# SUPERFICIES

# PLANO

La expresión de un plano en  $\mathbb{R}^3$  viene dada por:

$$ax + by + cz = d$$

donde  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ .

Plano paralelo al plano  $XY: \boxed{z=c}$ 



Plano paralelo al plano YZ : x = c



Plano paralelo al plano  $XZ: \boxed{y=c}$ 



# ESFERA

La esfera de centro (a,b,c) y de radio r viene dada por la ecuación:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = r^2$$



## PARABOLOIDE ELÍPTICO

Un paraboloide elíptico cuyo eje es paralelo al eje Z y cuyo vértice es (a,b,c) tiene por ecuación:

$$z - c = \left(\frac{x - a}{r_1}\right)^2 + \left(\frac{y - b}{r_2}\right)^2$$

(Los cortes de este paraboloide con planos paralelos al plano z = 0 son elipses)



Un paraboloide elíptico cuyo eje es paralelo al eje Y y cuyo vértice es (a,b,c) tiene por ecuación:

$$y - b = \left(\frac{x - a}{r_1}\right)^2 + \left(\frac{z - c}{r_2}\right)^2$$

(Los cortes de este paraboloide con planos paralelos al plano y = 0 son elipses)



Un paraboloide elíptico cuyo eje es paralelo al eje X y cuyo vértice es (a,b,c) tiene por ecuación:

$$x - a = \left(\frac{y - b}{r_1}\right)^2 + \left(\frac{z - c}{r_2}\right)^2$$

(Los cortes de este paraboloide con planos paralelos al plano x = 0 son elipses)



## PARABOLOIDE CIRCULAR

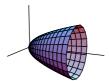
El paraboloide circular es un caso particular del paraboloide elíptico cuando  $r_1 = r_2$ . Un paraboloide cuyo eje es paralelo al eje Z y cuyo vértice es (a, b, c) tiene por ecuación:

$$z - c = (x - a)^2 + (y - b)^2$$



Un paraboloide cuyo eje es paralelo al eje Y y cuyo vértice es (a, b, c) tiene por ecuación:

$$y - b = (x - a)^2 + (z - c)^2$$



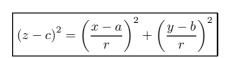
Un paraboloide cuyo eje es paralelo al eje X y cuyo vértice es (a, b, c) tiene por ecuación:

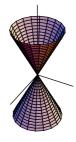
$$x - a = (y - b)^2 + (z - c)^2$$



#### CONO CIRCULAR

La ecuación de un cono circular cuyo eje es paralelo al eje Z y cuyo centro es el punto (a,b,c) es:

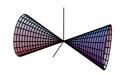




(El corte de este cono con el plano z = c+1 es un círculo de radio r y centro (a,b).

La ecuación de un cono circular cuyo eje es paralelo al eje Y y cuyo centro es el punto (a,b,c) es:

$$(y-b)^{2} = \left(\frac{x-a}{r}\right)^{2} + \left(\frac{z-c}{r}\right)^{2}$$



(El corte de este cono con el plano y = b+1 es un círculo de radio r y centro (a, c).

La ecuación de un cono circular cuyo eje es paralelo al eje X y cuyo centro es el punto (a, b, c) es:

$$(x-a)^2 = \left(\frac{y-b}{r}\right)^2 + \left(\frac{z-c}{r}\right)^2$$

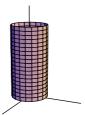


(El corte de este cono con el plano x=a+1 es un círculo de radio r y centro (b,c).

## CILINDRO CIRCULAR RECTO

La ecuación de un cilindro circular recto de radio r cuyo eje es paralelo al eje Z y pasa por el punto (a, b, 0) es:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$



La ecuación de un cilindro circular recto de radio r cuyo eje es paralelo al eje Y y pasa por el punto (a,0,b) es:

$$(x-a)^2 + (z-b)^2 = r^2$$



La ecuación de un cilindro circular recto de radio r cuyo eje es paralelo al eje X y pasa por el punto (0, a, b) es:

$$(y-a)^2 + (z-b)^2 = r^2$$

