ZEMRIS

26.6.2000.

Pismeni ispit iz Računalne grafike

(1.) Ispitati odnos točke zadane u homogenom prostoru X=(1 1 2 4) i konveksnog tijela zadanog popisom vrhova u radnom prostoru, te popisom poligona s pripadnim vrhovima (za pojedini poligon redoslijed vrhova u popisu odgovara obilaženju u smjeru suprotno kazalje na satu gledano izvan tijela).

Popis p	olig	ona
$P_1 = (V_1$	V_2	V ₃)
$P_2 = (V_2$	V_4	V ₃)
$P_3 = (V_1$	V_3	V ₄)
$P_4 = (V_1)$	V_4	V ₂)

Popis v	rh	ova
$V_1 = (0$	0	0)
$V_2 = (0$	1	0)
V ₃ =(1	1	1)
V ₄ =(-1	0	0)

2). Dužina d_1 određena je točkama u homogenom prostoru X_1 =(2 1 0 1) i X_2 =(3 1 0 1). Dužina d_2 određena je točkama u homogenom prostoru X_3 =(1 1 0 1) i X_4 =(1 2 0 1). Matrica M transformira dužinu d_1 u dužinu d_2 , tako da vrijedi:

$$X_3 = X_1 \cdot M$$
, $X_4 = X_2 \cdot M$.

Odrediti matricu M.

- Pravac je zadan točkama X₁=(2 8 3 1) i X₂=(5 1 4 1) u homogenom prostoru. Odrediti minimalnu udaljennost točke X₃=(5 5 1 1) od zadanog pravca, te točku na pravcu koja je minimalno udaljena od točke X₃ u radnom prostoru.
- (4. Odrediti matricu perspektivne projekcije ako se centar projekcije nalazi na x-koordinatnoj osi C=(H 0 0), a ravnina projekcije neka je u yz ravnini (x=0) koordinatnog sustava.
- 3 Pravac p određuju točke u radnom prostoru V₁=(1 2 0) i V₂=(2 5 4). Matrica T rotira točku 3-prostora oko pravca p za 60° stupnjeva u smjeru kazaljke na satu gledano iz točke V₁ u točku V₂. Odrediti elementarne matrice koje čine sastavljenu matricu T.
- 6. Zadani su vektori ravnina R_1 =(-3 2 1 10) $^{\tau}$ i R_2 =(3 3 5 10) $^{\tau}$. Odrediti presjecište ravnina R_1 i R_2 . Neka je rezultat u parametarskom obliku.
- (7) Rastumačiti postupak otklanjanja skrivenih linija i površina Z-spremnikom (Z-buffer).
- 8. Za segment prostorne krivulje koji je opisan kubnom razlomljenom funkcijom, temeljem rubnih točaka i parametarskim derivacijama u njima odrađena je karakteristična matrica krivulje A. Odrediti:

 $A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 4 \end{bmatrix}$

a) Rubne točke segmenta krivulje u radnom prostoru.

- b) Parametarske derivacije (prvu i drugu) za rubne točke u radnom prostoru.
- 9. Objasniti formiranje Bezierove krivulje postupkom de Casteljau-a. Na primjeru sa četiri kontrolne točke odrediti težinske funkcije potrebne za određivanje krivulje.
- 10. Rastumačiti postupke sjenčanja:
 - a) Phong-ovo sjenčanje,
 - b) Gourard-ovo sjenčanje.

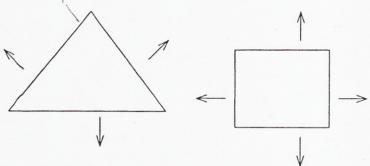
- 1. Napisati DDA algoritam i odrediti koji će slikovni elementi biti osvijetljeni, ako su početna i krajnja točka V_1 =(1 1) i V_2 =(14 3) zadane u radnom prostoru.
- Zadani su vektori ravnina R_1 =(-3 2 1 10) $^{\tau}$ i R_2 =(3 3 5 10) $^{\tau}$. Odrediti presjecište ravnina R_1 i R_2 . Neka je rezultat u parametarskom obliku.
- 3. Opisati formiranje Bezierove krivulje gibanjem vrha sastavljenog otvorenog poligona. Navesti uvjete koji se postavljaju na Bezierove težinske funkcije.
- (4.) Ravnina je određena zadanim homogenim točkama, naći karakterističnu matricu ravnine. V_1 =(4 5 9 1) V_2 =(10 4 -2 -1) V_3 =(4 16 28 2).
- 5. Za neperiodičnu aproksimacijsku kvadratnu B-krivulju s 3 kontrolne točke odrediti težinske funkcije.

$$N_{i,0} = \begin{cases} 1 & za \ u_i \leq u < u_{i+1} \\ 0 & inace \end{cases} \qquad N_{i,k} = \frac{u - u_i}{u_{i+k} - u_i} N_{i,k-1}(u) + \frac{u_{i+k+1} - u}{u_{i+k+1} - u_{i+1}} N_{i+1,k-1}(u)$$

- Pravac p₁ određuju homogene točke u 2-prostoru: X_1 =(2 0 1) i X_2 =(2 2 1). Pravac p₂ određuju homogene točke u 2-prostoru: X_3 =(0 0 1) i X_4 =(1 -1 5).
 - a) Odrediti stupčaste vektore pravaca p₁ i p₂.
 - b) Odrediti sjecište pravaca p₁ i p₂ u radnom prostoru.
- Dužina d_1 određena je točkama u homogenom prostoru X_1 =(2 1 0 1) i X_2 =(3 1 0 1). Dužina d_2 određena je točkama u homogenom prostoru X_3 =(1 1 0 1) i X_4 =(1 2 0 1). Matrica M transformira dužinu d_1 u dužinu d_2 , tako da vrijedi:

$$X_3=X_1\cdot M$$
, $X_4=X_2\cdot M$. Odrediti matricu M.

- Zadane su dvije točke u radnom prostoru V_1 =(2 8), V_2 =(5 1). Odrediti pravac koji je jednako udaljen (bilo koja točka pravca) od točaka V_1 i V_2 .
- ② Za prikazani primjer nacrtati BSP-stablo. Smjerovi strelica određuju pozitivnu stranu poluravnine.



(19. Objasniti algoritam Cohen-Sutherlanda.

1. Ispitati odnos točke zadane u homogenom prostoru X=(1 1 2 4) i konveksnog tijela zadanog popisom vrhova u radnom prostoru, te popisom poligona s pripadnim vrhovima (za pojedini poligon redoslijed vrhova u popisu odgovara obilaženju u smjeru suprotno kazalje na satu gledano izvan tijela).

Popis p	olige	ona	
$P_1 = (V_1$	V_2	V ₃)	
$P_2=(V_2)$	V_4	V_3)	Sagrage Co.
$P_3=(V_1)$	V_3	V ₄)	
$P_4=(V_1$	V_4	V ₂)	

Popis vrh	iova
$V_1 = (0 \ 0)$	0)
$V_2 = (0 \ 1)$	0)
$V_3 = (1 \ 1)$	1)
V ₄ =(-1 0	0) -

- *2. Zadani su vektori ravnina R_1 , R_2 i R_3 . Odrediti sjecište zadanih ravnina u radnom prostoru. $R_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ $R_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ $R_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$
- pravac točkama $V_1 = (2 \ 1 \ 1 \ 1)$ i $V_2 = (3 \ 3 \ 4 \ 1)$. Da li pravac probada kuglu? Ako da, odrediti točku (točke) probodišta.
- 4. Poznate su matrice T_t i T_r. Matricama T_t i T_r odrediti inverzne.

$$T_{t} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ x & y & z & 1 \end{bmatrix}$$

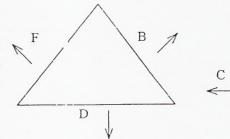
$$T_{t} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ x & y & z & 1 \end{bmatrix} \qquad T_{r} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

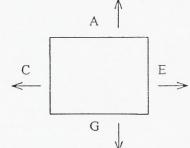
- 4 5. Zadan je vektor ravnine R=(10 5 10 -350) $^{\tau}$. Ispitati položaj točaka X_1 =(20 15 10 1), X_2 =(10 20 15 1) i X_3 =(5 10 15 1) spram ravnine R.
- 6. Odrediti matricu perspektivne projekcije ako se centar projekcije nalazi na x-koordinatnoj osi C=(H 0 0), a ravnina projekcije neka je u vz ravnini (x=0) koordinatnog sustava. Objasniti postupak.
- 7. Zadano je pet točaka u homogenom prostoru $V_0=(2\ 1\ 1),\ V_1=(4\ 5\ 1),\ V_2=(5\ 1\ 1),\ V_3=(7\ 3\ 1),$ V₄=(5 5 1). Odrediti aproksimacijsku Bezierovu krivulju upoterebom Bernstein-ovih težinskih funkcija $b_{in}(t) = \frac{n!}{i!(n-i)!} t^i (1-t)^{n-i}$. Odrediti točku krivulje i derivaciju u toj točki za iznos parametra t=0.2
- 8. Napisati Bresenhamov algoritam (za kutove 0-45°). Neka su zadane točke V₁=(2 1) i V₂=(7 10) u radnom prostoru. (Kut tražene linije namjerno je zadan "neispravno" tj. 45-90°). Odrediti točke rasterizirane linije za zadanu početnu i krajnju točku i napisani algoritam za kutove 0-45°. Tablično prikazati vrijednosti varijabli za pojedini korak i nacrtati rezultat (osvijetljene slikovne elemente).
- 9. Objasniti formiranje Bezie-ove krivulje postupkom de Casteljau-a. Na primjeru sa četiri kontrolne točke odrediti težinske funkcije potrebne za određivanje krivulje.
- 10. Objasniti zašto se na zaslonu računala (monitoru) ne ostvaruju sve boje koje čovjek može vidjeti. Sto je gamut.

II kontrolna zadaća iz Računalne grafike

- 1. Objasniti postupak praćenja zrake.
- 2. Zadana je kugla središtem $S = (4 \ 5 \ 3 \ 1)$ i radijusom r = 3. Zadan je pravac točkama $V_1 = (2 \ 1 \ 1 \ 1)$ i $V_2 = (3 \ 3 \ 4 \ 1)$. Da li pravac probada kuglu? Ako da, odrediti točku (točke) probodišta.
- 3. Za prikazani primjer BSP-stablo. Smjerovi određuju pozitivnu poluravnine.

nacrtati strelica stranu

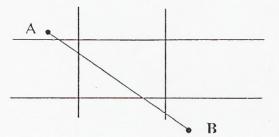




- 4. Odrediti osam intenziteta od I_0 do I_7 (prikazanih u obliku s pomičnim zarezom) u rasponu [0,1], tako da je početni intenzitet $I_0 = 0.01$, a krajnji $I_7 = 1$. Za ostale intenzitete, omjer susjednih intenziteta I_{k+1}/I_k mora biti konstantan.
- 5. Za neperiodičnu aproksimacijsku kvadratnu B-krivulju s tri kontrolne točke odrediti težinske funkcije.

$$N_{i,0} = \begin{cases} 1 \ za \ u_i \leq u < u_{i+1} \\ 0 \ inacc \end{cases} \qquad N_{i,k} = \frac{v - u_i}{u_{i \wedge k} - u_i} N_{i,k-1} \left(u \right) + \frac{u_{i+k+1} - u}{u_{i+k+1} - u_{i+1}} N_{i+1,k-1} \left(u \right)$$

6. Primijeniti algoritam odsijecanja Cohen-Sutherlanda na primjeru dužine AB zadane slikom. Objasniti pojedine korake.



- 7. Objasniti postupak sječanja Phongovim postupkom.
- 8. Odrediti presjecište zadanih ravnina. Presjecište izraziti u parametarskom obliku.

$$R_{1} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ -2 \\ -2 \end{bmatrix}, \quad R_{2} = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ -21 \\ 43 \end{bmatrix}$$

- Odrediti najmanju udaljenost između zadanih pravaca i točke na pravcima u $p_1 = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 2 & 0 \\ -5 & -10 & -3 & 1 \end{bmatrix}$, $p_2 = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 & 0 \\ 6 & 1 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ kojima je udaljenost najmanja.
- 10. Zadani su vrhovi konveksnog poligona u homogenom prostoru $V_2 = (-5 12 16 1)$, $V_3 = (5 15 4 1)$, $V_3 = (-10 6 40 2)$, $V_4 = (-15 45 12 3)$, $V_5 = (10 12 56 2)$. Odrediti jednadžbe, pravaca na kojima leže bridovi poligona i numerički odrediti da li je točka T = (5 10 20 1) unutar poligona.

- Zadane su točke V₁=(1 1) i V₂=(4 7) u radnom prostoru. Uz korištenje Bresenhamovog algoritma (nemodificirani algoritam koji ispravno radi samo za kuteve od 0° od 45°) odrediti slikovne elemente koji će biti osvijetljeni. Napisati algoritam i tablično prikazati vrijednosti varijabli u petlji za pojedini korak.
- 2. Dužina d₁ određena je homogenim točkama X₁=(1 1 1) i X₂=(2 1 1), a dužina d₂ homogenim točkama X₃=(3 4 1) i X₄=(2 3 1). Odrediti matricu transformacije M, koja transformira dužinu d₁ u dužinu d₂, tako da vrijedi: X₃=X₁·M i X₄=X₂·M.
- 3. Zadane su točke u radnom prostoru V_0 =(10 20 10) i V_1 =(0 20 20). Odrediti ravninu R čije su točke jednako udaljene od V_0 i V_1 (V_0 je zrcalna slika V_1 s obzirom na R).
- 4. Zadane su dvije dužine d₁ i d₂ točkama u radnom prostoru koje leže u ravnini.

$$d_1 ... V_1 = (10 \ 20 \ 10), V_2 = (30 \ 60 \ 50)$$

 $d_2 ... V_3 = (0 \ 20 \ 10), V_4 = (-20 \ 60 \ 50)$

Dužinu d_1 potrebno je rotirati oko osi p tako da se dužina d_1 poklopi s dužinom d_2 . Odrediti pravac p i kut rotacije.

- 5. Objasniti formiranje Bezierove krivulje postupkom de Casteljau-a. Na primjeru sa četiri kontrolne točke odrediti težinske funkcije potrebne za određivanje krivulje.
- 6. Odrediti jednadžbu aproksimacijske Bezierove krivulje s Bezierovim težinskim funkcijama za zadane tri kontrolne točke u homogenom prostoru V_1 =(3 1 5 1), V_2 =(10 23 -13 1) i V_3 =(14 9 8 1).

$$f_{i,n}(t) = \frac{(-t)^i}{(i-1)!} \frac{d^{(i-1)}\Phi_n(t)}{d^{(i-1)}t}, \quad \Phi_n(t) = \frac{1-(1-t)^n}{-t},$$

- 7. Zadan je vektor ravnine $R=(10\ 5\ 10\ -350)^T$. Ispitati položaj točaka $X_1=(20\ 15\ 10\ 1)$, $X_2=(10\ 20\ 15\ 1)$ i $X_3=(5\ 10\ 15\ 1)$ prema ravnini R.
- 8. Zadana su dva pravca p₁ i p₂, odrediti najmanju udaljenost između pravaca i parametre na pravcima za koje je udaljenost najmanja.

$$\mathbf{p}_1 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 & 0 \\ 14 & 2 & -5 & 1 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{p}_2 = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 3 & 0 \\ 10 & -5 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

- 9. Objasniti zašto se na zaslonu računala (monitoru) ne ostvaruju sve boje koje čovjek može vidjeti. Što je gamut.
- 10. Odrediti osam intenziteta I_0 do I_7 (prikazanih u obliku s pomičnim zarezom) u rasponu [0 1], tako da je početni intenzitet I_0 =0.05, a krajnji I_7 =1. Za ostale intenzitete, omjer susjednih intenziteta I_{k+1}/I_k mora biti konstantan.

- 1. Navesti DDA algoritam i odrediti koji će slikovni elementi biti osvijetljeni, ako su početna i krajnja točka V_1 =(1 1) i V_2 =(14 3) zadane u radnom prostoru.
- 2. Popis vrhova konveksnog poligona čine točke zadane u radnom prostoru:

$$V_1 = (-1 \ 1), V_2 = (-1 \ 5), V_3 = (1 \ 1).$$

Ispitati odnos točke $V_4=(0.4)$ i poligona:

- a) numeričkim rješavanjem,
- b) grafičkim putem.
- 3. Navesti osnovne funkcije pojedinih temeljnih dijelova grafičkog protočnog sustava.
- 4. Dužina d₁ određena je homogenim točkama X₁=(1 1 1) i X₂=(2 1 1), a dužina d₂ određena je homogenim točkama X₃=(3 4 1) i X₄=(2 3 1). Odrediti matricu transformacije M, koja transformira dužinu d₁ u dužinu d₂, tako da vrijedi: X₃=X₁ M i X₄=X₂ M
- 5. Pravac p određuju točke u radnom prostoru $V_1=(1\ 2\ 0)$ i $V_2=(2\ 5\ 4)$. Matrica T rotira točku 3-prostora oko pravca p za 60° stupnjeva u smjeru kazaljke na satu gledano iz točke V₁ u točku V₂. Odrediti elementarne matrice koje čine sastavljenu matricu T.
- 6. Zadani su vektori ravnina R₁=(-3 2 1 10)^τ i R₂=(3 3 5 10)^τ. Odrediti presjecište ravnina R₁ i R₂. Neka je rezultat u parametarskom obliku.
- 7. Zadan je izvor svjetlosti I=(1 5 30 1) i ravnina R svojom karakterističnom matricom M.

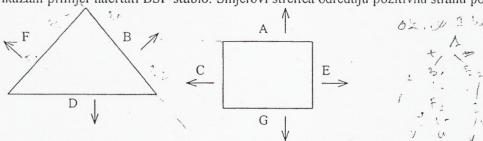
$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 & 0 \\ 1 & 6 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

Na zadanoj ravnini u točki određenoj parametrima u=1 i v=1 odrediti vektor:

- a) upadne zrake,
- b) reflektirane zrake.
- - b) Parametarske derivacije (prvu i drugu) za rubne točke u radnom prostoru.
- 9. Objasniti formiranje Bezierove krivulje postupkom de Casteljau-a. Na primjeru sa četiri kontrolne točke odrediti težinske funkcije potrebne za određivanje krivulje.
- 10. Ravnina je zadana točkama V₁=(5 7 1), V₂=(3 3 2) i V₃=(2 2 5). Odrediti karakterističnu matricu ravnine određene zadanim točkama.

II Kontrolna zadaća iz Računalne grafike

- Zadan je vektor ravnine R=(10 5 10 -350)^T. Ispitati položaj točaka zadanih u homogenom prostoru X_1 =(20 15 10 1), X_2 =(10 20 15 1) i X_3 =(5 10 15 1) spram ravnine R.
 - 21- Navesti DDA algoritam i odrediti koji će slikovni elementi biti osvijetljeni, ako su početna i krajnja točka $V_1=(1\ 1)$ i $V_2=(15\ 3)$ zadane u radnom prostoru. (1,1) (8.2) $(15\ 3)$.
 - Poznate su matrice T_t i T_r . Koje transformacije obavljaju navedene matrice. Koje su transformacije inverzne navedenima. $T_t = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ $T_r = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
 - (4)+ Zadane su dvije točke u radnom prostoru V₁=(2 8), V₂=(5 1). Odrediti pravac koji je jednako udaljen (bilo koja točka pravca) od točaka V₁ i V₂.
 - (5) Rastumači vezu točke u nehomogenom 3-prostoru i točke u homogenom prostoru za: a) prvu parametarsku derivaciju, b) drugu parametarsku derivaciju.
 - $\sqrt{6}$ Zadani su vrhovi poligona u radnom prostoru V_1 =(10 0 0), V_2 =(2 0 10), V_3 =(0 2 10) i V_4 =(0 10 0) U vrhovima su zadane pripadne normale $n_1=(1\ 0\ 0), n_2=(0.6\ 0\ 0.8), n_3=(0\ 0.6\ 0.8)$ i $n_4=(0\ 1\ 0)$ Za točku V=(3 3 5) koja leži unutar zadanog poligona odrediti vektor normale potreban za Phong-ovo sjenčanje. BEH.
 - Ukratko opisati osnovne korake u postupku isijavanja. Nacrtati dijagram izvođenja pojedinih koraka u postupku isijavanja.
 - Zadane su tri točke u homogenom prostoru s pripadnim vrijednostima parametara V₀=(2 1 1), t₀=0. V₁=(4 5 1), t₁=0.5, V₂=(5 1 1), t₂=1. Odrediti interpolacijsku Bezierovu krivulju upoterebom Bernstein-ovih težinskih funkcija $b_{i,n}(t) = \frac{n!}{i!(n-i)!} t^i (1-t)^{n-i}$. Odrediti točku krivulje za iznos parametra t=0.2. $\rho(t) = (1-t)^{\frac{n}{2}} \hat{a}_0 + 3t(1-t)^{\frac{n}{2}} \hat{a}_1 + 3t^{\frac{n}{2}} (1-t)^{\frac{n}{2}} \hat{a}_2 + 3t^{\frac{n}{2}} (1-t)^{\frac{n}{2}} \hat{a}_1 + 3t^{\frac{n}{2}} (1-t)^{\frac{n}{2}} \hat{a}_2 + 3t^{\frac{n}{2}} (1-t)^{\frac{n}{2}} \hat{a}_2 + 3t^{\frac{n}{2}} \hat{a}_1 + 3t^{\frac{n}{2}} \hat{a}_2 + 3t^{\frac{n}{2}} \hat{a}_2 + 3t^{\frac{n}{2}} \hat{a}_1 + 3t^{\frac{n}{2}} \hat{a}_2 +$
 - 9. Za prikazani primjer nacrtati BSP-stablo. Smjerovi strelica određuju pozitivnu stranu poluravnine.



10.) Odrediti osam intenziteta Io do I, (prikazanih u obliku s pomičnim zarezom) u rasponu [0 1], tako da je početni intenzitet I₀=0.01, a krajnji I₇=1. Za ostale intenzitete, omjer susjednih intenziteta I_{k-1}/I_k mora biti konstantan.

$$T_{0} = 0.01$$
 $T_{0} = 0.1385$
 $T_{1} = 0.0005$ $T_{2} = 0.7663$
 $T_{2} = 0.0007$ $T_{3} = 0.7175$
 $T_{1} = 0.0007$ $T_{3} = 1$.

ZEMRIS

26.6.2000.

Pismeni ispit iz Računalne grafike

[1.] Ispitati odnos točke zadane u homogenom prostoru X=(1 1 2 4) i konveksnog tijela zadanog popisom vrhova u radnom prostoru, te popisom poligona s pripadnim vrhovima (za pojedini poligon redoslijed vrhova u popisu odgovara obilaženju u smjeru suprotno kazalje na satu gledano izvan tijela).

Popis p	olige	ona
$P_1 = (V_1$		
$P_2 = (V_2$	V_4	V ₃)
$P_3 = (V_1$	V_3	V ₄)
$P_4 = (V_1)$	V ₄	V2)

Popis v	/rh	ova
$V_1 = (0$	0	0)
V ₂ =(0	1	0)
V ₃ =(1	1	1)
V ₄ =(-1	0	0)

2). Dužina d_1 određena je točkama u homogenom prostoru X_1 =(2 1 0 1) i X_2 =(3 1 0 1). Dužina d_2 određena je točkama u homogenom prostoru X_3 =(1 1 0 1) i X_4 =(1 2 0 1). Matrica M transformira dužinu d_1 u dužinu d_2 , tako da vrijedi:

$$X_3 = X_1 \cdot M$$
, $X_4 = X_2 \cdot M$.

Odrediti matricu M.

- Pravac je zadan točkama X₁=(2 8 3 1) i X₂=(5 1 4 1) u homogenom prostoru. Odrediti minimalnu udaljennost točke X₃=(5 5 1 1) od zadanog pravca, te točku na pravcu koja je minimalno udaljena od točke X₃ u radnom prostoru.
- (4). Odrediti matricu perspektivne projekcije ako se centar projekcije nalazi na x-koordinatnoj osi C=(H 0 0), a ravnina projekcije neka je u yz ravnini (x=0) koordinatnog sustava.
- \bigcirc Pravac p određuju točke u radnom prostoru V_1 =(1 2 0) i V_2 =(2 5 4). Matrica T rotira točku 3-prostora oko pravca p za 60° stupnjeva u smjeru kazaljke na satu gledano iz točke V_1 u točku V_2 . Odrediti elementarne matrice koje čine sastavljenu matricu T.
- 6. Zadani su vektori ravnina R_1 =(-3 2 1 10) $^{\tau}$ i R_2 =(3 3 5 10) $^{\tau}$. Odrediti presjecište ravnina R_1 i R_2 . Neka je rezultat u parametarskom obliku.
- (7) Rastumačiti postupak otklanjanja skrivenih linija i površina Z-spremnikom (Z-buffer).
- 8. Za segment prostorne krivulje koji je opisan kubnom razlomljenom funkcijom, temeljem rubnih točaka i parametarskim derivacijama u njima odrađena je karakteristična matrica krivulje A. Odrediti:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

- a) Rubne točke segmenta krivulje u radnom prostoru.
- b) Parametarske derivacije (prvu i drugu) za rubne točke u radnom prostoru.
- 9. Objasniti formiranje Bezierove krivulje postupkom de Casteljau-a. Na primjeru sa četiri kontrolne točke odrediti težinske funkcije potrebne za određivanje krivulje.
- 10. Rastumačiti postupke sjenčanja:
 - a) Phong-ovo sjenčanje,
 - b) Gourard-ovo sjenčanje.