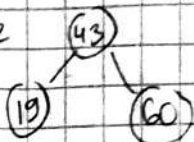
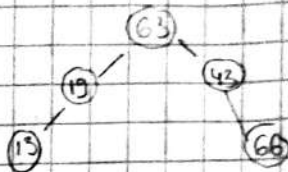
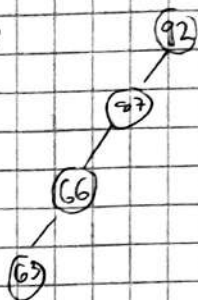
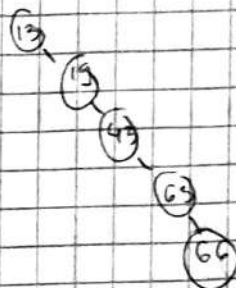
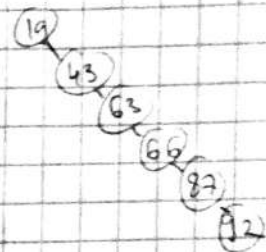


1)  $n=2$  $n=3$  $n=4$  $n=5$  $n=6$ 2) Dokaz

Po sugovoru BST-a znamo da  $y$  mora biti predak od  $x$ .  
 Za nije imali bi neki z najbliži zajednički predak od  $x$  i  $y$   
 pa bi imali  $x < z < y \Rightarrow y$  nije sledbenik.

Dali je  $y$  najbliži? Lijeva dijete od  $y$  mora biti predak od  $x$   
 (da je desno onda bi  $x > y$ )

Pretpostavimo suprotno, tj. da  $y$  nije najbliži predak od  $x$   
 čije je dijete isto predak od  $x$ .

Neki čvor  $z$  bi bio najbliži predak od  $x$  čije je lijevo dijete isto  
 predak od  $x$ .

No tada  $z$  mora biti u lijevom podstablu od  $y$  pa je onda  
 $z < y$  što je kontradikcija s pretpostavkom da je  $y$  slj. od  $x$ .

Također  $x$  mora biti čvor s max ključem u lijevom podstablu  
 od  $y$ .

$\Rightarrow y$  sledbenik od  $x$  i njegovo dijete predak od  $x$  ujedno  
 i najbliži predak od  $x$ .

3)  $x$  je list  $\Rightarrow$  nema djece

$x$  može biti lijevo ili desno dijete od  $y$

1°  $x$  lijevo dijete  $y$ :

$x$  je list  $\Rightarrow x$  je prethodnik od  $y \Rightarrow y$  slj. od  $x \Rightarrow$

$y$ . ključ je najmanji ključ u  $T$  veći od  $x$ . klj.

2°  $x$  desno dijete

$x$  list  $\Rightarrow x$  sledbenik od  $y \Rightarrow y$  prethodnik od  $x \Rightarrow$

$y$ . ključ je najveći ključ u  $T$  manji od  $x$ . klj.

## 1. DODAVANJE

TREE - INSERT ( $T, z$ )  $\triangleright$  ubacujemo čvor  $z$

1.  $y = \text{NIL}$
2.  $x = T.\text{root}$
3. while  $x \neq \text{NIL}$
4.      $y = x$
5.     if  $z.\text{key} < x.\text{key}$
6.          $x = x.\text{left}$
7.     else  $x = x.\text{right}$
8.  $z.p = y$
9. if  $y == \text{NIL}$
10.      $T.\text{root} = z$
11. elseif  $z.\text{key} < y.\text{key}$
12.      $y.\text{left} = z$
13. else  $y.\text{right} = z$

VRJEME:  $O(n)$

## ETRAŽIVANJE

TREE-SEARCH ( $x, k$ )

1. if  $x == NIL$  or  $k == key[x]$
2.     return  $x$
3. if  $k < x.key$
4.     return TREE-SEARCH ( $x.left, k$ )
5. else return TREE-SEARCH ( $x.right, k$ )

4) Neka je  $x$  čvor kojeg posjećujemo TREE-SUCCESSOR i  $y$   $k$ -ti sučelj od  $x$  (na  $y$  završavamo). Udaljenost ta dva čvora je  $\max 2h$  (dva potlasca visine  $h$ ). Ove veze koje spajaju tih  $k$  čvorova će biti prateće čvor puta i treba  $2k + 2h$  tj.  $O(k+h)$

5) Vrijeme dobijanja TREE-MINIMUM je  $O(h)$

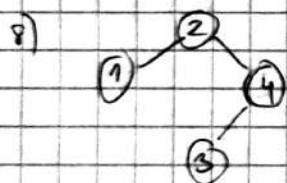
U prethodnom zadatku vidimo TREE-SUCCESSOR ima  $O(k+h)$  za  $k$  poziva

Spec. za  $k = n-1$  imamo  $O(n-1+h)$ , a znamo  $n \geq h$  (kr čvor  $\geq$  visina)  
 $\Rightarrow$  vra  $O(n)$

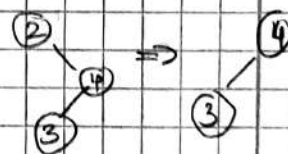
6) Oba algoritma se izvršavaju u  $O(h)$  vremenu

Oba algoritma će proći isti put da dođu do potrebnog čvora

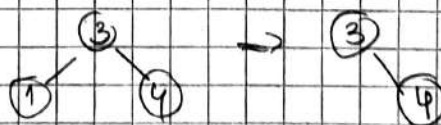
Ali search će proći istim čvorovima i još dodatni nadeći čvor f.  $\rightarrow$



prvo obratimo 1 pa 2:



obrnuto:



nisu dobivena ista stabla, nije komutativno