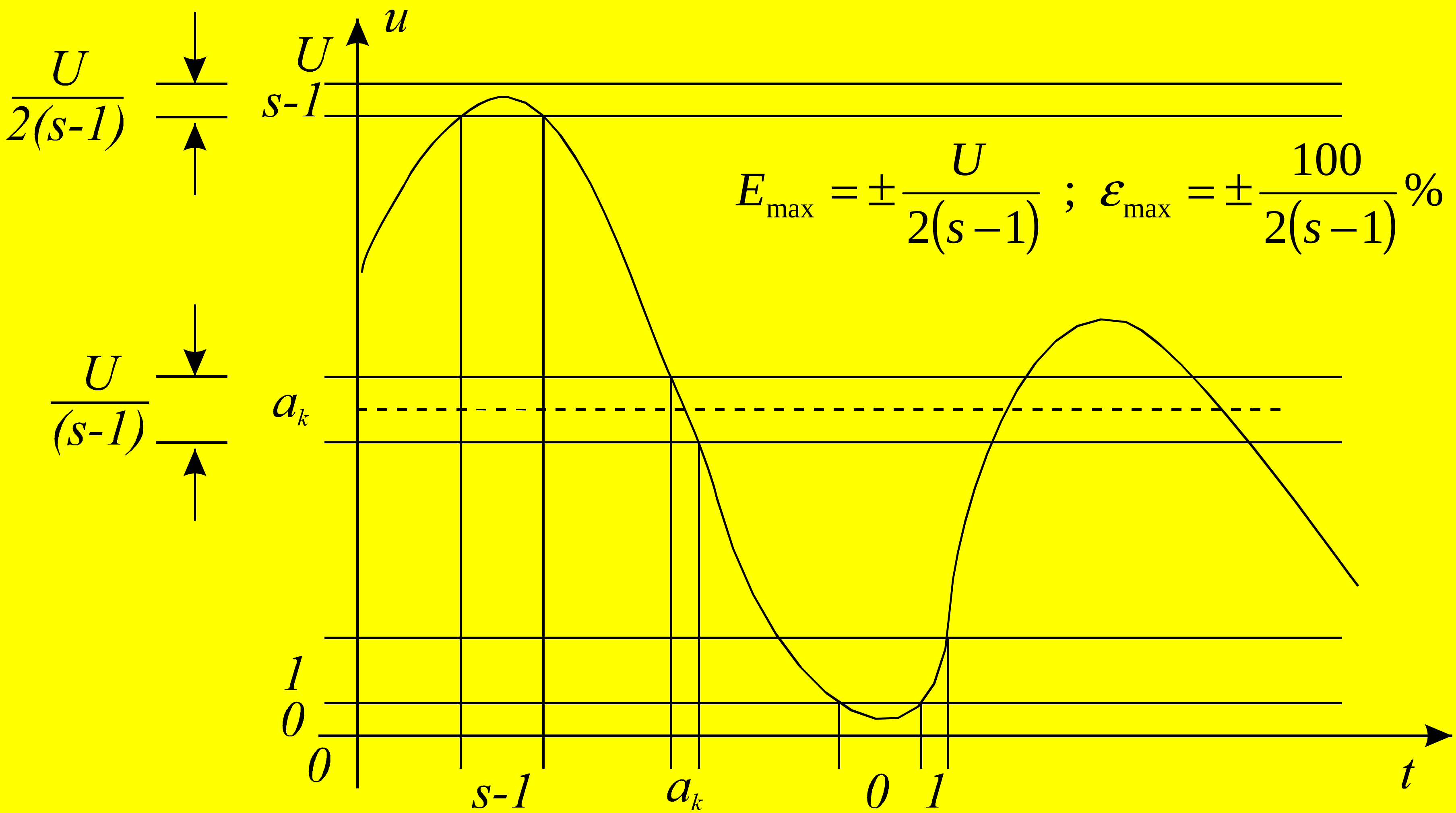
$$E_{\max} = \pm\frac{U}{2s}\ ;\ \varepsilon_{\max} = \pm\frac{100}{2s}\%$$

Želimo da signal bude u sredini pojasa:

$$E_{\max} = \pm\frac{U}{2s} \;;\; \varepsilon_{\max} = \pm\frac{100}{2s}\%$$



NAPON NE MOŽE IĆI IZVAN GRANICA:



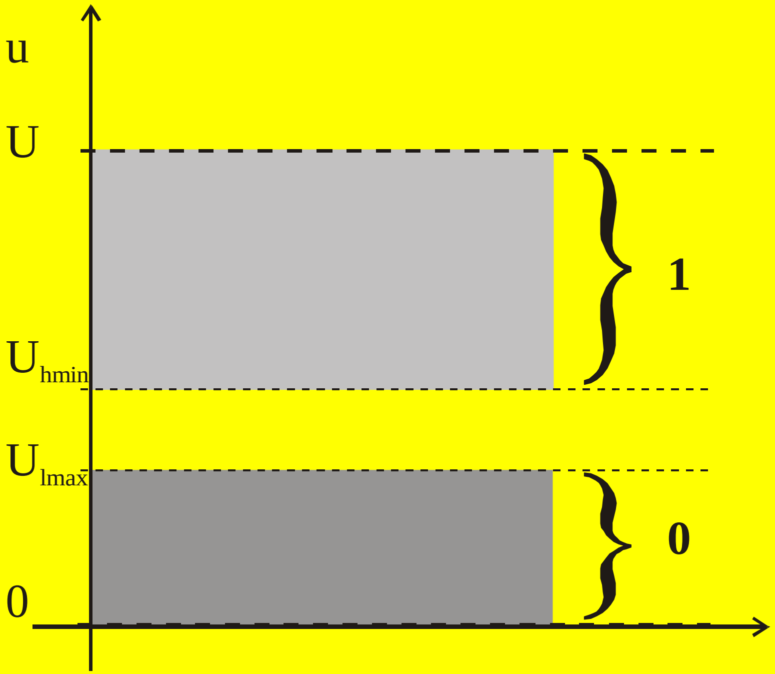
$$E_{\max} = \pm \frac{U}{2(s-1)} \; ; \; \varepsilon_{\max} = \pm \frac{100}{2(s-1)} \%$$

NAJVEĆA POGRJEŠKA ZA RAZNE BAZE:

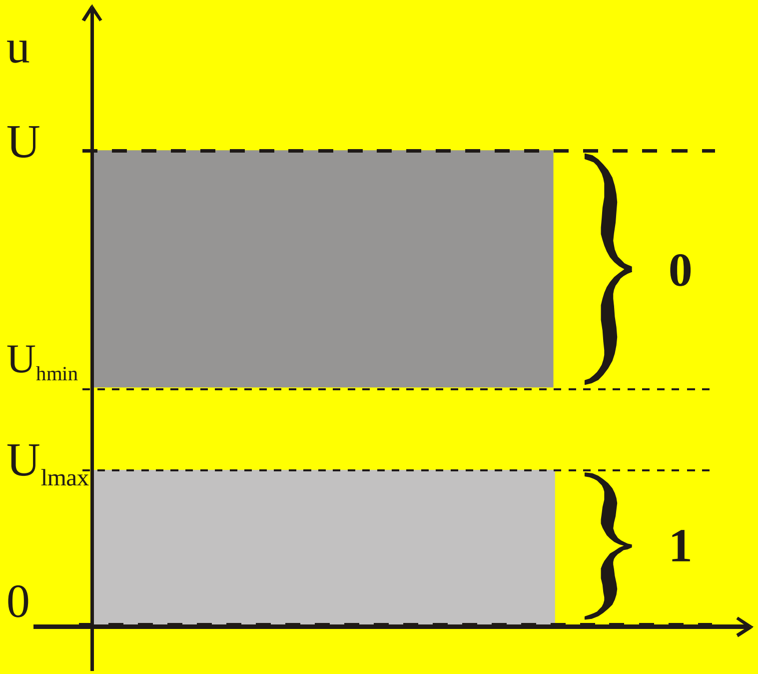
s	ε_{max} (s razina)	ε_{max} (s-1 razina)
2	±25%	±50%
3	±16,6%	±25%
8	±6,25%	±7,14%
10	±5%	±5,55%
16	±3,125%	±3,33%

OPTIMALAN JE BINARNI SUSTAV!

BINARNU ZNAMENKU PRIKAZUJEMO NAPONOM:



a) pozitivna logika

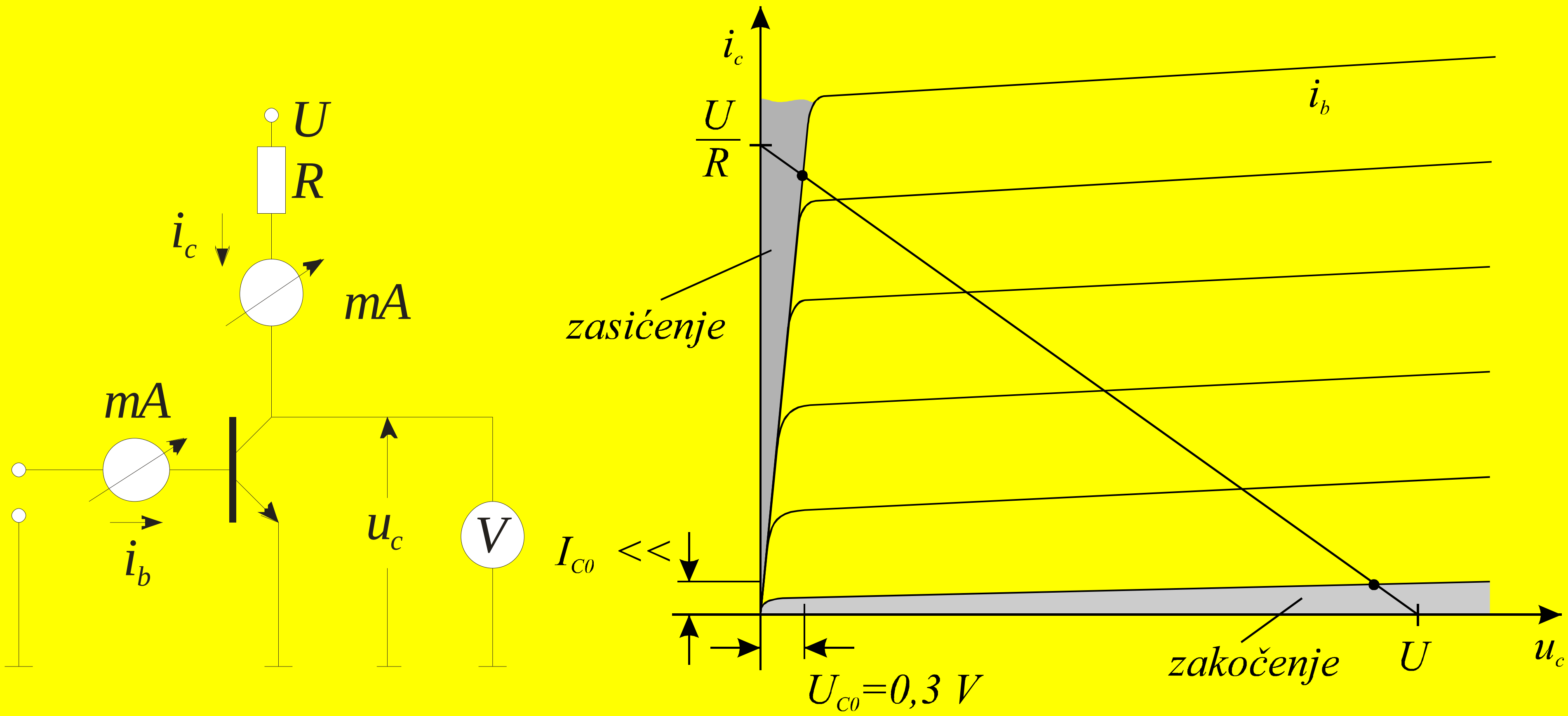


b) negativna logika

TRANZISTOR KAO SKLOPKA:

Struja kolektora: $I_c = I_{c0} + \beta * I_b$ Napon kolektora: $u_c = U - R * i_c$

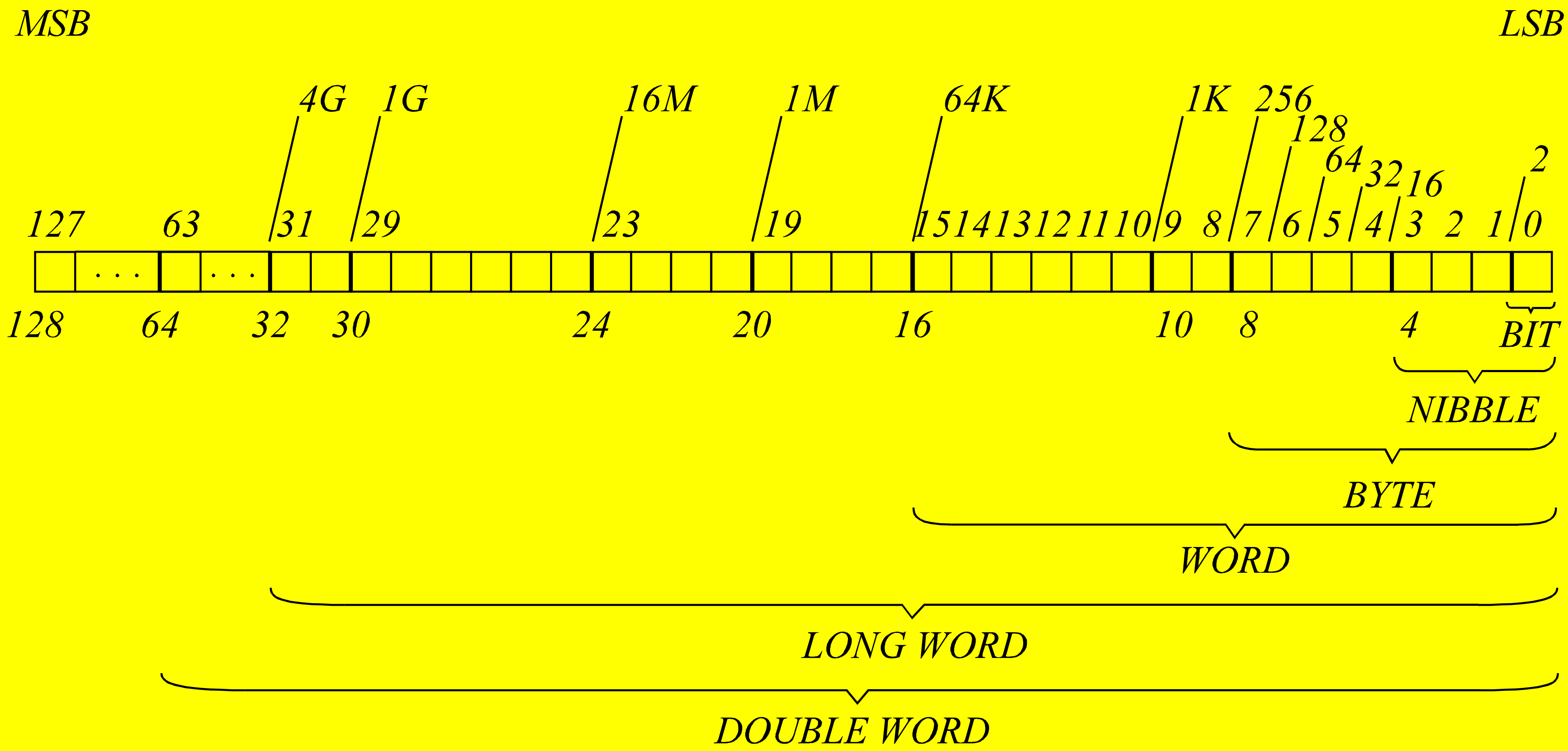
Zakočenje: $I_b = 0$ Zasićenje: $I_b > Ic/\beta$



SVOJSTVA BINARNOG SUSTAVA

Binarna znamenka **bit** (binary digit)

Najčešće binarne kodne riječi:



2.3. PRIMJENE KODIRANJA

PRIKAZ BROJEVA

PRIRODNI BINARNI KOD

BINARNO KODIRANI DECIMALNI BROJEVI

Prirodni binarni kod:

$\mathbf{a_{max} = 2^n - 1}$ ili $\mathbf{n = ld(a_{max} + 1)}$

Čovjek: dekadski

Računalo: binarno => pretvorba!

PRIRODNI BINARNI KOD

Prirodni binarni kod za n=4:

	8 4 2 1		
TEŽINA	2^3 2^2 2^1 2^0		
DEK	3 2 1 0	HEX	OCT
0	0 0 0 0	0	00
1	0 0 0 1	1	01
2	0 0 1 0	2	02
3	0 0 1 1	3	03
4	0 1 0 0	4	04
5	0 1 0 1	5	05
6	0 1 1 0	6	06
7	0 1 1 1	7	07

	8 4 2 1		
TEŽINA	2^3 2^2 2^1 2^0		
DEK	3 2 1 0	HEX	OCT
8	1 0 0 0	8	10
9	1 0 0 1	9	11
10	1 0 1 0	A	12
11	1 0 1 1	B	13
12	1 1 0 0	C	14
13	1 1 0 1	D	15
14	1 1 1 0	E	16
15	1 1 1 1	F	17

Pretvorba dekadski-binarni

Čovjek: dekadsko binarni sukcesivnim dijeljenjem s 2.

$\mathbf{a_{10} = 29}$	**29:2**	**1**	**LSB**
	14:2	**0**	
	7:2	**1**	
	3:2	**1**	
	1:2	**1**	**MSB**
	0		

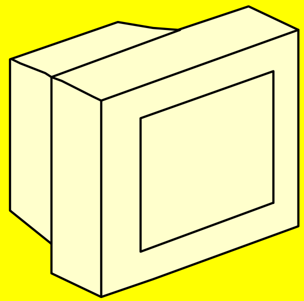
stupac čitamo od dole prema gore:

$$\mathbf{a_2 = 11101 = a_{10} = 29_{10}}$$

Pretvorba dekadski-binarni

Stroj: binarno-dekadski sukcesivnim dijeljenjem s 10.

$$\text{BIN} \underset{\text{sukc}/10}{\Longrightarrow} \text{BCD} \underset{+0\text{x}30}{\Longrightarrow} \text{ASCII} \underset{\text{out}}{\Longrightarrow}$$



Pretvorba binarni-dekadski

Čovjek: binarno dekadski sukcesivnim množenjem s 2 izračunamo:

$$a_{10} = \sum_{k=0}^{n-1} a_k 2^k$$

ili:

a_{n-1}	a_{n-2}	…..	a_1	a_0	
+	+		+	+	
0	$c_{n-1}*2$	…..	c_2*2	c_1*2	
c_{n-1}	c_{n-2}	…..	c_1	c_0	$= a_{10}$

npr.:

1	1	1	0	1	
+	+	+	+	+	
0	2	6	14	28	
1	3	7	14	29	= 29

Pretvorba binarni-dekadski

Stroj: dekadsko binarni sukcesivnim množenjem s 10.

$$\text{BIN} \underset{\text{sukc*10}}{\Leftarrow} \text{BCD} \underset{-0\text{x}30}{\Leftarrow} \text{ASCII} \underset{\text{in}}{\Leftarrow}$$

BCD KODOVI

Binarno kodirani decimalni kodovi (BCD):

bin		8 4 2 1	2 4 2 1
0	0 0 0 0	0	0
1	0 0 0 1	1	1
2	0 0 1 0	2	2
3	0 0 1 1	3	3
4	0 1 0 0	4	4
5	0 1 0 1	5	R
6	0 1 1 0	6	R
7	0 1 1 1	7	R

bin		8 4 2 1	2 4 2 1
8	1 0 0 0	8	R
9	1 0 0 1	9	R
10	1 0 1 0	R	R
11	1 0 1 1	R	5
12	1 1 0 0	R	6
13	1 1 0 1	R	7
14	1 1 1 0	R	8
15	1 1 1 1	R	9

npr. **29_{10}:** 8421: **0010 1001** 2421: **0010 1111**

2_{10} 9_{10} **2_{10} 9_{10}**

2.4. PRIMJENE BINARNIH KODOVA

Kodovi za otkrivanje pogrješki:

POGRJEŠKA: prevodi 1-->0, 0-->1

Novo nastala kodna riječ razlikuje se u onoliko bita, koliko ih je promijenjeno djelovanjem smetnje.

DISTANCA (kodna udaljenost) d:

Broj bita u kojima se razlikuju dvije kodne riječi.

SUSJEDNOST (kodnih riječi) d=1:

Dvije kodne riječi su susjedne, kada im je distanca (kodna udaljenost) jednaka 1, tj. razlikuju se u jednom bitu.

Kodovi za otkrivanje pogrješki

REDUNDANCIJA (zalihost):

U kodu neke kodne riječi nisu iskorištene. Namjerno povećavamo redundanciju korištenjem dužih kodnih riječi.

Tada će potreban broj kodnih riječi biti iskorišten, a veliki broj će biti neiskorišten.

OTKRIVANJE (detekcija) pogrješki:

Pogrješku je moguće otkriti, ako smetnja prevodi korištenu (ispravnu) kodnu riječ u neku neiskorištenu (neispravnu).

SVOJSTVO POGRJEŠKI:

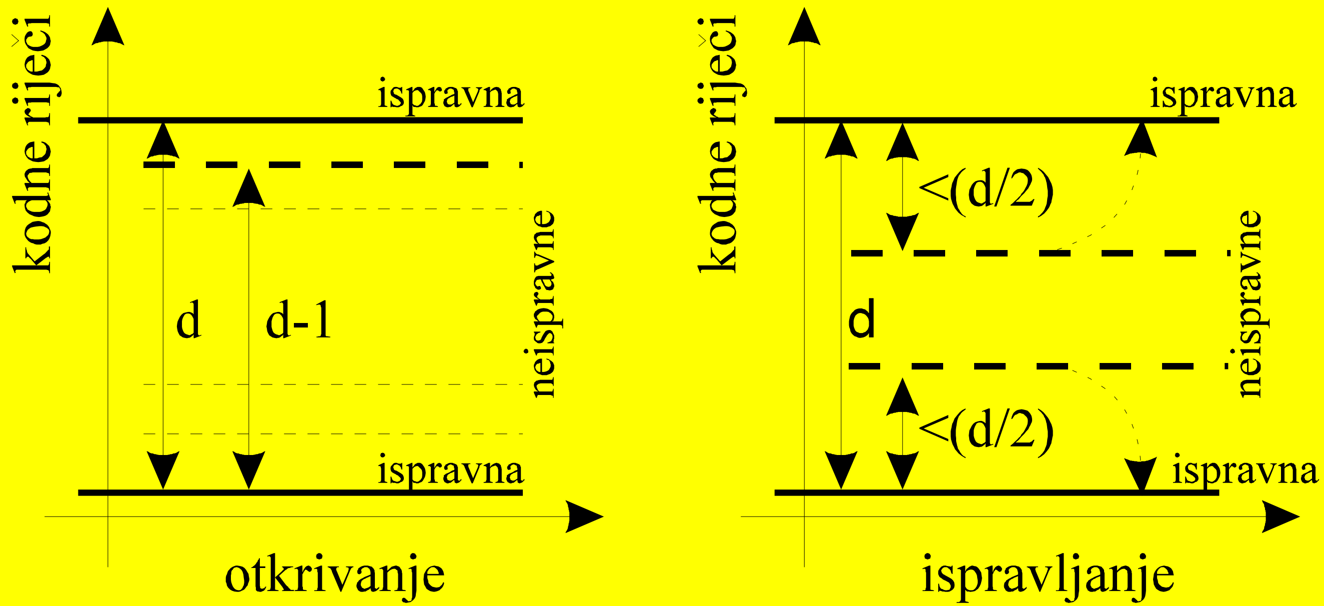
Višestruke pogrješke su manje vjerojatne (uglavnom)!

Kodovi za otkrivanje pogrješki

KONSTRUKCIJA KODA:

Želimo da između bilo koje dvije ispravne kodne riječi distanca bude najmanje “d”. Tada možemo:

otkriti d-1 struku pogrješku **ispraviti** (d/2) struku pogrješku:



ARITMETIČKE OPERACIJE

ZBRAJANJE:

$$\begin{array}{rr} & 01110 \\ + & 01111 \\ \hline & 11101 \end{array} \qquad \begin{array}{rr} & 14_{10} \\ + & 15_{10} \\ \hline & 29_{10} \end{array}$$

NA POJEDINOJ ZNAMENCI:

c_{k-1}	a_k	b_k	c_k	s_k
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

ARITMETIČKE OPERACIJE

MNOŽENJE:

$$
\begin{array}{rl}
 & \underline{\mathbf{011\ \ x\ \ 101}} \qquad\qquad \mathbf{3x5=15} \\
 & \mathbf{011} \\
 & \ \ \mathbf{000} \\
\mathbf{+} & \underline{\ \ \ \ \mathbf{011}\qquad} \\
 & \mathbf{01111} \qquad\qquad \mathbf{= 15_{10}}
\end{array}
$$

svodi se na pribrajanje broja ako je znamenka desnog u jedinici, te nakon toga pomak u lijevo

POMAK U LIJEVO (DESNO)

množenje (dijeljenje) s 2

BCD: znamenka po znamenka, pretek s četvrtog bita

3. ARITMETIKA PO MODULU

3. ARITMETIKA PO MODULU

3.1. SUMA PO MODULU KAO GRUPA

Stvarni sklopovi su konačni!

- Po volji veliki:
  - u nekom trenutku rezultat će biti prevelik
  - neke znamenke će biti izgubljene
  - informacija će biti izgubljena
- Zbrajanje: suma po modulu

SUMA PO MODULU KAO GRUPA

Definirajmo algebarsku grupu od:

skup F: $F = \{0, 1, 2, \ldots, m-1\}$ $\quad m : \text{modul}$

$m \in N \quad m > 1 \text{ ili } m \geq 2$

operacija ⊕: $a \oplus b = c = \text{Rez}\left(\dfrac{a+b}{m}\right)$

“Rez” = ostatak cjelobrojnog dijeljenja

npr:

$$\left.\begin{array}{l} 3 + 4 \underset{\text{mod } 5}{=} 2 \hookleftarrow \text{ ostatak} \\ \\ 3 \underset{5}{\oplus} 4 = 2 \end{array}\right\} 7 : (\text{modul } 5) = 1 * 5 + 2 \hookleftarrow \text{ ostatak}$$

SUMA PO MODULU KAO GRUPA

Vrijede svojstva:

$\forall a, b \in F : a \oplus b = c : c \in F$ zatvorenost

$\forall a \oplus b \oplus c = (a \oplus b) \oplus c = a \oplus (b \oplus c)$ asocijativnost

$\forall a, b \in F : a \oplus b = b \oplus a$ komutativnost

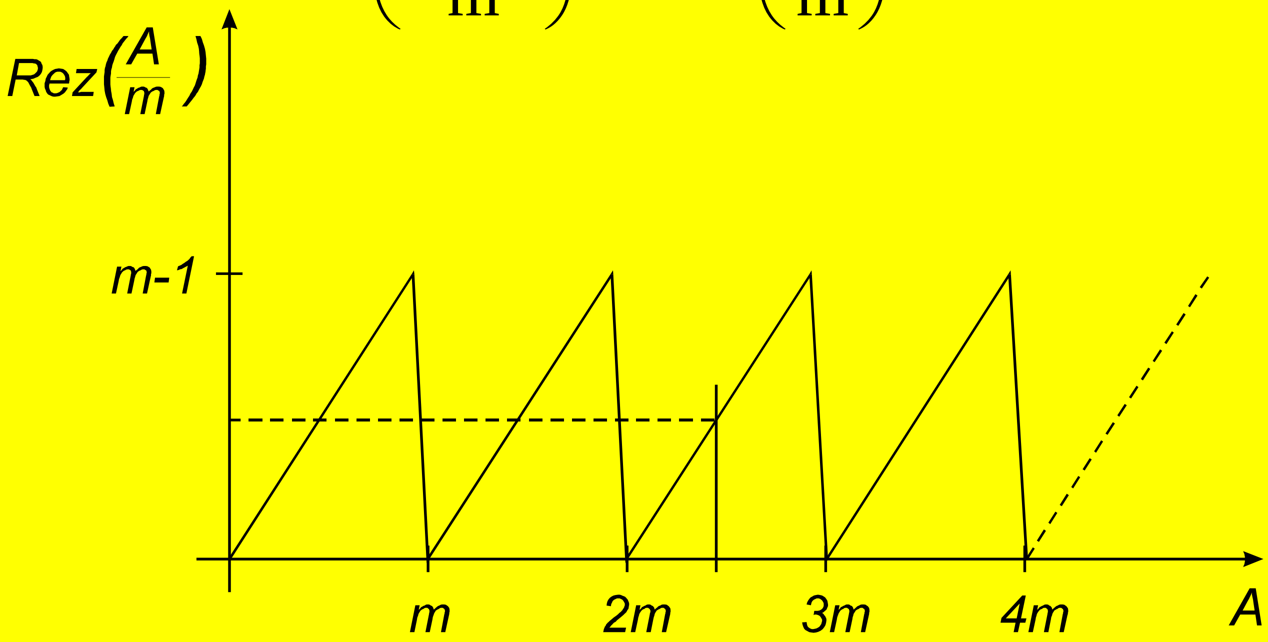
$\exists e \in F : \forall a \in F : a \oplus e = e \oplus a = a$ neutralni element

$\forall a \in F \ \ \exists a' \in F : a \oplus a' = a' \oplus a = e$ inverz

3.2. NEUTRALNI ELEMENT I INVERZ

Izračunajmo neutralni element:

$$a \oplus e = a \;\Rightarrow\; \mathrm{Rez}\left(\frac{a+e}{m}\right) = \mathrm{Rez}\left(\frac{a}{m}\right) \;\Rightarrow\; a+e=a \Rightarrow e=0$$



$$\Rightarrow\; a+e+k'm = a+k''m$$

$$e = (k''-k')m \qquad\qquad e = km \;-\; \text{neutralni element}$$

$$k=0 \;\Rightarrow\; e=0 \;-\; \text{zbog uvjeta zatvorenosti}$$

NEUTRALNI ELEMENT I INVERZ

Izračunajmo inverzni element od a:

$$a \oplus a' = e = 0 \qquad\qquad a + a' = 0 + km$$

$$a' = km - a$$

Imamo dva slučaja:

$$a = 0 \;\Rightarrow\; k = 0 \;\Rightarrow\; a' = 0$$

$$a > 0 \;\Rightarrow\; k = 1 \quad a' = m - a$$

Slijedi:

$$a' = \begin{cases} a = 0 \,:\; a' = 0 \\ a > 0 \,:\; a' = m - a \end{cases}$$

3.3. BINARNI BROJEVNI SUSTAV I SUMA PO MODULU

Konačni sklop za obično zbrajanje:

$$\left.\begin{array}{r} 1001 \equiv 9 \\ +1100 \equiv 12 \end{array}\right\} 21$$

$$1 \hookleftarrow 0101 \equiv 5$$

$$5 = 21_{\mathrm{mod}\,16} = \mathrm{rez}\left(\frac{21}{16}\right) = 5$$

jer je ograničen na 4 bita:

$$s = 2 \quad n = 4 \quad a_{max} = 2^n - 1 = 15 \quad N = 2^n = 16$$

Sklop se ponaša kao da imamo sumu po modulu m=2^n :

$$F \in \{0, \ldots, m-1\} = \{0, \ldots, 2^n - 1\} = \{0 \ldots, a_{max}\}$$

Povezali smo binarni brojevni sustav i sumu po modulu!

INVERZ U BINARNOM SUSTAVU

Izračunajmo inverz za binarni sustav:

$$a' = m - a \quad m = 2^n \qquad a_{max} = 2^n - 1 \Rightarrow 2^n = m = a_{max} + 1$$

$$\Rightarrow a' = a_{max} + 1 - a = a_{max} - a + 1$$

Uvrstimo u formule za poliadske sustave:

$$a' = \sum_{k=0}^{n-1} (s-1)s^k - \sum_{k=0}^{n-1} a_k s^k + 1$$

Svedimo na jednu sumu:

$$a' = \sum_{k=0}^{n-1} (s - 1 - a_k)s^k + 1 \quad ; s - 1 - a_k = \bar{a}_k \equiv \text{komplement znamenke}$$

INVERZ U BINARNOM SUSTAVU

Za binarni sustav s=2:

$$a' = \sum_{k=0}^{n-1} \bar{a}_k \, 2^k + 1$$

gdje je:

$$2 - 1 - a_k = 1 - a_k = \bar{a}_k$$

obični komplement (negacija) znamenke prema tablici:

a_k	$1 - a_k$
0	1
1	0

INVERZ U BINARNOM SUSTAVU

odnosno:

Inverz ili “drugi komplement” ili “komplement po modulu 2”

$$a' = \bar{a} + 1$$

dobijemo povećanjem običnog komplementa za jedan

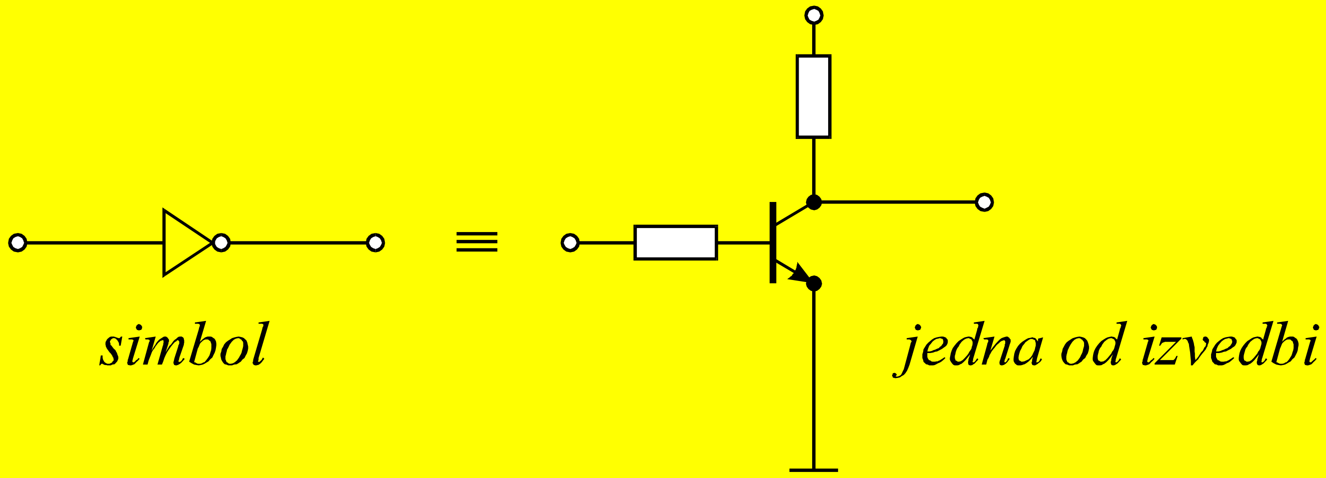
gdje je $\bar{a}$ “obični komplement” ili “prvi komplement” ili “komplement po modulu 1” broja a dobiven komplementiranjem pojedinih znamenki

Sjetimo se i 0, pa dobijemo:

$$a' = \left\{ \begin{array}{ll} a = 0 & a' = 0 \\ a > 0 & a' = \bar{a} + 1 \end{array} \right\} = \bar{a} \oplus 1$$

INVERZ U BINARNOM SUSTAVU

Obični komplement jednostavno izračunamo invertorima:



a povećanje za jedan ostvarimo istim sklopom za zbrajanje ili brojilom.

Ukratko, inverz je lako izračunati pa bi ga mogli koristit u praksi!

INVERZ U BINARNOM SUSTAVU

Svojstva prvog i drugog komplementa:

prvi komplement	**drugi komplement**
0	0
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7

3.4. PRIMJENA DRUGOG KOMPLEMENTA

Definirajmo oduzimanje po modulu:

$$a \ominus b = \operatorname{Rez}\left(\frac{a-b}{m}\right) \overset{\text{ostatak}}{=} \operatorname{Rez}\left(\frac{a-b+km}{m}\right) \overset{k=1}{=}$$

$$= \operatorname{Rez}\left(\frac{a+m-b}{m}\right) = \operatorname{Rez}\left(\frac{a+b'}{m}\right)$$

ili

$$a \ominus b = a \oplus b'$$

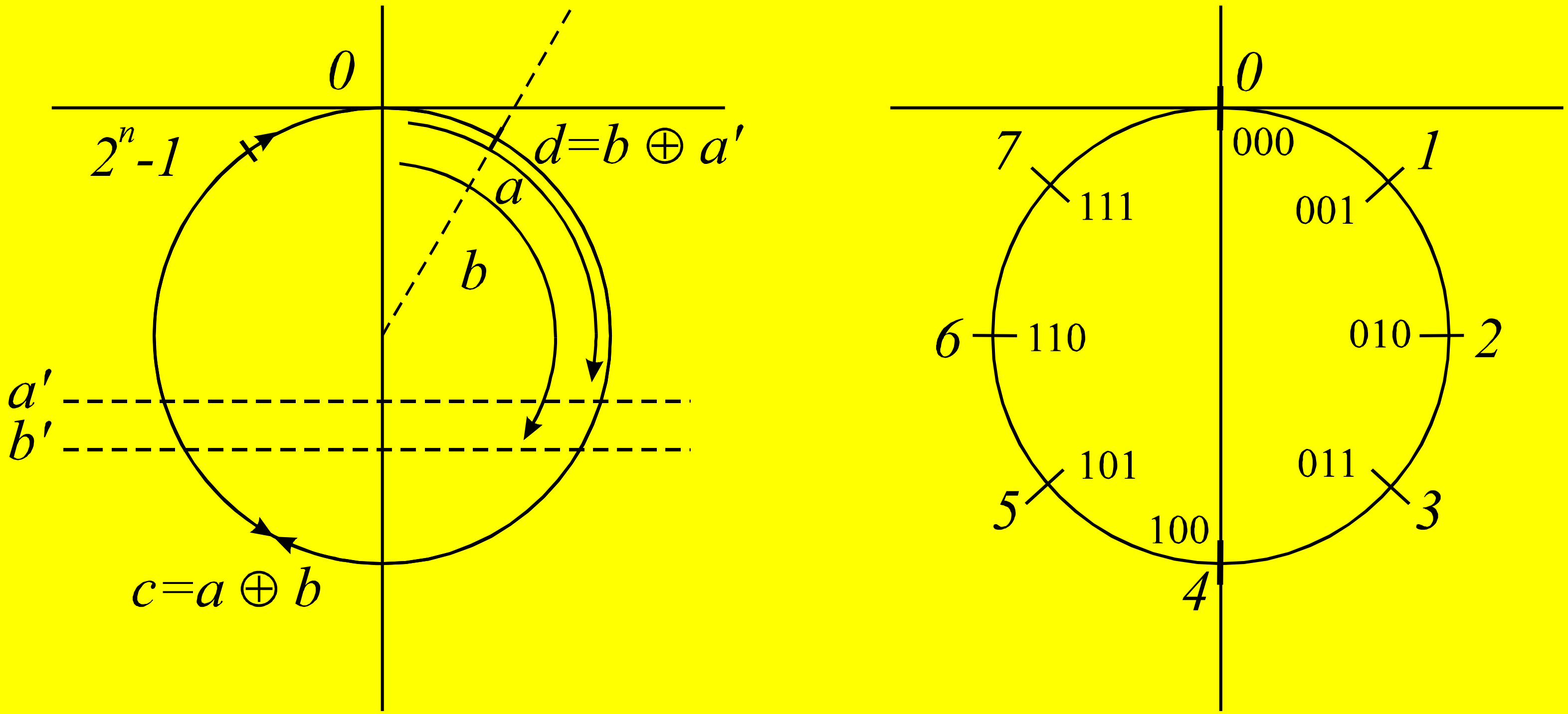
odnosno, oduzimanje jednostavno ostvarimo pribrajanjem inverza.

Inverz ima značenje negativnog broja!

PRIMJENA DRUGOG KOMPLEMENTA

Raspoložive brojeve možemo smatrati

pozitivnima:

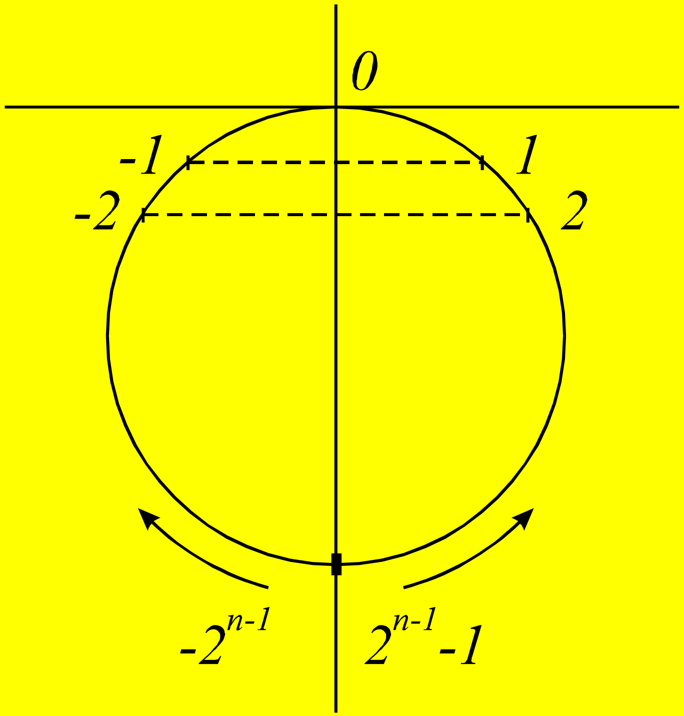


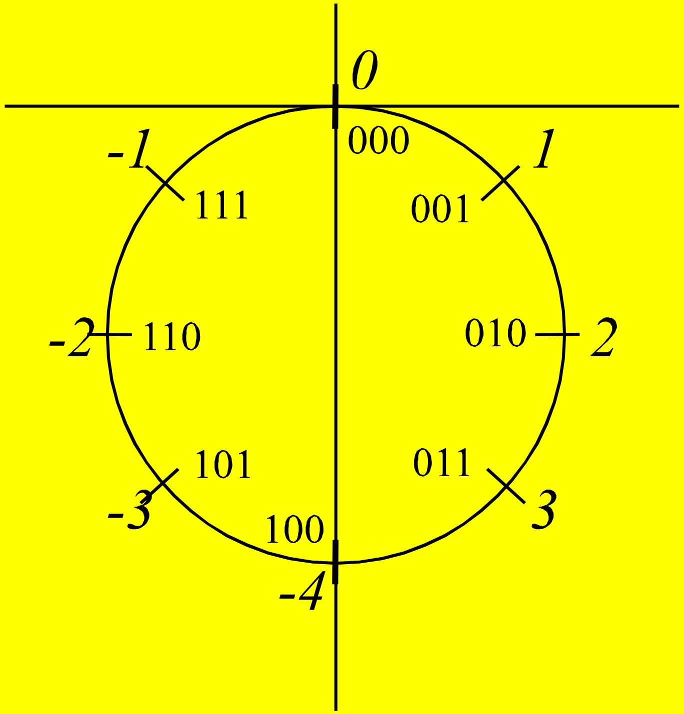
Kontroliramo pretek na najznačajnijem bitu (C, Carry)

PRIMJENA DRUGOG KOMPLEMENTA

Raspoložive brojeve možemo smatrati

pozitivnima, a inverze negativnima:





Kontroliramo pretek na predzadnjem najznačajnijem bitu (V, Overflow).

4. ELEMENTARNI LOGIČKI SKLOPOVI

4. ELEMENTARNI LOGIČKI SKLOPOVI

4.1. Koncept elementarnih logičkih sklopova

U ALGEBRI LOGIKE OPERATORI SU:

KONJUNKCIJA &
DISJUNKCIJA V
NEGACIJA -

Definiramo ih tablicom istine:

x_1	x_2	x_1 & x_2	$x_1 \vee x_2$	$\overline{x}_1$
0	0	0	0	1
0	1	0	1	1
1	0	0	1	0
1	1	1	1	0

Koncept elementarnih logičkih sklopova

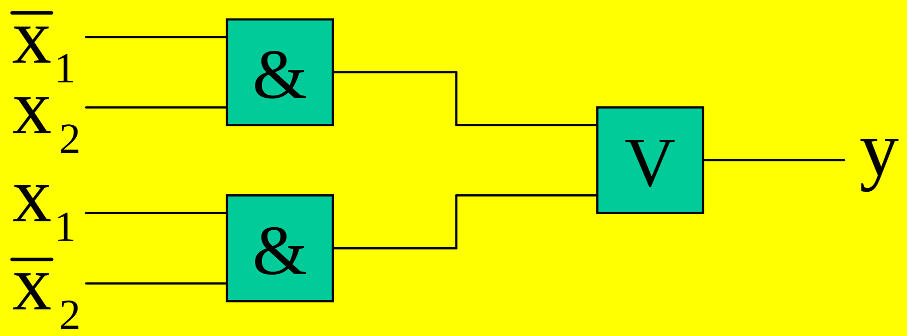
SINTEZA SKLOPA:

- **funkciju zadamo tablicom istine**
- **odredimo algebarski oblik funkcije (minimalan)**
- **nacrtamo logički dijagram**
- **nacrtamo shema sklopa**

NPR:

x_1	x_2	y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

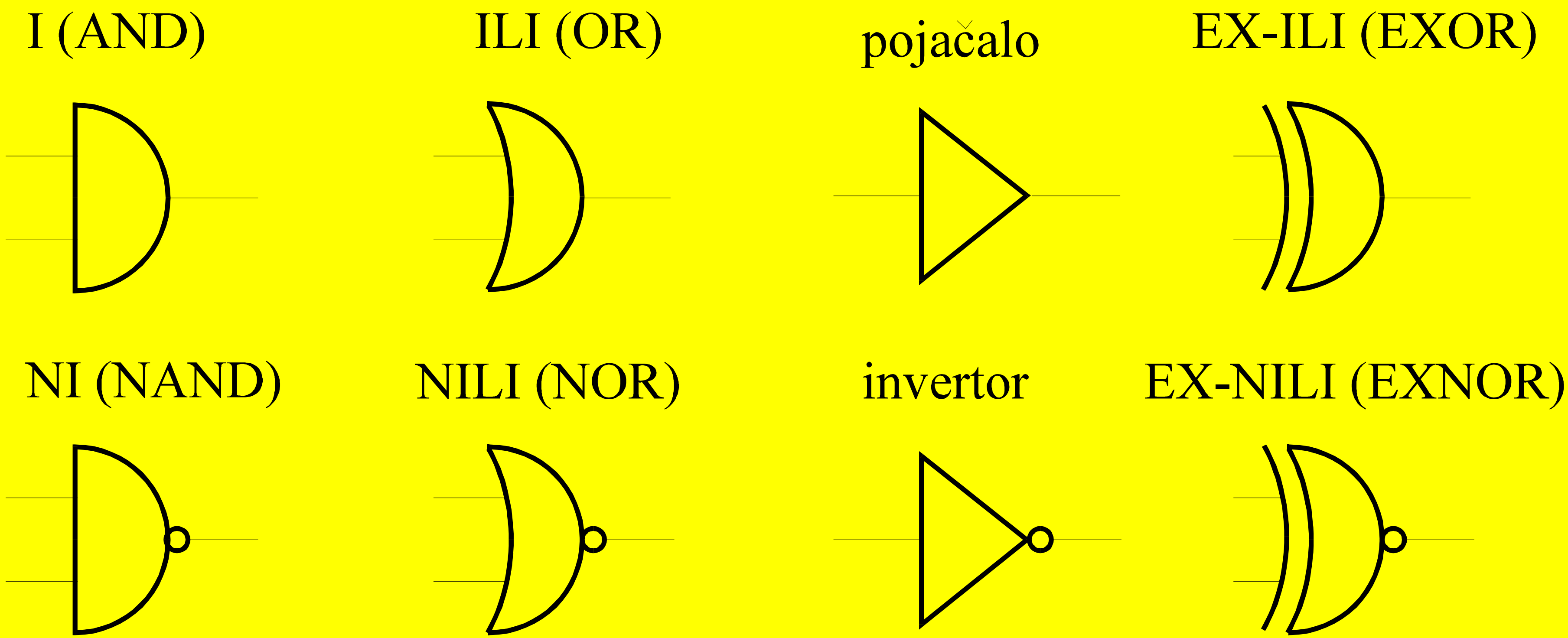
$$y = \bar{x}_1 \cdot x_2 \vee x_1 \cdot \bar{x}_2$$



Koncept elementarnih logičkih sklopova

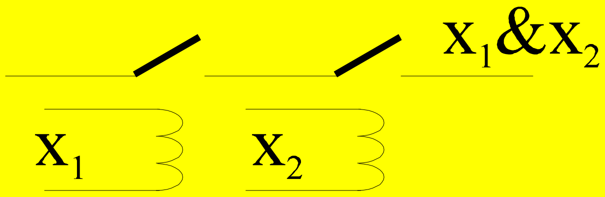
SHEMU SKLOPA CRTAMO KORISTEĆI KOMPONENTE

Elementarni logički sklopovi - logička vrata:

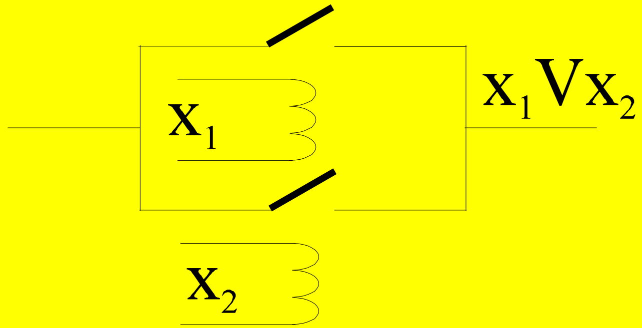


Koncept elementarnih logičkih sklopova

Npr. U relejnoj tehnici:

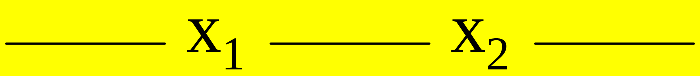


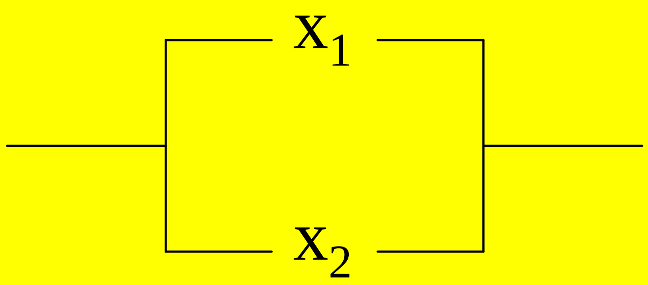
konjunkcija



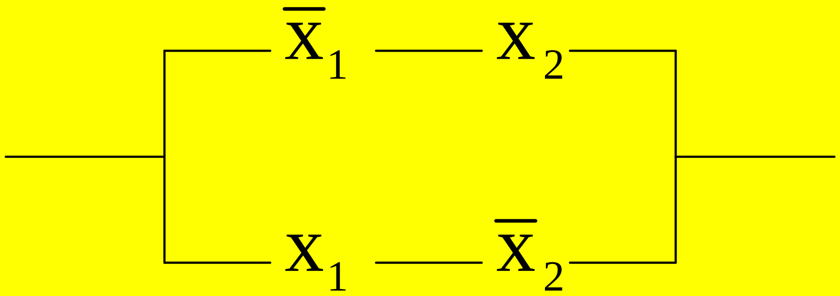
disjunkcija

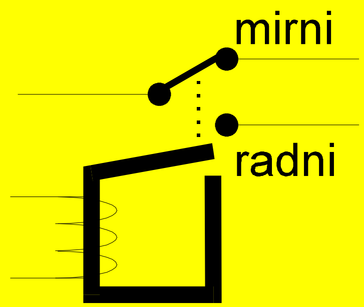
ili kraće:





za gornji primjer:





4.2. Klasifikacija digitalnih tehnologija

- DIGITALNE TEHNIKE
  - DISKRETNE
    - DIODNA
    - OTPORNO TRANZISTORSKA
    - DIODNO TRANZISTORSKA
  - INTEGRIRANE
    - DIODNO TRANZISTORSKA (DTL)
    - TRANZISTORSKO TRANZISTORSKA (TTL)
    - EMITERSKI SPREGNUTA (ECL)
    - PMOS, NMOS
    - KOMPLEMENTARNI MOS (CMOS)

Klasifikacija digitalnih tehnologija

PODJELA PO STUPNJU INTEGRACIJE:

- **SSI (Small Scale Integration):**
  niski stupanj integracije,
  do 100 tranzistora, do 10 logičkih vrata

- **MSI (Medium Scale Integration):**
  srednji stupanj integracije,
  do 1000 tranzistora, do 100 logičkih vrata

- **LSI (Large Scale integration):**
  visoki stupanj integracije,
  do 10000 tranzistora, do 1000 logičkih vrata

- **VLSI (Very Large Scale Integration)**
  vrlo visoki stupanj integracije
  danas oko 750 000 000 tranzistora

Klasifikacija digitalnih tehnologija

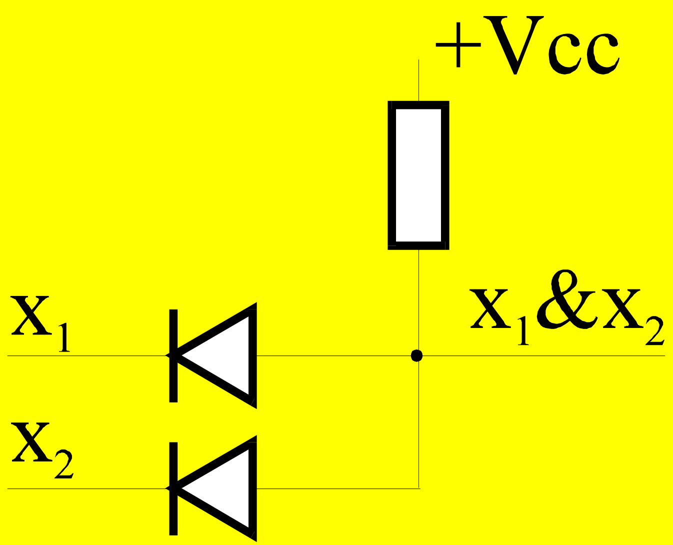
PODJELA PO VRSTI IZLAZA:

- **BIPOLARNI (Totem Pole, TP):**
  aktivno generira nulu i jedinicu
- **S VISOKOM IMPEDANCIJOM**
  (TRI-STATE, TS):
  za pogon sabirnice računala
- **S OTVORENIM KOLEKTOROM:**
  (Open Collector, OC):
  za aktiviranje potrošača (žaruljice, releji)
  ožičeno & (Wired AND), starije sabirnice

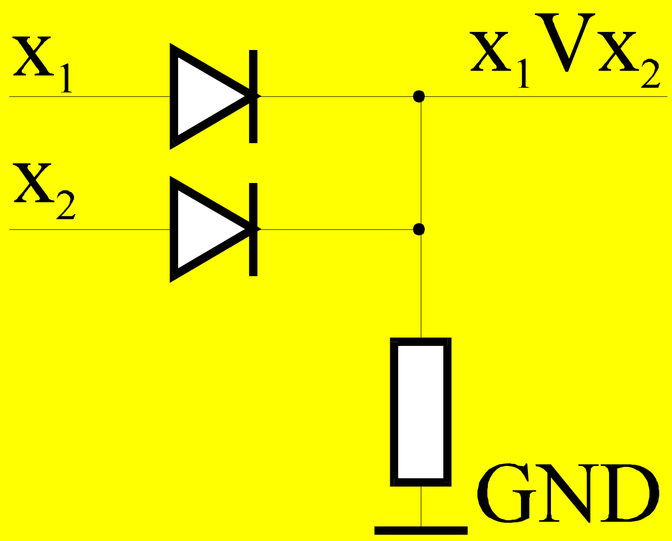
4.3. Diodna i diodno-tranzistorska logika

GRADIMO IH OD DIODA, OTPORNIKA, TRANZISTORA

DIODNA TEHNIKA (DL):



konjunkcija

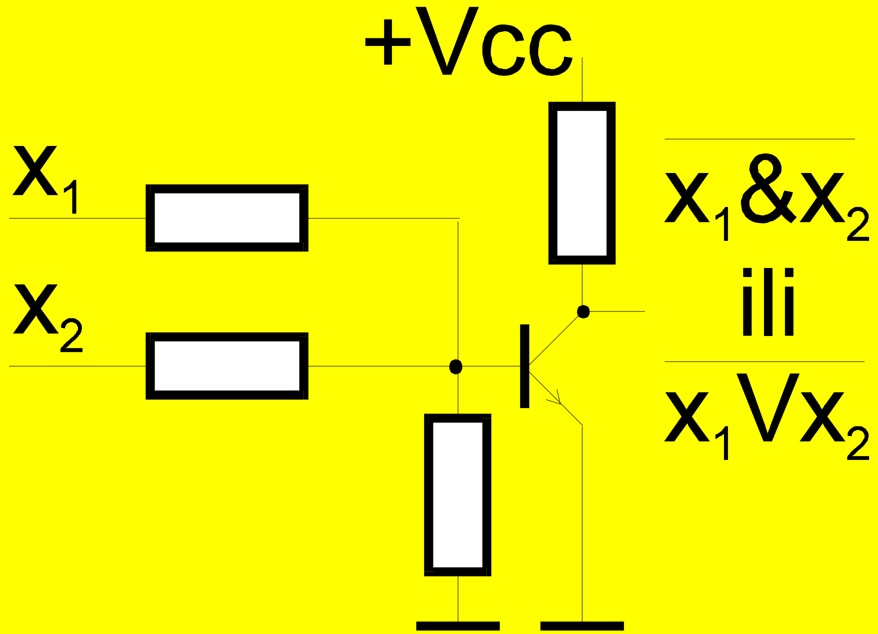


disjunkcija

mana: nemogućnost spajanja više od dva sklopa u seriju

Diodna i diodno-tranzistorska logika

OTPORNO-TRANZISTORSKA TEHNIKA (RTL):



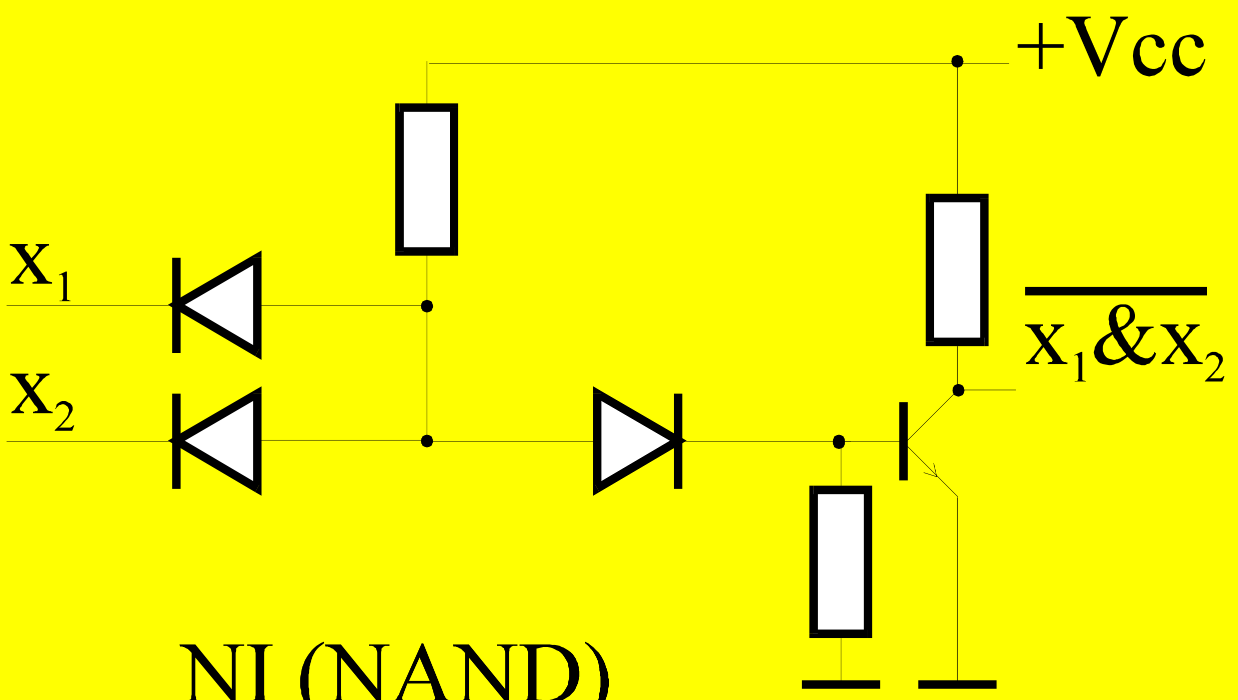
konjunkcija ili disjunkcija
ovisno o ulaznim otpornicima

mana: proračun i upotreba preciznih otpornika

Diodna i diodno-tranzistorska logika

DIODNO-TRANZISTORSKA TEHNIKA (DTL):

(ujedno prva integrirana tehnologija)



NI (NAND)

prednost: brza improvizacija ni i i nili vrata

4.4. Tranzistorski-tranzistorska logika

TRANZISTORSKO-TRANZISTORSKA TEHNIKA (TTL):

- **SSI i MSI integrirani sklopovi**
- **Višeemiterski tranzistori na ulazu**
- **Kašnjenje 2-10 ns, ovisno o RC članovima**
- **R moguće smanjiti, po cijeni povećane potrošnje**

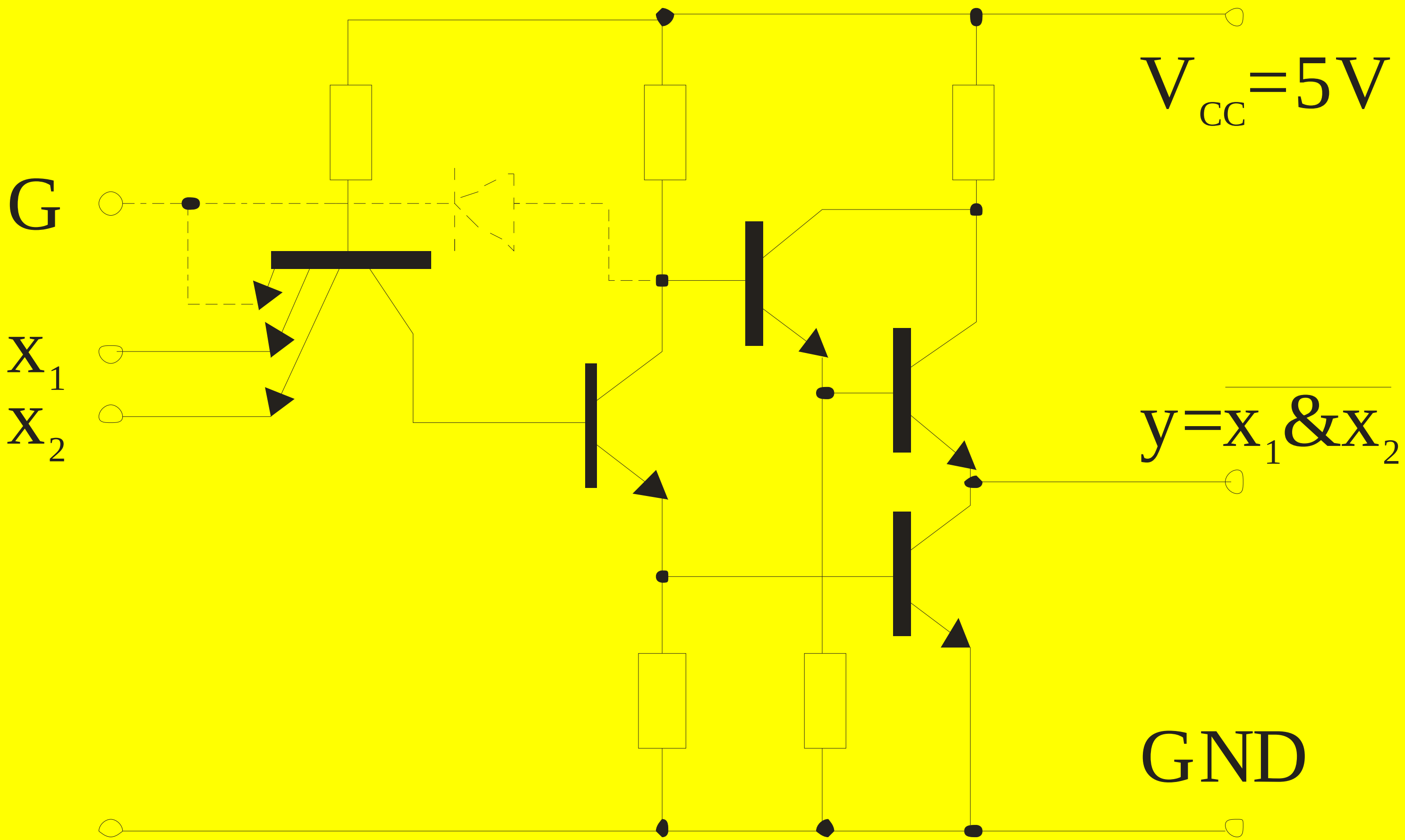
VIŠE FAMILIJA TTL INTEGRIRANIH KRUGOVA:

74xx = normalni,
74Lxx = niska potrošnja i brzina,
74Hxx = velika brzina i potrošnja,
74Sxx = normalni shottky,
74LSxx = shottky sa malom potrošnjom,
74ALSxx novija familija sa manjom dimenzijom tranzistora
74Fxx = novija familija brzih TTL integriranih krugova

Tranzistorski-tranzistorska logika

TTL NI VRATA

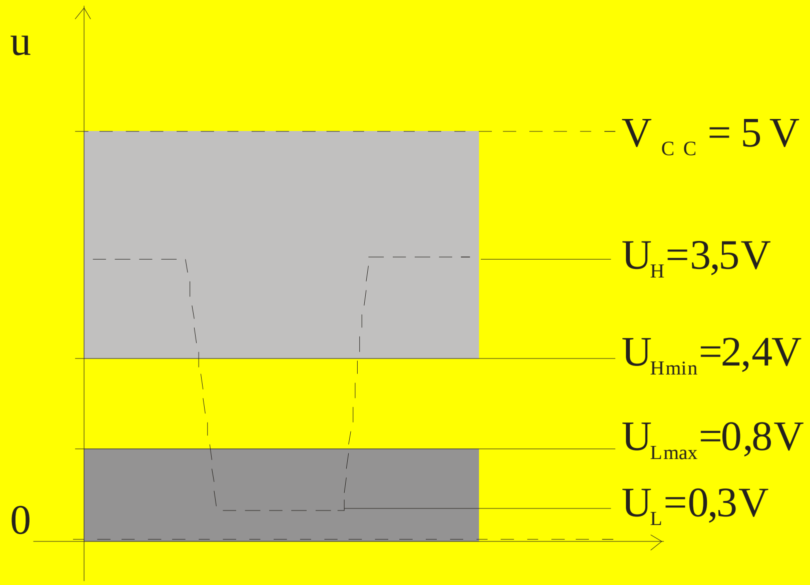
S BIPOLARNIM ILI TRI-STATE IZLAZOM:

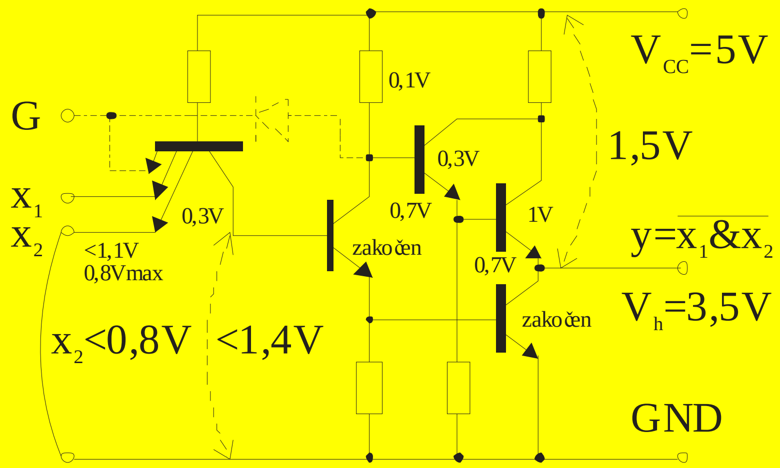


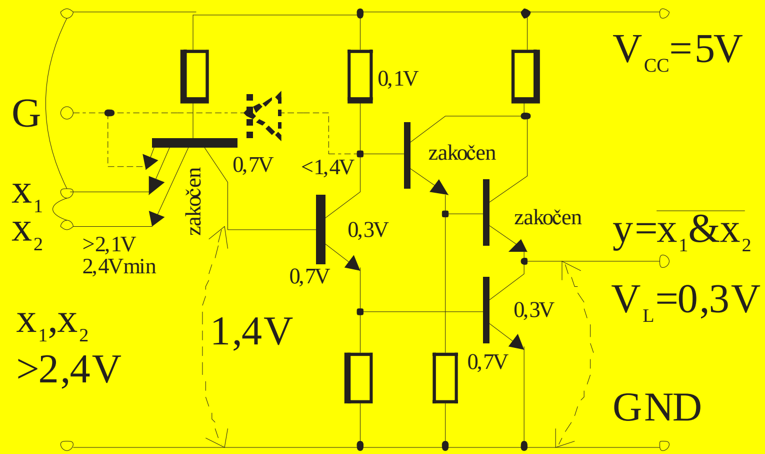
Tranzistorski-tranzistorska logika

TTL NI VRATA

Generiranje jedinice i nule:



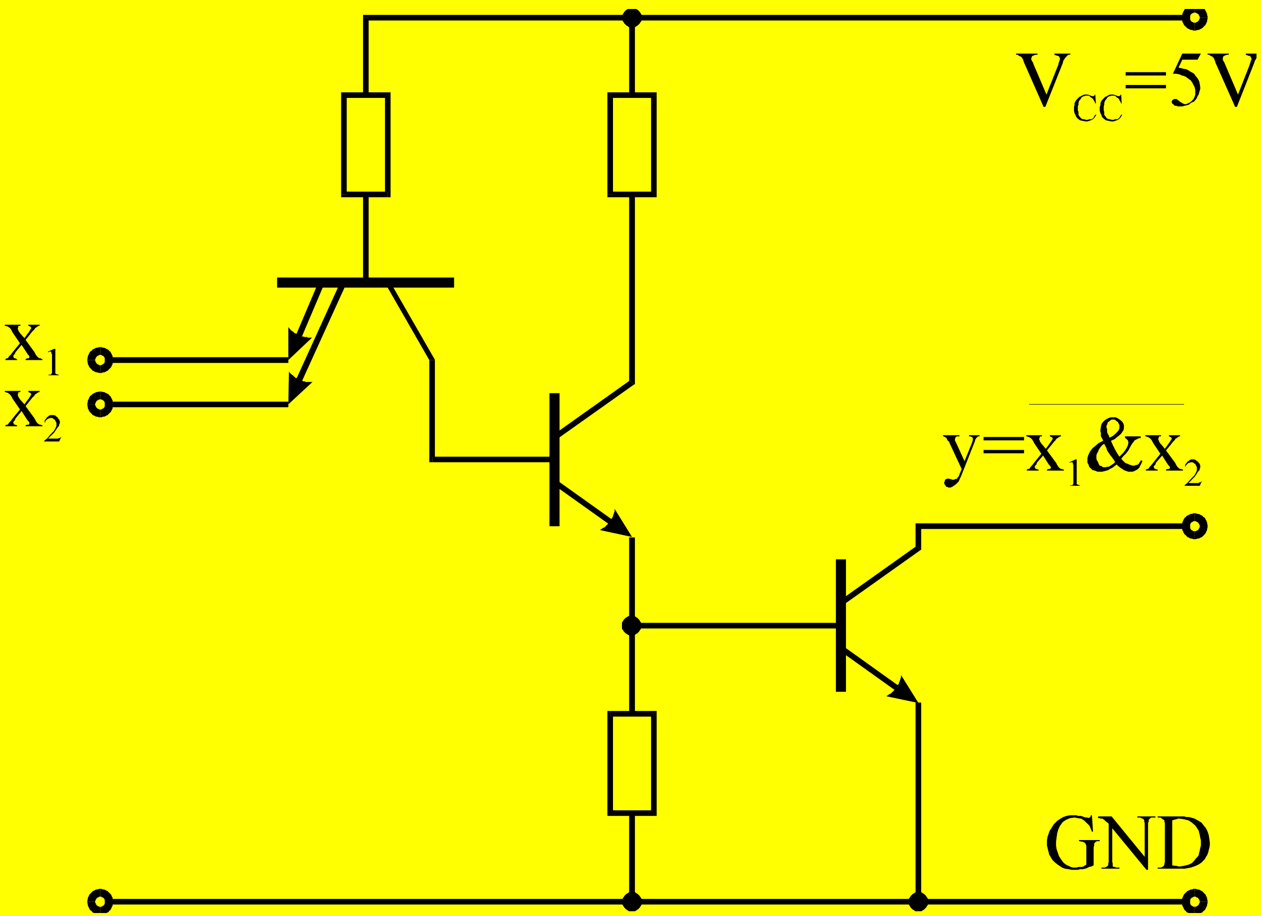




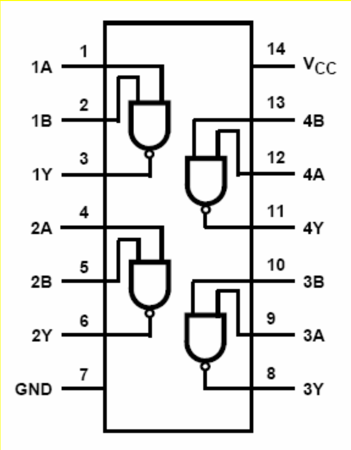
Tranzistorski-tranzistorska logika

TTL NI VRATA

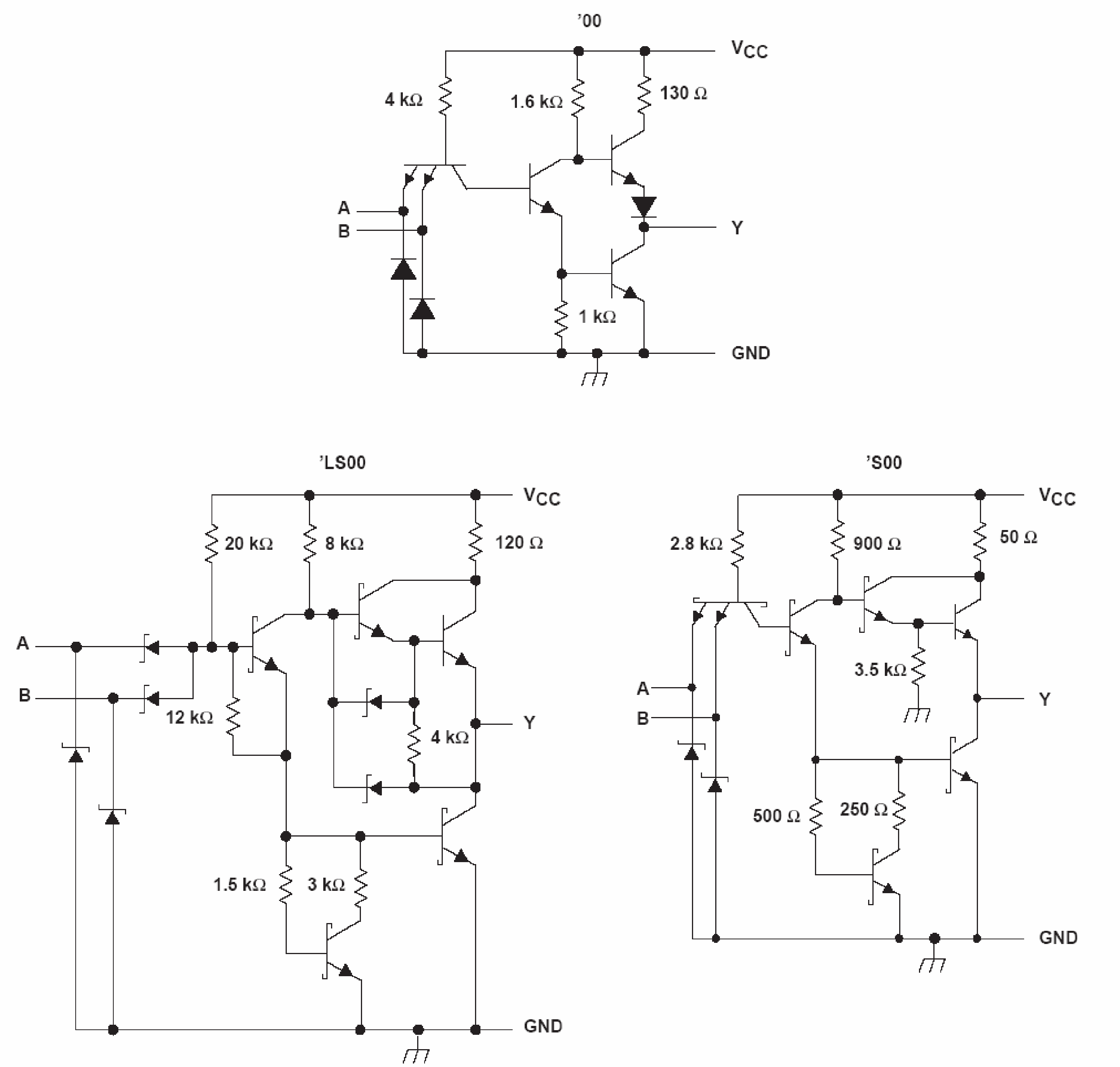
S OTVORENIM KOLEKTOROM NA IZLAZU:



74xx00: (TTL)



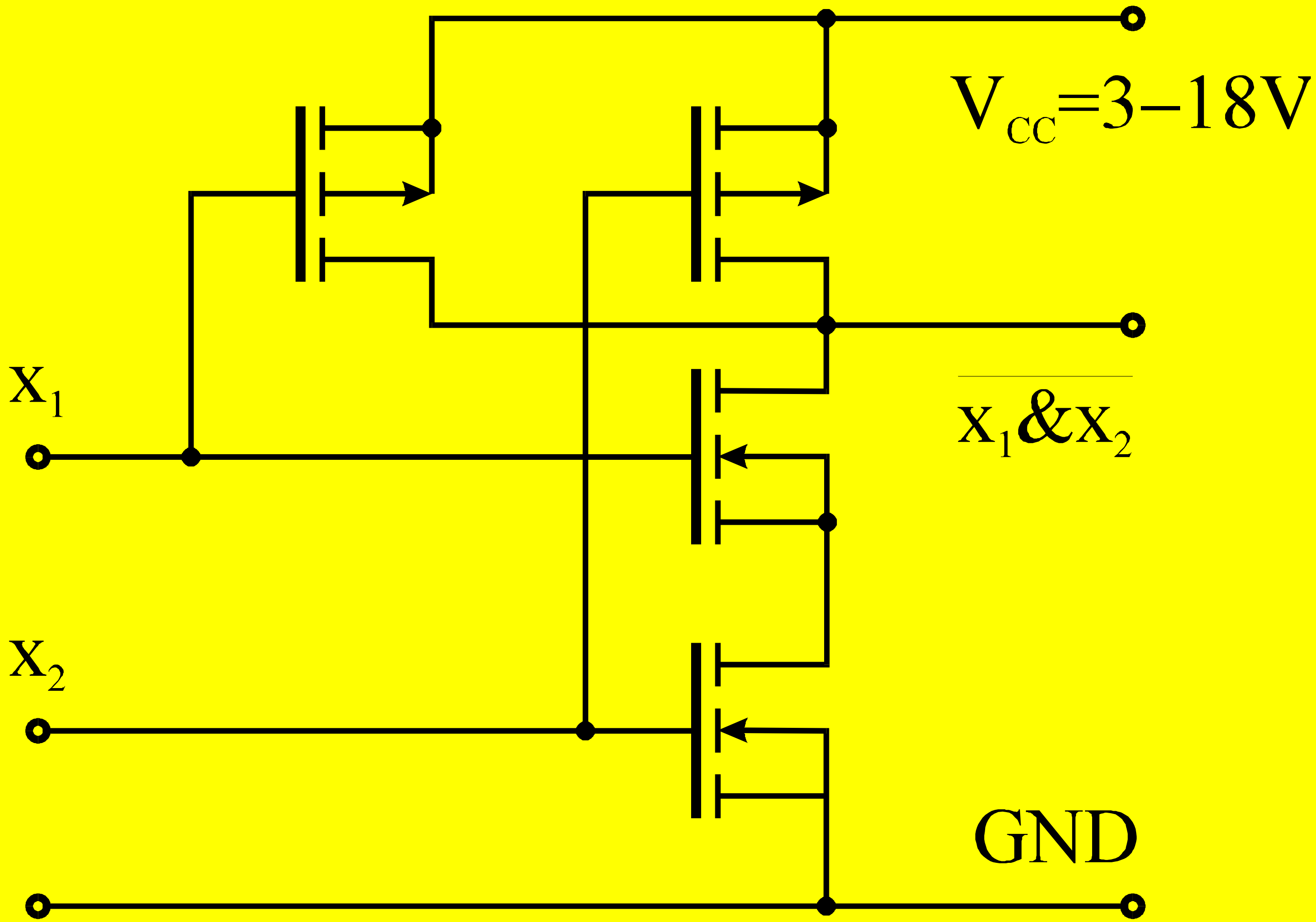
1A
1B
1Y
2A
2B
2Y
GND
1
2
3
4
5
6
7
14
13
12
11
10
9
8
VCC
4B
4A
4Y
3B
3A
3Y



'00
VCC
4 kΩ
1.6 kΩ
130 Ω
A
B
Y
1 kΩ
GND
'LS00
VCC
20 kΩ
8 kΩ
120 Ω
A
B
12 kΩ
4 kΩ
Y
1.5 kΩ
3 kΩ
GND
'S00
VCC
2.8 kΩ
900 Ω
50 Ω
3.5 kΩ
A
B
Y
500 Ω
250 Ω
GND

4.5. Komplementarna MOS tehnologija

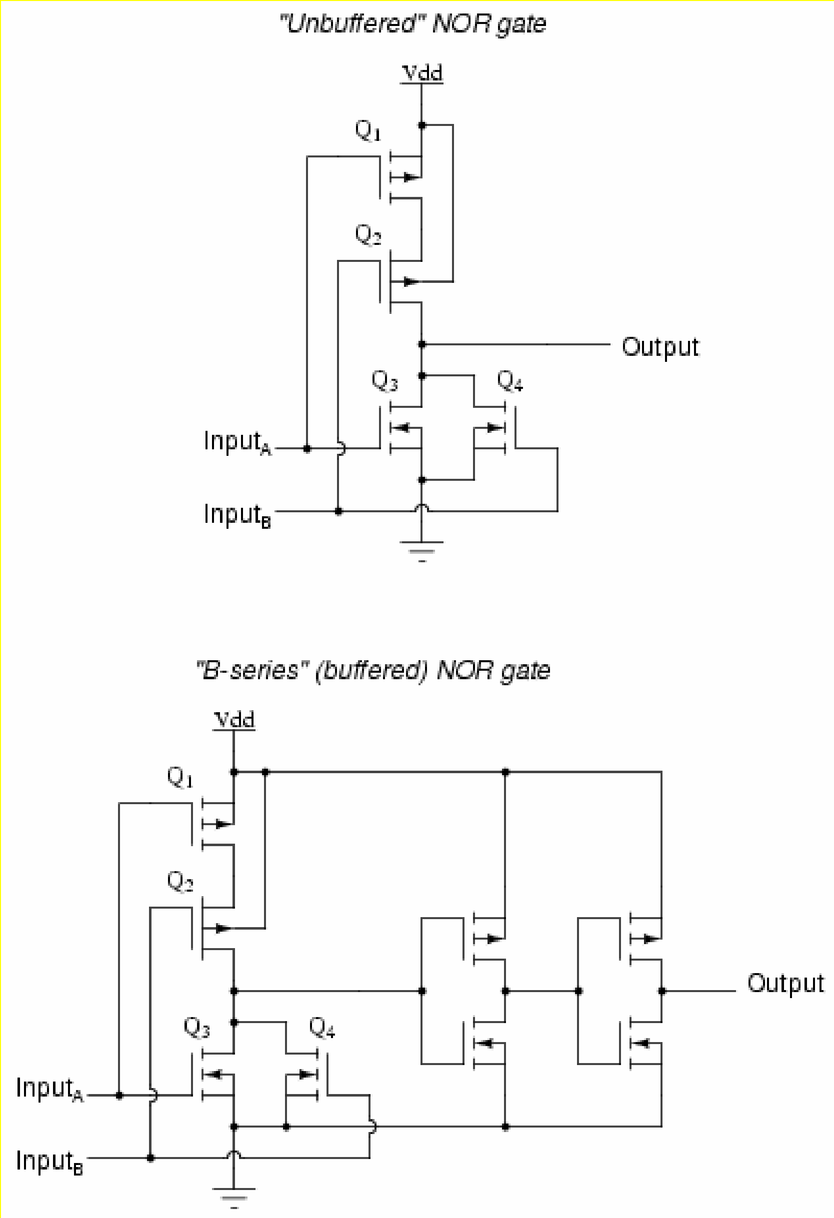
KOMPLEMENTARNI MOS (CMOS)



potrošnja ovisi o brzini (broju promjena u sekundi)

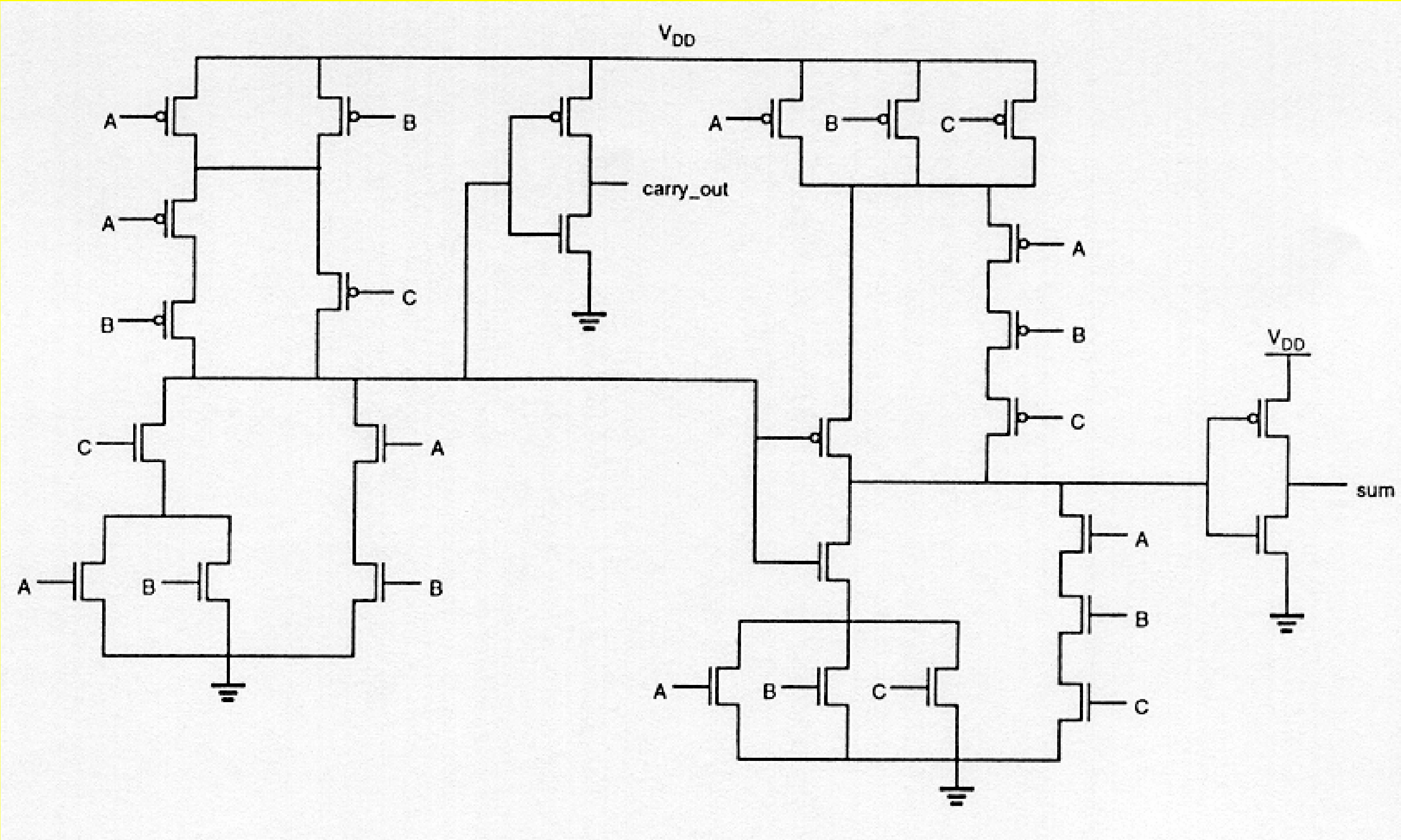
CMOS tehnologija

CMOS logička vrata



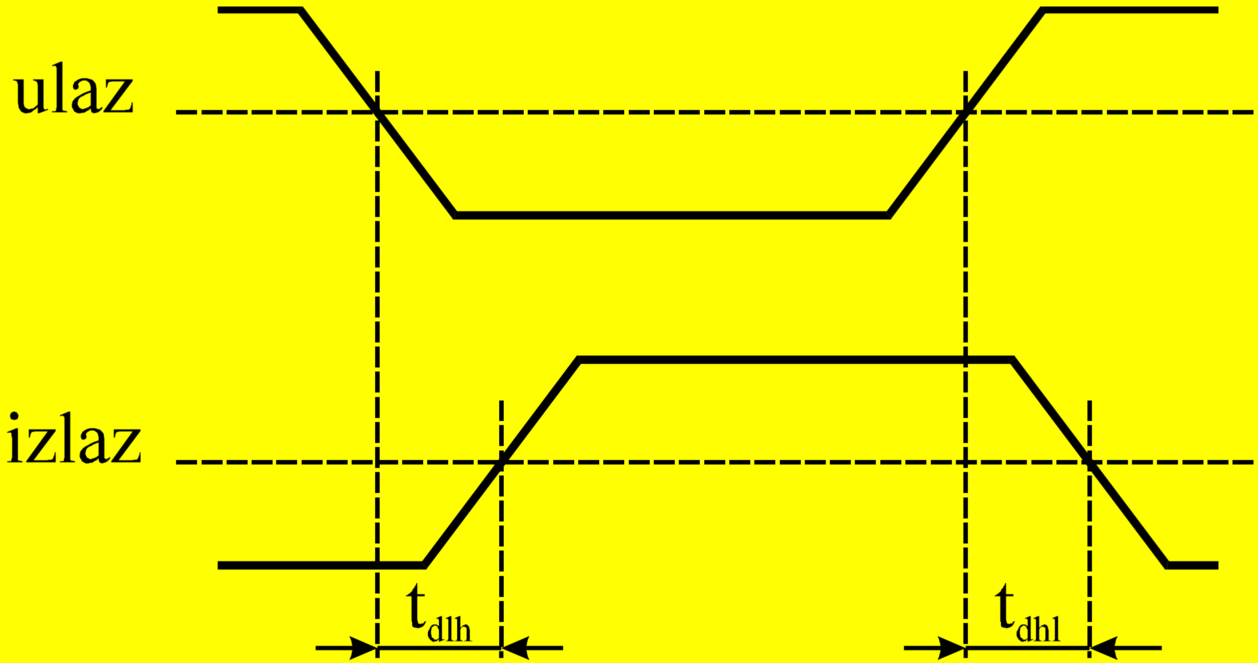
CMOS tehnologija

CMOS 1-bit sumator



4.6. Primjena elementarnih logičkih sklopova

KAŠNJENJE
(određuje brzinu rada sustava)

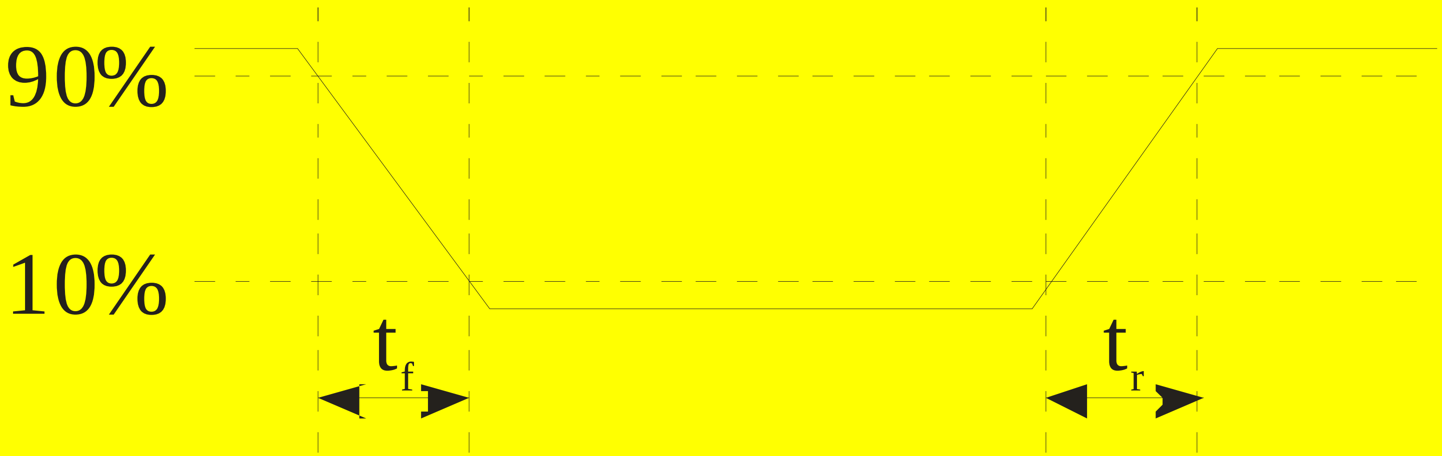


Razlikujemo: **kašnjenje jedinice t_{dlh}**
kašnjenje nule t_{dhl}

Mjerimo: **od sredine do sredine brida signala**

Primjena elementarnih logičkih sklopova

VRIJEME PORASTA I PADA SIGNALA
(što brže to bolje)



Razlikujemo: **vrijeme porasta t_r**
vrijeme pada t_f

Mjerimo: **od 10% do 90% brida signala**

Primjena elementarnih logičkih sklopova

FAKTOR GRANANJA

(jednostavna provjera ispravnosti dizajna)

ŽELIMO očuvati naponske razine za 0 i 1,
povijesno određene prema zahtjevima TTL tehnologije:

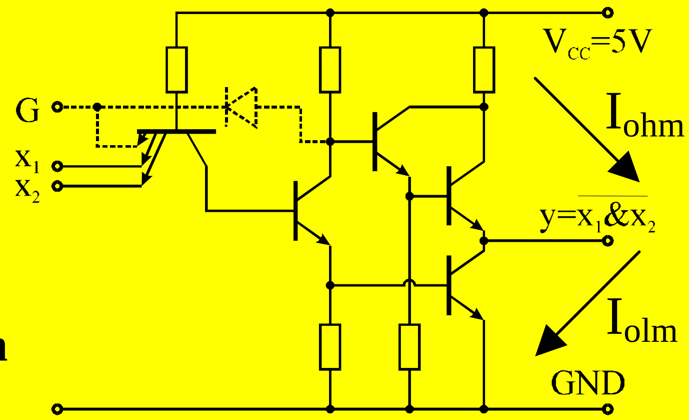
1 $\quad U_{oh} > 2{,}4V$

0 $\quad U_{ol} < 0{,}8V$

MJERIMO maksimalne struje

koje sklop može dati u 1 $\quad I_{ohm}$

koje sklop može i primiti u 0 $\quad I_{olm}$

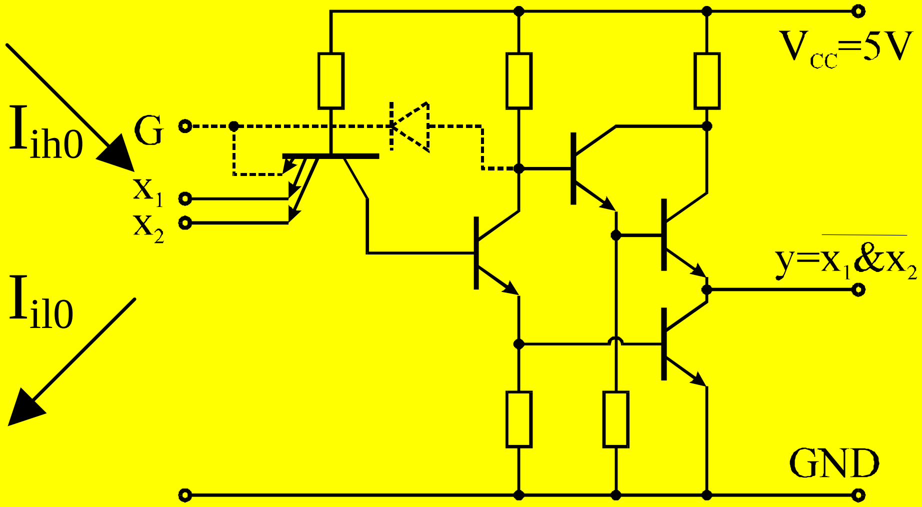


a da pri tome ostanu zadovoljeni definirani naponski uvjeti

Primjena elementarnih logičkih sklopova

Mjerimo struje STANDARDNOG ULAZA (ulazne struje):

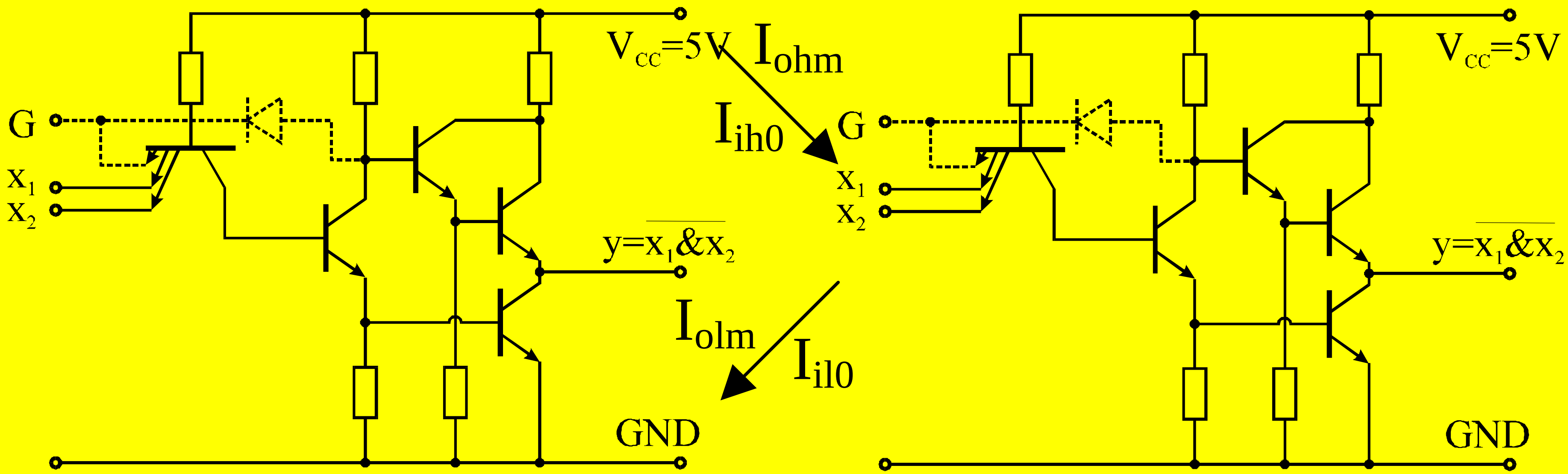
1	$\mathbf{I_{ih0}}$
0	$\mathbf{I_{il0}}$



Primjena elementarnih logičkih sklopova

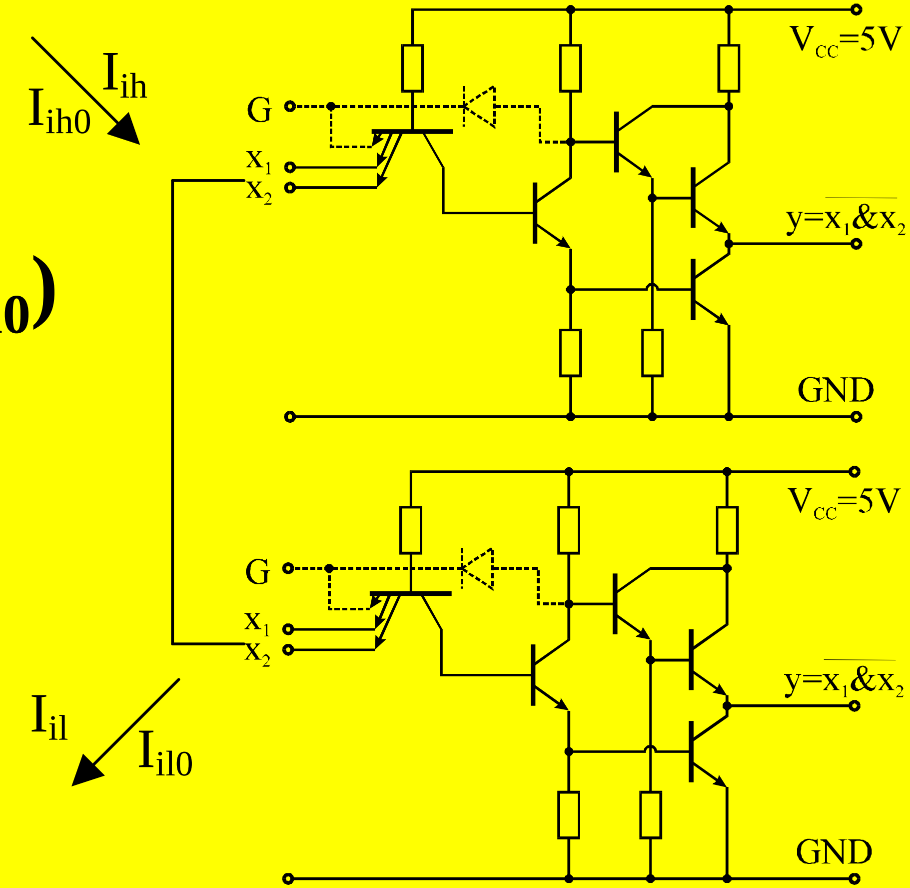
definiramo FAKTOR IZLAZNOG GRANANJA
(koliko standardnih ulaza možemo spojiti na izlaz)

$$\mathbf{FG_{izl} = min\ (\ I_{ohm}\ /\ I_{ih0}\ ;\ I_{olm}\ /\ I_{il0})}$$



Primjena elementarnih logičkih sklopova

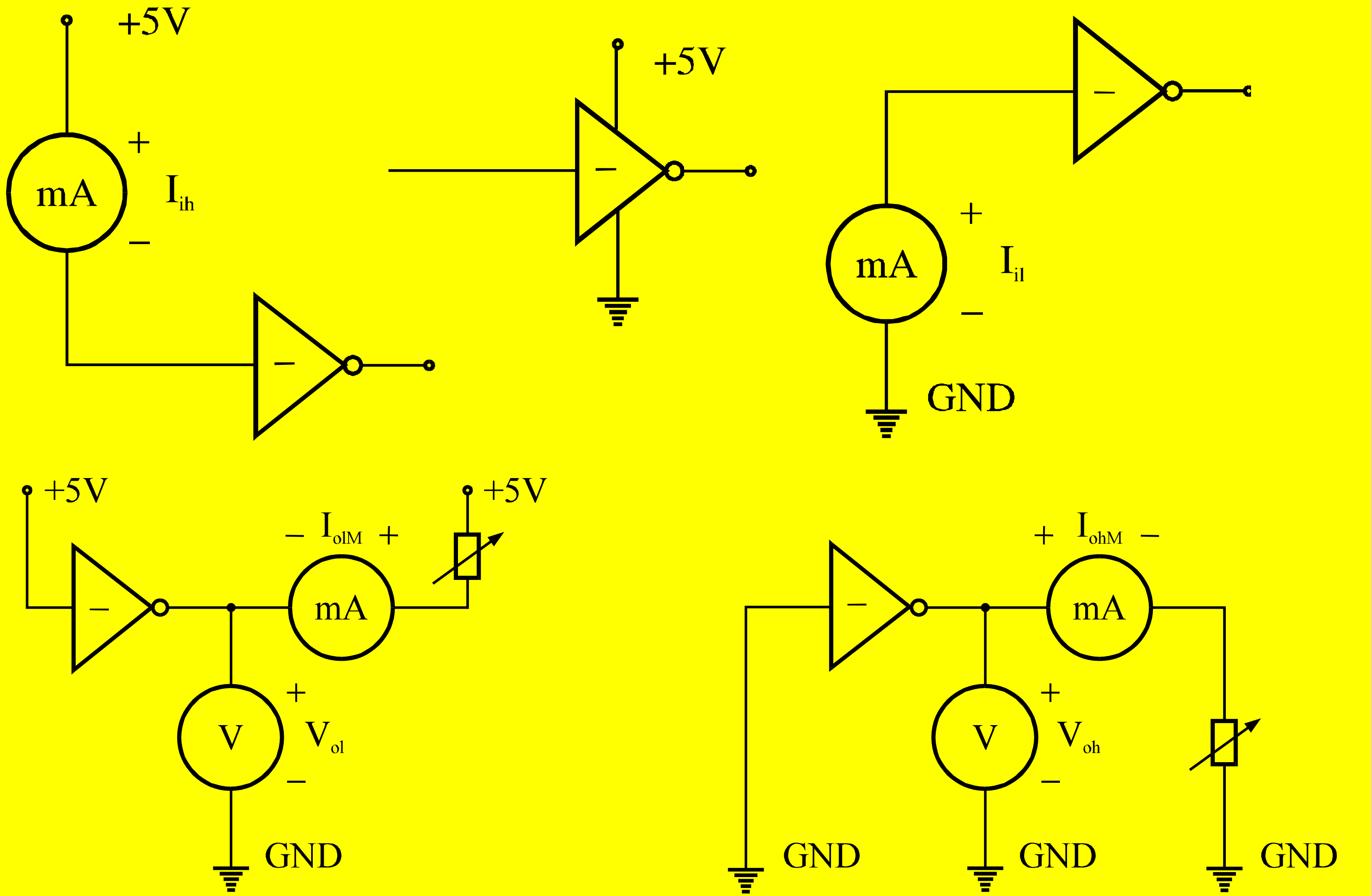
definiramo FAKTOR ULAZNOG GRANANJA
(koliko stvarni ulaz opterećuje izlaz
u odnosu na standardni ulaz)



$$\mathbf{FG_{ul} = max\ (\ I_{ih} / I_{ih0}\ ;\ I_{il} / I_{il0})}$$

Primjena elementarnih logičkih sklopova

STRUJE MJERIMO: (napajanje se podrazumijeva)



Vježba 1

Zadatak na vježbi 1:

Za TTL, LSTTL, OCTTL i CMOS invertore na modelu

snimiti

tablice istine za elementarna logička vrata

izmjeriti

struju potrošnje, vremena kašnjenja,
ulazne struje i maksimalne izlazne struje.

Izračunati

faktore grananja i produkte kašnjenja i potrošnje

Pod strujom potrošnje podrazumijevamo struju koju sklop uzima iz izvora za napajanje (5V).