INTERAKTIVNA RAČUNALNA GRAFIKA

ZADACI ZA VJEŽBU – 1. CIKLUS

2009/2010

by Hellingen

1. Za pravce G1 i G2 zadane u parametarskom obliku odredite sjecište u homogenom prostoru.

G1 =[t 1] $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 & 0 \\ -2 & -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$

G2 =[t 1] $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

$G_2 = T \cdot L = [t_2 \ 1] \begin{bmatrix} T_{E2} - T_{S2} \\ T_{S2} \end{bmatrix} \Rightarrow$ $T_{S2} = [1 \ 1 \ 1 \ -1] = [-1 \ -1 \ -1 \ 1]$

$T_{E2} = [2 \ 0 \ 2 \ -1] = [-2 \ 0 \ -2 \ 1]$

$G_2 = [t_2 \cdot 1] \begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

- tražimo presjek:

1) $t_1 \cdot 2 + 1 \cdot (-2) = t_2 \cdot (-1) + 1 \cdot (-1) \Rightarrow 2t_1 - 2 = -t_2 - 1$

2) $t_1 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) = t_2 \cdot 1 + 1 \cdot (-1) \Rightarrow t_1 - 1 = t_2 - 1 \Rightarrow \underline{t_1 = t_2}$

3) $t_1 \cdot 2 + 1 \cdot (-2) = t_2 \cdot (-1) + 1 \cdot (-1) \Rightarrow 2t_1 - 2 = -t_2 - 1$

4) $t_1 \cdot 0 + 1 : 1 = t_1 \cdot 0 + 1 \cdot 1 \Rightarrow 1 = 1$

1) $2t_1 - 2 = -t_2 - 1$

$2t_1 - 2 = -t_1 - 1$

$3t_1 = 1 \ / :3$

$t_1 = \frac{1}{3} \quad t_2 = \frac{1}{3}$

- sjecište:

1) $-t_2 - 1 = -\frac{1}{3} - 1 = -\frac{4}{3}$

2) $t_2 - 1 = \frac{1}{3} - 1 = -\frac{2}{3}$

3) $-t_2 - 1 = -\frac{1}{3} - 1 = -\frac{4}{3}$

4) 1

- rješenje:

$T_P = \left[-\frac{4}{3} \ \ -\frac{2}{3} \ \ -\frac{4}{3} \ \ 1\right] = [-4 \ \ -2 \ \ -4 \ \ 3]$

2. Kolika je površina trokuta omeđenog točkama: t1=(11,1,5), t2(4,1,7), t3(3,19,6) ?

$V_0 = (11, 1, 5)$

$V_1 = (4, 1, 7)$

$V_2 = (3, 19, 6)$

$P_\Delta = ?$

$$P_\Delta = \frac{1}{2} \| (V_1 - V_0) \times (V_2 - V_0) \|$$

$$V_1 - V_0 = [-7 \quad 0 \quad 2]$$

$$V_2 - V_0 = [-8 \quad 18 \quad 1]$$

$$P_\Delta = \frac{1}{2} \cdot \left\| \begin{bmatrix} i & j & k \\ -7 & 0 & 2 \\ -8 & 18 & 1 \end{bmatrix} \right\|$$

$$P_\Delta = \frac{1}{2} \| [-36i + j(-7+16) - 126k] \|$$

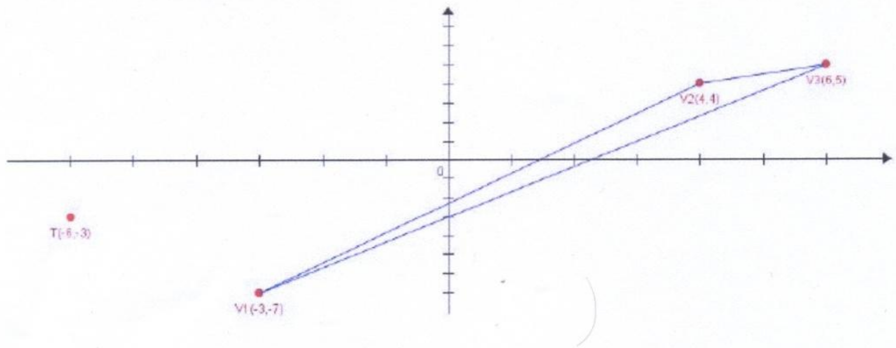
$$P_\Delta = \frac{1}{2} \| -36i + 9j - 126k \|$$

$$P_\Delta = \frac{1}{2} \sqrt{(-36)^2 + 9^2 + (-126)^2}$$

$$P_\Delta = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{17253}$$

$$\underline{P_\Delta = 65.675}$$

3. Zadane su točke V_1 (-3,-7), V_2 (4,4), V_3 (6,5), T(-6,-3). Izračunajte jednadžbe bridova trokuta i upišite je u donju tablicu. Jednadžba brida je sljedećeg oblika: a*x + b*y + c = 0. Dodatno je potrebno odrediti odnos točke T i svakog pojedinog brida (da li je točka ispod ili iznad brida). Orijentacija poligona je L (V_1, V_2, V_3).



brid	a	b	c	iznad/ispod
brid1	-11	7	16	IZNAD
brid2	-1	2	-4	ISPOD
brid3	12	-9	-27	ISPOD

$$B1 = V_1 \times V_2 = \begin{bmatrix} i & j & k \\ -3 & -7 & 1 \\ 4 & 4 & 1 \end{bmatrix} = [i \;\; j \;\; k] \begin{bmatrix} -7-4 \\ -(-3-4) \\ -12+28 \end{bmatrix} = [i \;\; j \;\; k] \begin{bmatrix} -11 \\ 7 \\ 16 \end{bmatrix}$$

$$B2 = V_2 \times V_3 = \begin{bmatrix} i & j & k \\ 4 & 4 & 1 \\ 6 & 5 & 1 \end{bmatrix} = [i \;\; j \;\; k] \begin{bmatrix} 4-5 \\ -(4-6) \\ 20-24 \end{bmatrix} = [i \;\; j \;\; k] \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$B3 = V_3 \times V_1 = \begin{bmatrix} i & j & k \\ 6 & 5 & 1 \\ -3 & -7 & 1 \end{bmatrix} = [i \;\; j \;\; k] \begin{bmatrix} 5+7 \\ -(6+3) \\ -42+15 \end{bmatrix} = [i \;\; j \;\; k] \begin{bmatrix} 12 \\ -9 \\ -27 \end{bmatrix}$$

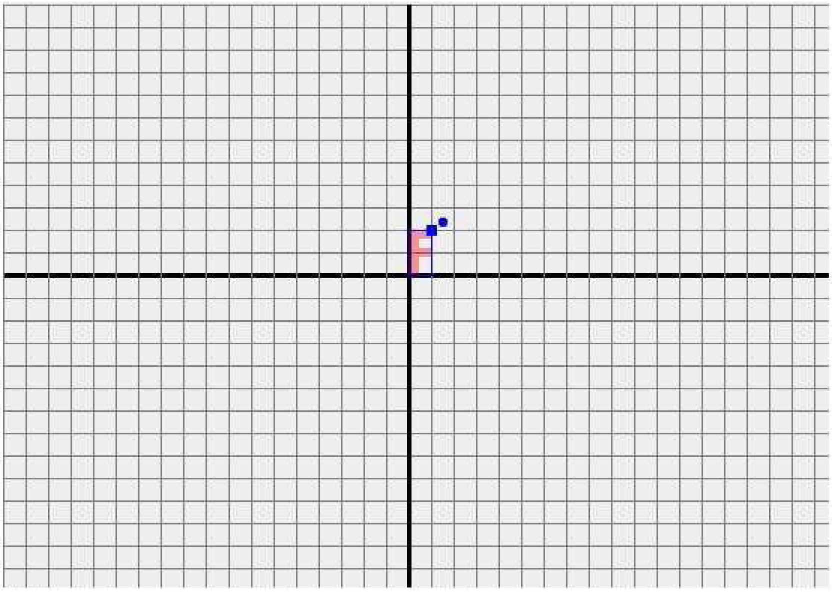
$(B_1, T) = -11 \cdot (-6) + 7 \cdot (-3) + 16 = 66 - 21 + 16 = 61 > 0$ IZNAD

$(B_2, T) = -1 \cdot (-6) + 2 \cdot (-3) - 4 = 6 - 6 - 4 = -4 < 0$ ISPOD

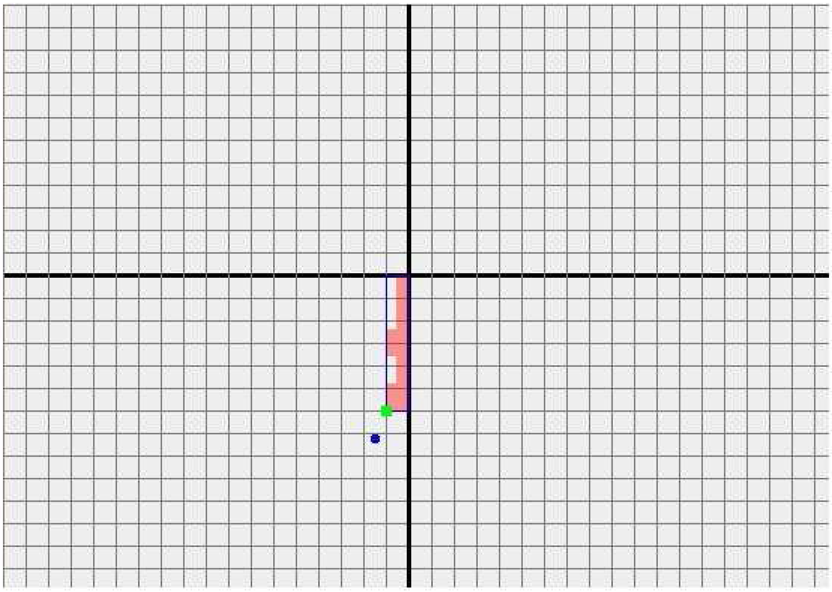
$(B_3, T) = 12 \cdot (-6) - 9 \cdot (-3) - 27 = -72 + 27 - 27 = -72 < 0$ ISPOD

4. Zadane su Afine transformacije M1, M2 i M3. Provedite transformacije nad prikazanim tijelom.

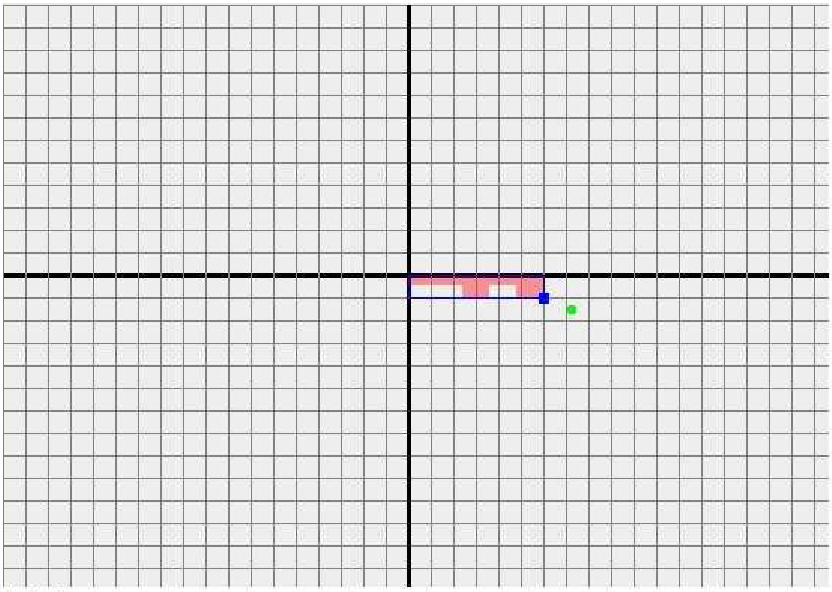
$$M1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad M2 = \begin{bmatrix} \cos(90°) & \sin(90°) & 0 \\ -\sin(90°) & \cos(90°) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad M3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$



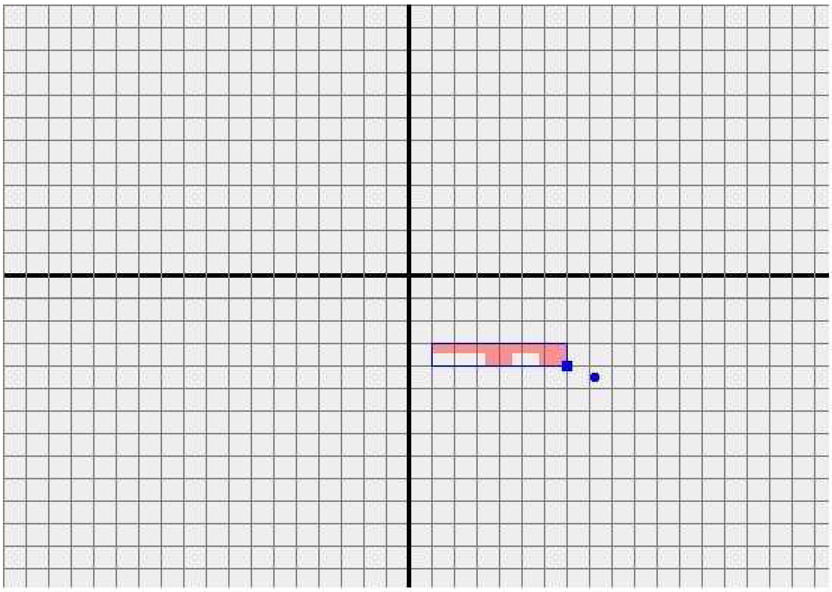
a) skaliranje M1



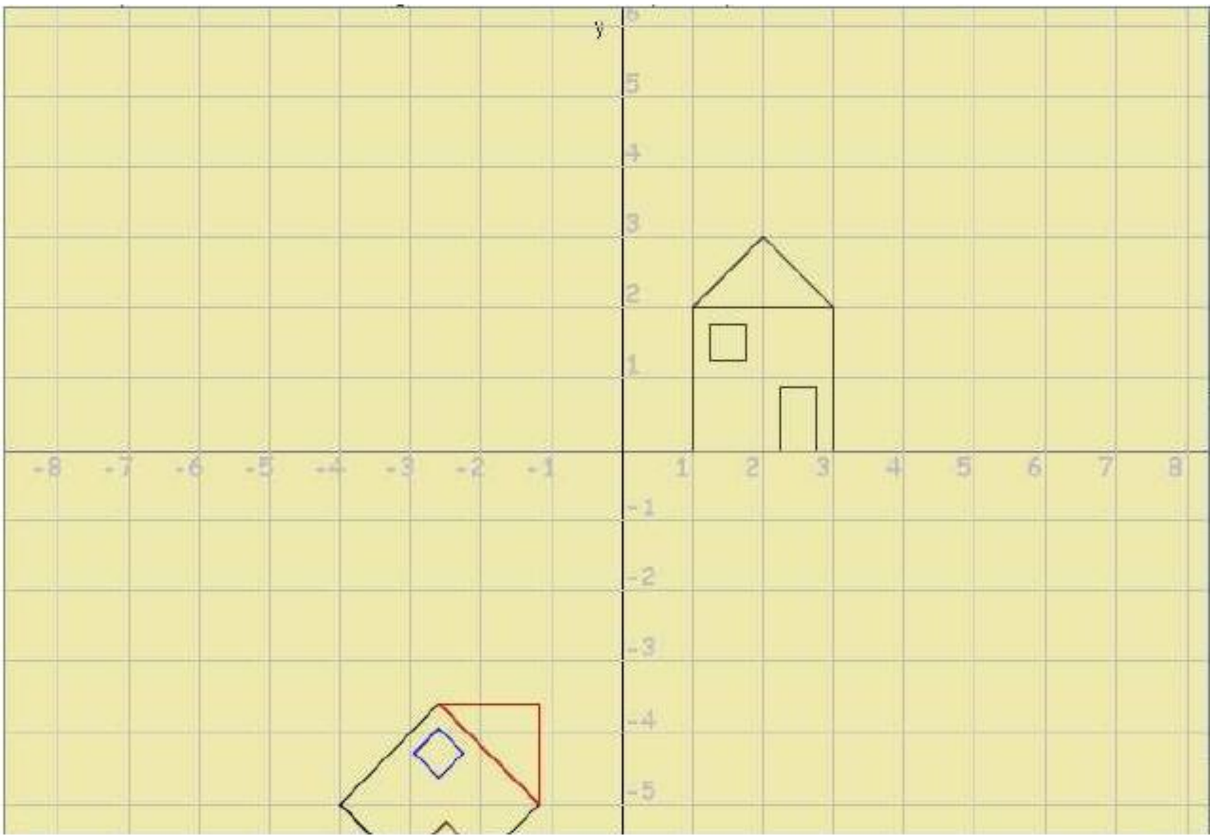
b) rotacija M2



c) translacija M3



5. Odredite koje su transformacije obavljene i u tablicu upišite parametre tih transformacija. Originalni objekt iscrtan je crnom bojom, a objekt dobiven transformacijama kombinacijom boja. U slučaju rotacije, kut upisivati u treći stupac tablice, a četvrti ostaviti prazan.



Redni broj	Transformacija	Faktor za x os	Faktor za y os
1.	Translacija	-1.0	0.0
2.	Rotacija	-45	
3.	Translacija	-4.0	-5.0

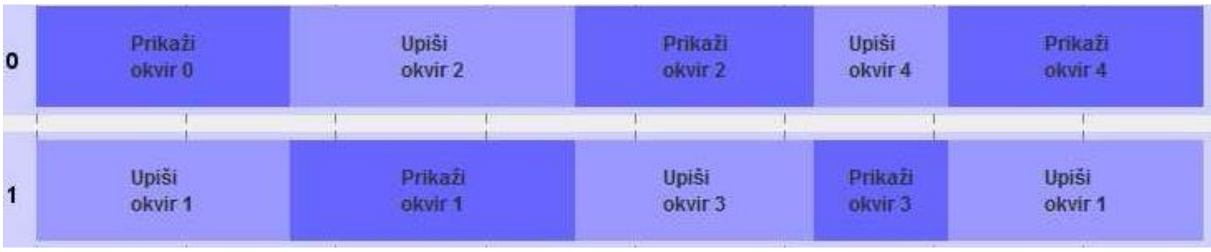
6. U dvostruki spremnik upisuju se okviri za koje je potrebno vrijeme t1=17ms, t2=19ms, t3=16ms, t4=9ms. Nakon toga se sekvenca t1-t4 periodički ponavlja. Osvježavanje se obavlja frekvencijom 100.0 Hz. U trenutku t0 u spremnik 0 već je upisan nulti okvir. Nacrtati oba spremnika za jedan ciklus t1 – t4 (faze upiši/prikaži):

a) ako ne postoji sinkronizacija

b) ako postoji sinkronizacija s frekvencijom osvježavanja

<u>bez sinkronizacije:</u>

- frekvencija osvježavanja se uopće ne gleda, idući okvir se prikazuje čim je potpuno upisan,a dotle se prikazuje prošli okvir



<u>sa sinkronizacijom:</u>

- gleda se frekvencija osvježavanja, upisani okvir čeka idući period kako bi se mogao prikazati (T=10 ms)

7. Horizontalna frekvencija osvježavanja CRT jedinice je 75kHz. Rezolucija je 1024x768. Potrebno je izračunati za zadanu jeidnicu:

a) vertikalnu frekvenciju

b) frekvenciju osvježavanja slikovnih elemenata

c) kolika je potrebna pojasna propusnost prema memoriji (engl. memory bandwidth) ako se svaki slikovni element prikazuje s 4 bajta (crveni, zeleni, plavi i alfa kanal), memorija je dvo-pristupna (z-spremnik se ne koristi)?

a) $f_H = 75\ kHz$

$BRY = 768$

$f_v = ?$

$$f_v = \frac{f_H}{BRY} = \frac{75 \cdot 10^3}{768} = 97.65\ Hz$$

b)

$f_o = BRX \cdot BRY \cdot f_v$

$f_o = 1024 \cdot 768 \cdot 97.65 = 76.8\ MHz$

c)

$br\_bajtova = 4\ (R, G, B, \alpha) \cdot 2\ (dva\ pristupa) = 8$

$PP = BRX \cdot BRY \cdot br\_bajtova \cdot 60 fps$

$PP = 1024 \cdot 768 \cdot 8 \cdot 60$

$PP = 377.5\ MB/s$

8. Matrično opisati 2D transformacije pomaka, rotacije, skaliranja i smika. U što se preslika linija određena točkama u radnom prostoru $V_1=(10,10)$ i $V_2=(35,20)$ ako je translatiramo za $\Delta x=5$ i rotiramo za kut $\varphi=30^\circ$ oko ishodišta. Homogena koordinata je h=1.

- translacija:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \Delta x & \Delta y & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 5 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- rotacija:

$$R = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos 30^\circ & \sin 30^\circ & 0 \\ -\sin 30^\circ & \cos 30^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$V_1 \cdot T = [10 \quad 10 \quad 1] \cdot T = [15 \quad 10 \quad 1]$$

$$V_2 \cdot T = [35 \quad 20 \quad 1] \cdot T = [40 \quad 20 \quad 1]$$

$$[15 \quad 10 \quad 1] \cdot R = \left[15 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 5 \quad \frac{15}{2} + 5\sqrt{3} \quad 1\right]$$

$$[40 \quad 20 \quad 1] \cdot R = \left[20\sqrt{3} - 10 \quad 20 + 10\sqrt{3} \quad 1\right]$$

9. Zadan je pravac točkama u homogenom prostoru $V_0=(2,1,0,3)$ i $V_1=(1,0,2,4)$ i ravnina $R=(1,1,1,1)^T$. Odrediti da li pravac probada ravninu i ako probada, u kojoj točki?

$V = (V_1 - V_0)t + V_0$

$V = (-1, -1, 2, 1)\cdot t + (2, 1, 0, 3)$

$V = (-t, -t, 2t, t) + (2, 1, 0, 3)$

$V = (2-t, 1-t, 2t, t+3)$

- da bi točka bila na ravnini, mora zadovoljavati jednadžbu $V \cdot R = 0$

$$\begin{bmatrix} 2-t & 1-t & 2t & t+3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0$$

$2 - \cancel{t} + 1 - \cancel{t} + \cancel{2}t + t + 3 = 0$

$t + 6 = 0$

$t = -6$

- pravac probada ravninu u točki:

$V = (2-(-6), 1-(-6), 2\cdot(-6), -6+3)$

$V = (8, 7, -12, -3)$

10. Zadana su dva 2D pravca u parametarskom obliku. Odrediti njihovo sjecište.

G1 = [t 1] $\begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

G2 = [t 1] $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

1) $-t_1 - 2 = 2t_2 + 1$

2) $2t_1 + 1 = t_2 + 2 \Rightarrow t_2 = 2t_1 - 1$

3) $1 = 1$

1) $-t_1 - 2 = 2(2t_1 - 1) + 1$

$-t_1 - 2 = 4t_1 - 2 + 1$

$-5t_1 = 1$

$t_1 = -\frac{1}{5}$

$t_2 = 2 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) - 1$

$t_2 = -\frac{2}{5} - 1$

$t_2 = -\frac{7}{5}$

– sjecište

1) $2t_2 + 1 = -\frac{14}{5} + 1 = -\frac{9}{5}$

2) $t_2 + 2 = -\frac{7}{5} + 2 = \frac{3}{5}$

3) 1

$T_p = \begin{bmatrix} -\frac{9}{5} & \frac{3}{5} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 & 3 & 5 \end{bmatrix}$

11. Odrediti sve moguće vrijednosti a, b, c tako da matrica predstavlja isključivo rotaciju u 2D prostoru. Koji su pripadni kutevi rotacije φ? (paziti na homogenu koordinatu)

$$M = \begin{bmatrix} a & b & 0 \\ -1 & c & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$M = 2 \cdot \begin{bmatrix} \frac{a}{2} & \frac{b}{2} & 0 \\ \frac{-1}{2} & \frac{c}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad M = \begin{bmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi & 0 \\ -\sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$-\sin\varphi = -\frac{1}{2} \Rightarrow \sin\varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow \varphi_1 = 30^\circ, \ \varphi_2 = 150^\circ$$

1. slučaj

$b = 1$

$$\frac{a}{2} = \frac{c}{2} = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$a = c = \sqrt{3}$

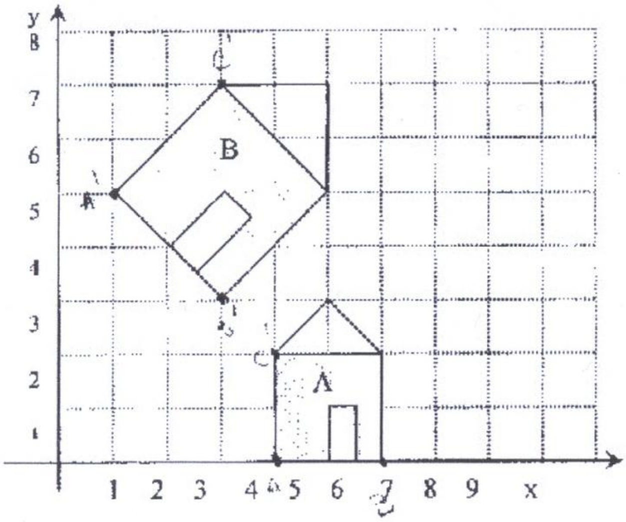
2. slučaj

$b = 1$

$$\frac{a}{2} = \frac{c}{2} = \cos 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$a = c = -\sqrt{3}$

12. Zadan je objekt A i pripadni transformirani objekt B na slici. Odrediti niz elementarnih transformacijskih matrica 3x3 (translacija, rotacija, skaliranje, smik) i ukupnu matricu transformacije koja transformira vrhove objekta A u vrhove objekta B.



- translacija za (0,0):

$$M_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- skaliranje za $\sqrt{2}$:

$$M_2 = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- rotacija za $-45°$:

$$M_3 = \begin{bmatrix} \cos 45° & -\sin 45° & 0 \\ \sin 45° & \cos 45° & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- translacija za (1,5):

$$M_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$M_1 \cdot M_2 = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \\ -4\sqrt{2} & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot M_3 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 1 \end{bmatrix} \cdot M_4 = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -3 & 9 & 1 \end{bmatrix}$$

13. Zadane su dvije ravnine R1=[-8, -10, -8, -9]^T i R2=[3, 4, 3, 2]^T. Odrediti presjecište ravnina. Rezultat upisati kao parametarsku jednadžbu pravca. Parametarski oblik pravca izgleda ovako: $[X,Y,Z]^T=\lambda[A,B,C]^T + [X_0,Y_0,Z_0]^T$.

A	B	C	X_0	Y_0	Z_0
-1	0	1	-8	5.5	0

R1 ... $-8X - 10Y - 8Z - 9 = 0$

R2 ... $3X + 4Y + 3Z + 2 = 0$

$-8X - 10Y = 8Z + 9$
$3X + 4Y = -3Z - 2 \quad / \cdot \frac{5}{2}$

$-8X - 10Y = 8Z + 9$
$\frac{15}{2}X + 10Y = -\frac{15}{2}Z - 5 \quad / +$

$-\frac{X}{2} = Z + 4 \quad / \cdot (-2)$

$X = -Z - 8$

$-8X - 10Y = 8Z + 9$
$3X + 4Y = -3Z - 2 \quad / \cdot \frac{8}{3}$

$-8X - 10Y = 8Z + 9$
$8X + \frac{32}{3}Y = -8Z - \frac{16}{3} \quad / +$

$\frac{2}{3}Y = \frac{11}{3}$

$Y = \frac{11}{2}$

$X = -R - 8$
$Y = \frac{11}{2}$
$Z = R$

- slobodni članovi su koeficijenti točke
- R članovi su koeficijenti vektora smjera

$T = (-8, \frac{11}{2}, 0)$

$c = -i + 0 \cdot j + k$

14. Zadana je ravnina točkama $V_0=(1,3,-2)$, $V_1=(2,4,7)$, $V_2=(4,-5,3)$. Odrediti odnos točke zadane u radnom prostoru koordinatama $V_3=(3,2,4)$ i navedene ravnine, uz pretpostavku da normala na ravninu ima negativnu z-koordinatu.

$$n = (V_1 - V_0) \times (V_2 - V_0) = (1 \quad 1 \quad 9) \times (3 \quad -8 \quad 5)$$

$$n = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & 9 \\ 3 & -8 & 5 \end{vmatrix} = i(5+72) - j(5-27) + k(-8-3)$$

$$n = 77i + 22j - 11k = 7i + 2j - k$$

$$Ax + By + Cz + D = 0$$

$$7x + 2y - z + D = 0$$

- uvrstimo $V_0(1,3,-2)$

$$7 \cdot 1 + 2 \cdot 3 - (-2) + D = 0$$

$$7 + 6 + 2 = D$$

$$D = -15$$

$$V \cdot R = [3 \quad 2 \quad 4 \quad 1] \cdot \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \\ -1 \\ -15 \end{bmatrix} = 21 + 4 - 4 - 15 = 6 > 0$$

Točka V_3 je iznad ravnine!

15. Zadan je pravac G1=[-1 … 4 … -10]^T i točka X=[3 … 2 … 1]. Treba odrediti udaljenost točke do pravca.

$-x + 4y - 10 = 0$

$x = 4y - 10$

$x = 4 \cdot \frac{54}{17} - 10$

$\boxed{x = \frac{46}{17}}$

$d^2 = (x-3)^2 + (y-2)^2$

$d^2 = (4y-10-3)^2 + (y-2)^2$

$d^2 = (4y-13)^2 + (y-2)^2 \quad /'$

$0 = 2(4y-13)\cdot 4 + 2(y-2)$

$0 = 32y - 104 + 2y - 4$

$34y = 108$

$\boxed{y = \frac{54}{17}}$

$d = \sqrt{(x-3)^2 + (y-2)^2}$

$d = \sqrt{0.087 + 1.384}$

$d = 1.213$

16. Zadana su dva pravca, potrebno je naći sjecište!

P1 = [4 ... 2 ... 0 ; 6 ... 2 ... 1]

P2 = 2x + 5y + 2 = 0

P1 ... $2x - 4y - 4 = 0$

$2x - 4y - 4 = 0 \quad /\cdot(-1)$

$2x + 5y + 2 = 0$

$-2x + 4y + 4 = 0$

$2x + 5y + 2 = 0 \quad / +$

$9y = -6$

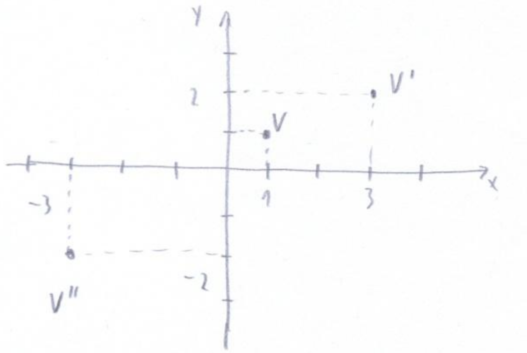
$\boxed{y = -\frac{2}{3}}$

$2x + 4 \cdot \frac{2}{3} - 4 = 0$

$2x = \frac{4}{3}$

$\boxed{x = \frac{2}{3}}$

17. Zadana je točka V(1,1). U koju će se točku ta točka preslikati ako se nad njom izvrše sljedeće transformacije: translacija x-koordinate za 2, translacija y-koordinate za 1 te rotacija za 180° ?



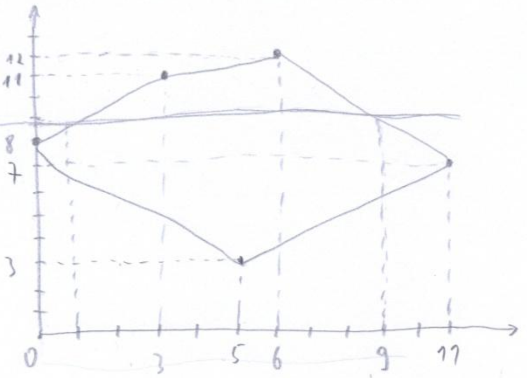
- translacija:

V(1,1) → V'(3,2)

- rotacija

V'(3,2) → V''(-3,-2)

18. Zadan je poligon s koordinatama: V1(0,8), V2(3,11), V3(6,12), V4(11,7), V5(5,3). Potrebno je odrediti broj lijevih bridova n1, broj desnih bridova n2 te L i D (uzmemo da je y=9). Izračunati n2 - n1 + D - L .

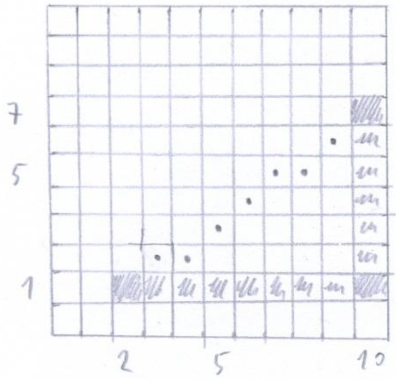


$n_1 = 3$ $\quad L = 1$

$n_2 = 2$ $\quad D = 9$

$n_2 - n_1 + D - L = 2 - 3 + 9 - 1 = 7$

19. Bresenhamovim algoritmom nacrtati trokut koji ima vrhove: V1(2,1), V2(10,1) i V3(10,7). Ako su stranice trokuta crni pikseli koliko ima bijelih piksela unutar trokuta? $D > 0$



$x_0 = 2 \quad x_1 = 10 \quad dx = 8$

$y_0 = 1 \quad y_1 = 7 \quad dy = 6$

$dD = \frac{dy}{dx} = \boxed{0.75}$

$D = dD - 0.5 = \boxed{0.25}$

$x = x_0 = 2 \quad y = y_0 = 1$

$x = 2,\ y = 1$	$x = 3,\ y = 2$	$x = 4,\ y = 2$	$x = 5,\ y = 3$
$y = 2$	crtaj (3,2)	crtaj (4,2)	crtaj (5,3)
$D = -0.75$	$D = 0.75$	$y = 3$	$y = 4$
$D = 0$		$D = -0.25$	$D = -0.5$
		$D = 0.5$	$D = 0.25$

$x = 6,\ y = 4$	$x = 7,\ y = 5$	$x = 8,\ y = 5$	$x = 9,\ y = 6$
crtaj (6,4)	crtaj (7,5)	crtaj (8,5)	crtaj (9,6)
$y = 5$	$D = 0.75$	$y = 6$	$y = 7$
$D = -0.75$		$D = -0.25$	$D = -0.5$
$D = 0$		$D = 0.5$	$D = 0.25$

$\boxed{\text{13 BIJELIH PIKSELA}}$

20. Zadane su dvije ravnine $R1=[4, 3, 6, -7]^T$ i $R2=[-1, -10, -6, -10]^T$. Odrediti presjecište ravnina. Rezultat upisati kao parametarsku jednadžbu pravca. Parametarski oblik pravca izgleda ovako: $[X,Y,Z]^T=\lambda[A,B,C]^T + [X_0,Y_0,Z_0]^T$.

A	B	C	X_0	Y_0	Z_0
-42	-18	37	2.7	-1.27	0

R1 ... $4X+3Y+6Z-7=0$

R2 ... $-X-10Y-6Z-10=0 \;/\cdot 4$

$4X+3Y+6Z-7=0$

$-4X-40Y-24Z-40=0 \;/+$

$-37Y-18Z-47=0$

$$Y=-\frac{18}{37}Z-\frac{47}{37}$$

$4X+3Y+6Z-7=0 \;/\cdot\frac{10}{3}$

$-X-10Y-6Z-10=0$

$\frac{40}{3}X+10Y+\frac{60}{3}Z-\frac{70}{3}=0 \;/+$

$-X-10Y-6Z-10=0$

$\frac{37}{3}X+\frac{42}{3}Z-\frac{100}{3}=0$

$$X=-\frac{42}{37}Z+\frac{100}{37}$$

$$T=\left(\frac{100}{37}, -\frac{47}{37}, 0\right)$$

$c=-42i-18z+37k$

21. Kolika je povrsina trokuta omedenog tockama: t1=(4, 5, 5) t2=(7,7,8) t3=(16, 16, 6)?

$V_0 = (4,5,5)$

$V_1 = (7,7,8)$

$V_2 = (16,16,6)$

$P_\Delta = ?$

$$P_\Delta = \frac{1}{2} \| (V_1 - V_0) \times (V_2 - V_0) \|$$

$$V_1 - V_0 = [3, 2, 3]$$

$$V_2 - V_0 = [12, 11, 1]$$

$$P_\Delta = \frac{1}{2} \cdot \left\| \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & 2 & 3 \\ 12 & 11 & 1 \end{vmatrix} \right\|$$

$$P_\Delta = \frac{1}{2} \| i(2-33) - j(3-36) + k(33-24) \|$$

$$P_\Delta = \frac{1}{2} \cdot \| -31i + 33j + 9k \|$$

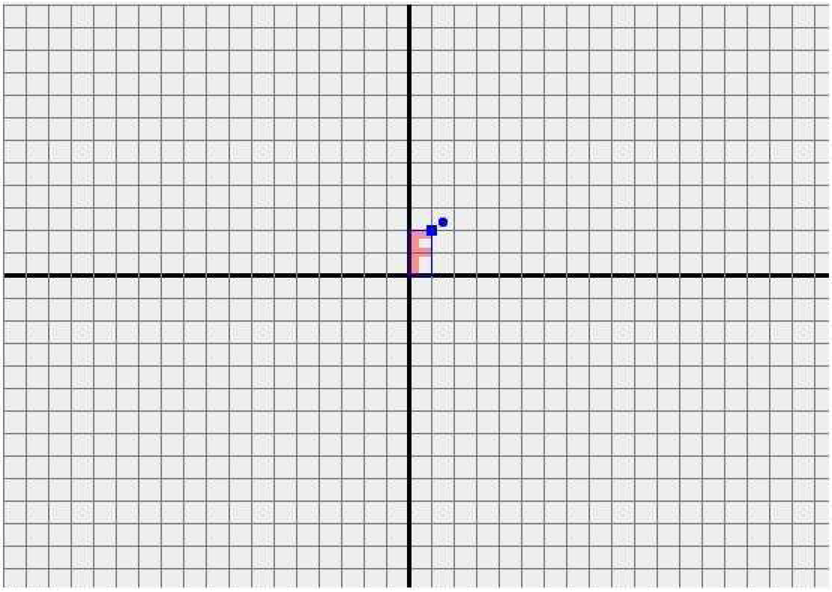
$$P_\Delta = \frac{1}{2} \sqrt{(-31)^2 + 33^2 + 9^2}$$

$$P_\Delta = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2131}$$

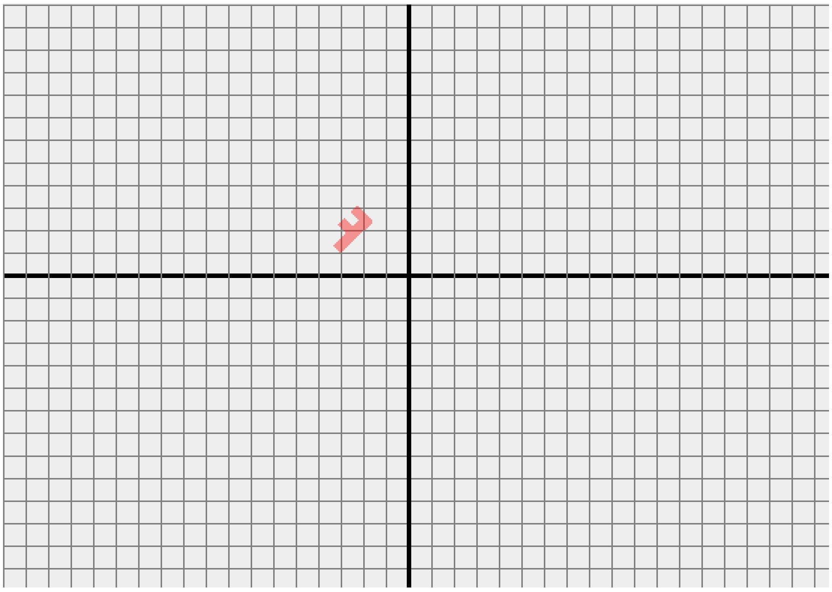
$$P_\Delta = 23.08$$

22. Zadane su Afine transformacije M1, M2 i M3. Provedite transformacije nad prikazanim tijelom.

$$M1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad M2 = \begin{bmatrix} \cos(135°) & \sin(135°) & 0 \\ -\sin(135°) & \cos(135°) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad M3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$



Nakon transformacija:



23. U dvostruki spremnik upisuju se okviri za koje je potrebno vrijeme t1=17ms, t2=17ms, t3=17ms, t4=13ms. Nakon toga se sekvenca t1-t4 periodički ponavlja. Osvježavanje se obavlja frekvencijom 100.0 Hz. U trenutku t0 u spremnik 0 već je upisan nulti okvir. Nacrtati oba spremnika za jedan ciklus t1 – t4 (faze upiši/prikaži):

a) ako ne postoji sinkronizacija

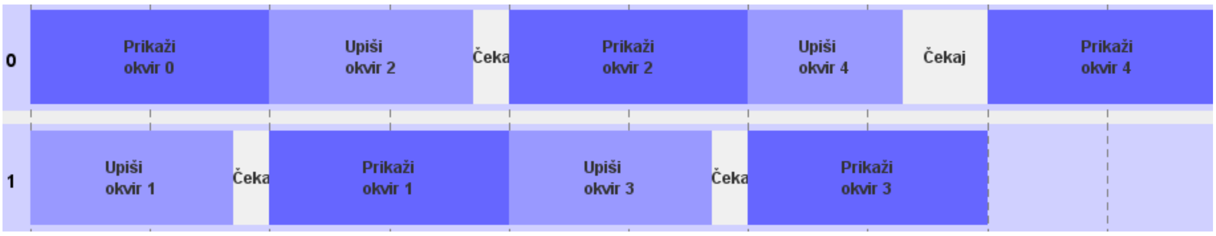
b) ako postoji sinkronizacija s frekvencijom osvježavanja

<u>bez sinkronizacije:</u>

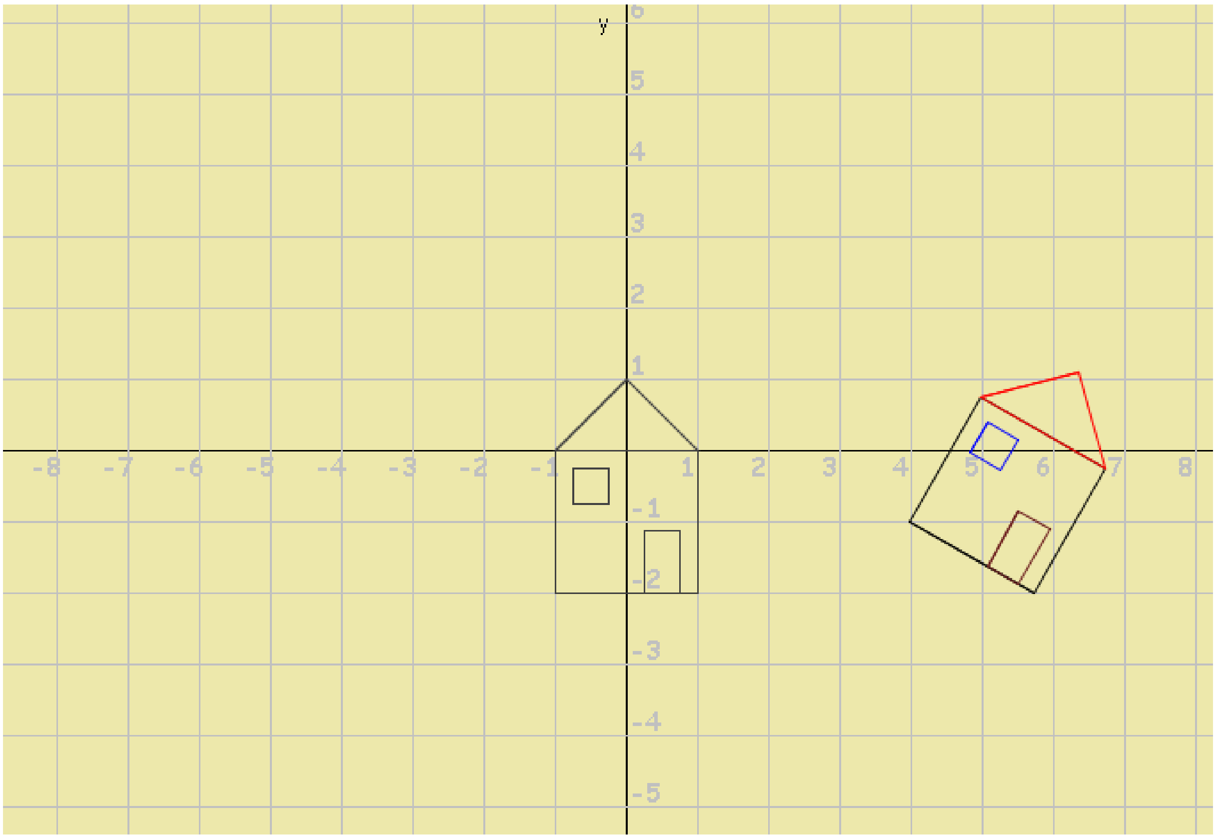
- frekvencija osvježavanja se uopće ne gleda, idući okvir se prikazuje čim je potpuno upisan,a dotle se prikazuje prošli okvir

<u>sa sinkronizacijom:</u>

- gleda se frekvencija osvježavanja, upisani okvir čeka idući period kako bi se mogao prikazati (T=10 ms)

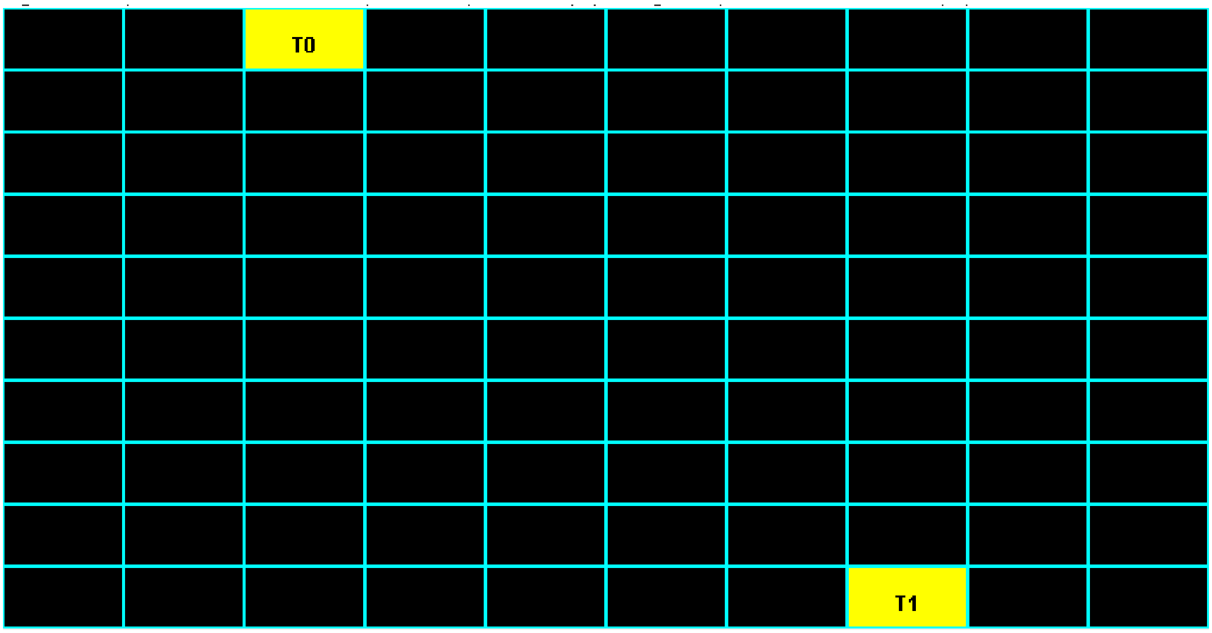


24. Odredite koje su transformacije obavljene i u tablicu upišite parametre tih transformacija. Originalni objekt iscrtan je crnom bojom, a objekt dobiven transformacijama kombinacijom boja. U slučaju rotacije, kut upisivati u treći stupac tablice, a četvrti ostaviti prazan.

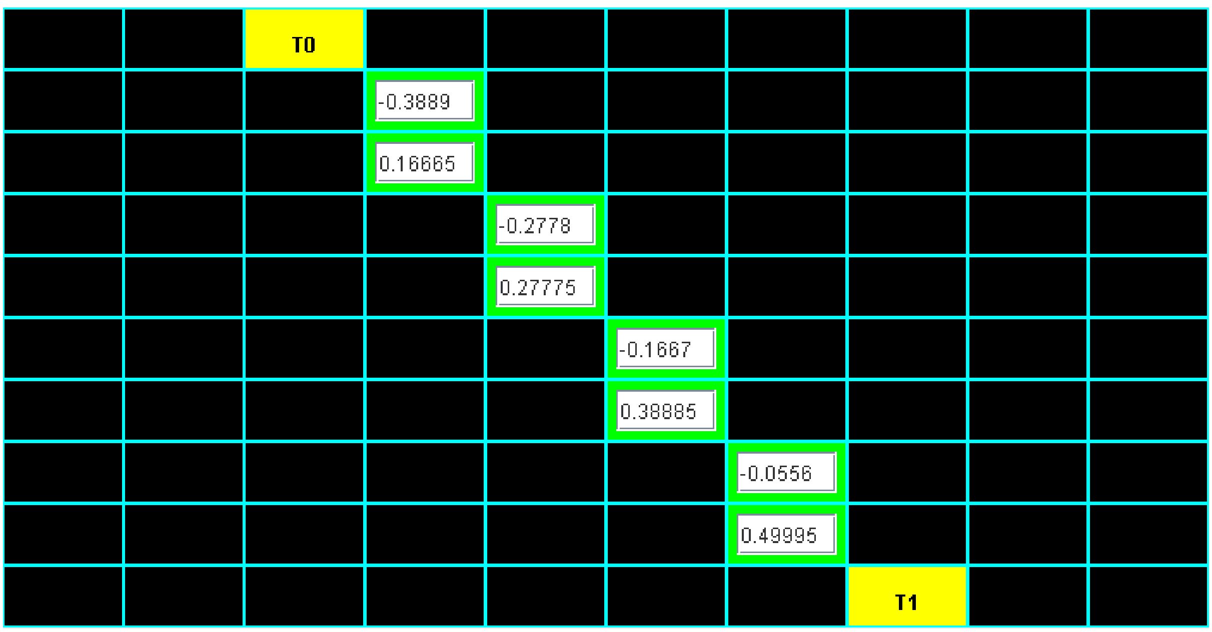


Redni broj	Transformacija	Faktor za x os	Faktor za y os
1.	Translacija	1.0	2.0
2.	Rotacija	-30	
3.	Translacija	4.0	-1.0

25. Bresenhamovim algoritmom nacrtati liniju na rasteru između zadanih točaka T0 i T1. U kućice upisati vrijednost parametra D iz algoritma. Vrijednost u kućici mora biti jednaka vrijednosti D prije "IF" grananja. Podatke za T0 i T1 nije potrebno unositi.

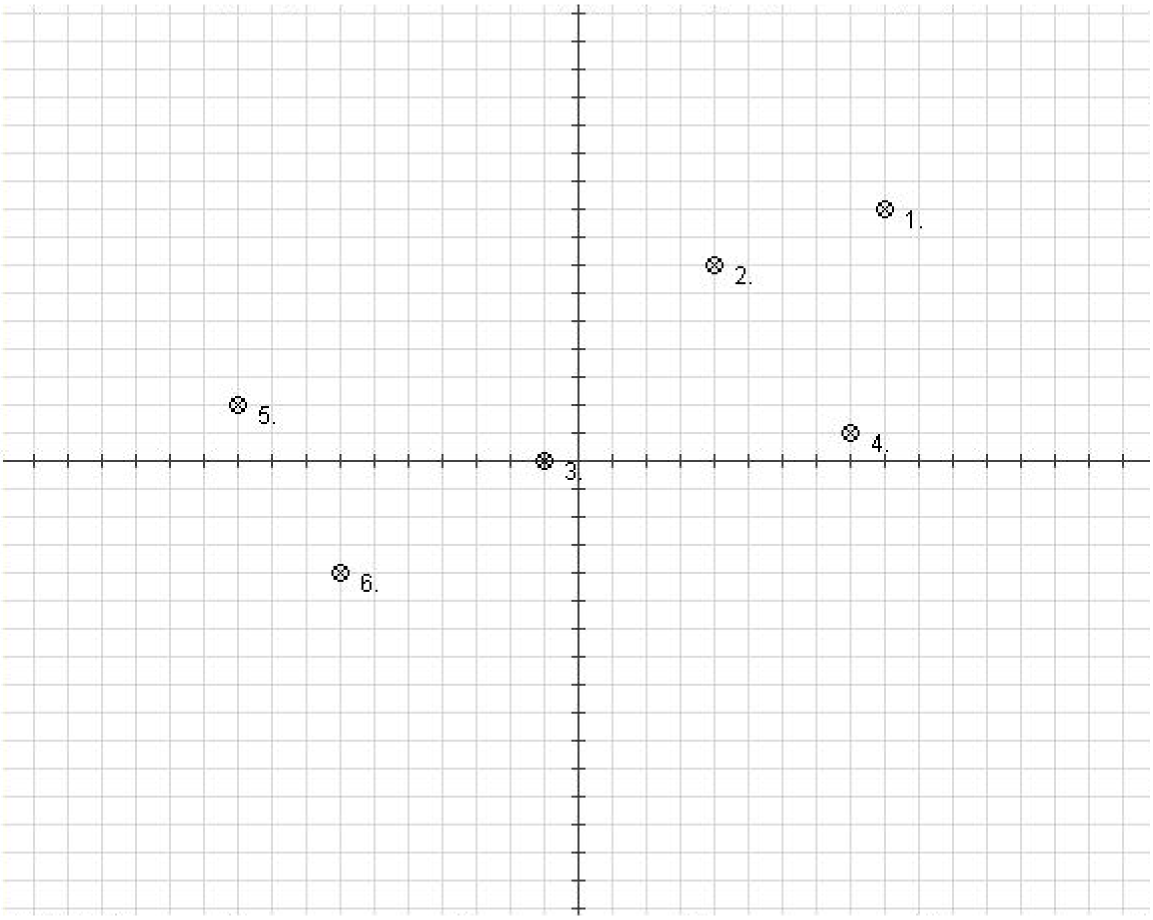


Rješenje:



26. Za zadane točke nacrtajte poligon čiji će bridovi zadovoljavati uvjete navedene u tablici. Prikazane točke ne pripadaju poligonu (nisu vrhovi poligona i ne leže na bridovima poligona).

Točka	X	Y
1	9.0	9.0
2	4.0	7.0
3	-1.0	0.0
4	8.0	1.0
5	-10.0	2.0
6	-7.0	-4.0



Brid \ Točka	1	2	3	4	5	6
a	IZNAD	IZNAD	IZNAD	IZNAD	IZNAD	IZNAD
b	ISPOD	ISPOD	IZNAD	ISPOD	IZNAD	IZNAD
c	ISPOD	ISPOD	IZNAD	IZNAD	IZNAD	IZNAD
d	IZNAD	IZNAD	IZNAD	IZNAD	ISPOD	IZNAD
e	IZNAD	IZNAD	IZNAD	IZNAD	IZNAD	IZNAD

Rješenje: