PROJECT EULER PROBLEMS

Karo Sahafi

UNIVERSITY OF TABRIZ Computer Science Course

Problem 1

If we list all the natural numbers below 10 that are multiples of 3 or 5, we get 3, 5, 6 and 9. The sum of these multiples is 23.

Find the sum of all the multiples of 3 or 5 below 1000.

سوال 1

اگر همه اعداد طبیعی کوچکتر از 10 را که مضرب 3 یا 5 هستند بنویسیم، اعداد 3، 5، 6 و 9 بدست می آید. مجموع این اعداد 23 است.

مجموع همه اعداد طبیعی کوچکتر از 1000 را که مضرب 3 یا 5 هستند بیابید.

Problem 2

Each new term in the Fibonacci sequence is generated by adding the previous two terms. By starting with 1 and 2, the first 10 terms will be:

1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ...

By considering the terms in the Fibonacci sequence whose values do not exceed four million, find the sum of the even-valued terms.

سوال 2

هر عدد از دنباله فیبوناچی از جمع دو عدد قبلی بدست می آید. با شروع از اعداد 1 و 2، می توان دید 10 عدد اول این دنباله به این صورت خواهد بود:

1، 2، 3، 5، 8، 13، 21، 34، 55، 89، …

همه اعداد دنباله فبوناچی که از چهار میلیون کوچکترند را در نظر بگیرید، مجموع اعداد زوج این مجموعه را بیابید.

Problem 3

The prime factors of 13195 are 5, 7, 13 and 29.

What is the largest prime factor of the number 600851475143 ?

سوال 3

عوامل اول عدد 13195، اعداد 5، 7، 13 و 29 هستند.

بزرگترین عامل اول عدد 600851475143 چند است؟

Problem 4

A palindromic number reads the same both ways. The largest palindrome made from the product of two 2-digit numbers is 9009 = 91 x 99.

Find the largest palindrome made from the product of two 3-digit numbers.

سوال 4

یک عدد متقارن از هر دو طرف یکسان خوانده می شود. بزرگترین عدد متقارن که از ضرب دو عدد 2 رقمی بدست آمده 9009 = 91 x 99 است.

بزرگترین عدد متقارن که از ضرب دو عدد 3 رقمی بدست آمده را بیابید.

Problem 5

2520 is the smallest number that can be divided by each of the numbers from 1 to 10 without any remainder.

What is the smallest positive number that is *evenly divisible* by all of the numbers from 1 to 20?

سوال 5

2520 کوچکترین عددی است که اگر به تمام اعداد 1 تا 10 تقسیم کنیم، باقیمانده صفر می شود.

کوچکترین عدد مثبت که به همه اعداد 1 تا 20 بخش پذیر می باشد، چند است؟

Problem 6

The sum of the squares of the first ten natural numbers is,

$$1^2 + 2^2 + \dots + 10^2 = 385$$

The square of the sum of the first ten natural numbers is,

$$(1 + 2 + \dots + 10)^2 = 55^2 = 3025$$

Hence the difference between the sum of the squares of the first ten natural numbers and the square of the sum is 3025   385 = 2640.

Find the difference between the sum of the squares of the first one hundred natural numbers and the square of the sum.

سوال 6

جمع مربعات اعداد 1 تا 10 برابر است با،

$$1^2 + 2^2 + \dots + 10^2 = 385$$

مربع مجموع اعداد 1 تا 10 برابر است با،

$$(1 + 2 + \dots + 10)^2 = 55^2 = 3025$$

بنابراین اختلاف مجموع مربعات اعداد 1 تا 10 و مربع مجموع آنها برابر است با 3025 − 385 = 2640

اختلاف بین مجموع مربعات اعداد 1 تا 100 و مربع مجموع آنها را بیابید.

Problem 7

By listing the first six prime numbers: 2, 3, 5, 7, 11, and 13, we can see that the 6th prime is 13.

What is the 10 001st prime number?

سوال 7

همه اعداد اول را پشت سر هم بنویسیم داریم: 2، 3، 5، 7، 11 و 13. می بینیم که ششمین عدد اول 13 است.

10001 امین عدد اول چند است؟

Problem 8

Find the greatest product of five consecutive digits in the 1000-digit number.

73167176531330624919225119674426574742355349194934
96983520312774506326239578318016984801869478851843
85861560789112949495459501737958331952853208805511
12540698747158523863050715693290963295227443043557
66896648950445244523161731856403098711121722383113
62229893423380308135336276614282806444486645238749
30358907296290491560440772390713810515859307960866
70172427121883998797908792274921901699720888093776
65727333001053367881220235421809751254540594752243
52584907711670556013604839586446706324415722155397
53697817977846174064955149290862569321978468622482
83972241375657056057490261407972968652414535100474
82166370484403199890008895243450658541227588666881
16427171479924442928230863465674813919123162824586
17866458359124566529476545682848912883142607690042
24219022671055626321111109370544217506941658960408
07198403850962455444362981230987879927244284909188
84580156166097919133875499200524063689912560717606
05886116467109405077541002256983155200055935729725
71636269561882670428252483600823257530420752963450

سوال 8

بزرگترین حاصل ضرب 5 رقم پشت سر هم در عدد 1000 رقمی زیر را پیدا کنید.

Problem 9

A Pythagorean triplet is a set of three natural numbers, a b c, for which,

$$a^2 + b^2 = c^2$$

For example, $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$.

There exists exactly one Pythagorean triplet for which $a + b + c = 1000$.
Find the product abc.

سوال 9

یک سه گانه فیثاغورثی مجموعه سه عدد a , b, c است که،

$$a^2 + b^2 = c^2$$

به عنوان مثال ، $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$

دقیقا یک سه گانه فیثاغورثی وجود دارد که $a + b + c = 1000$.

حاصل ضرب abc را پیدا کنید.

Problem 10

The sum of the primes below 10 is $2 + 3 + 5 + 7 = 17$.

Find the sum of all the primes below two million.

سوال 10

مجموع اعداد اول کوچکتر از 10 برابر است با $2 + 3 + 5 + 7 = 17$

مجموع اعداد اول کوچکتر از دو میلیون را پیدا کنید.

Problem 1

In the 20*20 grid below, four numbers along a diagonal line have been marked in red.

08 02 22 97 38 15 00 40 00 75 04 05 07 78 52 12 50 77 91 08
49 49 99 40 17 81 18 57 60 87 17 40 98 43 69 48 04 56 62 00
81 49 31 73 55 79 14 29 93 71 40 67 53 88 30 03 49 13 36 65
52 70 95 23 04 60 11 42 69 24 68 56 01 32 56 71 37 02 36 91
22 31 16 71 51 67 63 89 41 92 36 54 22 40 40 28 66 33 13 80
24 47 32 60 99 03 45 02 44 75 33 53 78 36 84 20 35 17 12 50
32 98 81 28 64 23 67 10 26 38 40 67 59 54 70 66 18 38 64 70
67 26 20 68 02 62 12 20 95 63 94 39 63 08 40 91 66 49 94 21
24 55 58 05 66 73 99 26 97 17 78 78 96 83 14 88 34 89 63 72
21 36 23 09 75 00 76 44 20 45 35 14 00 61 33 97 34 31 33 95
78 17 53 28 22 75 31 67 15 94 03 80 04 62 16 14 09 53 56 92
16 39 05 42 96 35 31 47 55 58 88 24 00 17 54 24 36 29 85 57
86 56 00 48 35 71 89 07 05 44 44 37 44 60 21 58 51 54 17 58
19 80 81 68 05 94 47 69 28 73 92 13 86 52 17 77 04 89 55 40
04 52 08 83 97 35 99 16 07 97 57 32 16 26 26 79 33 27 98 66
88 36 68 87 57 62 20 72 03 46 33 67 46 55 12 32 63 93 53 69
04 42 16 73 38 25 39 11 24 94 72 18 08 46 29 32 40 62 76 36
20 69 36 41 72 30 23 88 34 62 99 69 82 67 59 85 74 04 36 16
20 73 35 29 78 31 90 01 74 31 49 71 48 86 81 16 23 57 05 54
01 70 54 71 83 51 54 69 16 92 33 48 61 43 52 01 89 19 67 48

The product of these numbers is $26 * 63 * 78 * 14 = 1788696$.

What is the greatest product of four adjacent numbers in any direction (up, down, left, right, or diagonally) in the 20*20 grid?

سوال 11

در شبکه 20*20 زیر، چهار عدد روی یک خط مورب با رنگ قرمز مشخص شده اند.

حاصل ضرب این اعداد برابر است با 1788696 = 14 * 78 * 63 * 26

بزرگترین حاصل ضرب چهار عدد همسایه در هر جهتی(بالا، پایین، چپ، راست، یا مورب) در این شبکه 20*20 چند است؟

Problem 12

The sequence of triangle numbers is generated by adding the natural numbers. So the 7^{th} triangle number would be $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$. The first ten terms would be:

$$1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, \ldots$$

Let us list the factors of the first seven triangle numbers:

1: 1
3: 1,3
6: 1,2,3,6
10: 1,2,5,10
15: 1,3,5,15
21: 1,3,7,21
28: 1,2,4,7,14,28

We can see that 28 is the first triangle number to have over five divisors.

What is the value of the first triangle number to have over five hundred divisors?

سوال12

دنباله اعداد مثلثی بوسیله جمع اعداد طبیعی تولید می شود. پس هفتمین عدد مثلثی $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$ خواهد بود.ده عضو ابتدای این دنباله اعداد زیر هستند:

1، 3، 6، 15، 21، 28، 36، 45، 55، …

اکنون مقسوم علیه های هفت عدد مثلثی آغازین را می نویسیم:

1: 1

3: 1، 3

6: 1، 2، 3، 6

10: 1، 3، 5، 15

21: 1، 3، 7، 21

28: 1، 2، 4، 7، 14، 28

می توان دید 28 اولین عدد مثلثی است که بیش از پنج مقسوم علیه دارد.

مقدار اولین عدد مثلثی که بیش از پانصد مقسوم علیه دارد چند است؟

Problem 13

Work out the first ten digits of the sum of the following one-hundred 50-digit numbers.

سوال 13

ده رقم اول مجموع صد عدد 50 رقمی زیر را بدست آورید.

37107287533902102798797998220837590246510135740250
46376937677490009712648124896970078050417018260538
74324986199524741059474233309513058123726617309629
91942213363574161572522430563301811072406154908250
23067588207539346171171980310421047513778063246676
89261670696623633820136378418383684178734361726757
28112879812849979408065481931592621691275889832738
44274228917432520321923589422876796487670272189318
47451445736001306439091167216856844588711603153276
70386486105843025439939619828917593665686757934951
62176457141856560629502157223196586755079324193331
64906352462741904929101432445813822663347944758178
92575867718337217661963751590579239728245598838407
58203565325359399008402633568948830189458628227828
80181199384826282014278194139940567587151170094390
35398664372827112653829987240784473053190104293586
86515506006295864861532075273371959191420517255829
71693888707715466499115593487603532921714970056938
54370070576826684624621495650076471787294438377604
53282654108756828443191190634694037855217779295145
36123272525000296071075082563815656710885258350721
45876576172410976447339110607218265236877223636045
17423706905851860660448207621209813287860733969412
81142660418086830619328460811191061556940512689692
51934325451728388641918047049293215058642563049483
62467221648435076201727918039944693004732956340691
15732444386908125794514089057706229429197107928209

55037687525678773091862540744969844508330393682126
18336384825330154686196124348767681297534375946515
80386287592878490201521685554828717201219257766954
78182833757993103614740356856449095527097864797581
16726320100436897842553539920931837441497806860984
48403098129077791799088218795327364475675590848030
87086987551392711854517078544161852424320693150332
59959406895756536782107074926966537676326235447210
69793950679652694742597709739166693763042633987085
41052684708299085211399427365734116182760315001271
65378607361501080857009149939512557028198746004375
35829035317434717326932123578154982629742552737307
94953759765105305946966067683156574377167401875275
88902802571733229619176668713819931811048770190271
25267680276078003013678680992525463401061632866526
36270218540497705585629946580636237993140746255962
24074486908231174977792365466257246923322810917141
91430288197103288597806669760892938638285025333403
34413065578016127815921815005561868836468420090470
23053081172816430487623791969842487255036638784583
11487696932154902810424020138335124462181441773470
63783299490636259666498587618221225225512486764533
67720186971698544312419572409913959008952310058822
95548255300263520781532296796249481641953868218774
76085327132285723110424803456124867697064507995236
37774242535411291684276865538926205024910326572967
23701913275725675285653248258265463092207058596522
29798860272258331913126375147341994889534765745501
18495701454879288984856827726077713721403798879715
382982037830314735277721580348144513491373226651381
34829543829199918180278916522431027392251122869539
40957953066405232632538044100059654939159879593635
29746152185502371307642255121183693803580388584903
41698116222072977186158236678424689157993532961922
62467957194401269043877107275048102390895523597457
23189706772547915061505504953922979530901129967519
86188088225875314529584099251203829009407770775672

11306739708304724483816533873502340845647058077308
82959174767140363198008187129011875491310547126581
97623331044818386269515456334926366572897563400500
42846280183517070527831839425882145521227251250327
55121603546981200581762165212827652751691296897789
32238195734329339946437501907836945765883352399886
75506164965184775180738168837861091527357929701337
62177842752192623401942399639168044983993173312731
32924185707147349566916674687634660915035914677504
99518671430235219628894890102423325116913619626622
73267460800591547471830798392868535206946944540724
76841822524674441716151403642798227334805555621481 8
97142617910342598647204516893989422179826088076852
87783646182799346313767754307809363333018982642090
10848802521674670883215120185883543223812876952786
71329612474782464538636993009049310363619763878039
62184073572399794223406235393808339651327408011116
66627891981488087797941876876144230030984490851411
60661826293682836764744779239180335110989069790714
85786944089552990653640447425576083659976645795096
66024396409905389607120198219976047599490197230297
64913982680032973156037120041377903785566085089252
16730939319872750275468906903707539413042652315011
94809377245048795150954100921645863754710598436791
78639167021187492431995700641917969777599028300699
15368713711936614952811305876380278410754449733078
40789923115535562561142322423255033685442488917353
44889911501440648020369068063960672322193204149535
41503128880339536053299340368006977710650566631954
81234880673210146739058568557934581403627822703280
82616570773948327592232845941706525094512325230608
22918802058777319719839450180888072429661980811197
77158542502016545090413245809786882778948721859617
72107838435069186155435662884062257473692284509516
20849603980134001723930671666823555245252804609722
53503534226472524250874054075591789781264330331690

Problem 14

The following iterative sequence is defined for the set of positive integers:

$n \quad n/2$ (n is even)
$n \quad 3n + 1$ (n is odd)

Using the rule above and starting with 13, we generate the following sequence:

$$13 \to 40 \to 20 \to 10 \to 5 \to 16 \to 8 \to 4 \to 2 \to 1$$

It can be seen that this sequence (starting at 13 and finishing at 1) contains 10 terms. Although it has not been proved yet (Collatz Problem), it is thought that all starting numbers finish at 1.

Which starting number, under one million, produces the longest chain?

NOTE: Once the chain starts the terms are allowed to go above one million.

سوال 14

دنباله تکرار شونده برای اعداد صحیح به صورت زیر تعریف می شود

- اگر n زوج بود انرا بر دو تقسیم کن

- اگر n فرد بود انرا در 3 ضرب کن و یک واحد به آن اضافه کن

با استفاده از قوانین بالا و شروع از هدد 13 به دنباله زیر خواهیم رسید

$$13 \rightarrow 40 \rightarrow 20 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$$

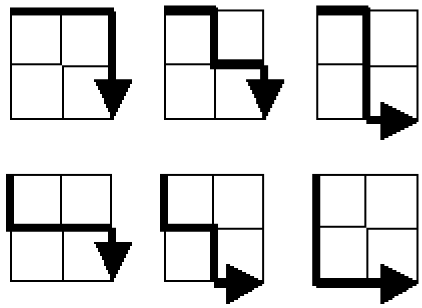
همانطور که قابل مشاهده است شروع دنباله با عدد 13 پس از 10 مرحله به عدد 1 ختم می شود البته هنوز ثابت نشده اما حدس زده می شود که تمامی اعداد با این اعمال به عدد یک ختم می شوند

برای کدام عدد زیر یک میلیون طولانی ترین دنباله بوجود می اید

نکته : اگر عددی که شروع می شود کمتر از یک میلیون باشد اعداد دنباله اجازه دارند از یک میلیون بیشتر شوند

Problem 15

Starting in the top left corner of a 2 2 grid, there are 6 routes (without backtracking) to the bottom right corner.



How many routes are there through a 20 20 grid?

سوال 15

با شروع از گوشه سمت چپ بالای مربع دو در دو شش راه برای رسیدن به پایین سمت راست این مربع قرار دارد.

چند راه برای رسیدن از گوشه یک مربع بیست در بیست به گوشه دیگر وجود دارد ؟

Problem 16

$2^{15} = 32768$ and the sum of its digits is $3 + 2 + 7 + 6 + 8 = 26$.

What is the sum of the digits of the number 2^{1000}?

سوال 16

$2^{15} = 32768$ و مجموع رقم های آن برابر است با $3 + 2 + 7 + 6 + 8 = 26$

مجموع رقم های عدد 2^{1000} چند است؟

Problem 17

If the numbers 1 to 5 are written out in words: one, two, three, four, five, then there are $3 + 3 + 5 + 4 + 4 = 19$ letters used in total.

If all the numbers from 1 to 1000 (one thousand) inclusive were written out in words, how many letters would be used?

NOTE: Do not count spaces or hyphens. For example, 342 (three hundred and forty-two) contains 23 letters and 115 (one hundred and fifteen) contains 20 letters. The use of "and" when writing out numbers is in compliance with British usage.

سوال 17

اگر اعداد انگلیسی یک تا پنج را به حروفی بنویسیم انگاه 3(one) + 3(two) + three(5) + four(4) + five (4) = 19 حرف برای نوشتن لازم است

اگر اعداد انگلیسی یک تا هزار را به حروف بنویسیم چند حرف لازم است ؟

نکته : فضای خالی و خط فاصله را محاسبه نکنید برای مثال برای مثال

342 (three hundred and forty-two) دارای 23 حرف

115 (one hundred and fifteen) دارای 20 حرف است

کلمه and در زبان انگلیسی لهجه بریتیش قابل قبول است

Problem 18

By starting at the top of the triangle below and moving to adjacent numbers on the row below, the maximum total from top to bottom is 23.

3
7 4
2 4 6
8 5 9 3

That is, 3 + 7 + 4 + 9 = 23.

Find the maximum total from top to bottom of the triangle below:

75
95 64
17 47 82
18 35 87 10
20 04 82 47 65
19 01 23 75 03 34
88 02 77 73 07 63 67
99 65 04 28 06 16 70 92
41 41 26 56 83 40 80 70 33
41 48 72 33 47 32 37 16 94 29
53 71 44 65 25 43 91 52 97 51 14
70 11 33 28 77 73 17 78 39 68 17 57
91 71 52 38 17 14 91 43 58 50 27 29 48
63 66 04 68 89 53 67 30 73 16 69 87 40 31
04 62 98 27 23 09 70 98 73 93 38 53 60 04 23

NOTE: As there are only 16384 routes, it is possible to solve this problem by trying every route. However, Problem 67, is the same challenge with a triangle containing one-hundred rows; it cannot be solved by brute force, and requires a clever method! ;o)

سوال 18

با شروع از بالای مثلث زیر و حرکت به عددهای همسایه در ردیف پایین، بزرگترین مجموع از بالا تا پایین 23 است.

3
7 4
2 4 6
8 5 9 3

که 23 = 9+ 4 + 7 + 3 است.

بزرگترین مجموع از بالا تا پایین مثلث زیر را بیابید.

75
95 64
17 47 82
18 35 87 10
20 04 82 47 65
19 01 23 75 03 34
88 02 77 73 07 63 67
99 65 04 28 06 16 70 92
41 41 26 56 83 40 80 70 33
41 48 72 33 47 32 37 16 94 29
53 71 44 65 25 43 91 52 97 51 14
70 11 33 28 77 73 17 78 39 68 17 57
91 71 52 38 17 14 91 43 58 50 27 29 48
63 66 04 68 89 53 67 30 73 16 69 87 40 31
04 62 98 27 23 09 70 98 73 93 38 53 60 04 23

نکته: از آنجایی که تنها 16384 راه مختلف برای رسیدن به پایین وجود دارد، می توان این سوال را بوسیله امتحان همه راهها پاسخ داد. اگرچه، سوال 67، یک سوال مشابه با یک مثلث شامل یک صد ردیف است؛ دیگر امتحان همه راهها ممکن نیست، و به یک راه حل هوشمندانه نیاز است.

Problem 19

You are given the following information, but you may prefer to do some research for yourself.

- 1 Jan 1900 was a Monday.
- Thirty days has September,
  April, June and November.
  All the rest have thirty-one,
  Saving February alone,
  Which has twenty-eight, rain or shine.
  And on leap years, twenty-nine.
- A leap year occurs on any year evenly divisible by 4, but not on a century unless it is divisible by 400.

How many Sundays fell on the first of the month during the twentieth century (1 Jan 1901 to 31 Dec 2000)?

سوال 19

ما اطلاعات زیر را داریم، اما ممکن است برای حل این سوال نیاز به تحقیقات بیشتری داشته باشید.

- اول ژانویه 1900 روز دوشنبه بود.
- ماه سپتامبر، آوریل،جون و نوامبر سی روزه اند.
  همه ماه های دیگر سی و یک روزه هستند،
  بجز فبریه که بیست و هشت روزه است.
  و در سال های کبیسه بیست و نه روزه می شود.
- سال کبیسه در سال هایی است که بر 4 بخش پذیرند، بجز در سال هایی که بر 400 بخش پذیرند.

در قرن بیستم(1 ژانویه 1901 تا 31 دسامبر 2000) چند بار روز اول ماه یک شنبه است؟

Problem 20

$n!$ means $n * (n - 1) \ ... * 3 * 2 * 1$

For example, $10! = 10 * 9 * ... * 3 * 2 * 1 = 3628800$,
and the sum of the digits in the number $10!$ is $3 + 6 + 2 + 8 + 8 + 0 + 0 = 27$.

Find the sum of the digits in the number $100!$

سوال 20

!n یعنی $n * (n - 1) * ... * 3 * 2 * 1$

به عنوان مثال ، $10! = 10 * 9 * ... * 3 * 2 * 1 = 3628800$.

و مجموع رقم های !10 برابر است با $3 + 6 + 2 + 8 + 8 + 0 + 0 = 27$

مجموع رقم های عدد !100 را بیابید.

Problem 21

Let $d(n)$ be defined as the sum of proper divisors of n (numbers less than n which divide evenly into n).
If $d(a) = b$ and $d(b) = a$, where a b, then a and b are an amicable pair and each of a and b are called amicable numbers.

For example, the proper divisors of 220 are 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55 and 110; therefore $d(220) = 284$. The proper divisors of 284 are 1, 2, 4, 71 and 142; so $d(284) = 220$.

Evaluate the sum of all the amicable numbers under 10000.

سوال 21

فرض کنید $d(n)$ مجموع مقسوم علیه های سره n باشد (اعداد کوچکتر از n که بر n بخش پذیرند).

اگر $d(a) = b$ و $d(b) = a$، که $a \neq b$، آنگاه a و b یک جفت متحابه هستند و هر کدام از اعداد a و b را اعداد متحابه می‌نامند.

به عنوان مثال، مقسوم علیه های سره 220 اعداد 1، 2، 4، 5، 10، 20، 22، 44، 55 و 110 هستند؛

بنابراین $d(220) = 284$. مقسوم علیه های سره 284 اعداد 1، 2، 4، 71 و 142 هستند؛ پس $d(284) = 220$.

مجموع همه اعداد متحابه کوچکتر از 10000 را بیابید.

Problem 22

Using names.txt (right click and 'Save Link/Target As...'), a 46K text file containing over five-thousand first names, begin by sorting it into alphabetical order. Then working out the alphabetical value for each name, multiply this value by its alphabetical position in the list to obtain a name score.

For example, when the list is sorted into alphabetical order, COLIN, which is worth 3 + 15 + 12 + 9 + 14 = 53, is the 938th name in the list. So, COLIN would obtain a score of 938 x 53 = 49714.

What is the total of all the name scores in the file?

سوال 22

فایل name.txt شامل بیش از پنج هزار اسم انگلیسی به ترتیب حروف الفبا می باشد . برای هر کدام از نام ها حرف آن را جدا کرده مقدار آن ها را بدست آورید و با هم جمع بزنید و مقدار حاصل را در مکان آن کلمه ضرب کنید و مقدار حاصل امتیاز آن اسم است .

برای مثال نام COLIN دارای ارزش 53 = 14 + 9 + 12 + 15 + 3 و این اسم 938 امین اسم این لیست است و ارزش ان برابر 49714 = 53 x 938 خواهد بود

مجموع ارزش اسم های تمام این لیست چقدر است.

Problem 23

A perfect number is a number for which the sum of its proper divisors is exactly equal to the number. For example, the sum of the proper divisors of 28 would be 1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28, which means that 28 is a perfect number.

A number n is called deficient if the sum of its proper divisors is less than n and it is called abundant if this sum exceeds n.

As 12 is the smallest abundant number, 1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16, the smallest number that can be written as the sum of two abundant numbers is 24. By mathematical analysis, it can be shown that all integers greater than 28123 can be written as the sum of two abundant numbers. However, this upper limit cannot be reduced any further by analysis even though it is known that the greatest number that cannot be expressed as the sum of two abundant numbers is less than this limit.

Find the sum of all the positive integers which cannot be written as the sum of two abundant numbers.

سوال 23

یک عدد کامل عددی است که مجموع مقسوم علیه های سره آن دقیقا با خود آن عدد برابر شود. برای مثال، مجموع مقسوم علیه های سره 28 برابر 28 = 14+ 7 + 4 + 2 + 1 است، یعنی 28 یک عدد کامل است.

عدد n را ناقص می نامیم اگر مجموع مقسوم علیه های سره آن کوچکتر از n شود و آن را زائد می نامیم اگر این مجموع از n بزرگتر شود.

از آنجایی که 12 کوچکترین عدد زائد است، 16 = 6 + 4 + 3 + 2 + 1، کوچکترین عددی که می توان به صورت مجموع دو عدد زائد نوشت 24 است. بوسیله آنالیز ریاضی، می توان نشان داد که تمام اعداد بزرگتر از 28123 را می‌توان به صورت مجموع دو عدد زائد نوشت. اگرچه، این حد بالا را بوسیله آنالیز نمی توان بیش از این کاهش داد با این حال می دانیم بزرگترین عددی که نمی توان آن را به صورت مجموع دو عدد زائد نوشت کمتر از این است.

مجموع همه اعداد مثبتی که نمی توان به صورت مجموع دو عدد زائد نوشت را پیدا کنید.

Problem 24

A permutation is an ordered arrangement of objects. For example, 3124 is one possible permutation of the digits 1, 2, 3 and 4. If all of the permutations are listed numerically or alphabetically, we call it lexicographic order. The lexicographic permutations of 0, 1 and 2 are:

012 021 102 120 201 210

What is the millionth lexicographic permutation of the digits 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 and 9?

سوال 24

یک جایگشت یک ترتیب قرارگیری اشیاء است. برای مثال، 3124 یک جایگشت ممکن از ارقام 1، 2، 3 و 4 است. اگر همه جایگشت ها را به ترتیب عددی یا الفبایی بنویسیم، آن را ترتیب لغت نامه ای می نامیم. جایگشت های لغت نامه ای 0، 1 و 2 به این صورت است:

012 021 102 120 201 210

جایگشت یک میلیونیم در جایگشت های لغت نامه ای ارقام 0، 1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8 و 9 چیست؟

Problem 25

The Fibonacci sequence is defined by the recurrence relation:

$F_n = F_{n\ 1} + F_{n\ 2}$, where $F_1 = 1$ and $F_2 = 1$.

Hence the first 12 terms will be:

$F_1 = 1$
$F_2 = 1$
$F_3 = 2$
$F_4 = 3$
$F_5 = 5$
$F_6 = 8$
$F_7 = 13$
$F_8 = 21$
$F_9 = 34$
$F_{10} = 55$
$F_{11} = 89$
$F_{12} = 144$

The 12th term, F_{12}, is the first term to contain three digits.

What is the first term in the Fibonacci sequence to contain 1000 digits?

سوال 25

دنباله فیبوناچی بوسیله رابطه بازگشتی زیر تعریف می شود:

$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$، که $F_1 = 1$ و $F_2 = 1$

بنابراین 12 عدد اول این دنباله به این صورت خواهند بود:

$F_1 = 1$
$F_2 = 1$
$F_3 = 2$
$F_4 = 3$
$F_5 = 5$
$F_6 = 8$
$F_7 = 13$
$F_8 = 21$
$F_9 = 34$
$F_{10} = 55$
$F_{11} = 89$
$F_{12} = 144$

دوازدهمین عدد این دنباله، F_{12}، اولین عدد سه رقمی این دنباله است.

اولین عدد 1000 رقمی دنباله فیبوناچی چند است؟

Problem 26

A unit fraction contains 1 in the numerator. The decimal representation of the unit fractions with denominators 2 to 10 are given:

$^1/_2 \;=\; 0.5$
$^1/_3 \;=\; 0.(3)$
$^1/_4 \;=\; 0.25$
$^1/_5 \;=\; 0.2$
$^1/_6 \;=\; 0.1(6)$
$^1/_7 \;=\; 0.(142857)$
$^1/_8 \;=\; 0.125$
$^1/_9 \;=\; 0.(1)$
$^1/_{10} = \; 0.1$

Where 0.1(6) means 0.166666..., and has a 1-digit recurring cycle. It can be seen that $^1/_7$ has a 6-digit recurring cycle.

Find the value of d 1000 for which $^1/_d$ contains the longest recurring cycle in its decimal fraction part.

سوال 26

یک کسر واحد، کسری است که صورت آن یک باشد. نمایش کسرهای واحد با مخرج های 2 تا 10 در مبنای ده به این صورت است:

$^1/_2 \;=\; 0.5$
$^1/_3 \;=\; 0.(3)$
$^1/_4 \;=\; 0.25$
$^1/_5 \;=\; 0.2$
$^1/_6 \;=\; 0.1(6)$
$^1/_7 \;=\; 0.(142857)$
$^1/_8 \;=\; 0.125$
$^1/_9 \;=\; 0.(1)$
$^1/_{10} = \; 0.1$

در اینجا 0.1(6) به معنی ...0.166666 است، و دوره تناوب آن 1 رقمی است. می توان دید 1/7 دوره تناوب 6 رقمی دارد.

مقدار $d<1000$ را پیدا کنید که 1/d شامل طولانی ترین دوره تناوب در قسمت اعشاری اش باشد.

Problem 27

Euler published the remarkable quadratic formula:

$$n^2 + n + 41$$

It turns out that the formula will produce 40 primes for the consecutive values $n = 0$ to 39. However, when $n = 40$, $40^2 + 40 + 41 = 40(40 + 1) + 41$ is divisible by 41, and certainly when $n = 41$, $41^2 + 41 + 41$ is clearly divisible by 41.

Using computers, the incredible formula $n^2 - 79n + 1601$ was discovered, which produces 80 primes for the consecutive values $n = 0$ to 79. The product of the coefficients, 79 and 1601, is 126479.

Considering quadratics of the form:

$n^2 + an + b$, where $|a| < 1000$ and $|b| < 1000$

where $|n|$ is the modulus/absolute value of n
e.g. $|11| = 11$ and $|\ 4| = 4$

Find the product of the coefficients, a and b, for the quadratic expression that produces the maximum number of primes for consecutive values of n, starting with $n = 0$.

سوال 27

اویلر معادله درجه دو مهم زیر را ارائه کرد:

$$n^2 + n + 41$$

او اعلام کرد این معادله 40 عدد اول را به ازای مقادیر $n = 0$ تا 39 تولید می کند. اما وقتی $n = 40$، داریم

$40^2 + 40 + 41 = 40(40 + 1) + 41$ که بر 41 بخش پزیر است، و قطعا وقتی $n = 41$، داریم

$41^2 + 41 + 41$ که به ضوح بر 41 بخش پزیر است.

با استفاده از کامپیوتر، فرمول $n^2 - 79n + 1601$ کشف شد، که 80 عدد اول را به ازای مقادیر $n = 0$ تا 79 تولید می کند. حاصل ضرب ضرایب این معادله، 79 و 1601 برابر، 126479 است.

معادله های درجه دو به فرم زیر را در نظر بگیرید:

$n^2 + an + b$ که $|a| < 1000$ و $|b| < 1000$

که $|n|$ تابع قدر مطلق n است.

به عنوان مثال $|11| = 11$ و $|-4| = 4$

حاصل ضرب ضرایب a و b را پیدا کنید که معادله درجه دو نظیر آن ها بیشترین تعداد عدد اول را به ازای اعداد 0 تا n تولید کند.

Problem 28

Starting with the number 1 and moving to the right in a clockwise direction a 5 by 5 spiral is formed as follows:

21 22 23 24 25
20 7 8 9 10
19 6 1 2 11
18 5 4 3 12
17 16 15 14 13

It can be verified that the sum of the numbers on the diagonals is 101.

What is the sum of the numbers on the diagonals in a 1001 by 1001 spiral formed in the same way?

سوال 28

با شروع از عدد 1 و حرکت به سمت راست با چرخش در جهت عقربه های ساعت یک مربع 5 در 5 مارپیچ به این صورت درست می شود:

21 22 23 24 25
20 7 8 9 10
19 6 1 2 11
18 5 4 3 12
17 16 15 14 13

می توان دید مجموع اعداد روی قطر برابر 101 است.

مجموع اعداد روی قطر در یک مربع 1001 در 1001 مارپیچ که به صورت مشابه درست شده، چند است؟

Problem 29

Consider all integer combinations of a^b for 2 a 5 and 2 b 5:

$2^2=4$, $2^3=8$, $2^4=16$, $2^5=32$
$3^2=9$, $3^3=27$, $3^4=81$, $3^5=243$
$4^2=16$, $4^3=64$, $4^4=256$, $4^5=1024$
$5^2=25$, $5^3=125$, $5^4=625$, $5^5=3125$

If they are then placed in numerical order, with any repeats removed, we get the following sequence of 15 distinct terms:

4, 8, 9, 16, 25, 27, 32, 64, 81, 125, 243, 256, 625, 1024, 3125

How many distinct terms are in the sequence generated by a^b for 2 a 100 and 2 b 100?

سوال 29

همه اعداد بصورت a^b را به ازای $2 < a < 5$ و $2 < b < 5$ را در نظر بگیرید:

$2^2=4$, $2^3=8$, $2^4=16$, $2^5=32$
$3^2=9$, $3^3=27$, $3^4=81$, $3^5=243$
$4^2=16$, $4^3=64$, $4^4=256$, $4^5=1024$
$5^2=25$, $5^3=125$, $5^4=625$, $5^5=3125$

اگر آنها را به ترتیب عددی مرتب کنیم، و اعداد تکراری را حذف کنیم، به دنباله زیر که شامل 15 عدد متفاوت است می‌رسیم:

4, 8, 9, 16, 25, 27, 32, 64, 81, 125, 243, 256, 625, 1024, 3125

چند عدد متفاوت در دنباله ای که بوسیله a^b به ازای $2 < a < 100$ و $2 < b < 100$ تولید می شود، وجود دارد؟

Problem 30

Surprisingly there are only three numbers that can be written as the sum of fourth powers of their digits:

$1634 = 1^4 + 6^4 + 3^4 + 4^4$
$8208 = 8^4 + 2^4 + 0^4 + 8^4$
$9474 = 9^4 + 4^4 + 7^4 + 4^4$

As $1 = 1^4$ is not a sum it is not included.

The sum of these numbers is $1634 + 8208 + 9474 = 19316$.

Find the sum of all the numbers that can be written as the sum of fifth powers of their digits.

سوال 30

جالب است که تنها سه عدد وجود دارد که برابر مجموع توان چهارم ارقامش است:

$1634 = 1^4 + 6^4 + 3^4 + 4^4$
$8208 = 8^4 + 2^4 + 0^4 + 8^4$
$9474 = 9^4 + 4^4 + 7^4 + 4^4$

البته $1 = 1^4$ یک مجموع نیست و جزو این گروه به حساب نمی آید.

مجموع این اعداد برابر است با $1634 + 8208 + 9474 = 19316$.

مجموع همه اعدادی را پیدا کنید که برابر مجموع توان پنجم ارقامش است.

Problem 31

In England the currency is made up of pound, £, and pence, p, and there are eight coins in general circulation:

1p, 2p, 5p, 10p, 20p, 50p, £1 (100p) and £2 (200p).

It is possible to make £2 in the following way:

1 £1 + 1 50p + 2 20p + 1 5p + 1 2p + 3 1p

How many different ways can £2 be made using any number of coins?

سوال 31

پول رایج کشور انگلیس پوند، £، و پنس، p، می باشد و هشت سکه رایج وجود دارد:

1p, 2p, 5p, 10p, 20p, 50p, £1 (100p) , £2 (200p)

می توان 2 پوند (£2) را به روش زیر خرد کرد:

1 £1 + 1 50p + 2 20p + 1 5p + 1 2p + 3 1p

چند روش مختلف برای خرد کردن 2 پوند (£2) با هر تعداد سکه وجود دارد؟

Problem 32

We shall say that an n-digit number is pandigital if it makes use of all the digits 1 to n exactly once; for example, the 5-digit number, 15234, is 1 through 5 pandigital.

The product 7254 is unusual, as the identity, 39 x 186 = 7254, containing multiplicand, multiplier, and product is 1 through 9 pandigital.

Find the sum of all products whose multiplicand/multiplier/product identity can be written as a 1 through 9 pandigital.

HINT: Some products can be obtained in more than one way so be sure to only include it once in your sum.

سوال 32

به عدد n رقمی پاندیجیتال گفته می شود اگر از هرکدام از اعدا مجموعه 1 تا n دقیقا یکبار استفاده شده باشد برای مثال عدد 15234 یک عدد پاندیجیتال است زیرا از اعداد 1 تا 5 دقیقا یکبار استفاده کرده است .

عدد 7254 طبق طعریف یک پاندیجیتال نسیت. اما در ضرب مقابل 39 x 186 = 7254 مضروب، ضریب و حاصل ضرب پاندیجیتال خواهند بود زیرا از اعداد 1 تا 9 هرکدام دقیقا یکبار استفاده شده است.

مجموع تمامی حاصل ضرب هایی که مضروب ، ضریب و حاصل ضرب آنها تشکیل پاندیجیتال میدهد را بیابید.

نکته : برخی از حاصل ضرب ها از چندین طریق مطلف بدست می آیند پس اطمینان حاصل کنید که فقط یکی از حالت ها بررسی خواهد شد.

Problem 33

The fraction $^{49}/_{98}$ is a curious fraction, as an inexperienced mathematician in attempting to simplify it may incorrectly believe that $^{49}/_{98} = {}^{4}/_{8}$, which is correct, is obtained by cancelling the 9s.

We shall consider fractions like, $^{30}/_{50} = {}^{3}/_{5}$, to be trivial examples.

There are exactly four non-trivial examples of this type of fraction, less than one in value, and containing two digits in the numerator and denominator.

If the product of these four fractions is given in its lowest common terms, find the value of the denominator.

سوال 33

کسر $^{49}/_{98}$ یک کسر عجیب است،زیرا وقتی یک دانش آموز بی تجربه سعی می کند این کسر را ساده کند ممکن است به طور اشتباه فکر کند $^{49}/_{98} = {}^{4}/_{8}$، که یک تساوی درست است، از ساده کردن 9 از صورت و مخرج بدست آمده است.

کسرهایی مانند، $^{30}/_{50} = {}^{3}/_{5}$، را به عنوان نمونه بدیهی در نظر می گیریم.

دقیقا چهار نمونه غیر بدیهی از این نوع کسر وجود دارد، که مقدار آنها کمتر از یک است، و صورت و مخرج آنها دو رقمی است.

اگر حاصل ضرب این چهار کسر به ساده ترین صورت نوشته شود، مخرج جواب چند است؟

Problem 34

145 is a curious number, as $1! + 4! + 5! = 1 + 24 + 120 = 145$.

Find the sum of all numbers which are equal to the sum of the factorial of their digits.

Note: as $1! = 1$ and $2! = 2$ are not sums they are not included.

سوال 34

145 یک عدد عجیب است، زیرا $1! + 4! + 5! = 1 + 24 + 120 = 145$.

مجموع همه عدادی که با جمع فاکتوریل ارقامشان برابر هستند را بنویسید.

نکته: از آنجایی که $1! = 1$ و $2! = 2$ مجموع نیستند پس نباید حساب شوند.

Problem 35

The number, 197, is called a circular prime because all rotations of the digits: 197, 971, and 719, are themselves prime.

There are thirteen such primes below 100: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 31, 37, 71, 73, 79, and 97.

How many circular primes are there below one million?

سوال 35

عدد 197 را عدد اول دایره ای می نامند زیرا همه دوران های ارقام آن : 197، 971 و 719 هم خودشان اول هستند.

دقیقا سیزده عدد اول مثل این بین اعداد کوچکتر از 100 وجود دارد: 2، 3، 5، 7، 11، 13، 17، 31، 37، 71، 73، 79 و 97

چند عدد اول دایره ای کوچکتر از یک میلیون وجود دارد؟

Problem 36

The decimal number, $585 = 1001001001_2$ (binary), is palindromic in both bases.

Find the sum of all numbers, less than one million, which are palindromic in base 10 and base 2.

(Please note that the palindromic number, in either base, may not include leading zeros.)

سوال 36

عدد ، 585 در مبنای 10، برابر با 1001001001 در مبنای 2، در هر دو مبنا متقارن است.

مجموع همه اعداد کو چکتر از یک میلیون، که هم در مبنای 10 متقارن هستند و هم در مبنای دو، را بیابید.

(لطفا توجه کنید که عدد متقارن، در هر مبنایی، نمی تواند شامل صفر در پشت عدد باشد.)

Problem 37

The number 3797 has an interesting property. Being prime itself, it is possible to continuously remove digits from left to right, and remain prime at each stage: 3797, 797, 97, and 7. Similarly we can work from right to left: 3797, 379, 37, and 3.

Find the sum of the only eleven primes that are both truncatable from left to right and right to left.

NOTE: 2, 3, 5, and 7 are not considered to be truncatable primes.

سوال 37

عدد 3797 یک خاصیت جالب دارد. خود یک عدد اول است، می توان از چپ به راست یکی یکی ارقامش را حذف کرد، و باز هم همواره یک عدد اول بماند: 3897، 797، 97، و 7. همینطور می توان همین کار را از راست به چپ انجام داد: 3797، 379، 37 و 3

مجموع مجموع دقیقا یازده عدد اول که قابل بریدن از راست به چپ و از چپ به راست هستند، را بیابید.

نکته: 2، 3، 5، و 7 اعداد اول قابل بریدن محسوب نمی شوند.

Problem 38

Take the number 192 and multiply it by each of 1, 2, and 3:

$192 \quad 1 = 192$
$192 \quad 2 = 384$
$192 \quad 3 = 576$

By concatenating each product we get the 1 to 9 pandigital, 192384576. We will call 192384576 the concatenated product of 192 and (1,2,3)

The same can be achieved by starting with 9 and multiplying by 1, 2, 3, 4, and 5, giving the pandigital, 918273645, which is the concatenated product of 9 and (1,2,3,4,5).

What is the largest 1 to 9 pandigital 9-digit number that can be formed as the concatenated product of an integer with (1,2, … , n) where n 1?

سوال 38

عدد 192 و حاصل ضرب آن در هر کدام از اعداد 1، 2، و 3 را در نظر بگیرید.

$192 \quad 1 = 192$
$192 \quad 2 = 384$
$192 \quad 3 = 576$

Problem 39

If p is the perimeter of a right angle triangle with integral length sides, $\{a,b,c\}$, there are exactly three solutions for $p = 120$.

{20,48,52}, {24,45,51}, {30,40,50}

For which value of p 1000, is the number of solutions maximised?

سوال 39

اگر p محیط یک مثلث قائم الزاویه باشد که اندازه طول اضلاع آن اعداد صحیح $\{a,b,c\}$ است، دقیقا سه حالت مختلف وقتی $p = 120$ است وجود دارد.

{20,48,52}, {24,45,51}, {30,40,50}

به ازای کدام مقدار $p < 1000$ ، تعداد حالتهای ممکن برای اضلاع مثلث بیشترین است؟