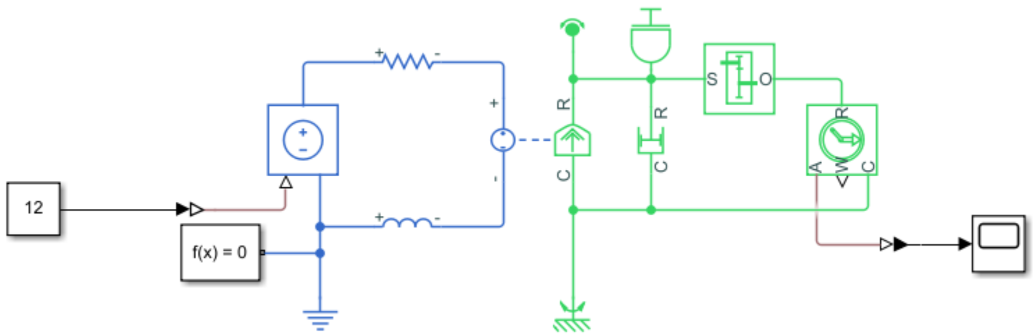
5. Control

5.1 Model ของ Motor และ Gearbox ที่ใช้

DC มอเตอร์ที่เลือกใช้คือ FaulHaber 2342L012CR 12VDC

พิจารณากรณีที่ มอเตอร์ ไม่ได้รับ แรงบิดจากภายนอกเพิ่มเติม แล้วทำการ Model ระบบอย่างคร่าวๆ



รูปที่ 42 Model ของ DC Motor

เนื่องจากระบบใน Model มี 2 ส่วน แบ่งเป็น ระบบทางไฟฟ้า และ ระบบทางกล

5.1.1 Differential Equation

กำหนดค่าคงที่เป็นดังนี้

R = ความต้านทานทางไฟฟ้า

L = ความเหนี่ยวนำทางไฟฟ้า

K_b = ค่าคงที่ของแรงเคลื่อนไฟฟ้าย้อนกลับ

K_t = ค่าคงที่ของแรงบิด

b = ความหน่วงเชิงมุม

J = ความเฉื่อยในการหมุน ของอาร์เมเจอร์ กับ ชุดเฟือง

V_{in} = แรงเคลื่อนไฟฟ้าที่ใส่เข้าไปในวงจร

V_{emf} = แรงเคลื่อนไฟฟ้าย้อนกลับ

I = กระแสไฟฟ้า

τ_m = แรงบิดจากขดลวดอาร์เมเจอร์

θ = มุมที่เพลามอเตอร์หมุนไป

θ_f = มุมที่เพลาหลังจากทดเฟืองหมุนไป

r_g = อัตราทดของเฟือง

ระบบทางไฟฟ้า

จาก Kirchhoff's voltage law จะได้

$$-V_{in} + IR + V_{emf} + L\dot{I} = 0$$

จาก Faraday’s Law เมื่อจัดรูปใหม่ จะได้

$$V_{emf} = K_b\dot{\theta}$$

แทน V_{emf} ลงในสมการแรกจะได้

$$-V_{in} + IR + K_b\dot{\theta} + L\dot{I} = 0$$

จาก Lorentz force law จะได้

$$\tau_m = K_t I$$

ระบบทางกล เนื่องจากการหมุนของ มอเตอร์ทำให้เกิดแรงบิด τ_m

จาก Newton-Euler’s law จะได้

$$\tau_m - b\dot{\theta} = J\ddot{\theta}$$

เมื่อแทนสมการ Lorentz force law ลงไป จะได้

$$K_t I - b\dot{\theta} = J\ddot{\theta}$$

จะได้สมการทางระบบไฟฟ้า และ ระบบทางกลมา

$$-V_{in} + IR + K_b\dot{\theta} + L\dot{I} = 0$$

$$K_t I - b\dot{\theta} = J\ddot{\theta}$$

คูณ $\frac{1}{R}$ ในสมการแรก และ คูณ $\frac{1}{b}$ ไปในสมการที่สอง

$$-\frac{V_{in}}{R} + I + \frac{K_b\dot{\theta}}{R} + \frac{L\dot{I}}{R} = 0$$

$$\frac{K_t I}{b} - \dot{\theta} = \frac{J\ddot{\theta}}{b}$$

$$\tau_e(\text{Electrical Time constant}) = \frac{L}{R}$$

$$\tau_m(\text{Mechanical Time constant}) = \frac{J}{b}$$

โดยทั่วไป $\tau_m \gg \tau_e$

ดังนั้นจึงประมาณ พจน์ $\frac{L\dot{I}}{R}$ ว่าไม่ส่งผลต่อระบบ ดังนั้น Differential Equation ของระบบ

$$-V_{in} + IR + K_b\dot{\theta} = 0$$

$$K_t I - b\dot{\theta} = J\ddot{\theta}$$

และเนื่องจากมอเตอร์ต่ออยู่กับชุดเฟืองด้วย จึงมี

$$\theta = r_g\theta_f$$

$$-V_{in} + IR + K_b r_g\dot{\theta}_f = 0$$

$$K_t I - b r_g\dot{\theta}_f = J r_g\ddot{\theta}_f$$

5.1.2 Transfer Function

สามารถหา Transfer Function ของระบบได้จาก Laplace Transform ของแต่ละสมการ

$$-V_{in}(s) + I(s)R + r_g K_b S\theta_f(s) = 0$$

$$K_t I(s) - r_g bS\theta_f(s) = r_g JS^2\theta_f(s)$$

$$I(s) = \frac{r_g bS\theta_f(s)}{K_t} + \frac{r_g JS^2\theta_f(s)}{K_t}$$

แทน $\mathrm{I(s)}$ ลงในสมการทางไฟฟ้า

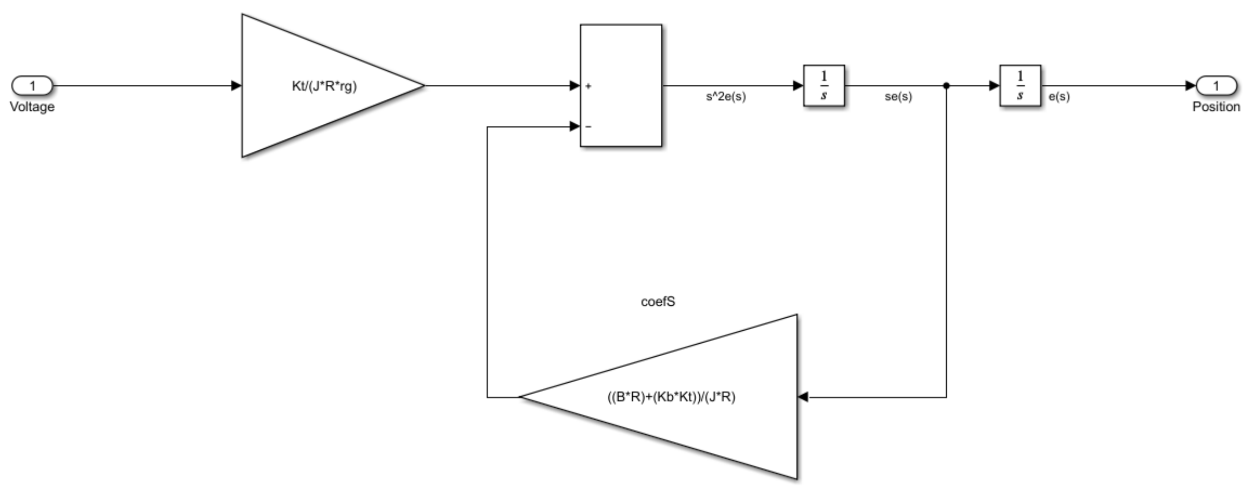
$$-V_{in}(s) + \left(\frac{r_g bS\theta_f(s)}{K_t} + \frac{r_g JS^2\theta_f(s)}{K_t}\right)R + r_g K_b S\theta_f(s) = 0$$

$$\left(\frac{r_g bRS + r_g JRS^2 + r_g K_b K_t S}{K_t}\right)\theta_f(s) = V_{in}(s)$$

$$\frac{\theta_f(s)}{V_{in}(s)} = \frac{K_t}{r_g JRS^2 + r_g(bR + K_b K_t)S}$$

$$\frac{\theta_f(s)}{V_{in}(s)} = \frac{\frac{K_t}{r_g JR}}{S^2 + \frac{(bR + K_b K_t)}{JR}S}$$

นำไปเขียนเป็น Block Diagram ได้ ดังรูป



รูปที่ 43 Block Diagram ของ transfer Function

5.1.3 State-space

จาก Differential Equation ของระบบ

$$-V_{in} + IR + K_b r_g \dot{\theta}_f = 0$$

$$K_t I - b r_g \dot{\theta}_f = J r_g \ddot{\theta}_f$$

เนื่องจาก ระบบนี้มี Order = 2 ดังนั้น ระบบนี้จะ มี 2 state เช่นกัน

กำหนด X เป็น state ของระบบ และ Y เป็น Output ที่ต้องการแสดงของระบบ

$X_1 = \theta_f$ $X_2 = \dot{\theta}_f$ $Y = \theta_f$	$\dot{X}_1 = \dot{\theta}_f$ $\dot{X}_1 = X_2$ $\dot{X}_2 = \ddot{\theta}_f$ $\ddot{\theta}_f = \frac{K_t I}{J r_g} - \frac{b\dot{\theta}_f}{J}$ $I = -\frac{K_b r_g \dot{\theta}_f}{R} + \frac{V_{in}}{R}$ $\ddot{\theta}_f = \frac{(-K_b K_t - bR)}{JR}\dot{\theta}_f + \frac{K_t V_{in}}{r_g J R}$

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{(K_b K_t + bR)}{JR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_t}{r_g J R} \end{bmatrix} V_{in}$$

$$Y = \theta_f$$

5.2 Code ในการ Estimate Parameter ของ Gearbox และ Motor

ในการทำ Parameter Estimation จะมีอยู่ 2 ส่วน

5.2.1 ฟังก์ชันของ State – Space

จาก State – Space ที่หามาได้ เราจะสามารถเขียนเป็นสมการในรูปของเมทริกซ์ได้เป็น

$$Y = X_1$$

$$\begin{bmatrix} \dot{X_1} \\ \dot{X_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_2 \\ -\frac{(K_b K_t \ + \ bR)}{JR} X_2 + \frac{K_t}{r_g JR} \ V_{in} \end{bmatrix}$$

และยังสามารถ รวม parameters ของแต่ละพจน์เป็น ตัวแปรเดียวได้เช่นกันจะได้

$$\begin{bmatrix} \dot{X_1} \\ \dot{X_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_2 \\ -par1 + \ par2 \ V_{in} \end{bmatrix}$$

โดยที่ $par1 \ = \frac{(K_b K_t + bR)}{JR}$

$$par2 \ = \frac{K_t}{r_g JR}$$

จะสามารถนำไปเขียนโปรแกรมใน Matlab ได้ดังนี้

```
function [dx,y] = Vilgalaxy(t,x,u,par1,par2,varargin)
    y = [x(1)];                          %Angular position
    dx = [x(2);
        -par1*x(2)+ par2*u(1)
        ];
end
```

รูปที่ 44 function state – space

5.2.1 คำสั่งสำหรับการ Run โปรแกรมเพื่อทำ Parameter Estimation

ทำ Logging Data ใส่สัญญาณ ให้มอเตอร์ทำงานตามสัญญาณ ChirpSine ที่มีสมการดังนี้

$$\mathbf{X(t) = sin(2\pi(kt^2 + f_0 t)t \ + \ \emptyset)}$$

โดย $\emptyset \ = \frac{\pi}{2}$ เนื่องจาก ไม่ต้องการสั่งการมอเตอร์ให้ผ่านช่วงที่มอเตอร์ไม่ทำงาน จึงเลื่อน phase ไป 90 องศา

$\mathbf{f_1, f_0} \ =$ ความถี่สุดท้ายที่ต้องการ และความถี่เริ่มต้น ตามลำดับ

$\mathbf{T} =$ เวลาที่ความถี่เปลี่ยนแปลงจาก $\mathbf{f_0}$ ไปจนถึง $\mathbf{f_1}$

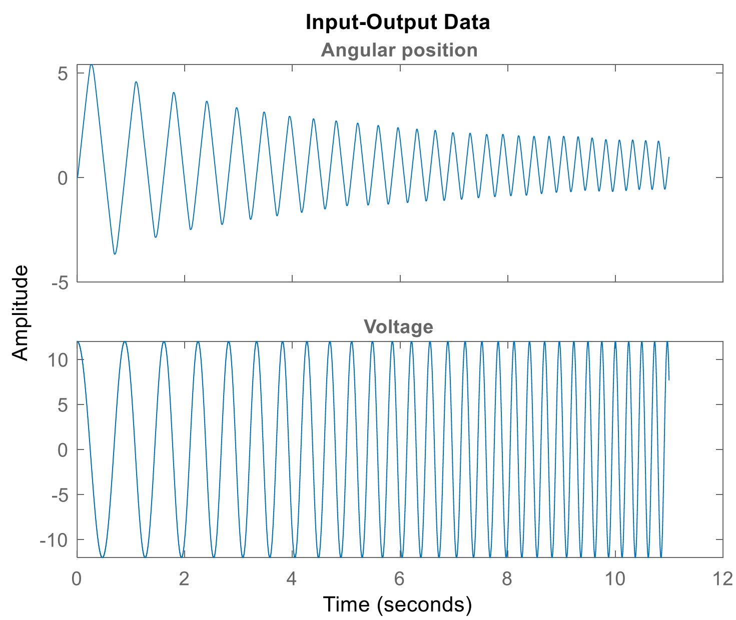
ค่าในการทดลอง

$$\mathbf{k} = \frac{\mathbf{f_1 - f_0}}{\mathbf{T}} = \frac{\mathbf{10-1}}{\mathbf{60}} = \mathbf{0.15}$$

```
%% import data
z = iddata(table2array(ChirpSignalEX(:,5)),table2array(ChirpSignalEX(:,3)),0.002);%ChirpSignalRespondRSpro
z.InputName = 'Voltage';
z.InputUnit =  'V';
z.OutputName = {'Angular position'};
z.OutputUnit = {'rad'};
z.Tstart = 0;
z.TimeUnit = 's';
figure('Name', [z.Name ': Voltage input -> Angular position output']);% Plot first input-output pair (Voltage -> Angular position).
plot(z(:, 1, 1));
```

รูปที่ 5.4 import data

ส่วนนี้เป็นส่วนที่ นำ log data เข้ามาใน workspace แล้วตั้งชื่อ และหน่วย และสามารถ plot ค่าที่เก็บเข้ามาเป็น graph ให้ดูได้



รูปที่ 45 Input-Output Data

```
%% set initial
FileName      = 'Vilgalaxy';       % File describing the model structure.
Order         = [1 1 2];           % Model orders [ny nu nx].
Parameters    = [100;100];     % Initial parameters.1.0;0.2;2.0;0.05;0.05;0.001
InitialStates = [0; 0];            % Initial initial states.
Ts            = 0;                 % Time-continuous system.

nlgr = idnlgrey(FileName, Order, Parameters, InitialStates, Ts,'Name','Vilgalaxy');
nlgr = setpar(nlgr,'Minimum',{0 0});
set(nlgr, 'InputName', 'Voltage', 'InputUnit', 'V',             ...
          'OutputName', {'Angular position'}, ...
          'OutputUnit', {'rad'},                        ...+
          'TimeUnit', 's');
nlgr = setpar(nlgr, 'Name', {'par1' 'par2'});
```

รูปที่ 46 Input - Output Data

ส่วนนี้เป็นการกำหนดค่าเริ่มต้นให้กับ โปรแกรมโดยทำการใส่ชื่อไฟล์ฟังก์ชันของ State – Space ลงไปจากนั้นก็กำหนดจำนวนของ Output, จำนวนของ Input, จำนวนของ States กำหนดค่า Parameters และ States เริ่มต้นให้กับโปรแกรม จากนั้น กำหนดค่าต่ำสุดที่จะประมาณค่า และชื่อของ Parameters

```
%% set Tolerance estimation
nlgr.SimulationOptions.AbsTol = 1e-7;
nlgr.SimulationOptions.RelTol = 1e-7;
compare(z, nlgr);
```

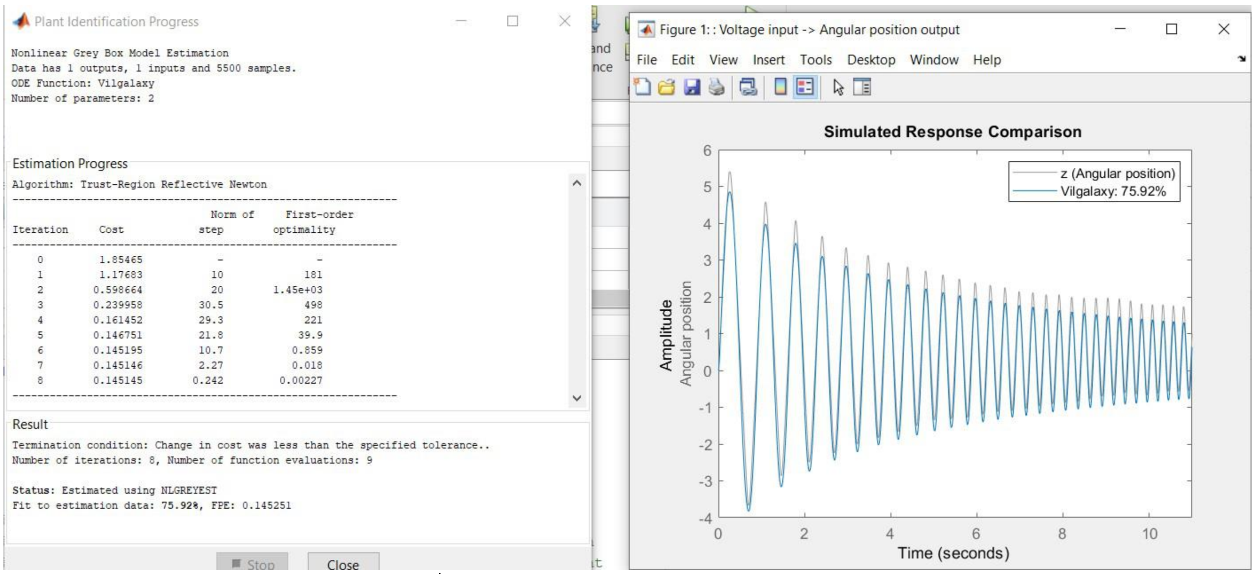
รูปที่ 47 set Tolerance estimation

นอกจากนี้ โปรแกรมยังสามารถให้ตั้งค่าความละเอียดของควาคลาดเคลื่อนในการประมาณค่าได้

```
%% RUN parameters estimation
nlgr = setinit(nlgr, 'Fixed', {true true}); % Estimate the initial states.
opt = nlgreyestOptions('Display', 'on');
opt.SearchOptions.MaxIterations = 60;
nlgr = nlgreyest(z, nlgr, opt);
compare(z,nlgr);
```

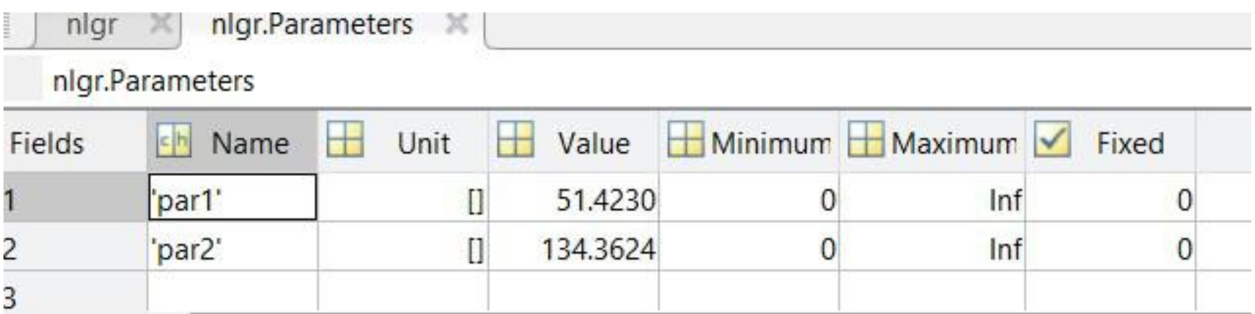
รูปที่ 48 RUN parameters estimation

จากนั้นทำการตั้งค่า ‘Fixed’ เป็น true เพื่อให้โปรแกรม ตั้งค่าเริ่มต้นของ States ตามที่เรากำหนด และ กำหนดจำนวนครั้งในการคำนวณได้ หลังจากนั้นสั่งให้ทำการ plot เปรียบเทียบข้อมูลที่ทำการ Parameter Estimation กับการทดลอง ซึ่งพบว่าค่าที่ได้มีความใกล้เคียงกับระบบจริง 75.92 %



รูปที่ 49 Simulated Response Comparison

5.3 ค่าของ parameter ที่ได้จากการทำ Nonlinear Graybox Parameter Estimation



nlgr.Parameters

Fields	Name	Unit	Value	Minimum	Maximum	Fixed
1	'par1'	[]	51.4230	0	Inf	0
2	'par2'	[]	134.3624	0	Inf	0
3						

รูปที่ 50 Parameters after estimation

จาก $$\text{par1} = \frac{(K_b K_t + bR)}{JR}$$

$$\text{par2} = \frac{K_t}{r_g J R}$$

$$\text{par1} = 51.4230$$

$$\text{par2} = 134.3624$$