DIGITALNA ELEKTRONIKA

AUDITORNE VJEŽBE

BROJEVI u RAZNIM BROJEVNIM SUSTAVIMA

10 325 (dekadski)

$10^2\ 10^1\ 10^0$ → težine

100 10 1

$3\cdot10^2+2\cdot10^1+5\cdot10^0=\dots$

ZNAMENKE:

0 1 2 ... 9

16 12 (heksadecimalni)

$16^3\ 16^2\ 16^1\ 16^0$

256 16 1

$1\cdot16+2\cdot1=18$ (ali ovo je dekadski)

ZNAMENKE:

0 1 2 ... 9 A B C D E F

2 1011 (binarni)

$2^3\ 2^2\ 2^1\ 2^0$

8 4 2 1

$1\cdot8+0\cdot4+1\cdot2+1\cdot1 \overset{?}{=} 11$

ZNAMENKE:

0 1

→ digitalna tehnika
- ima/nema struje
- svijetli/ne svijetli lampica

1. sat

HEX. → BIN. → DEK.

hex.
0x C4

$O^{16} = O^4$

1100 0100

\+ + 3×2 + + + + +

0 2 6 12 24 48 98 196

1 3 6 12 24 49 98 196

1×2=2 3=1+2

ALGORITAM SUKCESIVNOG MNOŽENJA

1	1	0	0	0	1	0	0
2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
128	64	32	16	8	4	2	1

$$\begin{array}{r} 128 \\ 64 \\ +\ 4 \\ \hline 196 \end{array}$$

Koliko treba binarnih znamenki za kodirati svih 16 hex. znamenki? ⇒

HEKSADECIMALNE ZNAMENKE:

	0	0000
	1	0001
	2	0010
	3	0011
	4	0100
	5	0101
	6	0110
	7	0111
	8	1000
	9	1001
A	10	1010
B	11	1011
C	12	1100
D	13	1101
E	14	1110
F	15	1111

0x A9

1010 1001

2 4 10 20 42 84 168

1 2 5 10 21 42 84 169

$$\begin{array}{r} 128 \\ 32 \\ 8 \\ +\ 1 \\ \hline 169 \end{array}$$

0x 13D

ove nule ne treba pisati

$\underbrace{0001}_{1}\ \underbrace{0011}_{3}\ \underbrace{1101}_{D}$

0: 2 4 8 18 38 78 158 316

1: 2 4 9 19 39 79 158 317

$$\begin{array}{r} 256 \\ 32 \\ 16 \\ 8 \\ 4 \\ +\ 1 \\ \hline 317 \end{array}$$

BIN	DEC.	H
0000	0	
1	1	
10	2	
	3	
:	4	
	5	
	6	
	7	
	8	

DEK. → BIN. → HEX.

56

ovo odmaknuti desno

OSTATAK

56 : 2 = 0
28 : 2 = 0
14 : 2 = 0
7 : 2 = 1
3 : 2 = 1
1 : 2 = 1
0

111000

00 11 | 1000

$\boxed{0x38}$

provjera

32
16
\+ 8
$\boxed{56}$

ALGORITAM SUKCESIVNOG DIJELJENJA

218

218 : 2 = 0
109 : 2 = 1
54 : 2 = 0
27 : 2 = 1
13 : 2 = 1
6 : 2 = 0
3 : 2 = 1
1 : 2 = 1
0

$\underbrace{1101}_{D}\ \underbrace{1010}_{A}$

$\boxed{0xDA}$

128
64
~~32~~
16
8
\+ 2
~~250~~
~~32~~
218

71

71 : 2 = 1
35 : 2 = 1
17 : 2 = 1
8 : 2 = 0
4 : 2 = 0
2 : 2 = 0
1 : 2 = 1
0

dodamo na <u>početak</u>, a ne na kraj

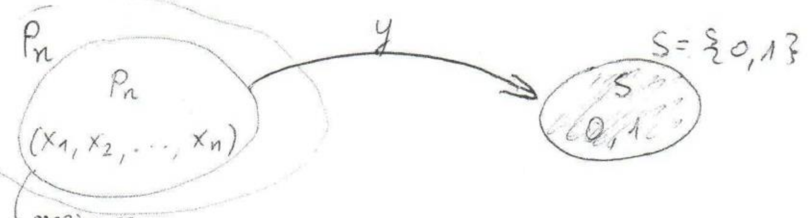
0100 | 0111

0x47

64
4
2
\+ 1
71

BOOLE-ova FUNKCIJA je preslikavanje nad skupa $P_n(X)$ u skup $S = \{0,$

$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$



↓ naziva se

nadskup skupa X, sadrži sve kodne riječi varijabli $x_1 \dots x_n$

$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$

$X \to$ skup svih kod riječi (komple od n varijabl

$P \to$ podskup od X (one za koje je defin

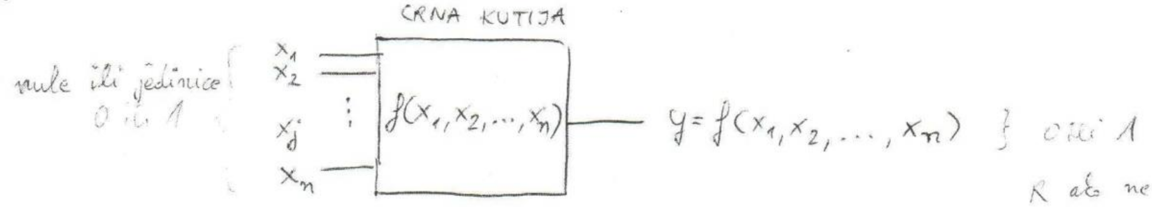
B.F. → preslikava P u S

$P \to$ partitivni skup

$P(\{1,2,3\}) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}\}$

odnosi redoslijed

DIGITALNI SKLOP → ima ulaze i izlaz



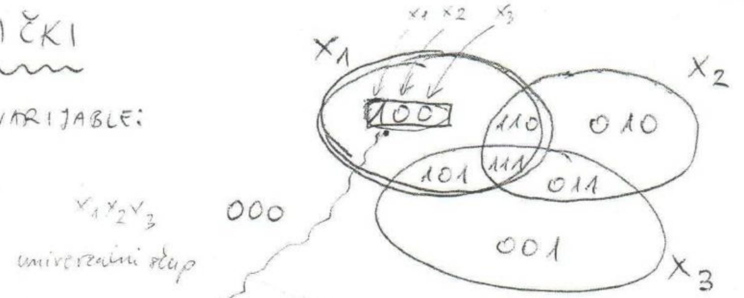
K ako ne očekujemo da ći pojaviti ta kompleksija

ZADAVANJE BOOLE-ove FUNKCIJE:

1 VARIJABLA: x_1 unutra je $x_1 = 1$, vani je $x_1 = 0$

- GRAFIČKI

3 VARIJABLE:



ovo ne pišemo nego tu upišemo vrijednost f-je

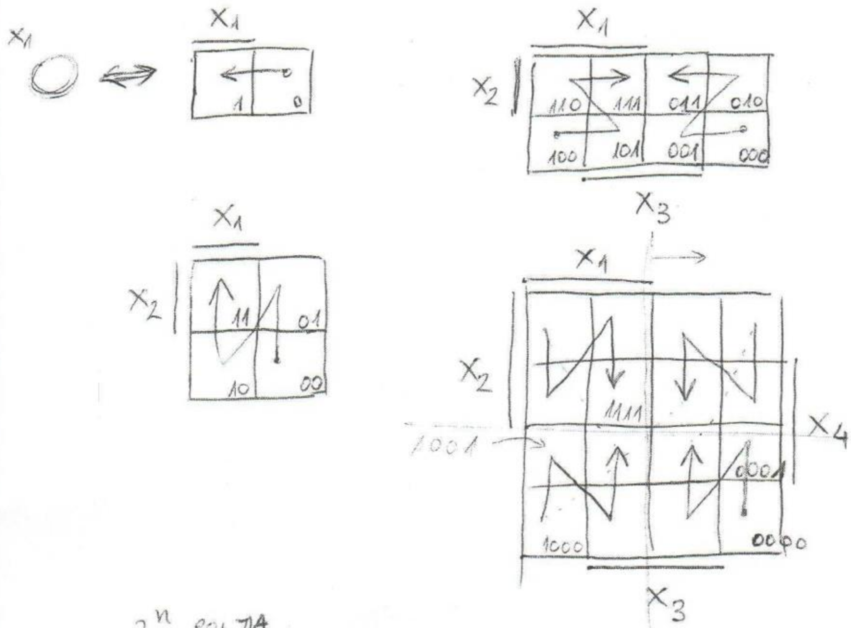
a) VENNOV DIJAGRAM

→ nije zgodno za više od 3 varijable

⇓

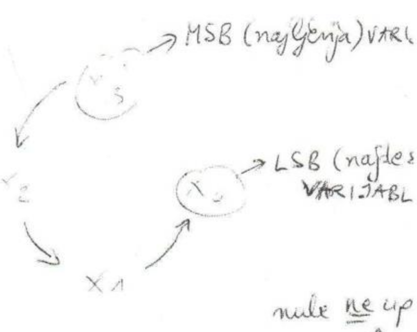
VEITCH...

b) VEITCH-ev DIJAGRAM



šetanje po VD-u:

- počnemo iz kantuna dole de
- krećemo se prema promje najmanje bitne varijabl



nule ne up

→ 2^n POLJA

kodnu riječ

s desne strane:

- TABLIČNO

x_1	f
0	
1	

x_1	x_2	f
0	0	
0	1	
1	0	
1	1	

1 ili više f-ja istih varijabli $f_1\ f_2 \dots$

x_1	x_2	x_3	f
0	0	0	
0	0	1	
⋮	⋮	⋮	

2. sat

pokazati primjer minterma i maksterma za neki redak tablice istine

s lijeve strane:
PRIRODNIM BINARNI NIZOM → upišemo sve kombinacije
→ obavezno pišemo sve retke

- ALGEBARSKIM IZRAZOM

- minterm, maksterm, PDNO, PKNO → oblici zadavanja Boole-ove f-je

MINTERM i-tog retka tablice istine m_i je konjunkcija svih varijabli funkcije uzetih tako da su one koje u i-toj kodnoj riječi imaju vrijednost 0 negirane, a one koje imaju vrijednost 1 nenegirane.

(primjer gore) $m_1(x_1, x_2)_{01} = \overline{x_1} \cdot x_2$ $(= \overline{0} \cdot 1 = 1 \cdot 1 = 1)$
↓
može za 3 varijable

↳ kad se uvrste vrijednosti varijabli minterm m_i ima vrijednost 1 za i-tu kodnu riječ, za ostale 0

MAKSTERM i-tog retka tablice istine M_i je disjunkcija svih varijabli funkcije uzetih tako da su one koje u i-toj kodnoj riječi imaju vrijednost 0 nenegirane, a one koje imaju vrijednost 1 negirane.

Pr. $M_1(x_1, x_2)_{01} = x_1 \vee \overline{x_2}$ $(= 0 \vee \overline{1} = 0 \vee 0 = 0)$

(pokazati na nekom retku tablice istine gore)

↳ kad se uvrsti pripadna kodna riječ (i-tog retka za M_i), maksterm ima vrijednost 0 za ostale 1 (vrijednošću 0 prepoznaje kodnu riječ)

PDNO funkcije je disjunkcija onih minterma m_i, za čije je redak "i" u tablici istine vrijednost ~~fun~~ f-je $T_i = 1$.

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \bigvee_{i=0}^{2^n-1} m_i \cdot \underset{1}{T_i}$$

$x \cdot 1 = x$
kad je $T_i = 1$ minterm ostaje

Primjeri (ispišemo neku tablicu istine i pokažemo na primjeru)

PKNO funkcije je konjunkcija onih maksterma M_i za čiji je red "i" u tablici istine vrijednost f-je T_i jednaka 0.

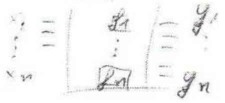
$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \mathop{\&}_{i=0}^{2^n-1} (M_i \vee T_i), \quad T_i \to 0$$

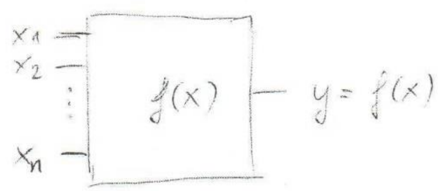
$x \vee \emptyset = x$

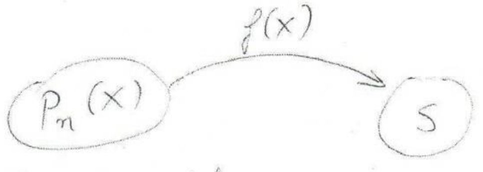
za $T_i = 0$ maksterm opstaje

Primjer...

MINIMIZACIJA BOOLE-ove FUNKCIJE







$S = 0,1$

$P_n(x)$ nadskup od $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$

POSTUPAK:

TABLICA ISTINE → PXNO → VEITCHEV DIJAGRAM → SHEMA

ALGEBARSKI OBLIK → SHEMA

KRITERIJI MINIMIZACIJE:

- MINIMALNOST
  - broja (diskretnih) komponenti
  - -II- integriranih krugova
  - $\boxed{\text{-II- (logičkih vrata}}$
  - površine štampane pločice
  - potrošnje energije
- BRZINA (kašnjenje malo i jednoliko)
- METODE (omogućava primjenu metoda minimizacije)
- NI, NILI (-II- -II- NI ili NILI vrata)

⇒ PxNO ⇒ $\overbrace{\text{MxNO}}^{\text{BITAN ZA REALIZACIJU}}$ ⇒ SHEMA

$\boxed{M^D_K NO}$ je $\left\{\begin{array}{l}\text{DISJUNKCIJA}\\ \text{KONJUNKCIJA}\end{array}\right\}$ NUŽNIH EL. (elementarnih) ČLANOVA TIPA $\left\{\begin{array}{l}\text{MINTERM}\\ \text{MAKSTERM}\end{array}\right\}$

ELEMENTARNI ČLAN je onaj koji nema susjeda.

PDNO ⇒ MDNO ⇒ NI (&-)

PKNO ⇒ MKNO ⇒ NILI (V-)

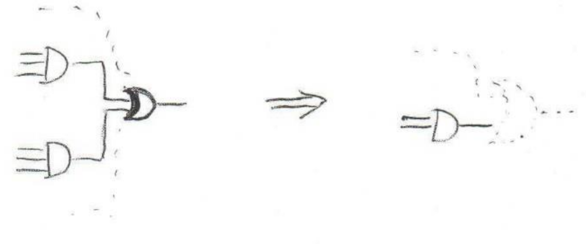
MINIMIZACIJA:

PDNO ⇒ MDNO → na osnovu susjednosti

ALGEBARSKI

- OSNOVNI POSTUPAK (NALAŽENJE SUSJEDNOSTI)

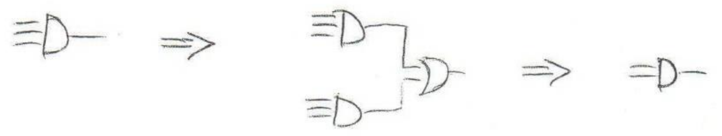
npr. PDNO: $x_1 x_2 x_3 \vee x_1 x_2 \overline{x}_3 = x_1 x_2 (x_3 \vee \overline{x}_3) = x_1 \cdot x_2 \cdot 1 = x_1$



- POMOĆNI POSTUPAK (PROŠIRENJE PDNO):

  - POSTOJEĆIM ČLANOM $\quad x \vee x = x \;,\; x \cdot x = x$
  - REDUNDANTNIM ČLANOM $\quad R$ (0 ili 1)

Nakon toga provesti osnovni postupak.

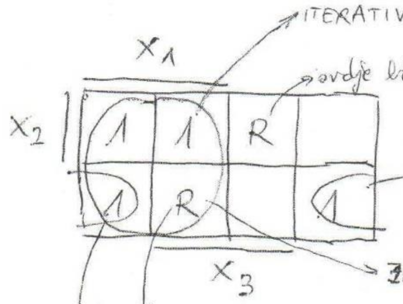


VEITCHEV DIJAGRAM

- zaokružiti sve jedinice što manjim brojem što većih površina
- samo susjedne možemo minimizirati

ITERATIVNO 2 PA 4 PA 8 ... ZAOKRUŽUJEMO (2^n) POLJA

ovdje biramo 0



UDRUŽITI POVRŠINE = OSNOVNI POSTUPAK

ZAOKRUŽITI R = PROŠIRITI REDUNDANTNIM ČLANOM

ovdje biramo 1

VIŠE PUTA ZAOKRUŽITI = PROŠIRITI POSTOJEĆIM ČLANOM

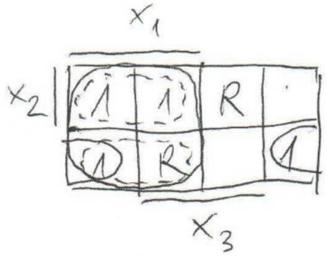
ZAOKRUŽENE POVRŠINE: (mintermi) → otpadaju one varijable koje se mijenjaju na zaokruženoj površini

1. $x_1 x_2 \overline{x}_3 \vee x_1 x_2 x_3 = x_1 x_2$
2. $x_1 \overline{x}_2 \overline{x}_3 \vee x_1 \overline{x}_2 x_3 = x_1 \overline{x}_2 (\overline{x}_3 \vee x_3) = x_1 \overline{x}_2$

VELIKA: $x_1 x_2 \vee x_1 \overline{x}_2 = x_1 (\overbrace{x_2 \vee \overline{x}_2}^{1}) = x_1$

POSTUPCI KOD MINIMIZACIJE:

Primjer: PDNO



proširenje redundantnim članom

ALGEBARSKI:

$$\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3 \lor \underbrace{\underbrace{x_1\bar{x}_2\bar{x}_3 \lor \overbrace{(x_1\bar{x}_2x_3)}^{R}}_{x_1\bar{x}_2} \lor \underbrace{x_1x_2\bar{x}_3 \lor x_1x_2x_3}_{x_1x_2}}_{x_1}$$

→ OSNOVNI POSTUPAK: (na osnovu susjednosti)

$x_1\bar{x}_2$ $\quad$ x_1x_2 → 2 polja zaokružena

x_1 → 4 polja zaokružena

→ POMOĆNI POSTUPAK (PROŠIRENJE PDNO)

- POSTOJEĆIM ČLANOM $\quad$ $x_1\bar{x}_2\bar{x}_3$

ovo dodamo još jednom

opet osnovni postupak: $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3 \lor x_1\bar{x}_2\bar{x}_3 = \bar{x}_2\bar{x}_3$

otpada

- REDUNDANTNIM ČLANOM: $\quad$ $x_1\bar{x}_2x_3$

opet osnovni postupak .... (vidi gore)

→ opet osnovni postupak (vidi gore)

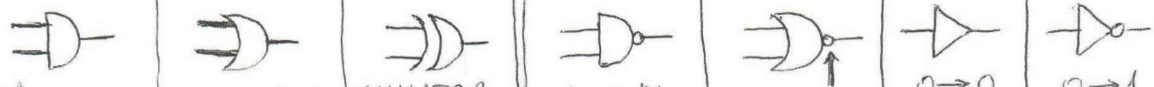
$\bar{x}_2\bar{x}_3 \lor \bar{x}_1$

http://tams-www.informatik.uni-hamburg.de/applet

REALIZACIJA BOOLE-ovih FUNKCIJA POMOĆU LOGIČKIH VRATA

→ sad svi negirani

x_1	x_2	I (AND)	ILI (OR)	EKSKLUZIVNO ILI (XOR)	NI	NILI	POJAČALO	INVERTOR
0	0	0	0	0	1	1		
0	1	0	1	1	1	0		
1	0	0	1	1	1	0		
1	1	1	1	0	0	0		



- I (AND): → kao množenje
- ILI (OR): → ekvivalent zbrajanju
- XOR: SUMATOR PO MODULU
  - $0 \oplus 0 = 0$
  - $0 \oplus 1 = 1$
  - $1 \oplus 0 = 1$
  - $1 \oplus 1 = 0$
- NI: → koristit ćemo
- NILI: označava negaciju
- POJAČALO: $0 \to 0$, $1 \to 1$
- INVERTOR: $0 \to 1$, $1 \to 0$

→ minterm i PDNO → I i ILI vrata (i negacija)

→ tu uskaču NI i NILI – tzv. POTPUNI SKUP FUNKCIJA (svaki od njih)
(pomoću njih možemo izraziti bilo koju f-ju

→ DE MORGANOVI TEOREMI (vidi str. 8)

POSTUPAK ZA NI VRATA

T.I. → V.D. (JEDINICE) → ZAOKRUŽITI → MDNO → $\overline{\overline{}}$ → NI

unosimo i R-ove

(što manjim brojem što veća površina 2^n)

nužni elementarni članovi

DeMorganovi teorem

POSTUPAK ZA NILI VRATA

PDNO za $\overline{f}(x)$ ⇔ PKNO za $f(x)$

$\overline{PDNO}$ = PKNO negirane f-je
$\overline{PKNO}$ = PDNO -||-
} vidi * is

T.I. → $\overline{f}(x)$ → V.D. (JEDINICE) → ZAOKR. → $\overline{MDNO}$ → $\overline{\overline{}}$ → NILI

dobili smo oblik koji možemo reali NILI vra

---

*
$$\overline{f(x)} = \overline{\bigvee_{i=0}^{2^n-1} m_i T_i} = \mathop{\&}_{i=0}^{2^n-1} (M_i \vee \overline{T_i})$$
$$\overline{f(x)} = \overline{\mathop{\&}_{i=0}^{2^n-1} (M_i \vee T_i)} = \bigvee_{i=0}^{2^n-1} m_i \cdot \overline{T_i}$$

V.D.
- $n=2$
- $n=3$
- $n=4$
- $(n=5)$

DEMORGANOVI TEOREMI:

$$\overline{x_1 \vee x_2} = \overline{x_1} \cdot \overline{x_2}$$
$$\overline{x_1 \cdot x_2} = \overline{x_1} \vee \overline{x_2}$$

→ koristimo jer na čipu može biti samo 1 tip log. vrat a NI i NILI čine potpuni skup funkcij

TABLICA BCD KODOVA (BINARY CODED DECIMAL)

n	OBIČNI 8 4 2 1	2 4 2 1
0	0 0 0 0	0 0 0 0
1	0 0 0 1	0 0 0 1
2	0 0 1 0	0 0 1 0
3	0 0 1 1	0 0 1 1
4	0 1 0 0	0 1 0 0
5	0 1 0 1	1 0 1 1
6	0 1 1 0	1 1 0 0
7	0 1 1 1	1 1 0 1
8	1 0 0 0	1 1 1 0
9	1 0 0 1	1 1 1 1

8421: $\boxed{\begin{array}{cccc} 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \Downarrow & \Downarrow & \Downarrow & \Downarrow \\ \end{array} \quad 0\cdot 8 + 0\cdot 4 + 1\cdot 2 + 0\cdot 1 = 2}$

2421: $\longrightarrow \boxed{2^1\ 2^2\ 2^1\ 2^0}$

$1\cdot 2 + \overset{0\cdot 4}{0} + 1\cdot 2 + 1\cdot 1 = 2 + 0 + 2 + 1 = 5$

1110 $= 2+4+2 = 8$

1111 $= 2+4+2+1 = 9$

R - kompleksi za 2421 BCD u TABLICI ISTINE (OVO IDE IZMEĐ

5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
10	1010

→ ni BCD kodovi → 4 varijable $\begin{cases} 2^3 = 8 \text{ znamenki} \Rightarrow \text{NE} \\ 2^4 = 16 \quad \text{-//-} \Rightarrow \text{DA} \begin{cases} 10 \text{ iskorištenih} \\ 6 \text{ R kompleksija} \end{cases} \end{cases}$

$\boxed{2421}$:

→ prvih 5 znamenki kao prirodni BCD kod

6 Redundantnih kompleksija

5 znamenki kao komplement prvih 5