$E[\{\{k,l\}: k \neq l, h(k)=h(l)\}] = \sum_{i=1}^{n} P(h(k)=h(l)) = \sum_{i=1} \frac{1}{m} = \frac{n(n-1)}{2m}$

b) zad

(1) tablica veličine m
$n \leq m/2$
otvoreno adresiranje s probiranjem

- vjerojatnost ubacivanja ključa na neko mjesto iznosi $\frac{1}{m}$, vjerojatnost za koliziju je $1-\frac{1}{m}$
- i-ti ključ: $P(x>i) = (1-\frac{1}{m})^{i-1}$, probiranje zahtjeva > od k probiranja, što znači da su sve prve $i-1$ lokacije u tablici već zauzete, novi ključ se mora smjestiti u preostalih $m-i+1$ lokacija.

Ako koristimo otvoreno adresiranje s probiranjem za rj. kolizija i pretp. uniform. raspršivanje, veličina tablice raspršenja m mora biti manja od 2^k kako bismo osigurali da će svako ubacivanje ključa zahtjevati najviše k probiranja s vj najmanje $\frac{1}{2}$, pod uvjetom da je $n \leq m/2$

$P(x>k) = (1-\frac{1}{m})^{k-1}$

(2) $k = 2\lg n$, vjerojatnost je manja od $2^{-2\lg n} = 2^{\lg n^{-2}} = \frac{1}{n^2} = O(\frac{1}{n^2})$

vjerojatnost je niska => otvoreno adresiranje s probiranjem učinkovito za hash tablice sa manje od pola raspoloživih mjesta

(3) $Pr\{x > 2\lg n\} = O(1/n)$?

$x = \max\{x_i : 1 \leq i \leq n\}$

$Pr\{x > 2\lg n\} = Pr\{x_1 > 2\lg n \vee x_2 > 2\lg n \vee \ldots \vee x_n > 2\lg n\} =$

$= \sum_{i=1}^{n} Pr\{x_i > 2\lg n\} \leq \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n^2} = \frac{n}{n^2} = \frac{1}{n} \Rightarrow O(\frac{1}{n})$

(4) $Ex = \sum_{i=1}^{n} i \cdot Pr\{x=i\} \leq Pr\{x \leq 2\lg n\}\, 2\lg n + Pr\{x > 2\lg n\}\, n \leq$

$\leq \frac{n-1}{n} 2\lg n + \frac{1}{n} n = 2\lg n + 1 - \frac{2\lg n}{n} \in O(\lg n)$