

Završni ispit iz Uvoda u umjetnu inteligenciju (2020./2021.)

– NEKORIGIRANA VERZIJA –

*Ispit se sastoji od **20 pitanja** i ukupno nosi **20 bodova**. Točan odgovor nosi 1 bod a netočan -1/3 boda. Trajanje ispita je **150 minuta**. Primjerak ispita trebate predati zajedno sa svojim rješenjima.*

1. Modeliranje neizvjesnosti (5 pitanja)

1 (T) Neizrazita logika temelji se na teoriji neizrazitih skupova. **Koja je točno veza između neizrazite logike i neizrazitih skupova?**

- A Disjunkcija neizrazitih skupova P i Q jednaka je neizrazitom skupu sa $\mu(x) = \max(\mu_P(x), \mu_Q(x))$
- B Stupanj istinitosti atoma $P(x)$ jednak je $\mu_P(x)$, tj. stupnju pripadnosti elementa x neizrazitom skupu P
- C Atom $P(x)$ istinit je za one i samo one elemente za koje $\mu(x) \geq 0.5$
- D Vrijednost $\mu(x)$ je donja ograda vjerojatnosti da je atom $P(X)$ istinit

2 (T) Bayesovo pravilo omogućava nam da na temelju opaženog dokaza E zaključimo o vjerojatnosti hipoteze H. Iz perspektive logike, takvo zaključivanje odgovara pravilu abdukcije. **Kojem dijelu pravila abdukcije odgovara uvjetna vjerojatnost $P(E|H)$ iz Bayesovog pravila?**

A Implikaciji $E \to H$ B Činjenici E C Implikaciji $H \to E$ D Činjenici H

3 (R) Razvijamo sustav neizrazitog zaključivanja za modeliranje dinamike fluida. Razmatramo odnos tlaka, temperature i volumena fluida. Definirali smo univerzalne skupove $P = \{100, 200, 300, 400, 500\}$ za tlak (u Pascalima), $T = \{-100, -50, 0, 50, 100\}$ za temperaturu (u Kelvinima) i $V = \{0, 5, 10, 15, 20, 25\}$ za volumen (kubni metar po molu). Nad tim smo skupovima definirali neizrazite skupove *visok tlak* kao $P_v = \{0.1/200, 0.3/300, 0.6/400, 1/500\}$, skup *visoka temperatura* kao $T_v = \{0.2/0, 0.5/50, 0.8/100\}$, i skup *malen volumen* kao $V_m = \{1/5, 0.5/10, 0.3/15\}$. Definirali smo i dva pravila (implikacije), $P_v \to V_m$ i $T_v \to P_v$, modelirana kao neizrazite relacije. Zanima nas koliko je malen volumen fluida ako je temperatura fluida vrlo visoka, tj. želimo izvesti neizraziti skup V'_m ako je premisa neizraziti skup $T'_v = vrlo(T_v)$. To možemo izračunati primjenom Zadehovog modifikatora intenzifikacije te uzastopnom primjenom generaliziranog modusa ponensa. **Kako glasi neizraziti skup V'_m koji dobivamo takvim neizrazitim zaključivanjem**?

A $\{0.6/5, 0.3/10, 0.1/15\}$ C $\{0.64/5, 0.5/10, 0.3/15\}$
B $\{0.64/5, 0.5/10, 0.1/15\}$ D $\{0.6/5, 0.3/10, 0.3/15\}$

4 (P) Primjenom standardnih (Zadehovih) neizrazitih operacija i jezičnih modifikatora konstruirali smo neizraziti skup *vrlo jak klokan.* Klokan Roger, najjači australski klokan, koji je od starosti preminuo 2018. godine, tom skupu pripada sa $\mu = 0.9$. Primjenom istih operatora i modifikatora konstruirali smo neizraziti skup *ne jak klokan.* **Koja je pripadnost klokana Rogera tom neizrazitom skupu?**

A $1 - 0.9^2$ B $\sqrt{1 - 0.9^2}$ C $1 - \sqrt{0.9}$ D $(1 - 0.9)^2$

5 (P) Za zaključivanje u domeni pedijatrije koristimo Bayesovo pravilo. Znamo da je vjerojatnost nastupanja osipa ako dijete ima šarlah deset puta veća nego vjerojatnost nastupanja osipa ako dijete nema šarlah. Također znamo da je vjerojatnost šarlaha ako dijete ima osip barem dva puta veća nego vjerojatnost šarlaha prije opažanja osipa. **Kolika je vjerojatnost P šarlaha prije opažanja osipa?**

A $P \leq 4/9$ B $1/2 \leq P \leq 2/3$ C $P \geq 1/6$ D $P = 4/5$

2. Strojno učenje (5 pitanja)

6 (T) Razvijamo model strojnog učenja za predviđanje broja gledatelja na kinoprojekcijama. U obzir smo uzeli tri značajke: dan u tjednu, žanr filma i cijena produkcije filma. **Koji bi algoritam strojnog učenja bilo prikladno upotrijebiti za ovaj poblem, i zašto?**

- A Naivan Bayesov klasifikator, jer predviđamo diskretne vrijednosti (cijeli brojevi)
- B Neuronsku mrežu, jer je cijena produkcije filma brojčana značajka
- C Neuronsku mrežu, jer predviđamo brojčanu vrijednost
- D Stablo odluke, jer imamo tri značajke s podjednakom informacijskom dobiti

7 (T) Naivan Bayesov klasifikator nazivamo "naivnim" jer model pretpostavlja uvjetnu nezavisnost značajki x_j unutar klase y. Uz tu pretpostavku, izglednost klase $P(x_1, \ldots, x_n|y)$ možemo zamijeniti umnoškom $\prod_{j=1}^{n} P(x_j|y)$. **Koja je motivacija za uvođenje pretpostavke uvjetne nezavisnosti?**

- A Mogućnost korištenja značajki koje nisu binarne
- B Brža klasifikacija novih primjeraka
- C Sprječavanje podljeva pri množenju vjerojatnosti
- D Mogućnost generalizacije na neviđene primjerke

8 (R) Mali je Ivica svakog svakog ljeta u zadnjih sedam godina naučio jedan novi programski jezik. Svoja vrijedna iskustva sažeo je u listu *"Programski jezik koji mi se jako sviđa"*, gdje je svaki jezik opisao četirima značajkama, te je naznačio je li mu se dotični jezik svidio ($y = 1$) ili nije ($y = 0$). Ta lista izgleda ovako:

i	Evaluacija	Izvođenje	Paradigma	Provjera tipova	y
1	lijena	kompajler	imperativna	statička	0
2	striktna	interpreter	deklarativna	dinamička	0
3	lijena	kompajler	imperativna	dinamička	0
4	lijena	interpreter	hibridna	statička	1
5	striktna	interpreter	imperativna	statička	1
6	lijena	kompajler	hibridna	dinamička	1
7	striktna	kompajler	hibridna	dinamička	1

Ovog ljeta Mali Ivica želi puno jesti i spavati te opet naučiti novi programski jezik. U užem je izboru jezik $\mathbf{x}$ sa sljedećim karakteristikama: $\mathbf{x} = (\text{striktna}, \text{interpreter}, \text{hibridna}, \text{dinamička})$. Međutim, ovog bi puta Mali bi Ivica volio unaprijed znati hoće li mu se dotični programski jezik svidjeti, tako da ne gubi cijelo ljeto bezveze. Pomozite Malom Ivici te na gornji skup primjera primjenite naivan Bayesov klasifikator s Laplaceovim zaglađivanjem "dodaj jedan". **Koliko iznosi vjerojatnost da bi se Malom Ivici programski jezik x jako svidio?**

A 0.856 B 0.694 C 0.799 D 0.431

9 (R) Raspolažemo skupom primjera za *"Nezaboravno jadransko ljeto 2025., odmah nakon pandemije koronavirusa"*. Skup se sastoji od sljedećih primjera, svaki sa 4 značajke (Mjesto, Otok, Smještaj, Prijevoz) i ciljnom oznakom y:

i	Mjesto	Otok	Smještaj	Prijevoz	y
1	Istra	ne	privatni	avion	da
2	Dalmacija	da	hotel	auto	da
3	Istra	ne	privatni	auto	da
4	Dalmacija	da	hotel	bus	da
5	Kvarner	ne	kamp	bus	ne
6	Istra	da	hotel	avion	ne
7	Kvarner	ne	privatni	auto	ne

Primijenite na ovaj skup primjera algoritam ID3. U slučaju da je u nekom koraku više značajki ima jednaku vrijednost informacijske dobiti, izaberite koja je u tablici navedena prva (ona ljevija). **Kako izgleda dobiveno stablo odluke?**

- A Korijenski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.918
- B Korijenski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.251
- C Korijenski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Otok s informacijskom dobiti 0.918
- D Korijenski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Otok s informacijskom dobiti 0.251

10 (P) Radimo svoju implementaciju algoritma ID3. Kako bismo spriječili da se model prenauči, implementirali smo i podrezivanje stabla na dubini k. Nažalost, kod implementacije funkcije informacijske dobiti (IG) potkrala nam se mala pogreška: zaboravili smo negirati vrijednost pri izračunu entropije $E(D)$ skupa primjera D. Dakle, umjesto da izračunava $E(D)$, naša implementacija izračunava $-E(D)$. Neka je M_1^k stablo odluke koje dobivamo učenjem takvim pogrešno implementiranim algoritmom ID3, podrezano na neku konačnu dubinu k. Neka je M_2^k stablo koje bismo dobili da smo algoritam ID3 implementirali ispravno i naučeno stablo podrezali na neku konačnu dubinu k. Ako $k = \infty$, onda to znači da stablo ne podrezujemo. Neka je $E_u(M)$ pogreška učenja modela M, a $E_p(M)$ pogreška modela M na skupu za provjeru. **Što od sljedećeg možemo očekivati da vrijedi?**

A $E_p(M_1^\infty) = E_p(M_2^\infty)$ C $E_p(M_1^\infty) > E_p(M_2^\infty)$

B $E_p(M_1^k) = E_u(M_1^k)$ D $E_p(M_2^k) < E_u(M_2^k)$

3. Umjetne neuronske mreže (5 pitanja)

11 (R) Unaprijednu potpuno povezanu slojevitu neuronsku mrežu arhitekture $3 \times 2 \times 2$ sa sigmoidnim prijenosnim funkcijama učimo preslikavanje $R^3 \to R^2$, odnosno skup primjeraka za učenje sadrži zapise oblika $(x_1, x_2, x_3) \mapsto (y_1, y_2)$. Trenutačne vrijednosti težina su:

$$w_{0,1}^{(1)} = -1, w_{1,1}^{(1)} = 0.1, w_{2,1}^{(1)} = 1, w_{3,1}^{(1)} = 1, w_{0,2}^{(1)} = 0.5, w_{1,2}^{(1)} = 0.4, w_{2,2}^{(1)} = -2, w_{3,2}^{(1)} = 0.8,$$
$$w_{0,1}^{(2)} = -0.4, w_{1,1}^{(2)} = -2, w_{2,1}^{(2)} = 1, w_{0,2}^{(2)} = 0.4, w_{1,2}^{(2)} = 1, w_{2,2}^{(2)} = 0.3.$$

Primjerak koji trenutačno razmatramo je $(-0.2, 0.1, -0.2) \mapsto (1, 0)$. Učenje mreže provodi se postupkom propagacije pogreške unazad na temelju pojedinačnih primjeraka. Neka je iznos stope učenja jednak 10. Provedite postupak učenja za dani primjerak. **Koliko iznosi zbroj $w_{1,2}^{(1)} + w_{3,1}^{(1)}$ nakon provedenih korekcija?** (Odgovori su zaokruženi na četiri decimale.)

A 1.5116 B 1.3137 C 1.2627 D 1.3521

12 (R) Skup primjera za učenje $\{(x_2, x_1, y)\}$ je $\{(1, 1, -1), (2, 4, 1), (1, 2, -1), (3, 3, 1), (2, 1, -1), (4, 2, 1)\}$. Učenje se provodi uporabom perceptrona TLU s izlaznim vrijednostima -1 i 1 te stopom učenja $\eta = 1$. Početne vrijednosti težinskih faktora su $(w_2, w_1, w_0) = (1.3, -1.2, -10)$. Provedite postupak učenja Rosenblattovim algoritmom. **Koliko se puta tijekom učenja provode korekcije težina te koje su njihove konačne vrijednosti?**

A 4 puta, $(5.5, -1.5, 10)$ C 2 puta, $(3.3, 2.8, -10)$

B 2 puta, $(-1.1, 0.8, -6.9)$ D 3 puta, $(-5.2, 0.7, 1.2)$

13 (T) McCulloch-Pittsov model umjetnog neurona nastao je davne 1943. godine. **Što od sljedećega *nije* točno za McCulloch-Pitsov model**?

A Neuron nema memoriju, odnosno uvijek će za isti ulaz dati isti izlaz

B Tijelo neurona s ulaznim dendritima modelirano je težinskom sumom

C Funkcioniranje aksonskog vlakna modelirano je prijenosnom funkcijom

D Brzina širenja električkih impulsa modelirana je težinama

14 (T) Kroz povijest razvoja područja umjetne inteligencije izmjenjivali su se periodi snažnog razvoja te periodi stagnacije (tzv. "zime"). **Što je dovelo do okončanja zime umjetne inteligencije pretkraj 80-ih godina?**

A Otkriće Rosenblattovog algoritma učenja perceptrona

B Otkriće algoritma propagacije pogreške unatrag

C Dostupnost grafičkih kartica za ubrzavanje računanja

D Otkriće prijenosnih funkcija poput zglobnice

15 (P) Raspolažemo dvama skupovima primjeraka za učenje (iste su dimenzionalnosti ulaza) za binarni klasifikacijski problem. Kao klasifikator koristimo TLU-perceptron. Poznato je da nad oba skupa Rosenblattov algoritam uspješno dolazi do rješenja. Neka mu nad prvim skupom za to treba n_1 koraka, a nad drugim skupom n_2 koraka. Razmotrite sada treći skup primjeraka za učenje koji predstavlja uniju prethodnih dvaju. **Koliko će koraka trebati Rosenblattovu algoritmu da nauči ispravno klasificirati taj skup?**

A Nemamo garancije da će učenje biti uspješno
B n_1 ili n_2 koraka, ovisno o inicijalizaciji težina
C $max(n_1, n_2)$ koraka
D Minimalno n_1 koraka

4. Prirodom inspirirani optimizacijski algoritmi (5 pitanja)

16 (R) Uporabom mravlje kolonije traži se ciklus kroz graf. Poznati su sljedeći podatci: $\tau_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $\tau_{1,4} = 2$, $\tau_{1,6} = 0.5$, $\tau_{2,4} = \frac{1}{2}$, $\tau_{2,5} = \frac{1}{3}$, $\tau_{2,7} = 2$, $\tau_{3,5} = 1$, $\tau_{3,6} = 3$, $\tau_{3,7} = 10$, $\tau_{4,6} = 0.5$, $\tau_{5,7} = \sqrt{3}$, $\tau_{6,7} = 10\sqrt{2}$, $\eta_{1,2} = 3$, $\eta_{1,4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\eta_{1,6} = 2$, $\eta_{2,4} = 2\sqrt{2}$, $\eta_{2,5} = 3\sqrt{3}$, $\eta_{2,7} = 0.5$, $\eta_{3,5} = \sqrt{2}$, $\eta_{3,6} = 3\sqrt{3}$, $\eta_{3,7} = \frac{1}{2\sqrt{5}}$, $\eta_{4,6} = 0.5, \eta_{5,7} = 1$, $\eta_{6,7} = 0.1$. Također, sve dane vrijednosti su simetrične, tj. $\tau_{i,j} = \tau_{j,i}$ i $\eta_{i,j} = \eta_{j,i}$. Dodatno, $\alpha = 2$ i $\beta = 2$. Prvi mrav kreće iz čvora 1. Kada mrav treba donijeti vjerojatnosnu odluku, pretpostavite da će ishod slučajnog odabira odgovarati najvjerojatnijem. Ako iz nekog čvora mrav ne može dalje, konstrukcija ciklusa se prekida. Uz te pretpostavke odredite ciklus koji će taj mrav konstruirati. **Slijed od koja tri čvora je dio tog ciklusa?**

A 5, 7, 3 B 2, 4, 6 C Mrav neće uspjeti konstruirati ciklus D 5, 3, 6

17 (T) Problemi zadovoljavanja ograničenja (engl. *constraint satisfaction problem*, CSP) podskupina su problema pretraživanja prostora stanja. **Što je karakteristično za ovu vrstu problema?**

A Rješenje omogućava rekonstrukciju puta do početnog stanja

B Mogu se rješavati algoritmom A*, ali samo uz optimističnu heuristiku i skup posjećenih stanja

C Bitno nam je samo konačno stanje

D Ispitni predikat definiramo tako da uspoređuje stanje sa zadanim predloškom (kao kod slagalice)

18 (P) Ako kod algoritma Ant System postavimo τ_0 na vrijednost koja je puno manja od količine feromonskih tragova koju deponira jedan mrav, **što će biti posljedica?**

A algoritam će rapidno konvergirati prema globalnom optimumu

B algoritam će dugo vremena istraživati nasumične puteve, prije no što ga mravi uspiju fokusirati

C algoritam će izgubiti mogućnost istraživanja kvalitetnih rješenja

D isparavanje feromonskih tragova će biti preveliko

19 (R) Minimum funkcije $f(x, y, z) = |x+2| + |y-3| + |z+2| + xz$. pronalazi se genetskim algoritmom ostvarenim u obliku jednostavne troturnirske selekcije. Svaka varijabla je pri tome ostvarena s 2 bita te se pretražuje cjelobrojno područje: x iz intervala $[0, 3]$, a y i z iz intervala $[-1, 2]$. U kromosomu najprije dolaze bitovi od x, pa od y, pa od z. U jednom koraku odabrana su sljedeća tri kromosoma: $K_1 = \texttt{000101}$, $K_2 = \texttt{100001}$, $K_3 = \texttt{001011}$. Kao funkcija dobrote koristi se negirana funkcija f, dakle dobrota od (x, y, z) je jednaka $-f(x, y, z)$. Koristi se križanje s jednom točkom prijeloma na polovici kromosoma. **Izračunajte dobrotu djeteta koje će biti vraćeno u populaciju.** Pretpostavite da prilikom križanja mutacija uvijek promijeni zadnji bit kromosoma (onaj najdesniji). Ako operator križanja generira više djece, u populaciju će se vratiti najbolje od generirane djece.

A -9 B -7 C -1 D -4

20 (P) Genetskim algoritmom tražimo maksimum funkcije $f(x, y, z)$, koristeći binarnu reprezentaciju rješenja. Vrijednost svake od varijabli pretražuje se u intervalu $[-20, 10]$, pri čemu je potrebno osigurati da se to pretraživanje provodi barem s preciznošću 0.05. **Od koliko se *minimalno* bitova treba sastojati kromosom?**

A 27 B 28 C 9 D 30

Završni ispit iz Uvoda u umjetnu inteligenciju (2020./2021.)

– NEKORIGIRANA VERZIJA –

*Ispit se sastoji od **20 pitanja** i ukupno nosi **20 bodova**. Točan odgovor nosi 1 bod a netočan -1/3 boda. Trajanje ispita je **150 minuta**. Primjerak ispita trebate predati zajedno sa svojim rješenjima.*

1. Modeliranje neizvjesnosti (5 pitanja)

1 (T) Bayesovo pravilo omogućava nam da na temelju opaženog dokaza E zaključimo o vjerojatnosti hipoteze H. Iz perspektive logike, takvo zaključivanje odgovara pravilu abdukcije. **Kojem dijelu pravila abdukcije odgovara uvjetna vjerojatnost $P(E|H)$ iz Bayesovog pravila?**

[A] Implikaciji $H \rightarrow E$ [B] Činjenici E [C] Činjenici H [D] Implikaciji $E \rightarrow H$

2 (P) Primjenom standardnih (Zadehovih) neizrazitih operacija i jezičnih modifikatora konstruirali smo neizraziti skup *vrlo jak klokan.* Klokan Roger, najjači australski klokan, koji je od starosti preminuo 2018. godine, tom skupu pripada sa $\mu = 0.9$. Primjenom istih operatora i modifikatora konstruirali smo neizraziti skup *ne jak klokan.* **Koja je pripadnost klokana Rogera tom neizrazitom skupu?**

[A] $1 - 0.9^2$ [B] $(1 - 0.9)^2$ [C] $1 - \sqrt{0.9}$ [D] $\sqrt{1 - 0.9^2}$

3 (R) Razvijamo sustav neizrazitog zaključivanja za modeliranje dinamike fluida. Razmatramo odnos tlaka, temperature i volumena fluida. Definirali smo univerzalne skupove $P = \{100, 200, 300, 400, 500\}$ za tlak (u Pascalima), $T = \{-100, -50, 0, 50, 100\}$ za temperaturu (u Kelvinima) i $V = \{0, 5, 10, 15, 20, 25\}$ za volumen (kubni metar po molu). Nad tim smo skupovima definirali neizrazite skupove *visok tlak* kao $P_v = \{0.1/200, 0.3/300, 0.6/400, 1/500\}$, skup *visoka temperatura* kao $T_v = \{0.2/0, 0.5/50, 0.8/100\}$, i skup *malen volumen* kao $V_m = \{1/5, 0.5/10, 0.3/15\}$. Definirali smo i dva pravila (implikacije), $P_v \rightarrow V_m$ i $T_v \rightarrow P_v$, modelirana kao neizrazite relacije. Zanima nas koliko je malen volumen fluida ako je temperatura fluida vrlo visoka, tj. želimo izvesti neizraziti skup V'_m ako je premisa neizraziti skup $T'_v = vrlo(T_v)$. To možemo izračunati primjenom Zadehovog modifikatora intenzifikacije te uzastopnom primjenom generaliziranog modusa ponensa. **Kako glasi neizraziti skup V'_m koji dobivamo takvim neizrazitim zaključivanjem**?

[A] $\{0.6/5, 0.3/10, 0.3/15\}$ [C] $\{0.6/5, 0.3/10, 0.1/15\}$

[B] $\{0.64/5, 0.5/10, 0.1/15\}$ [D] $\{0.64/5, 0.5/10, 0.3/15\}$

4 (T) Neizrazita logika temelji se na teoriji neizrazitih skupova. **Koja je točno veza između neizrazite logike i neizrazitih skupova?**

[A] Vrijednost $\mu(x)$ je donja ograda vjerojatnosti da je atom $P(X)$ istinit

[B] Stupanj istinitosti atoma $P(x)$ jednak je $\mu_P(x)$, tj. stupnju pripadnosti elementa x neizrazitom skupu P

[C] Disjunkcija neizrazitih skupova P i Q jednaka je neizrazitom skupu sa $\mu(x) = \max(\mu_P(x), \mu_Q(x))$

[D] Atom $P(x)$ istinit je za one i samo one elemente za koje $\mu(x) \geq 0.5$

5 (P) Za zaključivanje u domeni pedijatrije koristimo Bayesovo pravilo. Znamo da je vjerojatnost nastupanja osipa ako dijete ima šarlah deset puta veća nego vjerojatnost nastupanja osipa ako dijete nema šarlah. Također znamo da je vjerojatnost šarlaha ako dijete ima osip barem četiri puta veća nego vjerojatnost šarlaha prije opažanja osipa. **Kolika je vjerojatnost P šarlaha prije opažanja osipa?**

[A] $P \geq 4/9$ [B] $P \leq 1/6$ [C] $1/2 \leq P \leq 2/3$ [D] $P = 4/5$

2. Strojno učenje (5 pitanja)

6 (R) Raspolažemo skupom primjera za *"Nezaboravno jadransko ljeto 2025., odmah nakon pandemije koronavirusa"*. Skup se sastoji od sljedećih primjera, svaki sa 4 značajke (Mjesto, Otok, Smještaj, Prijevoz) i ciljnom oznakom y:

i	Mjesto	Otok	Smještaj	Prijevoz	y
1	Istra	ne	privatni	auto	da
2	Istra	ne	privatni	avion	da
3	Dalmacija	da	hotel	auto	da
4	Dalmacija	da	hotel	bus	da
5	Kvarner	ne	kamp	bus	ne
6	Dalmacija	da	privatni	avion	ne
7	Istra	ne	kamp	auto	ne

Primijenite na ovaj skup primjera algoritam ID3. U slučaju da je u nekom koraku više značajki ima jednaku vrijednost informacijske dobiti, izaberite koja je u tablici navedena prva (ona ljevija). **Kako izgleda dobiveno stablo odluke?**

A Korijenski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.918

B Korijenski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Smještaj s informacijskom dobiti 0.251

C Korijenski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Smještaj s informacijskom dobiti 0.918

D Korijenski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.251

7 (T) Naivan Bayesov klasifikator nazivamo "naivnim" jer model pretpostavlja uvjetnu nezavisnost značajki x_j unutar klase y. Uz tu pretpostavku, izglednost klase $P(x_1, \ldots, x_n|y)$ možemo zamijeniti umnoškom $\prod_{j=1}^{n} P(x_j|y)$. **Koja je motivacija za uvođenje pretpostavke uvjetne nezavisnosti?**

A Veća točnost modela na skupu za učenje

B Mogućnost klasifikacije u više od dvije klase

C Sprječavanje podljeva pri množenju vjerojatnosti

D Mogućnost generalizacije na neviđene primjerke

8 (P) Radimo svoju implementaciju algoritma ID3. Kako bismo spriječili da se model prenauči, implementirali smo i podrezivanje stabla na dubini k. Nažalost, kod implementacije funkcije informacijske dobiti (IG) potkrala nam se mala pogreška: zaboravili smo negirati vrijednost pri izračunu entropije $E(D)$ skupa primjera D. Dakle, umjesto da izračunava $E(D)$, naša implementacija izračunava $-E(D)$. Neka je M_1^k stablo odluke koje dobivamo učenjem takvim pogrešno implementiranim algoritmom ID3, podrezano na neku konačnu dubinu k. Neka je M_2^k stablo koje bismo dobili da smo algoritam ID3 implementirali ispravno i naučeno stablo podrezali na neku konačnu dubinu k. Ako $k = \infty$, onda to znači da stablo ne podrezujemo. Neka je $E_u(M)$ pogreška učenja modela M, a $E_p(M)$ pogreška modela M na skupu za provjeru. **Što od sljedećeg možemo očekivati da vrijedi?**

A $E_p(M_1^\infty) = E_p(M_2^\infty)$

C $E_p(M_1^\infty) = E_u(M_1^\infty)$

B $E_p(M_1^\infty) < E_u(M_1^\infty)$

D $E_p(M_1^k) > E_p(M_2^k)$

9 (R) Mali je Ivica svakog svakog ljeta u zadnjih sedam godina naučio jedan novi programski jezik. Svoja vrijedna iskustva sažeo je u listu *"Programski jezik koji mi se jako sviđa"*, gdje je svaki jezik opisao četirima značajkama, te je naznačio je li mu se dotični jezik svidio ($y = 1$) ili nije ($y = 0$). Ta lista izgleda ovako:

i	Evaluacija	Izvođenje	Paradigma	Provjera tipova	y
1	lijena	kompajler	imperativna	statička	0
2	striktna	interpreter	deklarativna	dinamička	0
3	lijena	kompajler	imperativna	dinamička	0
4	lijena	interpreter	hibridna	statička	0
5	striktna	interpreter	imperativna	statička	1
6	lijena	kompajler	hibridna	dinamička	1
7	striktna	kompajler	hibridna	dinamička	1

Ovog ljeta Mali Ivica želi puno jesti i spavati te opet naučiti novi programski jezik. U užem je izboru jezik $\mathbf{x}$ sa sljedećim karakteristikama: $\mathbf{x} = (\text{lijena}, \text{interpreter}, \text{hibridna}, \text{dinamička})$. Međutim, ovog bi puta Mali bi Ivica volio unaprijed znati hoće li mu se dotični programski jezik svidjeti, tako da ne gubi cijelo ljeto bezveze. Pomozite Malom Ivici te na gornji skup primjera primjenite naivan Bayesov klasifikator s Laplaceovim zaglađivanjem "dodaj jedan". **Koliko iznosi vjerojatnost da bi se Malom Ivici programski jezik x jako svidio?**

A 0.799 B 0.694 C 0.856 D 0.431

10 (T) Razvijamo model strojnog učenja za predviđanje broja gledatelja na kinoprojekcijama. U obzir smo uzeli tri značajke: dan u tjednu, žanr filma i cijena produkcije filma. **Koji bi algoritam strojnog učenja bilo prikladno upotrijebiti za ovaj poblem, i zašto?**

A Stablo odluke, jer imamo tri značajke s podjednakom informacijskom dobiti

B Naivan Bayesov klasifikator, jer predviđamo diskretne vrijednosti (cijeli brojevi)

C Neuronsku mrežu, jer predviđamo brojčanu vrijednost

D Neuronsku mrežu, jer je cijena produkcije filma brojčana značajka

3. Umjetne neuronske mreže (5 pitanja)

11 (R) Unaprijednu potpuno povezanu slojevitu neuronsku mrežu arhitekture $3 \times 2 \times 2$ sa sigmoidnim prijenosnim funkcijama učimo preslikavanje $R^3 \to R^2$, odnosno skup primjeraka za učenje sadrži zapise oblika $(x_1, x_2, x_3) \mapsto (y_1, y_2)$. Trenutačne vrijednosti težina su:

$$w_{0,1}^{(1)} = -1, w_{1,1}^{(1)} = 0.1, w_{2,1}^{(1)} = 1, w_{3,1}^{(1)} = 1, w_{0,2}^{(1)} = 0.5, w_{1,2}^{(1)} = 0.4, w_{2,2}^{(1)} = -2, w_{3,2}^{(1)} = 0.8,$$
$$w_{0,1}^{(2)} = -0.4, w_{1,1}^{(2)} = -2, w_{2,1}^{(2)} = 1, w_{0,2}^{(2)} = 0.4, w_{1,2}^{(2)} = 1, w_{2,2}^{(2)} = 0.3.$$

Primjerak koji trenutačno razmatramo je $(0.2, -0.1, 0.2) \mapsto (1, 0)$. Učenje mreže provodi se postupkom propagacije pogreške unazad na temelju pojedinačnih primjeraka. Neka je iznos stope učenja jednak 10. Provedite postupak učenja za dani primjerak. **Koliko iznosi zbroj $w_{1,2}^{(1)} + w_{3,1}^{(1)}$ nakon provedenih korekcija?** (Odgovori su zaokruženi na četiri decimale.)

A 1.4752 B 1.3521 C 1.2627 D 1.3137

12 (R) Skup primjera za učenje $\{(x_2, x_1, y)\}$ je $\big\{(1, 1, -1), (2, 4, 1), (1, 2, -1), (3, 3, 1), (2, 1, -1), (4, 2, 1)\big\}$. Učenje se provodi uporabom perceptrona TLU s izlaznim vrijednostima -1 i 1 te stopom učenja $\eta = 1$. Početne vrijednosti težinskih faktora su $(w_2, w_1, w_0) = (1.3, -1.2, -10)$. Provedite postupak učenja Rosenblattovim algoritmom. **Koliko se puta tijekom učenja provode korekcije težina te koje su njihove konačne vrijednosti?**

A postupak ne konvergira

B 3 puta, $(1.3, 1.2, -5.2)$

C 2 puta, $(3.3, 2.8, -10)$

D 4 puta, $(5.5, -1.5, 10)$

13 (T) Kroz povijest razvoja područja umjetne inteligencije izmjenjivali su se periodi snažnog razvoja te periodi stagnacije (tzv. "zime"). **Što je dovelo do okončanja zime umjetne inteligencije pretkraj 80-ih godina?**

A Otkriće algoritma koji je riješio problem dodjele zasluge

B Otkriće prijenosnih funkcija poput zglobnice

C Dostupnost grafičkih kartica za ubrzavanje računanja

D Otkriće Rosenblattovog algoritma učenja perceptrona

14 (T) McCulloch-Pittsov model umjetnog neurona nastao je davne 1943. godine. **Što od sljedećega *nije* točno za McCulloch-Pitsov model**?

A Tijelo neurona s ulaznim dendritima modelirano je težinskom sumom

B Brzina širenja električkih impulsa modelirana je težinama

C Neuron nema memoriju, odnosno uvijek će za isti ulaz dati isti izlaz

D Funkcioniranje aksonskog vlakna modelirano je prijenosnom funkcijom

15 (P) Raspolažemo dvama skupovima primjeraka za učenje (iste su dimenzionalnosti ulaza) za binarni klasifikacijski problem. Kao klasifikator koristimo TLU-perceptron. Poznato je da nad oba skupa Rosenblattov algoritam uspješno dolazi do rješenja. Neka mu nad prvim skupom za to treba n_1 koraka, a nad drugim skupom n_2 koraka. Razmotrite sada treći skup primjeraka za učenje koji predstavlja uniju prethodnih dvaju. **Koliko će koraka trebati Rosenblattovu algoritmu da nauči ispravno klasificirati taj skup?**

A Nemamo garancije da će učenje biti uspješno
C $max(n_1, n_2)$ koraka
B Minimalno n_1 koraka
D n_1 ili n_2 koraka, ovisno o inicijalizaciji težina

4. Prirodom inspirirani optimizacijski algoritmi (5 pitanja)

16 (R) Uporabom mravlje kolonije traži se ciklus kroz graf. Poznati su sljedeći podatci: $\tau_{1,2} = 2$, $\tau_{1,4} = 0.5$, $\tau_{1,7} = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $\tau_{2,4} = 0.5$, $\tau_{2,7} = \frac{1}{2}$, $\tau_{3,5} = 1$, $\tau_{3,6} = \sqrt{3}$, $\tau_{3,7} = \frac{1}{3}$, $\tau_{4,5} = 3$, $\tau_{4,6} = 10\sqrt{2}$, $\tau_{5,6} = 10$, $\tau_{6,7} = 2$. $\eta_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\eta_{1,4} = 2$, $\eta_{1,7} = 3$, $\eta_{2,4} = 0.5$, $\eta_{2,7} = 2\sqrt{2}$, $\eta_{3,5} = \sqrt{2}$, $\eta_{3,6} = 1$, $\eta_{3,7} = 3\sqrt{3}$, $\eta_{4,5} = 3\sqrt{3}$, $\eta_{4,6} = 0.1$, $\eta_{5,6} = \frac{1}{2\sqrt{5}}$, $\eta_{6,7} = 0.5$. Također, sve dane vrijednosti su simetrične, tj. $\tau_{i,j} = \tau_{j,i}$ i $\eta_{i,j} = \eta_{j,i}$. Dodatno, $\alpha = 2$ i $\beta = 2$. Prvi mrav kreće iz čvora 1. Kada mrav treba donijeti vjerojatnosnu odluku, pretpostavite da će ishod slučajnog odabira odgovarati najvjerojatnijem. Ako iz nekog čvora mrav ne može dalje, konstrukcija ciklusa se prekida. Uz te pretpostavke odredite ciklus koji će taj mrav konstruirati. **Slijed od koja tri čvora je dio tog ciklusa?**

A 5, 4, 2 B Mrav neće uspjeti konstruirati ciklus C 4, 2, 7 D 6, 4, 1

17 (P) Ako kod algoritma Ant System postavimo τ_0 na vrijednost koja je puno veća od količine feromonskih tragova koju deponira jedan mrav, **što će biti posljedica?**

A isparavanje feromonskih tragova će biti preveliko

B algoritam će rapidno konvergirati prema globalnom optimumu

C algoritam će izgubiti mogućnost istraživanja kvalitetnih rješenja

D algoritam će dugo vremena istraživati nasumične puteve, prije no što ga mravi uspiju fokusirati

18 (R) Minimum funkcije $f(x, y, z) = (x+1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2+xz$. pronalazi se genetskim algoritmom ostvarenim u obliku jednostavne troturnirske selekcije. Svaka varijabla je pri tome ostvarena s 2 bita te se pretražuje cjelobrojno područje: x iz intervala $[0, 3]$, a y i z iz intervala $[-1, 2]$. U kromosomu najprije dolaze bitovi od x, pa od y, pa od z. U jednom koraku odabrana su sljedeća tri kromosoma: $K_1 = \texttt{000101}$, $K_2 = \texttt{100001}$, $K_3 = \texttt{001011}$. Kao funkcija dobrote koristi se negirana funkcija f, dakle dobrota od (x, y, z) je jednaka $-f(x, y, z)$. Koristi se križanje s jednom točkom prijeloma na polovici kromosoma. **Izračunajte dobrotu djeteta koje će biti vraćeno u populaciju.** Pretpostavite da prilikom križanja mutacija uvijek promijeni zadnji bit kromosoma (onaj najdesniji). Ako operator križanja generira više djece, u populaciju će se vratiti najbolje od generirane djece.

A -3 B -21 C -26 D -29

19 (T) Problemi zadovoljavanja ograničenja (engl. *constraint satisfaction problem*, CSP) podskupina su problema pretraživanja prostora stanja. **Što je karakteristično za ovu vrstu problema?**

A Ispitni predikat definiramo tako da uspoređuje stanje sa zadanim predloškom (kao kod slagalice)

B Bitno nam je samo konačno stanje

C Rješenje omogućava rekonstrukciju puta do početnog stanja

D Imamo garanciju da traženo rješenje postoji (no problem je pronaći ga)

20 (P) Genetskim algoritmom tražimo maksimum funkcije $f(x, y, z)$, koristeći binarnu reprezentaciju rješenja. Vrijednost svake od varijabli pretražuje se u intervalu $[-10, 15]$, pri čemu je potrebno osigurati da se to pretraživanje provodi barem s preciznošću 0.01. **Od koliko se *minimalno* bitova treba sastojati kromosom?**

A 34 B 33 C 11 D 36

Završni ispit iz Uvoda u umjetnu inteligenciju (2020./2021.)

– NEKORIGIRANA VERZIJA –

*Ispit se sastoji od **20 pitanja** i ukupno nosi **20 bodova**. Točan odgovor nosi 1 bod a netočan -1/3 boda. Trajanje ispita je **150 minuta**. Primjerak ispita trebate predati zajedno sa svojim rješenjima.*

1. Modeliranje neizvjesnosti (5 pitanja)

1 (P) Za zaključivanje u domeni pedijatrije koristimo Bayesovo pravilo. Znamo da je vjerojatnost nastupanja osipa ako dijete ima šarlah deset puta veća nego vjerojatnost nastupanja osipa ako dijete nema šarlah. Također znamo da je vjerojatnost šarlaha ako dijete ima osip barem dva puta veća nego vjerojatnost šarlaha prije opažanja osipa. **Kolika je vjerojatnost P šarlaha prije opažanja osipa?**

A $P \geq 1/6$ B $P = 4/5$ C $1/2 \leq P \leq 2/3$ D $P \leq 4/9$

2 (T) Bayesovo pravilo omogućava nam da na temelju opaženog dokaza E zaključimo o vjerojatnosti hipoteze H. Iz perspektive logike, takvo zaključivanje odgovara pravilu abdukcije. **Kojem dijelu pravila abdukcije odgovara uvjetna vjerojatnost $P(E|H)$ iz Bayesovog pravila?**

A Implikaciji $H \rightarrow E$ B Implikaciji $E \rightarrow H$ C Činjenici H D Činjenici E

3 (T) Neizrazita logika temelji se na teoriji neizrazitih skupova. **Koja je točno veza između neizrazite logike i neizrazitih skupova?**

A Vrijednost $\mu(x)$ je donja ograda vjerojatnosti da je atom $P(X)$ istinit

B Disjunkcija neizrazitih skupova P i Q jednaka je neizrazitom skupu sa $\mu(x) = \max(\mu_P(x), \mu_Q(x))$

C Stupanj istinitosti atoma $P(x)$ jednak je $\mu_P(x)$, tj. stupnju pripadnosti elementa x neizrazitom skupu P

D Atom $P(x)$ istinit je za one i samo one elemente za koje $\mu(x) \geq 0.5$

4 (R) Razvijamo sustav neizrazitog zaključivanja za modeliranje dinamike fluida. Razmatramo odnos tlaka, temperature i volumena fluida. Definirali smo univerzalne skupove $P = \{100, 200, 300, 400, 500\}$ za tlak (u Pascalima), $T = \{-100, -50, 0, 50, 100\}$ za temperaturu (u Kelvinima) i $V = \{0, 5, 10, 15, 20, 25\}$ za volumen (kubni metar po molu). Nad tim smo skupovima definirali neizrazite skupove *visok tlak* kao $P_v = \{0.1/200, 0.3/300, 0.6/400, 1/500\}$, skup *visoka temperatura* kao $T_v = \{0.2/0, 0.5/50, 0.8/100\}$, i skup *malen volumen* kao $V_m = \{1/5, 0.5/10, 0.3/15\}$. Definirali smo i dva pravila (implikacije), $P_v \rightarrow V_m$ i $T_v \rightarrow P_v$, modelirana kao neizrazite relacije. Zanima nas koliko je malen volumen fluida ako je temperatura fluida vrlo visoka, tj. želimo izvesti neizraziti skup V'_m ako je premisa neizraziti skup $T'_v = vrlo(T_v)$. To možemo izračunati primjenom Zadehovog modifikatora intenzifikacije te uzastopnom primjenom generaliziranog modusa ponensa. **Kako glasi neizraziti skup V'_m koji dobivamo takvim neizrazitim zaključivanjem**?

A $\{0.6/5, 0.3/10, 0.3/15\}$ C $\{0.6/5, 0.3/10, 0.1/15\}$

B $\{0.64/5, 0.5/10, 0.1/15\}$ D $\{0.64/5, 0.5/10, 0.3/15\}$

5 (P) Primjenom standardnih (Zadehovih) neizrazitih operacija i jezičnih modifikatora konstruirali smo neizraziti skup *vrlo jak klokan.* Klokan Roger, najjači australski klokan, koji je od starosti preminuo 2018. godine, tom skupu pripada sa $\mu = 0.9$. Primjenom istih operatora i modifikatora konstruirali smo neizraziti skup *ne jak klokan.* **Koja je pripadnost klokana Rogera tom neizrazitom skupu?**

A $1 - 0.9^2$ B $1 - \sqrt{0.9}$ C $\sqrt{1 - 0.9^2}$ D $(1 - 0.9)^2$

2. Strojno učenje (5 pitanja)

6 (T) Naivan Bayesov klasifikator nazivamo "naivnim" jer model pretpostavlja uvjetnu nezavisnost značajki x_j unutar klase y. Uz tu pretpostavku, izglednost klase $P(x_1, \ldots, x_n|y)$ možemo zamijeniti umnoškom $\prod_{j=1}^{n} P(x_j|y)$. **Koja je motivacija za uvođenje pretpostavke uvjetne nezavisnosti?**

A Smanjenje broja parametara koje treba procijeniti

B Mogućnost klasifikacije u više od dvije klase

C Brža klasifikacija novih primjeraka

D Veća točnost modela na skupu za učenje

7 (R) Mali je Ivica svakog svakog ljeta u zadnjih sedam godina naučio jedan novi programski jezik. Svoja vrijedna iskustva sažeo je u listu *"Programski jezik koji mi se jako sviđa"*, gdje je svaki jezik opisao četirima značajkama, te je naznačio je li mu se dotični jezik svidio ($y = 1$) ili nije ($y = 0$). Ta lista izgleda ovako:

i	Evaluacija	Izvođenje	Paradigma	Provjera tipova	y
1	lijena	kompajler	imperativna	statička	0
2	striktna	interpreter	deklarativna	dinamička	0
3	lijena	kompajler	imperativna	dinamička	0
4	lijena	interpreter	hibridna	statička	1
5	striktna	interpreter	imperativna	statička	1
6	lijena	kompajler	hibridna	dinamička	1
7	striktna	kompajler	hibridna	dinamička	1

Ovog ljeta Mali Ivica želi puno jesti i spavati te opet naučiti novi programski jezik. U užem je izboru jezik $\mathbf{x}$ sa sljedećim karakteristikama: $\mathbf{x} = (\text{lijena}, \text{interpreter}, \text{hibridna}, \text{dinamička})$. Međutim, ovog bi puta Mali bi Ivica volio unaprijed znati hoće li mu se dotični programski jezik svidjeti, tako da ne gubi cijelo ljeto bezveze. Pomozite Malom Ivici te na gornji skup primjera primjenite naivan Bayesov klasifikator s Laplaceovim zaglađivanjem "dodaj jedan". **Koliko iznosi vjerojatnost da bi se Malom Ivici programski jezik x jako svidio?**

A 0.799 B 0.856 C 0.694 D 0.431

8 (R) Raspolažemo skupom primjera za *"Nezaboravno jadransko ljeto 2025., odmah nakon pandemije koronavirusa"*. Skup se sastoji od sljedećih primjera, svaki sa 4 značajke (Mjesto, Otok, Smještaj, Prijevoz) i ciljnom oznakom y:

i	Mjesto	Otok	Smještaj	Prijevoz	y
1	Istra	ne	privatni	auto	da
2	Istra	ne	privatni	avion	da
3	Dalmacija	da	hotel	auto	da
4	Dalmacija	da	hotel	bus	da
5	Kvarner	ne	kamp	bus	ne
6	Dalmacija	da	privatni	avion	ne
7	Istra	ne	kamp	auto	ne

Primijenite na ovaj skup primjera algoritam ID3. U slučaju da je u nekom koraku više značajki ima jednaku vrijednost informacijske dobiti, izaberite koja je u tablici navedena prva (ona ljevija). **Kako izgleda dobiveno stablo odluke?**

A Korijenski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.918

B Korijenski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Smještaj s informacijskom dobiti 0.918

C Korijenski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Smještaj s informacijskom dobiti 0.251

D Korijenski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.251

9 (P) Radimo svoju implementaciju algoritma ID3. Kako bismo spriječili da se model prenauči, implementirali smo i podrezivanje stabla na dubini k. Nažalost, kod implementacije funkcije informacijske dobiti (IG) potkrala nam se mala pogreška: zaboravili smo negirati vrijednost pri izračunu entropije $E(D)$ skupa primjera D. Dakle, umjesto da izračunava $E(D)$, naša implementacija izračunava $-E(D)$. Neka je M_1^k stablo odluke koje dobivamo učenjem takvim pogrešno implementiranim algoritmom ID3, podrezano na neku konačnu dubinu k. Neka je M_2^k stablo koje bismo dobili da smo algoritam ID3 implementirali ispravno i naučeno stablo podrezali na neku konačnu dubinu

k. Ako $k = \infty$, onda to znači da stablo ne podrezujemo. Neka je $E_u(M)$ pogreška učenja modela M, a $E_p(M)$ pogreška modela M na skupu za provjeru. **Što od sljedećeg možemo očekivati da vrijedi?**

A $E_p(M_1^\infty) > E_p(M_2^\infty)$

B $E_p(M_1^k) < E_u(M_1^k)$

C $E_p(M_2^k) < E_u(M_2^k)$

D $E_p(M_1^\infty) < E_u(M_1^\infty)$

10 (T) Razvijamo model strojnog učenja za predviđanje broja gledatelja na kinoprojekcijama. U obzir smo uzeli tri značajke: dan u tjednu, žanr filma i cijena produkcije filma. **Koji bi algoritam strojnog učenja bilo prikladno upotrijebiti za ovaj poblem, i zašto?**

A Stablo odluke, jer imamo tri značajke s podjednakom informacijskom dobiti

B Neuronsku mrežu, jer predviđamo brojčanu vrijednost

C Naivan Bayesov klasifikator, jer predviđamo diskretne vrijednosti (cijeli brojevi)

D Neuronsku mrežu, jer je cijena produkcije filma brojčana značajka

3. Umjetne neuronske mreže (5 pitanja)

11 (R) Unaprijednu potpuno povezanu slojevitu neuronsku mrežu arhitekture $3 \times 2 \times 2$ sa sigmoidnim prijenosnim funkcijama učimo preslikavanje $R^3 \to R^2$, odnosno skup primjeraka za učenje sadrži zapise oblika $(x_1, x_2, x_3) \mapsto (y_1, y_2)$. Trenutačne vrijednosti težina su:

$$w_{0,1}^{(1)} = -1, w_{1,1}^{(1)} = 0.1, w_{2,1}^{(1)} = 1, w_{3,1}^{(1)} = 1, w_{0,2}^{(1)} = 0.5, w_{1,2}^{(1)} = 0.4, w_{2,2}^{(1)} = -2, w_{3,2}^{(1)} = 0.8$$
$$w_{0,1}^{(2)} = -0.4, w_{1,1}^{(2)} = -2, w_{2,1}^{(2)} = 1, w_{0,2}^{(2)} = 0.4, w_{1,2}^{(2)} = 1, w_{2,2}^{(2)} = 0.3.$$

Primjerak koji trenutačno razmatramo je $(0.2, -0.1, 0.2) \mapsto (0, 1)$. Učenje mreže provodi se postupkom propagacije pogreške unazad na temelju pojedinačnih primjeraka. Neka je iznos stope učenja jednak 10. Provedite postupak učenja za dani primjerak. **Koliko iznosi zbroj $w_{1,2}^{(1)} + w_{3,1}^{(1)}$ nakon provedenih korekcija?** (Odgovori su zaokruženi na četiri decimale.)

A 1.3521 B 1.2627 C 1.3137 D 1.4767

12 (T) Kroz povijest razvoja područja umjetne inteligencije izmjenjivali su se periodi snažnog razvoja te periodi stagnacije (tzv. "zime"). **Što je dovelo do okončanja zime umjetne inteligencije pretkraj 80-ih godina?**

A Otkriće prijenosnih funkcija poput zglobnice

B Otkriće algoritma propagacije pogreške unatrag

C Dostupnost grafičkih kartica za ubrzavanje računanja

D Otkriće Rosenblattovog algoritma učenja perceptrona

13 (R) Skup primjera za učenje $\{(x_2, x_1, y)\}$ je $\{(1,1,-1), (2,4,1), (1,2,-1), (3,3,1), (2,1,-1), (4,2,1)\}$. Učenje se provodi uporabom perceptrona TLU s izlaznim vrijednostima -1 i 1 te stopom učenja $\eta = 1$. Početne vrijednosti težinskih faktora su $(w_2, w_1, w_0) = (1.3, -1.2, -10)$. Provedite postupak učenja Rosenblattovim algoritmom. **Koliko se puta tijekom učenja provode korekcije težina te koje su njihove konačne vrijednosti?**

A postupak ne konvergira

B 2 puta, $(3.3, 2.8, -10)$

C 4 puta, $(5.5, -1.5, 10)$

D 3 puta, $(-5.2, 0.7, 1.2)$

14 (P) Raspolažemo dvama skupovima primjeraka za učenje (iste su dimenzionalnosti ulaza) za binarni klasifikacijski problem. Kao klasifikator koristimo TLU-perceptron. Poznato je da nad oba skupa Rosenblattov algoritam uspješno dolazi do rješenja. Neka mu nad prvim skupom za to treba n_1 koraka, a nad drugim skupom n_2 koraka. Razmotrite sada treći skup primjeraka za učenje koji predstavlja uniju prethodnih dvaju. **Koliko će koraka trebati Rosenblattovu algoritmu da nauči ispravno klasificirati taj skup?**

A Nemamo garancije da će učenje biti uspješno

B n_1 ili n_2 koraka, ovisno o inicijalizaciji težina

C Minimalno n_1 koraka

D $n_1 + n_2$ koraka

15 (T) McCulloch-Pittsov model umjetnog neurona nastao je davne 1943. godine. **Što od sljedećega *nije* točno za McCulloch-Pitsov model**?

A Tijelo neurona s ulaznim dendritima modelirano je težinskom sumom

B Brzina širenja električkih impulsa modelirana je težinama

C Funkcioniranje aksonskog vlakna modelirano je prijenosnom funkcijom

D Neuron nema memoriju, odnosno uvijek će za isti ulaz dati isti izlaz

4. Prirodom inspirirani optimizacijski algoritmi (5 pitanja)

16 (T) Problemi zadovoljavanja ograničenja (engl. *constraint satisfaction problem*, CSP) podskupina su problema pretraživanja prostora stanja. **Što je karakteristično za ovu vrstu problema?**

A Mogu se rješavati algoritmom A*, ali samo uz optimističnu heuristiku i skup posjećenih stanja

B Rješenje omogućava rekonstrukciju puta do početnog stanja

C Ispitni predikat definiramo tako da uspoređuje stanje sa zadanim predloškom (kao kod slagalice)

D Bitno nam je samo konačno stanje

17 (R) Minimum funkcije $f(x,y,z) = (x+4)^2+(y-3)^2+(z+2)^2+xz$. pronalazi se genetskim algoritmom ostvarenim u obliku jednostavne troturnirske selekcije. Svaka varijabla je pri tome ostvarena s 2 bita te se pretražuje cjelobrojno područje: x iz intervala $[0,3]$, a y i z iz intervala $[-1,2]$. U kromosomu najprije dolaze bitovi od x, pa od y, pa od z. U jednom koraku odabrana su sljedeća tri kromosoma: $K_1 =$ `000101`, $K_2 =$ `100001`, $K_3 =$ `001011`. Kao funkcija dobrote koristi se negirana funkcija f, dakle dobrota od (x,y,z) je jednaka $-f(x,y,z)$. Koristi se križanje s jednom točkom prijeloma na polovici kromosoma. **Izračunajte dobrotu djeteta koje će biti vraćeno u populaciju.** Pretpostavite da prilikom križanja mutacija uvijek promijeni zadnji bit kromosoma (onaj najdesniji). Ako operator križanja generira više djece, u populaciju će se vratiti najbolje od generirane djece.

A -29 B -18 C -56 D -41

18 (P) Ako kod algoritma Ant System postavimo τ_0 na vrijednost koja je puno veća od količine feromonskih tragova koju deponira jedan mrav, **što će biti posljedica?**

A algoritam će izgubiti mogućnost istraživanja kvalitetnih rješenja

B isparavanje feromonskih tragova će biti preveliko

C algoritam će dugo vremena istraživati nasumične puteve, prije no što ga mravi uspiju fokusirati

D algoritam će rapidno konvergirati prema globalnom optimumu

19 (R) Uporabom mravlje kolonije traži se ciklus kroz graf. Poznati su sljedeći podatci: $\tau_{1,2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $\tau_{1,4} = 2$, $\tau_{1,6} = 0.5$, $\tau_{2,4} = \frac{1}{2}$, $\tau_{2,5} = \frac{1}{3}$, $\tau_{2,7} = 2$, $\tau_{3,5} = 1$, $\tau_{3,6} = 3$, $\tau_{3,7} = 10$, $\tau_{4,6} = 0.5$, $\tau_{5,7} = \sqrt{3}$, $\tau_{6,7} = 10\sqrt{2}$, $\eta_{1,2} = 3$, $\eta_{1,4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\eta_{1,6} = 2$, $\eta_{2,4} = 2\sqrt{2}$, $\eta_{2,5} = 3\sqrt{3}$, $\eta_{2,7} = 0.5$, $\eta_{3,5} = \sqrt{2}$, $\eta_{3,6} = 3\sqrt{3}$, $\eta_{3,7} = \frac{1}{2\sqrt{5}}$, $\eta_{4,6} = 0.5, \eta_{5,7} = 1$, $\eta_{6,7} = 0.1$. Također, sve dane vrijednosti su simetrične, tj. $\tau_{i,j} = \tau_{j,i}$ i $\eta_{i,j} = \eta_{j,i}$. Dodatno, $\alpha = 2$ i $\beta = 2$. Prvi mrav kreće iz čvora 1. Kada mrav treba donijeti vjerojatnosnu odluku, pretpostavite da će ishod slučajnog odabira odgovarati najvjerojatnijem. Ako iz nekog čvora mrav ne može dalje, konstrukcija ciklusa se prekida. Uz te pretpostavke odredite ciklus koji će taj mrav konstruirati. **Slijed od koja tri čvora je dio tog ciklusa?**

A 2, 4, 6 B 1, 2, 4 C 5, 7, 3 D Mrav neće uspjeti konstruirati ciklus

20 (P) Genetskim algoritmom tražimo maksimum funkcije $f(x,y,z)$, koristeći binarnu reprezentaciju rješenja. Vrijednost svake od varijabli pretražuje se u intervalu $[-10,15]$, pri čemu je potrebno osigurati da se to pretraživanje provodi barem s preciznošću 0.01. **Od koliko se *minimalno* bitova treba sastojati kromosom?**

A 36 B 11 C 33 D 34

Završni ispit iz Uvoda u umjetnu inteligenciju (2020./2021.)

– NEKORIGIRANA VERZIJA –

*Ispit se sastoji od **20 pitanja** i ukupno nosi **20 bodova**. Točan odgovor nosi 1 bod a netočan -1/3 boda. Trajanje ispita je **150 minuta**. Primjerak ispita trebate predati zajedno sa svojim rješenjima.*

1. Modeliranje neizvjesnosti (5 pitanja)

1 (T) Bayesovo pravilo omogućava nam da na temelju opaženog dokaza E zaključimo o vjerojatnosti hipoteze H. Iz perspektive logike, takvo zaključivanje odgovara pravilu abdukcije. **Kojem dijelu pravila abdukcije odgovara uvjetna vjerojatnost $P(E|H)$ iz Bayesovog pravila?**

A Činjenici H B Implikaciji $E \to H$ C Implikaciji $H \to E$ D Činjenici E

2 (P) Primjenom standardnih (Zadehovih) neizrazitih operacija i jezičnih modifikatora konstruirali smo neizraziti skup *vrlo jak klokan*. Klokan Roger, najjači australski klokan, koji je od starosti preminuo 2018. godine, tom skupu pripada sa $\mu = 0.9$. Primjenom istih operatora i modifikatora konstruirali smo neizraziti skup *ne jak klokan*. **Koja je pripadnost klokana Rogera tom neizrazitom skupu?**

A $\sqrt{1-0.9^2}$ B $(1-0.9)^2$ C $1-\sqrt{0.9}$ D $1-0.9^2$

3 (P) Za zaključivanje u domeni pedijatrije koristimo Bayesovo pravilo. Znamo da je vjerojatnost nastupanja osipa ako dijete ima šarlah deset puta veća nego vjerojatnost nastupanja osipa ako dijete nema šarlah. Također znamo da je vjerojatnost šarlaha ako dijete ima osip barem četiri puta veća nego vjerojatnost šarlaha prije opažanja osipa. **Kolika je vjerojatnost P šarlaha prije opažanja osipa?**

A $P \leq 1/6$ B $1/2 \leq P \leq 2/3$ C $P = 4/5$ D $P \geq 4/9$

4 (R) Razvijamo sustav neizrazitog zaključivanja za modeliranje dinamike fluida. Razmatramo odnos tlaka, temperature i volumena fluida. Definirali smo univerzalne skupove $P = \{100, 200, 300, 400, 500\}$ za tlak (u Pascalima), $T = \{-100, -50, 0, 50, 100\}$ za temperaturu (u Kelvinima) i $V = \{0, 5, 10, 15, 20, 25\}$ za volumen (kubni metar po molu). Nad tim smo skupovima definirali neizrazite skupove *visok tlak* kao $P_v = \{0.1/200, 0.3/300, 0.6/400, 1/500\}$, skup *visoka temperatura* kao $T_v = \{0.2/0, 0.5/50, 0.8/100\}$, i skup *malen volumen* kao $V_m = \{1/5, 0.5/10, 0.1/15\}$. Definirali smo i dva pravila (implikacije), $P_v \to V_m$ i $T_v \to P_v$, modelirana kao neizrazite relacije. Zanima nas koliko je malen volumen fluida ako je temperatura fluida vrlo visoka, tj. želimo izvesti neizraziti skup V_m' ako je premisa neizraziti skup $T_v' = vrlo(T_v)$. To možemo izračunati primjenom Zadehovog modifikatora intenzifikacije te uzastopnom primjenom generaliziranog modusa ponensa. **Kako glasi neizraziti skup V_m' koji dobivamo takvim neizrazitim zaključivanjem**?

A $\{0.64/5, 0.5/10, 0.3/15\}$ C $\{0.6/5, 0.5/10, 0.3/15\}$
B $\{0.6/5, 0.3/10, 0.1/15\}$ D $\{0.64/5, 0.5/10, 0.1/15\}$

5 (T) Neizrazita logika temelji se na teoriji neizrazitih skupova. **Koja je točno veza između neizrazite logike i neizrazitih skupova?**

A Stupanj istinitosti atoma $P(x)$ jednak je $\mu_P(x)$, tj. stupnju pripadnosti elementa x neizrazitom skupu P

B Atom $P(x)$ istinit je za one i samo one elemente za koje $\mu(x) \geq 0.5$

C Vrijednost $\mu(x)$ je donja ograda vjerojatnosti da je atom $P(X)$ istinit

D Disjunkcija neizrazitih skupova P i Q jednaka je neizrazitom skupu sa $\mu(x) = \max(\mu_P(x), \mu_Q(x))$

2. Strojno učenje (5 pitanja)

6 (P) Radimo svoju implementaciju algoritma ID3. Kako bismo spriječili da se model prenauči, implementirali smo i podrezivanje stabla na dubini k. Nažalost, kod implementacije funkcije informacijske dobiti (IG) potkrala nam se mala pogreška: zaboravili smo negirati vrijednost pri izračunu entropije $E(D)$ skupa primjera D. Dakle, umjesto da izračunava $E(D)$, naša implementacija izračunava $-E(D)$. Neka je M_1^k stablo odluke koje dobivamo učenjem takvim pogrešno implementiranim algoritmom ID3, podrezano na neku konačnu dubinu k. Neka je M_2^k stablo koje bismo dobili da smo algoritam ID3 implementirali ispravno i naučeno stablo podrezali na neku konačnu dubinu k. Ako $k = \infty$, onda to znači da stablo ne podrezujemo. Neka je $E_u(M)$ pogreška učenja modela M, a $E_p(M)$ pogreška modela M na skupu za provjeru. **Što od sljedećeg možemo očekivati da vrijedi?**

- A $E_p(M_1^k) = E_u(M_1^k)$
- C $E_u(M_1^\infty) = E_u(M_2^\infty)$
- B $E_p(M_1^\infty) = E_u(M_1^\infty)$
- D $E_p(M_2^\infty) < E_u(M_2^\infty)$

7 (T) Naivan Bayesov klasifikator nazivamo "naivnim" jer model pretpostavlja uvjetnu nezavisnost značajki x_j unutar klase y. Uz tu pretpostavku, izglednost klase $P(x_1, \ldots, x_n|y)$ možemo zamijeniti umnoškom $\prod_{j=1}^n P(x_j|y)$. **Koja je motivacija za uvođenje pretpostavke uvjetne nezavisnosti?**

- A Brža klasifikacija novih primjeraka
- B Mogućnost klasifikacije u više od dvije klase
- C Smanjenje broja parametara koje treba procijeniti
- D Mogućnost korištenja značajki koje nisu binarne

8 (T) Razvijamo model strojnog učenja za predviđanje broja gledatelja na kinoprojekcijama. U obzir smo uzeli tri značajke: dan u tjednu, žanr filma i cijena produkcije filma. **Koji bi algoritam strojnog učenja bilo prikladno upotrijebiti za ovaj poblem, i zašto?**

- A Naivan Bayesov klasifikator, jer predviđamo diskretne vrijednosti (cijeli brojevi)
- B Neuronsku mrežu, jer je cijena produkcije filma brojčana značajka
- C Stablo odluke, jer imamo tri značajke s podjednakom informacijskom dobiti
- D Neuronsku mrežu, jer predviđamo brojčanu vrijednost

9 (R) Raspolažemo skupom primjera za *"Nezaboravno jadransko ljeto 2025., odmah nakon pandemije koronavirusa"*. Skup se sastoji od sljedećih primjera, svaki sa 4 značajke (Mjesto, Otok, Smještaj, Prijevoz) i ciljnom oznakom y:

i	Mjesto	Otok	Smještaj	Prijevoz	y
1	Istra	ne	privatni	auto	da
2	Istra	ne	privatni	avion	da
3	Dalmacija	da	hotel	auto	da
4	Dalmacija	da	hotel	bus	da
5	Kvarner	ne	kamp	bus	ne
6	Dalmacija	da	privatni	avion	ne
7	Istra	ne	kamp	auto	ne

Primijenite na ovaj skup primjera algoritam ID3. U slučaju da je u nekom koraku više značajki ima jednaku vrijednost informacijske dobiti, izaberite koja je u tablici navedena prva (ona ljevija). **Kako izgleda dobiveno stablo odluke?**

- A Korijenski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.251
- B Korijenski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Smještaj s informacijskom dobiti 0.251
- C Korijenski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.918
- D Korijenski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Smještaj s informacijskom dobiti 0.918

10 (R) Mali je Ivica svakog svakog ljeta u zadnjih sedam godina naučio jedan novi programski jezik. Svoja vrijedna iskustva sažeo je u listu *"Programski jezik koji mi se jako sviđa"*, gdje je svaki jezik opisao četirima značajkama, te je naznačio je li mu se dotični jezik svidio ($y = 1$) ili nije ($y = 0$). Ta lista izgleda ovako:

i	Evaluacija	Izvođenje	Paradigma	Provjera tipova	y
1	lijena	kompajler	imperativna	statička	0
2	striktna	interpreter	deklarativna	dinamička	0
3	lijena	kompajler	imperativna	dinamička	0
4	lijena	interpreter	hibridna	statička	1
5	striktna	interpreter	imperativna	statička	1
6	lijena	kompajler	hibridna	dinamička	1
7	striktna	kompajler	hibridna	dinamička	1

Ovog ljeta Mali Ivica želi puno jesti i spavati te opet naučiti novi programski jezik. U užem je izboru jezik $\mathbf{x}$ sa sljedećim karakteristikama: $\mathbf{x} = (\text{lijena}, \text{interpreter}, \text{hibridna}, \text{dinamička})$. Međutim, ovog bi puta Mali bi Ivica volio unaprijed znati hoće li mu se dotični programski jezik svidjeti, tako da ne gubi cijelo ljeto bezveze. Pomozite Malom Ivici te na gornji skup primjera primjenite naivan Bayesov klasifikator s Laplaceovim zaglađivanjem "dodaj jedan". **Koliko iznosi vjerojatnost da bi se Malom Ivici programski jezik x jako svidio?**

[A] 0.694 [B] 0.431 [C] 0.799 [D] 0.856

3. Umjetne neuronske mreže (5 pitanja)

11 (P) Raspolažemo dvama skupovima primjeraka za učenje (iste su dimenzionalnosti ulaza) za binarni klasifikacijski problem. Kao klasifikator koristimo TLU-perceptron. Poznato je da nad oba skupa Rosenblattov algoritam uspješno dolazi do rješenja. Neka mu nad prvim skupom za to treba n_1 koraka, a nad drugim skupom n_2 koraka. Razmotrite sada treći skup primjeraka za učenje koji predstavlja uniju prethodnih dvaju. **Koliko će koraka trebati Rosenblattovu algoritmu da nauči ispravno klasificirati taj skup?**

[A] Nemamo garancije da će učenje biti uspješno
[B] $max(n_1, n_2)$ koraka
[C] Između n_1 i n_2 koraka
[D] n_1 ili n_2 koraka, ovisno o inicijalizaciji težina

12 (T) Kroz povijest razvoja područja umjetne inteligencije izmjenjivali su se periodi snažnog razvoja te periodi stagnacije (tzv. "zime"). **Što je dovelo do okončanja zime umjetne inteligencije pretkraj 80-ih godina?**

[A] Otkriće prijenosnih funkcija poput zglobnice

[B] Dostupnost grafičkih kartica za ubrzavanje računanja

[C] Otkriće algoritma propagacije pogreške unatrag

[D] Otkriće Rosenblattovog algoritma učenja perceptrona

13 (T) McCulloch-Pittsov model umjetnog neurona nastao je davne 1943. godine. **Što od sljedećega *nije* točno za McCulloch-Pitsov model**?

[A] Brzina širenja električkih impulsa modelirana je težinama

[B] Neuron nema memoriju, odnosno uvijek će za isti ulaz dati isti izlaz

[C] Tijelo neurona s ulaznim dendritima modelirano je težinskom sumom

[D] Funkcioniranje aksonskog vlakna modelirano je prijenosnom funkcijom

14 (R) Unaprijednu potpuno povezanu slojevitu neuronsku mrežu arhitekture $3 \times 2 \times 2$ sa sigmoidnim prijenosnim funkcijama učimo preslikavanje $R^3 \to R^2$, odnosno skup primjeraka za učenje sadrži zapise oblika $(x_1, x_2, x_3) \mapsto (y_1, y_2)$. Trenutačne vrijednosti težina su:

$$w_{0,1}^{(1)} = -1, w_{1,1}^{(1)} = 0.1, w_{2,1}^{(1)} = 1, w_{3,1}^{(1)} = 1, w_{0,2}^{(1)} = 0.5, w_{1,2}^{(1)} = 0.4, w_{2,2}^{(1)} = -2, w_{3,2}^{(1)} = 0.8,$$
$$w_{0,1}^{(2)} = -0.4, w_{1,1}^{(2)} = -2, w_{2,1}^{(2)} = 1, w_{0,2}^{(2)} = 0.4, w_{1,2}^{(2)} = 1, w_{2,2}^{(2)} = 0.3.$$

Primjerak koji trenutačno razmatramo je $(0.2, -0.1, 0.2) \mapsto (1, 0)$. Učenje mreže provodi se postupkom propagacije pogreške unazad na temelju pojedinačnih primjeraka. Neka je iznos stope učenja jednak 10. Provedite postupak učenja za dani primjerak. **Koliko iznosi zbroj $w_{1,2}^{(1)} + w_{3,1}^{(1)}$ nakon provedenih korekcija?** (Odgovori su zaokruženi na četiri decimale.)

[A] 1.2627 [B] 1.4752 [C] 1.3137 [D] 1.3521

15 (R) Skup primjera za učenje $\{(x_2, x_1, y)\}$ je $\{(1,1,-1),(2,4,1),(1,2,-1),(3,3,1),(2,1,-1),(4,2,1)\}$. Učenje se provodi uporabom perceptrona TLU s izlaznim vrijednostima -1 i 1 te stopom učenja $\eta = 1$. Početne vrijednosti težinskih faktora su $(w_2, w_1, w_0) = (1.3, -1.2, -10)$. Provedite postupak učenja Rosenblattovim algoritmom. **Koliko se puta tijekom učenja provode korekcije težina te koje su njihove konačne vrijednosti?**

A 3 puta, $(-5.2, 0.7, 1.2)$
C postupak ne konvergira
B 3 puta, $(1.3, 1.2, -5.2)$
D 2 puta, $(3.3, 2.8, -10)$

4. Prirodom inspirirani optimizacijski algoritmi (5 pitanja)

16 (P) Genetskim algoritmom tražimo maksimum funkcije $f(x, y, z)$, koristeći binarnu reprezentaciju rješenja. Vrijednost svake od varijabli pretražuje se u intervalu $[-10, 15]$, pri čemu je potrebno osigurati da se to pretraživanje provodi barem s preciznošću 0.01. **Od koliko se *minimalno* bitova treba sastojati kromosom?**

A 36 B 34 C 33 D 11

17 (R) Uporabom mravlje kolonije traži se ciklus kroz graf. Poznati su sljedeći podatci: $\tau_{1,2} = 0.5$, $\tau_{1,5} = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $\tau_{1,6} = 2$, $\tau_{2,3} = 10\sqrt{2}$, $\tau_{2,4} = 3$, $\tau_{2,6} = 0.5$, $\tau_{3,4} = 10$, $\tau_{3,5} = 2$, $\tau_{3,7} = \sqrt{3}$, $\tau_{4,7} = 1$, $\tau_{5,6} = \frac{1}{2}$, $\tau_{5,7} = \frac{1}{3}$. $\eta_{1,2} = 2$, $\eta_{1,5} = 3$, $\eta_{1,6} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\eta_{2,3} = 0.1$, $\eta_{2,4} = 3\sqrt{3}$, $\eta_{2,6} = 0.5$, $\eta_{3,4} = \frac{1}{2\sqrt{5}}$, $\eta_{3,5} = 0.5$, $\eta_{3,7} = 1$, $\eta_{4,7} = \sqrt{2}$, $\eta_{5,6} = 2\sqrt{2}$, $\eta_{5,7} = 3\sqrt{3}$. Također, sve dane vrijednosti su simetrične, tj. $\tau_{i,j} = \tau_{j,i}$ i $\eta_{i,j} = \eta_{j,i}$. Dodatno, $\alpha = 2$ i $\beta = 2$. Prvi mrav kreće iz čvora 1. Kada mrav treba donijeti vjerojatnosnu odluku, pretpostavite da će ishod slučajnog odabira odgovarati najvjerojatnijem. Ako iz nekog čvora mrav ne može dalje, konstrukcija ciklusa se prekida. Uz te pretpostavke odredite ciklus koji će taj mrav konstruirati. **Slijed od koja tri čvora je dio tog ciklusa?**

A 7, 3, 4 B 2, 6, 5 C 7, 4, 2 D Mrav neće uspjeti konstruirati ciklus

18 (R) Minimum funkcije $f(x, y, z) = (x+1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 + xz$. pronalazi se genetskim algoritmom ostvarenim u obliku jednostavne troturnirske selekcije. Svaka varijabla je pri tome ostvarena s 2 bita te se pretražuje cjelobrojno područje: x iz intervala $[0, 3]$, a y i z iz intervala $[-1, 2]$. U kromosomu najprije dolaze bitovi od x, pa od y, pa od z. U jednom koraku odabrana su sljedeća tri kromosoma: $K_1 =$ `000101`, $K_2 =$ `100001`, $K_3 =$ `001011`. Kao funkcija dobrote koristi se negirana funkcija f, dakle dobrota od (x, y, z) je jednaka $-f(x, y, z)$. Koristi se križanje s jednom točkom prijeloma na polovici kromosoma. **Izračunajte dobrotu djeteta koje će biti vraćeno u populaciju.** Pretpostavite da prilikom križanja mutacija uvijek promijeni zadnji bit kromosoma (onaj najdesniji). Ako operator križanja generira više djece, u populaciju će se vratiti najbolje od generirane djece.

A -29 B -3 C -26 D -21

19 (P) Ako kod algoritma Ant System postavimo τ_0 na vrijednost koja je puno veća od količine feromonskih tragova koju deponira jedan mrav, **što će biti posljedica?**

A isparavanje feromonskih tragova će biti preveliko

B algoritam će izgubiti mogućnost istraživanja kvalitetnih rješenja

C algoritam će dugo vremena istraživati nasumične puteve, prije no što ga mravi uspiju fokusirati

D algoritam će rapidno konvergirati prema globalnom optimumu

20 (T) Problemi zadovoljavanja ograničenja (engl. *constraint satisfaction problem*, CSP) podskupina su problema pretraživanja prostora stanja. **Što je karakteristično za ovu vrstu problema?**

A Bitno nam je samo konačno stanje

B Rješenje omogućava rekonstrukciju puta do početnog stanja

C Imamo garanciju da traženo rješenje postoji (no problem je pronaći ga)

D Ispitni predikat definiramo tako da uspoređuje stanje sa zadanim predloškom (kao kod slagalice)

Završni ispit iz Uvoda u umjetnu inteligenciju (2020./2021.)

– NEKORIGIRANA VERZIJA –

*Ispit se sastoji od **20 pitanja** i ukupno nosi **20 bodova**. Točan odgovor nosi 1 bod a netočan -1/3 boda. Trajanje ispita je **150 minuta**. Primjerak ispita trebate predati zajedno sa svojim rješenjima.*

1. Modeliranje neizvjesnosti (5 pitanja)

1 (T) Bayesovo pravilo omogućava nam da na temelju opaženog dokaza E zaključimo o vjerojatnosti hipoteze H. Iz perspektive logike, takvo zaključivanje odgovara pravilu abdukcije. **Kojem dijelu pravila abdukcije odgovara uvjetna vjerojatnost $P(E|H)$ iz Bayesovog pravila?**

A Implikaciji $H \rightarrow E$ B Činjenici H C Činjenici E D Implikaciji $E \rightarrow H$

2 (T) Neizrazita logika temelji se na teoriji neizrazitih skupova. **Koja je točno veza između neizrazite logike i neizrazitih skupova?**

A Stupanj istinitosti atoma $P(x)$ jednak je $\mu_P(x)$, tj. stupnju pripadnosti elementa x neizrazitom skupu P

B Atom $P(x)$ istinit je za one i samo one elemente za koje $\mu(x) \geq 0.5$

C Disjunkcija neizrazitih skupova P i Q jednaka je neizrazitom skupu sa $\mu(x) = \max(\mu_P(x), \mu_Q(x))$

D Vrijednost $\mu(x)$ je donja ograda vjerojatnosti da je atom $P(X)$ istinit

3 (P) Za zaključivanje u domeni pedijatrije koristimo Bayesovo pravilo. Znamo da je vjerojatnost nastupanja osipa ako dijete ima šarlah deset puta veća nego vjerojatnost nastupanja osipa ako dijete nema šarlah. Također znamo da je vjerojatnost šarlaha ako dijete ima osip barem dva puta veća nego vjerojatnost šarlaha prije opažanja osipa. **Kolika je vjerojatnost P šarlaha prije opažanja osipa?**

A $P \geq 1/6$ B $P \leq 4/9$ C $P = 4/5$ D $1/2 \leq P \leq 2/3$

4 (P) Primjenom standardnih (Zadehovih) neizrazitih operacija i jezičnih modifikatora konstruirali smo neizraziti skup *vrlo jak klokan*. Klokan Roger, najjači australski klokan, koji je od starosti preminuo 2018. godine, tom skupu pripada sa $\mu = 0.9$. Primjenom istih operatora i modifikatora konstruirali smo neizraziti skup *ne jak klokan*. **Koja je pripadnost klokana Rogera tom neizrazitom skupu?**

A $1 - 0.9^2$ B $\sqrt{1 - 0.9^2}$ C $(1 - 0.9)^2$ D $1 - \sqrt{0.9}$

5 (R) Razvijamo sustav neizrazitog zaključivanja za modeliranje dinamike fluida. Razmatramo odnos tlaka, temperature i volumena fluida. Definirali smo univerzalne skupove $P = \{100, 200, 300, 400, 500\}$ za tlak (u Pascalima), $T = \{-100, -50, 0, 50, 100\}$ za temperaturu (u Kelvinima) i $V = \{0, 5, 10, 15, 20, 25\}$ za volumen (kubni metar po molu). Nad tim smo skupovima definirali neizrazite skupove *visok tlak* kao $P_v = \{0.1/200, 0.3/300, 0.6/400, 1/500\}$, skup *visoka temperatura* kao $T_v = \{0.2/0, 0.5/50, 0.8/100\}$, i skup *malen volumen* kao $V_m = \{1/5, 0.5/10, 0.3/15\}$. Definirali smo i dva pravila (implikacije), $P_v \rightarrow V_m$ i $T_v \rightarrow P_v$, modelirana kao neizrazite relacije. Zanima nas koliko je malen volumen fluida ako je temperatura fluida vrlo visoka, tj. želimo izvesti neizraziti skup V'_m ako je premisa neizraziti skup $T'_v = vrlo(T_v)$. To možemo izračunati primjenom Zadehovog modifikatora intenzifikacije te uzastopnom primjenom generaliziranog modusa ponensa. **Kako glasi neizraziti skup V'_m koji dobivamo takvim neizrazitim zaključivanjem**?

A $\{0.64/5, 0.5/10, 0.1/15\}$ C $\{0.6/5, 0.3/10, 0.3/15\}$

B $\{0.64/5, 0.5/10, 0.3/15\}$ D $\{0.6/5, 0.3/10, 0.1/15\}$

2. Strojno učenje (5 pitanja)

6 (T) Razvijamo model strojnog učenja za predviđanje broja gledatelja na kinoprojekcijama. U obzir smo uzeli tri značajke: dan u tjednu, žanr filma i cijena produkcije filma. **Koji bi algoritam strojnog učenja bilo prikladno upotrijebiti za ovaj poblem, i zašto?**

A Neuronsku mrežu, jer je cijena produkcije filma brojčana značajka

B Stablo odluke, jer imamo tri značajke s podjednakom informacijskom dobiti

C Naivan Bayesov klasifikator, jer predviđamo diskretne vrijednosti (cijeli brojevi)

D Neuronsku mrežu, jer predviđamo brojčanu vrijednost

7 (R) Raspolažemo skupom primjera za *"Nezaboravno jadransko ljeto 2025., odmah nakon pandemije koronavirusa"*. Skup se sastoji od sljedećih primjera, svaki sa 4 značajke (Mjesto, Otok, Smještaj, Prijevoz) i ciljnom oznakom y:

i	Mjesto	Otok	Smještaj	Prijevoz	y
1	Istra	ne	privatni	auto	da
2	Istra	ne	privatni	avion	da
3	Dalmacija	da	hotel	auto	da
4	Dalmacija	da	hotel	bus	da
5	Kvarner	ne	kamp	bus	ne
6	Dalmacija	da	privatni	avion	ne
7	Istra	ne	kamp	auto	ne

Primijenite na ovaj skup primjera algoritam ID3. U slučaju da je u nekom koraku više značajki ima jednaku vrijednost informacijske dobiti, izaberite koja je u tablici navedena prva (ona ljevija). **Kako izgleda dobiveno stablo odluke?**

A Korijenski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.251

B Korijenski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Smještaj s informacijskom dobiti 0.918

C Korijenski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Smještaj s informacijskom dobiti 0.251

D Korijenski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.918

8 (T) Naivan Bayesov klasifikator nazivamo "naivnim" jer model pretpostavlja uvjetnu nezavisnost značajki x_j unutar klase y. Uz tu pretpostavku, izglednost klase $P(x_1, \ldots, x_n|y)$ možemo zamijeniti umnoškom $\prod_{j=1}^{n} P(x_j|y)$. **Koja je motivacija za uvođenje pretpostavke uvjetne nezavisnosti?**

A Mogućnost korištenja značajki koje nisu binarne

B Mogućnost klasifikacije u više od dvije klase

C Smanjenje broja parametara koje treba procijeniti

D Brža klasifikacija novih primjeraka

9 (P) Radimo svoju implementaciju algoritma ID3. Kako bismo spriječili da se model prenauči, implementirali smo i podrezivanje stabla na dubini k. Nažalost, kod implementacije funkcije informacijske dobiti (IG) potkrala nam se mala pogreška: zaboravili smo negirati vrijednost pri izračunu entropije $E(D)$ skupa primjera D. Dakle, umjesto da izračunava $E(D)$, naša implementacija izračunava $-E(D)$. Neka je M_1^k stablo odluke koje dobivamo učenjem takvim pogrešno implementiranim algoritmom ID3, podrezano na neku konačnu dubinu k. Neka je M_2^k stablo koje bismo dobili da smo algoritam ID3 implementirali ispravno i naučeno stablo podrezali na neku konačnu dubinu k. Ako $k = \infty$, onda to znači da stablo ne podrezujemo. Neka je $E_u(M)$ pogreška učenja modela M, a $E_p(M)$ pogreška modela M na skupu za provjeru. **Što od sljedećeg možemo očekivati da vrijedi?**

A $E_u(M_2^k) = E_u(M_2^\infty)$

C $E_p(M_1^\infty) > E_p(M_2^\infty)$

B $E_p(M_1^k) < E_u(M_1^k)$

D $E_u(M_1^k) = E_u(M_1^\infty)$

10 (R) Mali je Ivica svakog svakog ljeta u zadnjih sedam godina naučio jedan novi programski jezik. Svoja vrijedna iskustva sažeo je u listu *"Programski jezik koji mi se jako sviđa"*, gdje je svaki jezik opisao četirima značajkama, te je naznačio je li mu se dotični jezik svidio ($y = 1$) ili nije ($y = 0$). Ta lista izgleda ovako:

i	Evaluacija	Izvođenje	Paradigma	Provjera tipova	y
1	lijena	kompajler	imperativna	statička	0
2	striktna	interpreter	deklarativna	dinamička	0
3	lijena	kompajler	imperativna	dinamička	0
4	lijena	interpreter	hibridna	statička	0
5	striktna	interpreter	imperativna	statička	1
6	lijena	kompajler	hibridna	dinamička	1
7	striktna	kompajler	hibridna	dinamička	1

Ovog ljeta Mali Ivica želi puno jesti i spavati te opet naučiti novi programski jezik. U užem je izboru jezik $\mathbf{x}$ sa sljedećim karakteristikama: $\mathbf{x} = (\text{striktna}, \text{interpreter}, \text{hibridna}, \text{dinamička})$. Međutim, ovog bi puta Mali bi Ivica volio unaprijed znati hoće li mu se dotični programski jezik svidjeti, tako da ne gubi cijelo ljeto bezveze. Pomozite Malom Ivici te na gornji skup primjera primjenite naivan Bayesov klasifikator s Laplaceovim zaglađivanjem "dodaj jedan". **Koliko iznosi vjerojatnost da bi se Malom Ivici programski jezik x jako svidio?**

A 0.694 B 0.856 C 0.431 D 0.799

3. Umjetne neuronske mreže (5 pitanja)

11 (T) McCulloch-Pittsov model umjetnog neurona nastao je davne 1943. godine. **Što od sljedećega *nije* točno za McCulloch-Pitsov model**?

A Brzina širenja električkih impulsa modelirana je težinama

B Funkcioniranje aksonskog vlakna modelirano je prijenosnom funkcijom

C Neuron nema memoriju, odnosno uvijek će za isti ulaz dati isti izlaz

D Tijelo neurona s ulaznim dendritima modelirano je težinskom sumom

12 (P) Raspolažemo dvama skupovima primjeraka za učenje (iste su dimenzionalnosti ulaza) za binarni klasifikacijski problem. Kao klasifikator koristimo TLU-perceptron. Poznato je da nad oba skupa Rosenblattov algoritam uspješno dolazi do rješenja. Neka mu nad prvim skupom za to treba n_1 koraka, a nad drugim skupom n_2 koraka. Razmotrite sada treći skup primjeraka za učenje koji predstavlja uniju prethodnih dvaju. **Koliko će koraka trebati Rosenblattovu algoritmu da nauči ispravno klasificirati taj skup?**

A Između n_1 i n_2 koraka C $max(n_1, n_2)$ koraka

B $n_1 + n_2$ koraka D Nemamo garancije da će učenje biti uspješno

13 (R) Unaprijednu potpuno povezanu slojevitu neuronsku mrežu arhitekture $3 \times 2 \times 2$ sa sigmoidnim prijenosnim funkcijama učimo preslikavanje $R^3 \to R^2$, odnosno skup primjeraka za učenje sadrži zapise oblika $(x_1, x_2, x_3) \mapsto (y_1, y_2)$. Trenutačne vrijednosti težina su:

$$w_{0,1}^{(1)} = -1, w_{1,1}^{(1)} = 0.1, w_{2,1}^{(1)} = 1, w_{3,1}^{(1)} = 1, w_{0,2}^{(1)} = 0.5, w_{1,2}^{(1)} = 0.4, w_{2,2}^{(1)} = -2, w_{3,2}^{(1)} = 0.8,$$
$$w_{0,1}^{(2)} = -0.4, w_{1,1}^{(2)} = -2, w_{2,1}^{(2)} = 1, w_{0,2}^{(2)} = 0.4, w_{1,2}^{(2)} = 1, w_{2,2}^{(2)} = 0.3.$$

Primjerak koji trenutačno razmatramo je $(-0.2, 0.1, -0.2) \mapsto (0, 1)$. Učenje mreže provodi se postupkom propagacije pogreške unazad na temelju pojedinačnih primjeraka. Neka je iznos stope učenja jednak 10. Provedite postupak učenja za dani primjerak. **Koliko iznosi zbroj $w_{1,2}^{(1)} + w_{3,1}^{(1)}$ nakon provedenih korekcija?** (Odgovori su zaokruženi na četiri decimale.)

A 1.3417 B 1.3137 C 1.5116 D 1.2627

14 (T) Kroz povijest razvoja područja umjetne inteligencije izmjenjivali su se periodi snažnog razvoja te periodi stagnacije (tzv. "zime"). **Što je dovelo do okončanja zime umjetne inteligencije pretkraj 80-ih godina?**

A Otkriće algoritma koji je riješio problem dodjele zasluge

B Dostupnost grafičkih kartica za ubrzavanje računanja

C Otkriće Rosenblattovog algoritma učenja perceptrona

D Otkriće prijenosnih funkcija poput zglobnice

15 (R) Skup primjera za učenje $\{(x_2, x_1, y)\}$ je $\{(1,1,-1),(2,4,1),(1,2,-1),(3,3,1),(2,1,-1),(4,2,1)\}$. Učenje se provodi uporabom perceptrona TLU s izlaznim vrijednostima -1 i 1 te stopom učenja $\eta = 1$. Početne vrijednosti težinskih faktora su $(w_2, w_1, w_0) = (1.3, 1.2, -3.2)$. Provedite postupak učenja Rosenblattovim algoritmom. **Koliko se puta tijekom učenja provode korekcije težina te koje su njihove konačne vrijednosti?**

A 3 puta, $(1.3, 1.2, -5.2)$
C 2 puta, $(-1.1, 0.8, -6.9)$
B 2 puta, $(3.3, 2.8, -10)$
D 3 puta, $(-5.2, 0.7, 1.2)$

4. Prirodom inspirirani optimizacijski algoritmi (5 pitanja)

16 (R) Minimum funkcije $f(x,y,z) = |x+2| + |y-3| + |z+2| + xz$. pronalazi se genetskim algoritmom ostvarenim u obliku jednostavne troturnirske selekcije. Svaka varijabla je pri tome ostvarena s 2 bita te se pretražuje cjelobrojno područje: x iz intervala $[0,3]$, a y i z iz intervala $[-1,2]$. U kromosomu najprije dolaze bitovi od x, pa od y, pa od z. U jednom koraku odabrana su sljedeća tri kromosoma: $K_1 = \texttt{000101}$, $K_2 = \texttt{100001}$, $K_3 = \texttt{001011}$. Kao funkcija dobrote koristi se negirana funkcija f, dakle dobrota od (x,y,z) je jednaka $-f(x,y,z)$. Koristi se križanje s jednom točkom prijeloma na polovici kromosoma. **Izračunajte dobrotu djeteta koje će biti vraćeno u populaciju.** Pretpostavite da prilikom križanja mutacija uvijek promijeni zadnji bit kromosoma (onaj najdesniji). Ako operator križanja generira više djece, u populaciju će se vratiti najbolje od generirane djece.

A -7 B -9 C -4 D -1

17 (P) Genetskim algoritmom tražimo maksimum funkcije $f(x,y,z)$, koristeći binarnu reprezentaciju rješenja. Vrijednost svake od varijabli pretražuje se u intervalu $[-10, 15]$, pri čemu je potrebno osigurati da se to pretraživanje provodi barem s preciznošću 0.01. **Od koliko se *minimalno* bitova treba sastojati kromosom?**

A 36 B 33 C 11 D 34

18 (P) Ako kod algoritma Ant System postavimo τ_0 na vrijednost koja je puno veća od količine feromonskih tragova koju deponira jedan mrav, **što će biti posljedica?**

A algoritam će dugo vremena istraživati nasumične puteve, prije no što ga mravi uspiju fokusirati

B algoritam će rapidno konvergirati prema globalnom optimumu

C algoritam će izgubiti mogućnost istraživanja kvalitetnih rješenja

D isparavanje feromonskih tragova će biti preveliko

19 (R) Uporabom mravlje kolonije traži se ciklus kroz graf. Poznati su sljedeći podatci: $\tau_{1,2} = 0.5$, $\tau_{1,5} = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $\tau_{1,6} = 2$, $\tau_{2,3} = 10\sqrt{2}$, $\tau_{2,4} = 3$, $\tau_{2,6} = 0.5$, $\tau_{3,4} = 10$, $\tau_{3,5} = 2$, $\tau_{3,7} = \sqrt{3}$, $\tau_{4,7} = 1$, $\tau_{5,6} = \frac{1}{2}$, $\tau_{5,7} = \frac{1}{3}$. $\eta_{1,2} = 2$, $\eta_{1,5} = 3$, $\eta_{1,6} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\eta_{2,3} = 0.1$, $\eta_{2,4} = 3\sqrt{3}$, $\eta_{2,6} = 0.5$, $\eta_{3,4} = \frac{1}{2\sqrt{5}}$, $\eta_{3,5} = 0.5$, $\eta_{3,7} = 1$, $\eta_{4,7} = \sqrt{2}$, $\eta_{5,6} = 2\sqrt{2}$, $\eta_{5,7} = 3\sqrt{3}$. Također, sve dane vrijednosti su simetrične, tj. $\tau_{i,j} = \tau_{j,i}$ i $\eta_{i,j} = \eta_{j,i}$. Dodatno, $\alpha = 2$ i $\beta = 2$. Prvi mrav kreće iz čvora 1. Kada mrav treba donijeti vjerojatnosnu odluku, pretpostavite da će ishod slučajnog odabira odgovarati najvjerojatnijem. Ako iz nekog čvora mrav ne može dalje, konstrukcija ciklusa se prekida. Uz te pretpostavke odredite ciklus koji će taj mrav konstruirati. **Slijed od koja tri čvora je dio tog ciklusa?**

A 4, 2, 6 B Mrav neće uspjeti konstruirati ciklus C 3, 2, 1 D 7, 4, 2

20 (T) Problemi zadovoljavanja ograničenja (engl. *constraint satisfaction problem*, CSP) podskupina su problema pretraživanja prostora stanja. **Što je karakteristično za ovu vrstu problema?**

A Imamo garanciju da traženo rješenje postoji (no problem je pronaći ga)

B Bitno nam je samo konačno stanje

C Ispitni predikat definiramo tako da uspoređuje stanje sa zadanim predloškom (kao kod slagalice)

D Rješenje omogućava rekonstrukciju puta do početnog stanja

Završni ispit iz Uvoda u umjetnu inteligenciju (2020./2021.)

– NEKORIGIRANA VERZIJA –

*Ispit se sastoji od **20 pitanja** i ukupno nosi **20 bodova**. Točan odgovor nosi 1 bod a netočan -1/3 boda. Trajanje ispita je **150 minuta**. Primjerak ispita trebate predati zajedno sa svojim rješenjima.*

1. Modeliranje neizvjesnosti (5 pitanja)

1 (T) Bayesovo pravilo omogućava nam da na temelju opaženog dokaza E zaključimo o vjerojatnosti hipoteze H. Iz perspektive logike, takvo zaključivanje odgovara pravilu abdukcije. **Kojem dijelu pravila abdukcije odgovara uvjetna vjerojatnost $P(E|H)$ iz Bayesovog pravila?**

A Implikaciji $H \to E$ B Implikaciji $E \to H$ C Činjenici E D Činjenici H

2 (T) Neizrazita logika temelji se na teoriji neizrazitih skupova. **Koja je točno veza između neizrazite logike i neizrazitih skupova?**

A Atom $P(x)$ istinit je za one i samo one elemente za koje $\mu(x) \geq 0.5$

B Disjunkcija neizrazitih skupova P i Q jednaka je neizrazitom skupu sa $\mu(x) = \max(\mu_P(x), \mu_Q(x))$

C Vrijednost $\mu(x)$ je donja ograda vjerojatnosti da je atom $P(X)$ istinit

D Stupanj istinitosti atoma $P(x)$ jednak je $\mu_P(x)$, tj. stupnju pripadnosti elementa x neizrazitom skupu P

3 (P) Za zaključivanje u domeni pedijatrije koristimo Bayesovo pravilo. Znamo da je vjerojatnost nastupanja osipa ako dijete ima šarlah deset puta veća nego vjerojatnost nastupanja osipa ako dijete nema šarlah. Također znamo da je vjerojatnost šarlaha ako dijete ima osip barem dva puta veća nego vjerojatnost šarlaha prije opažanja osipa. **Kolika je vjerojatnost P šarlaha prije opažanja osipa?**

A $1/2 \leq P \leq 2/3$ B $P \leq 4/9$ C $P \geq 1/6$ D $P = 4/5$

4 (P) Primjenom standardnih (Zadehovih) neizrazitih operacija i jezičnih modifikatora konstruirali smo neizraziti skup *vrlo jak klokan*. Klokan Roger, najjači australski klokan, koji je od starosti preminuo 2018. godine, tom skupu pripada sa $\mu = 0.9$. Primjenom istih operatora i modifikatora konstruirali smo neizraziti skup *ne jak klokan*. **Koja je pripadnost klokana Rogera tom neizrazitom skupu?**

A $\sqrt{1-0.9^2}$ B $1-\sqrt{0.9}$ C $1-0.9^2$ D $(1-0.9)^2$

5 (R) Razvijamo sustav neizrazitog zaključivanja za modeliranje dinamike fluida. Razmatramo odnos tlaka, temperature i volumena fluida. Definirali smo univerzalne skupove $P = \{100, 200, 300, 400, 500\}$ za tlak (u Pascalima), $T = \{-100, -50, 0, 50, 100\}$ za temperaturu (u Kelvinima) i $V = \{0, 5, 10, 15, 20, 25\}$ za volumen (kubni metar po molu). Nad tim smo skupovima definirali neizrazite skupove *visok tlak* kao $P_v = \{0.1/200, 0.3/300, 0.6/400, 1/500\}$, skup *visoka temperatura* kao $T_v = \{0.2/0, 0.5/50, 0.8/100\}$, i skup *malen volumen* kao $V_m = \{1/5, 0.5/10, 0.3/15\}$. Definirali smo i dva pravila (implikacije), $P_v \to V_m$ i $T_v \to P_v$, modelirana kao neizrazite relacije. Zanima nas koliko je malen volumen fluida ako je temperatura fluida vrlo visoka, tj. želimo izvesti neizraziti skup V'_m ako je premisa neizraziti skup $T'_v = vrlo(T_v)$. To možemo izračunati primjenom Zadehovog modifikatora intenzifikacije te uzastopnom primjenom generaliziranog modusa ponensa. **Kako glasi neizraziti skup V'_m koji dobivamo takvim neizrazitim zaključivanjem**?

A $\{0.6/5, 0.3/10, 0.3/15\}$ C $\{0.6/5, 0.3/10, 0.1/15\}$

B $\{0.64/5, 0.5/10, 0.3/15\}$ D $\{0.64/5, 0.5/10, 0.1/15\}$

2. Strojno učenje (5 pitanja)

6 (T) Razvijamo model strojnog učenja za predviđanje broja gledatelja na kinoprojekcijama. U obzir smo uzeli tri značajke: dan u tjednu, žanr filma i cijena produkcije filma. **Koji bi algoritam strojnog učenja bilo prikladno upotrijebiti za ovaj poblem, i zašto?**

- A Neuronsku mrežu, jer predviđamo brojčanu vrijednost
- B Neuronsku mrežu, jer je cijena produkcije filma brojčana značajka
- C Naivan Bayesov klasifikator, jer predviđamo diskretne vrijednosti (cijeli brojevi)
- D Stablo odluke, jer imamo tri značajke s podjednakom informacijskom dobiti

7 (R) Raspolažemo skupom primjera za *"Nezaboravno jadransko ljeto 2025., odmah nakon pandemije koronavirusa"*. Skup se sastoji od sljedećih primjera, svaki sa 4 značajke (Mjesto, Otok, Smještaj, Prijevoz) i ciljnom oznakom y:

i	Mjesto	Otok	Smještaj	Prijevoz	y
1	Istra	ne	privatni	auto	da
2	Istra	ne	privatni	avion	da
3	Dalmacija	da	hotel	auto	da
4	Dalmacija	da	hotel	bus	da
5	Kvarner	ne	kamp	bus	ne
6	Dalmacija	da	privatni	avion	ne
7	Istra	ne	kamp	auto	ne

Primijenite na ovaj skup primjera algoritam ID3. U slučaju da je u nekom koraku više značajki ima jednaku vrijednost informacijske dobiti, izaberite koja je u tablici navedena prva (ona ljevija). **Kako izgleda dobiveno stablo odluke?**

- A Korijenski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.251
- B Korijenski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Smještaj s informacijskom dobiti 0.251
- C Korijenski čvor stabla je Smještaj, a njegovo dijete je čvor Mjesto s informacijskom dobiti 0.918
- D Korijenski čvor stabla je Mjesto, a njegovo dijete je čvor Smještaj s informacijskom dobiti 0.918

8 (P) Radimo svoju implementaciju algoritma ID3. Kako bismo spriječili da se model prenauči, implementirali smo i podrezivanje stabla na dubini k. Nažalost, kod implementacije funkcije informacijske dobiti (IG) potkrala nam se mala pogreška: zaboravili smo negirati vrijednost pri izračunu entropije $E(D)$ skupa primjera D. Dakle, umjesto da izračunava $E(D)$, naša implementacija izračunava $-E(D)$. Neka je M_1^k stablo odluke koje dobivamo učenjem takvim pogrešno implementiranim algoritmom ID3, podrezano na neku konačnu dubinu k. Neka je M_2^k stablo koje bismo dobili da smo algoritam ID3 implementirali ispravno i naučeno stablo podrezali na neku konačnu dubinu k. Ako $k = \infty$, onda to znači da stablo ne podrezujemo. Neka je $E_u(M)$ pogreška učenja modela M, a $E_p(M)$ pogreška modela M na skupu za provjeru. **Što od sljedećeg možemo očekivati da vrijedi?**

- A $E_p(M_2^\infty) = E_u(M_2^\infty)$
- C $E_p(M_1^k) > E_p(M_2^k)$
- B $E_u(M_2^k) = E_u(M_2^\infty)$
- D $E_u(M_2^k) < E_u(M_2^\infty)$

9 (R) Mali je Ivica svakog svakog ljeta u zadnjih sedam godina naučio jedan novi programski jezik. Svoja vrijedna iskustva sažeo je u listu *"Programski jezik koji mi se jako sviđa"*, gdje je svaki jezik opisao četirima značajkama, te je naznačio je li mu se dotični jezik svidio ($y = 1$) ili nije ($y = 0$). Ta lista izgleda ovako:

i	Evaluacija	Izvođenje	Paradigma	Provjera tipova	y
1	lijena	kompajler	imperativna	statička	0
2	striktna	interpreter	deklarativna	dinamička	0
3	lijena	kompajler	imperativna	dinamička	0
4	lijena	interpreter	hibridna	statička	0
5	striktna	interpreter	imperativna	statička	1
6	lijena	kompajler	hibridna	dinamička	1
7	striktna	kompajler	hibridna	dinamička	1

Ovog ljeta Mali Ivica želi puno jesti i spavati te opet naučiti novi programski jezik. U užem je izboru jezik $\mathbf{x}$ sa sljedećim karakteristikama: $\mathbf{x} = (\text{lijena}, \text{interpreter}, \text{hibridna}, \text{dinamička})$. Međutim, ovog bi puta Mali bi Ivica volio unaprijed znati hoće li mu se dotični programski jezik svidjeti, tako da ne gubi cijelo ljeto bezveze. Pomozite Malom Ivici te na gornji skup primjera primjenite naivan Bayesov klasifikator s Laplaceovim zaglađivanjem "dodaj jedan". **Koliko iznosi vjerojatnost da bi se Malom Ivici programski jezik x jako svidio?**

A 0.694 B 0.799 C 0.856 D 0.431

10 (T) Naivan Bayesov klasifikator nazivamo "naivnim" jer model pretpostavlja uvjetnu nezavisnost značajki x_j unutar klase y. Uz tu pretpostavku, izglednost klase $P(x_1, \ldots, x_n|y)$ možemo zamijeniti umnoškom $\prod_{j=1}^{n} P(x_j|y)$. **Koja je motivacija za uvođenje pretpostavke uvjetne nezavisnosti?**

A Mogućnost korištenja značajki koje nisu binarne

B Veća točnost modela na skupu za učenje

C Mogućnost generalizacije na neviđene primjerke

D Mogućnost klasifikacije u više od dvije klase

3. Umjetne neuronske mreže (5 pitanja)

11 (R) Unaprijednu potpuno povezanu slojevitu neuronsku mrežu arhitekture $3 \times 2 \times 2$ sa sigmoidnim prijenosnim funkcijama učimo preslikavanje $R^3 \rightarrow R^2$, odnosno skup primjeraka za učenje sadrži zapise oblika $(x_1, x_2, x_3) \mapsto (y_1, y_2)$. Trenutačne vrijednosti težina su:

$$w_{0,1}^{(1)} = -1, w_{1,1}^{(1)} = 0.1, w_{2,1}^{(1)} = 1, w_{3,1}^{(1)} = 1, w_{0,2}^{(1)} = 0.5, w_{1,2}^{(1)} = 0.4, w_{2,2}^{(1)} = -2, w_{3,2}^{(1)} = 0.8,$$
$$w_{0,1}^{(2)} = -0.4, w_{1,1}^{(2)} = -2, w_{2,1}^{(2)} = 1, w_{0,2}^{(2)} = 0.4, w_{1,2}^{(2)} = 1, w_{2,2}^{(2)} = 0.3.$$

Primjerak koji trenutačno razmatramo je $(0.2, -0.1, 0.2) \mapsto (1, 0)$. Učenje mreže provodi se postupkom propagacije pogreške unazad na temelju pojedinačnih primjeraka. Neka je iznos stope učenja jednak 10. Provedite postupak učenja za dani primjerak. **Koliko iznosi zbroj $w_{1,2}^{(1)} + w_{3,1}^{(1)}$ nakon provedenih korekcija?** (Odgovori su zaokruženi na četiri decimale.)

A 1.3137 B 1.3521 C 1.2627 D 1.4752

12 (T) McCulloch-Pittsov model umjetnog neurona nastao je davne 1943. godine. **Što od sljedećega *nije* točno za McCulloch-Pitsov model**?

A Neuron nema memoriju, odnosno uvijek će za isti ulaz dati isti izlaz

B Tijelo neurona s ulaznim dendritima modelirano je težinskom sumom

C Brzina širenja električkih impulsa modelirana je težinama

D Funkcioniranje aksonskog vlakna modelirano je prijenosnom funkcijom

13 (P) Raspolažemo dvama skupovima primjeraka za učenje (iste su dimenzionalnosti ulaza) za binarni klasifikacijski problem. Kao klasifikator koristimo TLU-perceptron. Poznato je da nad oba skupa Rosenblattov algoritam uspješno dolazi do rješenja. Neka mu nad prvim skupom za to treba n_1 koraka, a nad drugim skupom n_2 koraka. Razmotrite sada treći skup primjeraka za učenje koji predstavlja uniju prethodnih dvaju. **Koliko će koraka trebati Rosenblattovu algoritmu da nauči ispravno klasificirati taj skup?**

A $max(n_1, n_2)$ koraka

B Nemamo garancije da će učenje biti uspješno

C n_1 ili n_2 koraka, ovisno o inicijalizaciji težina

D Minimalno n_1 koraka

14 (T) Kroz povijest razvoja područja umjetne inteligencije izmjenjivali su se periodi snažnog razvoja te periodi stagnacije (tzv. "zime"). **Što je dovelo do okončanja zime umjetne inteligencije pretkraj 80-ih godina?**

A Otkriće algoritma propagacije pogreške unatrag

B Otkriće prijenosnih funkcija poput zglobnice

C Otkriće Rosenblattovog algoritma učenja perceptrona

D Dostupnost grafičkih kartica za ubrzavanje računanja

15 (R) Skup primjera za učenje $\{(x_2, x_1, y)\}$ je $\{(1,1,-1),(2,4,1),(1,2,-1),(3,3,1),(2,1,-1),(4,2,1)\}$. Učenje se provodi uporabom perceptrona TLU s izlaznim vrijednostima -1 i 1 te stopom učenja $\eta = 1$. Početne vrijednosti težinskih faktora su $(w_2, w_1, w_0) = (1.3, 1.2, -3.2)$. Provedite postupak učenja Rosenblattovim algoritmom. **Koliko se puta tijekom učenja provode korekcije težina te koje su njihove konačne vrijednosti?**

A 3 puta, $(1.3, 1.2, -5.2)$ C 4 puta, $(5.5, -1.5, 10)$
B 4 puta, $(1.3, -2.5, 12)$ D postupak ne konvergira

4. Prirodom inspirirani optimizacijski algoritmi (5 pitanja)

16 (P) Ako kod algoritma Ant System postavimo τ_0 na vrijednost koja je puno manja od količine feromonskih tragova koju deponira jedan mrav, **što će biti posljedica?**

A isparavanje feromonskih tragova će biti preveliko

B algoritam će dugo vremena istraživati nasumične puteve, prije no što ga mravi uspiju fokusirati

C algoritam će rapidno konvergirati prema globalnom optimumu

D algoritam će izgubiti mogućnost istraživanja kvalitetnih rješenja

17 (R) Uporabom mravlje kolonije traži se ciklus kroz graf. Poznati su sljedeći podatci: $\tau_{1,3} = 0.5$, $\tau_{1,6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$, $\tau_{1,7} = 2$, $\tau_{2,4} = 1$, $\tau_{2,5} = \sqrt{3}$, $\tau_{2,6} = \frac{1}{3}$, $\tau_{3,4} = 3$, $\tau_{3,5} = 10\sqrt{2}$, $\tau_{3,7} = 0.5$, $\tau_{4,5} = 10$, $\tau_{5,6} = 2$, $\tau_{6,7} = \frac{1}{2}$. $\eta_{1,3} = 2$, $\eta_{1,6} = 3$, $\eta_{1,7} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\eta_{2,4} = \sqrt{2}$, $\eta_{2,5} = 1$, $\eta_{2,6} = 3\sqrt{3}$, $\eta_{3,4} = 3\sqrt{3}$, $\eta_{3,5} = 0.1$, $\eta_{3,7} = 0.5$, $\eta_{4,5} = \frac{1}{2\sqrt{5}}$, $\eta_{5,6} = 0.5$, $\eta_{6,7} = 2\sqrt{2}$. Također, sve dane vrijednosti su simetrične, tj. $\tau_{i,j} = \tau_{j,i}$ i $\eta_{i,j} = \eta_{j,i}$. Dodatno, $\alpha = 2$ i $\beta = 2$. Prvi mrav kreće iz čvora 1. Kada mrav treba donijeti vjerojatnosnu odluku, pretpostavite da će ishod slučajnog odabira odgovarati najvjerojatnijem. Ako iz nekog čvora mrav ne može dalje, konstrukcija ciklusa se prekida. Uz te pretpostavke odredite ciklus koji će taj mrav konstruirati. **Slijed od koja tri čvora je dio tog ciklusa?**

A 3, 7, 6 B 5, 3, 1 C 2, 5, 4 D Mrav neće uspjeti konstruirati ciklus

18 (T) Problemi zadovoljavanja ograničenja (engl. *constraint satisfaction problem*, CSP) podskupina su problema pretraživanja prostora stanja. **Što je karakteristično za ovu vrstu problema?**

A Rješenje omogućava rekonstrukciju puta do početnog stanja

B Bitno nam je samo konačno stanje

C Mogu se rješavati algoritmom A*, ali samo uz optimističnu heuristiku i skup posjećenih stanja

D Ispitni predikat definiramo tako da uspoređuje stanje sa zadanim predloškom (kao kod slagalice)

19 (R) Minimum funkcije $f(x, y, z) = (x+1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2+xz$. pronalazi se genetskim algoritmom ostvarenim u obliku jednostavne troturnirske selekcije. Svaka varijabla je pri tome ostvarena s 2 bita te se pretražuje cjelobrojno područje: x iz intervala $[0, 3]$, a y i z iz intervala $[-1, 2]$. U kromosomu najprije dolaze bitovi od x, pa od y, pa od z. U jednom koraku odabrana su sljedeća tri kromosoma: $K_1 = \texttt{000101}$, $K_2 = \texttt{100001}$, $K_3 = \texttt{001011}$. Kao funkcija dobrote koristi se negirana funkcija f, dakle dobrota od (x, y, z) je jednaka $-f(x, y, z)$. Koristi se križanje s jednom točkom prijeloma na polovici kromosoma. **Izračunajte dobrotu djeteta koje će biti vraćeno u populaciju.** Pretpostavite da prilikom križanja mutacija uvijek promijeni zadnji bit kromosoma (onaj najdesniji). Ako operator križanja generira više djece, u populaciju će se vratiti najbolje od generirane djece.

A -3 B -21 C -26 D -29

20 (P) Genetskim algoritmom tražimo maksimum funkcije $f(x, y, z)$, koristeći binarnu reprezentaciju rješenja. Vrijednost svake od varijabli pretražuje se u intervalu $[10, 90]$, pri čemu je potrebno osigurati da se to pretraživanje provodi barem s preciznošću 0.001. **Od koliko se *minimalno* bitova treba sastojati kromosom?**

A 49 B 16 C 48 D 51

	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Grupa A	B	C	C	C	A	C	D	A	C	C	A	C	D	B	A	A	C	C	D	D
Grupa B	A	C	D	B	B	A	D	D	D	C	C	C	A	B	A	A	D	A	B	D
Grupa C	D	A	C	D	B	A	A	A	A	B	D	B	B	A	B	D	B	C	C	A
Grupa D	C	C	A	D	A	C	C	D	C	C	A	C	A	A	D	A	A	B	C	A
Grupa E	A	A	B	D	B	D	D	C	C	A	A	D	A	A	A	C	A	A	A	B
Grupa F	A	D	B	B	B	A	C	C	D	C	C	C	B	A	A	D	C	B	A	D