

**Rjesenje simplex s auditornih (predavanja - Primjer 11) uz pomoc dualne simplex metode ☺**  
**by mama**

**RJESENJE I OBJASNJENJE ZADATKA S AUDITORNIH(na satu):**

$$\begin{aligned}\min(z) &= 8x_1 + 6x_2 \\ 10x_1 + 8x_2 &\geq 20 \\ 6x_1 + 12x_2 &\geq 16 \\ x_1, x_2 &\geq 0\end{aligned}$$

sad jednadžbe ograničenja izjednacimo sa desnom stranom:

$$\begin{aligned}10x_1 + 8x_2 - x_3 &= 20 \\ 6x_1 + 12x_2 - x_4 &= 16, \\ \text{gdje su } x_1, x_2, x_3, x_4 &\geq 0\end{aligned}$$

posto nevidimo bazicne varijable (+1x<sub>n</sub>), napravimo ih tako da dobivene jednadbe pomnožimo s -1 a z maximizirajmo:

$$\begin{aligned}\max(z') &= -z = -8x_1 - 6x_2 \rightarrow z' + 8x_1 + 6x_2 = 0 \\ -10x_1 - 8x_2 + x_3 &= -20 \\ -6x_1 - 12x_2 + x_4 &= -16, \\ \text{gdje su } x_1, x_2, x_3, x_4 &\geq 0\end{aligned}$$

**1. ITERACIJA**

e sad kad smo dobili bazicne varijable i maximizirali z uvrstimo jednadzbe u tablicu:

baza	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	desna strana
z'	8	6	0	0	0
x <sub>3</sub>	-10	-8	1	0	-20
x <sub>4</sub>	-6	-12	0	1	-16

U tablici vidimo da sa desne strane imamo -20 i -16, sto je nemoguće rjesenje jer bazicne varijable ne smiju biti negativne! Zbog toga idemo rjesenje napraviti mogucim na nacin da s desne strane nemamo negativnih vrijednosti (osim u retku funkcije cilja z').

Koraci iteracije:

1. izbor izlazne bazicne varijable takve da se umanju prekoracenje dopustenih granica.
2. izbor ulazne nebazicne varijable takve da ima negativni koeficijent u retku izlazne bazicne varijable (nuzni uvjet), te da svojim jedinичnim prirastom najmanje pokvari funkciju cilja, tj. da zadrži zadovoljenima uvjete optimalnosti.

->Prvi korak iteracije bi se mogao objasniti ovako:

uzimamo redak koji nasem nemogucem rjesenju pridonosi najviše, a to je onaj negativniji (-20), znaci uzimamo redak gdje je x<sub>3</sub>, sto znaci da je x<sub>3</sub> nasa izlazna bazicna varijabla.

Pa oznacimo prvi korak u tablici:

baza	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	desna strana
z'	8	6	0	0	0
x <sub>3</sub>	-10	-8	1	0	-20
x <sub>4</sub>	-6	-12	0	1	-16

->Drugi korak iteracije:

za ulaznu nebazicnu varijablu odabrat cemo onu koja ima po **apsolutnoj vrijednosti** manji kvocijent koeficijenta iz funkcije cilja i **negativnog** koeficijenta u retku izlazne bazicne varijable (u nasem slucaju  $x_3$ ).

Pokusajmo rijesiti drugi korak:  $x_1 > 8/10$ ,  $x_2 > 6/8$ . Manji kvocijent ima  $x_2$ , pa ce  $x_2$  biti nasa ulazna bazicna varijabla. Oznacimo to u tablici:

baza	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	desna strana
$z'$	8	6	0	0	0
$x_3$	-10	-8	1	0	-20
$x_4$	-6	-12	0	1	-16

Sad rjesimo problem tako da u crveno oznacenoj celiji bude 1, a ispod i iznad 0. Napraviti cemo tako da redak podijelimo sa -8.

baza	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	desna strana
$z'$					
$x_2$	5/4	1	-1/8	0	5/2
$x_4$					

Sad novodobiveni drugi redak pomnozimo s -6 i oduzmomo ga od prvog retka tako da dobijemo iznad 0:

baza	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	desna strana
$z'$	1/2	0	3/4	0	-15
$x_2$	5/4	1	-1/8	0	5/2
$x_4$					

I za kraj drugi redak pomnozimo s -12 i oduzmimo ga od zadnjeg retka tako da 0 dobijemo ispod:

baza	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	desna strana
$z'$	1/2	0	3/4	0	-15
$x_2$	5/4	1	-1/8	0	5/2
$x_4$	9	0	-3/2	1	14

I to je nase rjesenje. Rjesenje se moze isticati kada nemamo negativnih varijabli desno, nemamo negativnih koeficijenata u f cilja.

Pa isticajmo rjesenja (gledamo varijable u prvom stupcu i njihove vrijednosti u zadnjem stupcu, kojih nema one su =0):

$$x_1=0$$

$$x_2=5/2$$

$$x_3=0$$

$$x_4=14$$

$$z=-15$$

### **POKRACENO RJESENJE (s auditornih na materijalima):**

E amo sad to rijesiti tako da u pocetku pokratimo jednadbe sa 2:

$$\min(z)=8x_1 + 6x_2$$

$$10x_1 + 8x_2 \geq 20/:2 \rightarrow 5x_1 + 4x_2 \geq 10$$

$$6x_1 + 12x_2 \geq 16/:2 \rightarrow 3x_1 + 6x_2 \geq 8$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

sad jednadžbe ograničenja izjednacimo sa desnom stranom:

$$5x_1 + 4x_2 - x_3 = 10$$

$$3x_1 + 6x_2 - x_4 = 8,$$

gdje su  $x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$

pomnožimo ih s -1 i z maximizirajmo:

$$\max(z') = -z = -8x_1 - 6x_2 \rightarrow z' + 8x_1 + 6x_2 = 0$$

$$-5x_1 - 4x_2 + x_3 = -10$$

$$-3x_1 - 6x_2 + x_4 = -8$$

Uvrstimo to u tablicu i rjesimo po koracima dual-simplexa:

Iteracija	baza	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	desna strana
1	$z'$	8	6	0	0	0
	$x_3$	-5	-4	1	0	-10
	$x_4$	-3	-6	0	1	-8
2	$z'$	1/2	0	3/2	0	-15
	$x_2$	5/4	1	-1/4	0	5/2
	$x_4$	9/2	0	-3/2	1	7

Sada iscitajmo rjesenja iz tablice:

$$x_1=0$$

$$x_2=5/2$$

$$x_3=0$$

$$x_4=7$$

$$z=-15$$

Dualni simplex je objasnjen u Kalpićevoj knjizi Operacijska istraživanja. Knjiga je dostupna na materijalima, a objasnjenje metode pocinje na stranici 38 (2.1.9. Dualnost). Do stranice 41 je teorija, a na stranici 41 (2.1.9.1. Dualna simpleksna metoda) pocinju primjeri.