L A C

ORDEM DE PRECEDÊNCIA DOS OPERADORES

* Fórmula Bem Formada

- $A \land B \to \neg A \lor C \land B \to \neg A \leftrightarrow \neg C$

$(A \land B) \to (\neg A \lor (C \land B)) \to \neg A \leftrightarrow \neg C$

$((A \land B) \to ((\neg A \lor (C \land B)) \to \neg A)) \leftrightarrow \neg C$

$((A \land B) \to ((\neg A \lor (C \land B)) \to \neg A)) \leftrightarrow \neg C$

- Quantas interpretações / linhas terá a tabela verdade?
  → 2^n → n = qtd de proposições atômicas distintas

α	β	$\alpha \leftrightarrow \beta$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

* Videoaula 17: construção da tabela verdade

- Quando todos os valores verdade da última coluna forem:
  - FALSOS: Contradição ou Inválida insatisfatível (Incontigência)
  - VERDADEIROS: Tautologia ou Válida
- Se forem "MISTURADOS": Inválida satisfatível ou contingente

PROPRIEDADES E EQUIVALÊNCIAS

- Dupla negação: $\neg\neg P \equiv P$
- Idempotência: $P \land P \equiv P$
  $P \lor P \equiv P$
- Identidade: $P \land V \equiv P$
  $P \lor F \equiv P$
- Limite universal: $P \land F \equiv F$
  $P \lor V \equiv V$
- Complementar: $P \land \neg P \equiv F$
  $P \lor \neg P \equiv V$
- Lei de DeMorgan
  ▷ $\neg(P \land Q) \equiv \neg P \lor \neg Q$
  ▷ $\neg(P \lor Q) \equiv \neg P \land \neg Q$
- Distributiva
  ▷ $P \land (Q \lor R) \equiv (P \land Q) \lor (P \land R)$
  ▷ $P \lor (Q \land R) \equiv (P \lor Q) \land (P \lor R)$
- Condicional: $P \to Q \equiv \neg P \lor Q$
- Bicondicional: $P \leftrightarrow Q \equiv (P \to Q) \land (Q \to P)$
- Contrapositiva: $P \to Q \equiv \neg Q \to \neg P$

* Problema de satisfatibilidade (SAT problema)

LAC → SALA 30   27/JUL/23

* MATERIAL NO AVA

* Livro → Copi (BIBLIOT.)

ARGUMENTOS DEDUTIVOS

- falar sobre, defender, opinar
- argumento p/ chegar a uma conclusão
- FATO 1, FATO 2 → ARGUMENTO → PROPOSIÇÕES
  NOVO FATO → CONCLUSÃO → PROPOSIÇÕES
  NEM SEMPRE ESTÁ NO FIM
- Conclusões são frutos de regra de inferência lógica
- Estrutura (ex.:) - condicional
  - fato
  - conclusão

1. MODUS PONENS

- Se (A) então B
  (A) é verdade.
  Assim, B é verdade.

→ Ficarei doente, se eu ñ me alimentar bem. $\sim A \to B$
Fiquei doente. B
Logo, eu não me alimentei bem $\therefore \sim A$
↳ Inválido

e) $A \to B$
$\sim A$ Inválido

f) $A \to B$
A
$\therefore B$ válido

g) $S \to P$
$P \therefore S$
Inválido

h) $X \to Y$
$\sim X$ inválido
$\therefore \sim Y$

- Quando o argumento possui a forma válida, avaliamos também suas interpretações
  - analisar o conteúdo
- O que torna o argum. inválido é quando as premissas são verdadeiras e a conclusão é falsa

* Por enquanto, apenas saber que isso existe

---

2. SILOGISMO DISJUNTIVO

$A \vee B$	$A \vee B$
$\sim A$	$\sim B$
$\therefore B$	$\therefore A$

→ LÓGICA DO POR É EXCLUD. (OU)

* 11 REGRAS P/ ESTUDAR
↳ + DIFÍCIL: MOD. TOLLENS

* Ou ... Ou = Ou
→ neste caso (continua V o $V \vee V$
↳ p/ ter função excludente, tem q ter uma construção a +

Ex.: 1. $U \to A$
2. $W \vee U$
3. $\sim W$
4. U → V
5. A → conclusão
(FRASE INVÁLIDA)

1. $\sim K \vee S$
2. $\sim K \to \sim J$
3. $\sim S$
4. $\sim K$ → V
5. $\sim J$ → conclusão
(FRASE VÁLIDA)

03/AGO/23

LAC

• TORRE DE ENOZ

▷ PANORAMA

VALIDADE:
- DEDUTIVA
  - FORMAL
  - CONCEPTUAL/SEMÂNTICA
- Ñ DEDUTIVA
  - INDUTIVA
  - OUTRAS

(CONCEPTUAL/SEMÂNTICA, INDUTIVA, OUTRAS) INFORMAL

▷ LÓGICA INFORMAL - ARGUM.

-> evitar ambiguidade -> explicação

Ex.: Ele é Leão, pois nasceu na 1ª semana de agosto

-> É CONCLUSÃO

PREMISSA

• A economia ñ pode ser melhorada desde que, o déficit comercial está crescendo,

PREMISSA

• INDICA PREMISSA Como o filme ainda não acabou, eu não quero ir pra cama.

CONCLUSÃO

-> alguns argum. se originam por etapas

* Argum. Complexos
- premissas não-básicas -> conclusões intermediárias
- " básicas -> suposições

-> Indicadores de Conclusão
- daí, de modo que
-> Indicadores de Premissa
- admitindo que, visto que

-> "Desde que uma frente fria está a caminho (...) -> PREMISSA

-> A inflação tem caído (...)/ Portanto, em termos reais (...)/ desde que nossas condições,

PREMISSA / CONCLUSÃO / PREMISSA

-> Passaram-se 6 anos ~~desque que~~ fomos à França
↳ duração, ñ é inferência

-> Ele estava zangado e ficou assim por vários dias.
↳ ñ é conclusão, é estado

*① HJ É QUARTA OU SEXTA.

② MAS, Ñ PODE SER QRTA,

③ POIS O CONSULT. ESTAVA ABERTO,

④ E AQUELE CONS. É SEMPRE ABERTO ÀS QUARTAS.

⑤ PORTANTO, HJ DEVE SER SEXTA.

$$\frac{\dfrac{3+4}{1+2}}{5}$$

DIAGRAMA

$$\frac{\dfrac{1+2}{3+4}}{5}$$

EXERCÍCIO DO TXT
↳ SECRETO

PERSEVERANÇA

Argumentos e Regras de Inferência

- **Modus Ponens** → Modo de Afirmar

$[p \wedge (p \to q)] \to q$ → argum. válido (tautologia)

Ex.: - Eu gosto de estudar (p)

gostua: - Se eu gousto de estudar, então eu tirarei boas notas ($p \to q$)

- Portanto, eu tirarei boas notas ($\therefore q$)

- **Modus Tollens** → Modo de Negar

$[(p \to q) \wedge \neg q] \to \neg p$ → argum. válido

Ex.: - Se eu tenho o passaporte, então irei viajar ($p \to q$)

- Eu não irei viajar ($\neg q$)
- Portanto, eu não tenho o passaporte ($\therefore \neg p$)

- **Lei do Silogismo** → composto por 2 premissas que geram uma conclusão

$[(p \to q) \wedge (q \to r)] \to (p \to r)$

- argum. válido frequente

Ex.: - Se eu tiver dinheiro, então vou viajar ($p \to q$)

- Se vou viajar, então conhecerei novas cidades ($q \to r$)
- Portto, se eu tiver dinheiro, então conhecerei novas cidades ($\therefore p \to r$)

* **Silogismos irregulares:**

- Entima → incompleto → premissa subentendida
- Epiquerema → estendido → premissas acompanhadas de provas
- Polissilogismo → 2 ou + → conclusão das 1ªs premissas é a preposição do próximo
- Sorites → 4 preposições encadeadas até se chegar à conclusão

* **Silog. hipotéticos:** condicionais, disjuntivos, dilema

PROJETO DA PROEST

- Inclusão Digital
  - Há bolsas (R$700)
  - Instrutor de Informática
  - 12h/semana

Daqui a 15 dias
(Hoje é 24/AGO)

- ver a questão do IBGE
- CID Arapiraca
  - 1 ano (encerra em SET)
  - o horário é flexível

*BOLSA DO GTI (R$1200)

- Não vai ter aula próx. semana

15h-16h: apresent. TCC

*LÓG. DE 1ª ORDEM

24/AGO/23

REGRAS DE INFERÊNCIA (contin.)

- Eliminação da Negação (E~)

1. $\sim\sim A$

$\therefore A$

- Inclusão da Negação (I~)

1. A

$\therefore \sim\sim A$

- Eliminação do Bi-condicional (E↔)

1. $A \leftrightarrow B$

$\therefore A \rightarrow B$ (1. E↔)

$\therefore B \rightarrow A$ (1. E↔)

(ñ é símbolo lógico: ⇐)
SETA FLEXA.

- Inclusão do Bi-condicional (I↔)

1. $A \rightarrow B$
2. $B \rightarrow A$

$\therefore A \leftrightarrow B$ (1 e 2 I↔)

- Eliminação da Conjunção (E∧)

1. $A \wedge B$
2. A (1. E∧)
3. B (1. E∧)

- Inclusão da Conjunção (I∧)

1. A
2. B
3. $A \wedge B$ (1 e 2 I∧)

- Inclusão da Disjunção (I∨)

1. A (se A é verdade)
2. $A \vee \boxed{}$ → QLQR COISA → é verdade (1. I∨)
FÓRMULA

- Eliminação da Disjunção (E∨)
  - precisa de 3 premissas

1. $A \vee B$
2. $A \rightarrow X$
3. $B \rightarrow X$

$\therefore X$ (1, 2 e 3 E∨)

- MODUS TOLLENS (MT)

- $A \rightarrow B$
- $\sim B$

$\therefore \sim A$

Ex.: Maria vai tomar sorvete se o dia estiver ensolarado.

M: Maria vai tomar sorvete
D: o dia estiver ensolarado

Ela ñ tomou sorvete

Então...

1. $D \rightarrow M$
2. $\sim M$

$\therefore \sim D$

LAC

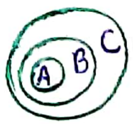
REGRAS HIPOTÉTICAS

1. $(A \wedge B) \rightarrow C$ — não sabemos se B é V ou F
2. $C \rightarrow D$
3. A — supomos que é V
4. $|B$ [Hipótese p/ Prova do Condicional]
5. $|A \wedge B$ [3 e 4 ∧I] → inclusão da conj.
6. $|C$ [1 e 5 MP]
7. $|D$ [2 e 6 MP]
8. $B \rightarrow D$ [4-7 Prova do Condicional]

- Prova do CONDICIONAL

$$\frac{\{a\} \vdash \beta}{\alpha \rightarrow \beta}$$

- Conceito de transitividade
  - Se A então B. Se B então C
    Logo, se A então C



- PROVA POR REDUÇÃO AO ABSURDO
  - Vai conduzir a derivação de um argumento para uma contradição da forma $\alpha \wedge \sim\alpha$

$$\frac{\{\alpha\} \vdash \beta \wedge \sim\beta}{\sim\alpha}$$

1. $(A \vee B) \wedge (A \vee C)$
2. $\sim A$
3. $|\sim B$
4. $|A \vee B$ [1 ∧E]
5. $|A$ [3 e 4 SD]
6. $|A \wedge \sim A$ [2 e 5 ∧I]
7. B [3-6 Redução ao Absurdo]

▷ REDUÇÃO AO ABSURDO (* Cálculo)

→ hipótese → algo que se está criando p/ auxiliar na resolução

Ex.:

1 $A \to B$

2 $A \to \sim B$

3 A (HIP N RAA) — foi "inventado" p/ provar $\sim A$

4 B (1 e 3 MP)

5 $\sim B$ (2 e 3 MP)

6 $B \land \sim B$ — inconsistência

7. $\sim A$ (3-6 RAA)

Ex2.: Perg.: $(\sim B \lor \sim A)$ é verdade?

~~1. $A \land (B \to C)$~~

1. $A \land (B \to C)$
2. $\sim A \lor (B \lor D \to \sim C)$
3. A (1 E $\land$)
4. $B \to C$ (1 E $\land$)
5. $(B \lor D) \to \sim C$
6. B (HIP p/ RAA) - - - -
7. C (4 e 6 MP)
8. $\sim (B \lor D)$ (5 e 7 MT)
9. $\sim B \land \sim D$ (8 MORGAN)
10. $\sim B$ (9 E $\land$) - - - - INCONS.
11. $B \land \sim B$
12. $\sim B$ → é o que é verdade (Inclusão da Disjunção)
13. $\sim B \lor \sim A$

x3.: $A \land X$?

1. $A \lor {\sim}C \land D$
2. ${\sim}A \to {\sim}D$
3. $A \lor B$
4. $(A \to X) \land (B \to X)$ (E ∧)
5. $A \to X$ (E ∧) 4
6. $B \to X$ (E ∧) 4
7. X (E∨) 3, 5, 6
8. $\underline{{\sim}A}$ - - - (HIP RAA)
9. ${\sim}B$ (MP) 2, 8
10. $\cancel{{\sim}A}\, C \land D$ (1 e 8 SD) (INCONS.) (1)
11. D (10 E ∧)
12. ${\sim}D \land D$ (9 e 11 I∧)
13. A (8-12) RAA

Ex 4.: ${\sim}X \lor B$

1. $X \to {\sim}P$
2. ${\sim}P \to A \lor B$
3. $P \lor ({\sim}A \land {\sim}B)$

~~4. P (MT) (I ∨) (HIP RAA)~~

~~5. ~X~~ (

~~6. ~X ∨ B~~

4. X (RAA)
5. ${\sim}P$ (MP. 1, 4)
6. $A \lor B$ (2, 5 MP)
7. ${\sim}A \land {\sim}B$ (3 e 5 SD) → LEI MORGAN: $\underline{{\sim}(A \lor B)}$
8. ${\sim}A$ (7 E ∧)
9. ${\sim}B$ (7 E∧)
10. B (6 e 9 SD)
11. $B \land {\sim}B$ (9 e 10 I∧)

(Logo, ~X é verdade)

12. ${\sim}X$ (4-11 RAA)
13. ${\sim}X \lor B$ (12 I∨)

$(A \lor B) \land {\sim}(A \lor B)$

D PROVA CONDICIONAL 14/09/23

- Dada uma hip. X, ao se chegar em uma fórmula Y qualquer, é possível concluir que $X \to Y$

Ex 1 $\quad C\,?$

1. $A \to B$
2. $\sim B \lor C$
3. $A \lor D$ → Quer fazer regra de elimin do 'ou'
4. $D \to C$
5. A (HIP P/ P.C.)
6. B (1 e 5 MP)
7. C (2 e 6, SD)
8. $A \to C$ (5-7 PC)
9. C (3, 4 e 8, EV)

* M.T. é ~~prova de~~ obtido por redução ao absurdo

1 $A \to B$

2 $\sim B$ ~~(HIP P/RAA)~~

3 A (HIP P/RAA)

4 B (1 e 3 MP)

5 $B \land \sim B$ (2 e 4 I∧)

$\sim A$ (3 e 5 RAA)

▷ LAC – EQUIVALÊNCIA

$A \to B \leftrightarrow \sim A \vee B$ → são equivalentes

$A \to B \leftrightarrow A \vee \sim B$ → não são eq.

→ é uma tautologia

→ para simplificar equações

→ $A \to B = \sim A \vee B$

Ex.: 1 $\underbrace{(A \wedge B)}_{A} \to \underbrace{(D \to C)}_{B}$

2 $\sim (A \wedge B) \vee (\underbrace{D}_{A} \to \underbrace{C}_{B})$

3 $\sim A \vee \sim B \vee \sim D \vee C$

FINALIDADE: otimização de algoritmos

Ex.: $(A \to B) \vee \sim A$

$\sim A \vee B \vee \sim A$

B

$\sim J \vee \sim Q$?

1. $J \to \sim (Q \vee A)$
2. $\sim Q \to P \wedge A$
3. $Q \vee (\sim P \vee \sim A)$
4. | $\sim Q$ [HIP RAA]
5. | $P \wedge A$ [2 e 4 MP]
6. | $Q \vee \sim (P \wedge A)$ [3 - MORGAN]
7. | $\sim (P \wedge A)$ [6 - SD]
8. | $(P \wedge A) \wedge \sim (P \wedge A)$ [5 e 7 - I∧]
9. Q [4 a 8 - RAA]
10. $Q \vee A$ [9 - I∨]
11. $\sim J$ [1 e 10 - MT]
12. $\sim J \vee \sim Q$ [11 - I∨]

▷ LAC - EQUIVALÊNCIA

28/SET/23

SERVE P/ PROGRAMAÇÃO

- Descobrir se é tautologia → P/SIMPLIFICAR EQ. ↔ CUSTA + CARO

→ SÃO EQUIVALENTES

$\boxed{A \to B} \leftrightarrow \boxed{\sim A \vee B}$

$A \to B \leftrightarrow A \vee \sim B$

LOGICAMENTE SÃO IGUAIS

A	B	~A	~B	A→B	~A∨B	(A→B)↔(~A∨B)	(A→B)↔(A∨~B)
V	V	F	F	V	V	V	
V	F	F	V	F	F	V	
F	V	V	F	V	V	V	
F	F	V	V	V	V	V	

- $A \to B = \sim A \vee B$ → $\sim(A \wedge B) \vee (\sim D \vee C)$

$(A \wedge B) \to (D \to C)$

Se $A \wedge B$ então

Se D então

Se C

→ $\underbrace{(A \wedge B)}_{A} \to \underbrace{(\sim D \vee C)}_{B}$

$\sim A \vee \sim B \vee \sim D \vee C$

→ forma simplificada

↳ estrutura de dados

→ otimização de algoritmos

★ TESTAR UM CÓDIGO

- $(A \to B) \vee \sim A$

$\sim A \vee B \vee \cancel{\sim A}$ → repetiu

- $(P \to Q) \vee P$

$\cancel{\sim P} \vee Q \vee \cancel{P}$
↳ (tá fazendo nada)
→ sempre é verdade

→ Se Rian vai à festa, ou Lucas vai ou Rian ñ vai, vai ter festa

1. $\sim C \to P$ $\quad \vdash \sim D \vee A$
2. $(D \to A) \to \sim C$
3. $C \vee \sim P$
4. $\sim(D \to A) \vee \sim C$
5. | $D \to A$
6. | $\sim C$
7. | P
8. | $\sim C$

- $\sim(A \vee B) \to (C \to \sim A)$ * Situação em maratona de programação

~~$(\sim A \wedge \sim B) \to (\sim C \vee \sim A)$~~

$(A \vee B) \vee (C \to \sim A)$

$A \vee B \vee \sim C \vee \sim A$

$B \vee \sim C$

(se fosse um motor, nunca ligaria)

REV. PROVA COND. $\quad \vdash \sim D \vee E$

1. $A \vee B$
2. $B \to E$
3. $\sim A \vee C$
4. $C \to E$
5. | A (HIP P/ PC)
6. | C (3 e 5 - SD)
7. | E (4 e 6 - MP)
8. $A \to E$ (5-7 - PC)
9. E (1, 2 e 8 - EV)
10. $E \vee \sim D$ (9 - IV

REVISÃO RAA $\quad \vdash \sim D \vee A$

1. $\sim C \to P$
2. $(D \to A) \to \sim C$
3. $C \vee \sim P$
4.

$(\sim(D \to A) \vee \sim C)$

$(\sim(\sim D \vee A) \vee \sim C)$

$(D \wedge \sim A) \vee \sim C$

| $\sim C$ (RAA)

| $\sim P$

| C

▷ LAC - LÓGICA DOS PREDICADOS

↳ prática de ação

05/OUT/23

▷ LÓGICA DE 1ª ORDEM

* Quantificadores: $\forall$ (universal)
  $\exists$ [existencial]

* Predicados: $P(x)$ = x é / faz algo

Ex.: $A(x,y)$ = x ama y

Exemplos:

$B(x)$ = x é bonito

$I(x)$ = x é inteligente → $I(\text{Maria})$

$G(x,y)$ = x gosta de y

$P(x,y)$ = x é pai de y

$\forall x\ I(x)$ → Todo mundo é inteligente

$\exists x\ I(x)$ → Algum x é inteligente

$\sim\forall x\ I(x)$ → Nem todos são inteligentes

$\sim\exists x\ I(x)$ → Ninguém é inteligente

- $\sim\exists x\ G(x, \text{Maria})$ → Ninguém gosta de Maria
- $\exists x\ I(x) \wedge P(x, \text{Lucas})$ → O pai de Lucas é inteligente
- $\sim\exists x\ \exists y\ \sim B(x) \wedge P(x,y) \wedge P(y, \text{João})$ → Nenhum avô de João é
- $\forall x\ \forall y\ P(x,y) \rightarrow G(x,y)$ → Todo pai gosta dos seus filhos
- $\exists x, \exists y\ G(\text{Ana}, x) \wedge G(y, \text{Ana})$ → Ana gosta de alguém e outra pessoa gosta de Ana
- $\exists x, \sim\exists y\ P(x,y)$ → Alguém não é pai de ninguém
- $\exists x\ \exists y\ I(x) \wedge \sim I(y) \wedge P(\text{José}, x) \wedge P(\text{José}, y)$ → Um dos filhos de José é inteligente e o outro não
- $\sim\exists(x)\ I(x) \wedge B(x)$
- $\sim\forall x\ G(x, \text{chocolate})$
- $\exists a\ \exists b\ G(\text{Luana}, a) \wedge G(a,b)$
- $\forall a\ G(a,a)$
- $\exists a\ \exists b\ P(\text{Pedro}, a) \wedge P(a,b) \wedge I(a) \wedge B(b)$ → Filho de Pedro é inteligente e o neto é bonito

---

- ▶ Todo A é B : $\forall x\ A(x) \rightarrow B(x)$
- ▶ Algum A é B : $\exists x\ A(x) \wedge B(x)$
- ▶ Nenhum A é B : $\sim\exists x\ A(x) \wedge B(x)$
- ▶ Nem todo A é B : $\sim\forall x\ A(x) \rightarrow B(x)$

05/OUT/23

Trabalhar com frases negativas

– CORRELATAS

Ex.: Alguém é Bonito | Todos são bonitos | Ninguém é bonito

$\exists x \; B(x)$ | $\forall x \; B(x)$ | $\sim \exists x \; B(x)$

$\rightarrow \sim \forall x \sim B(x)$ | $\sim \exists x \sim B(x)$ → AFIRM. EQUIVAL. ← $\forall x \sim B(x)$

$\rightarrow \forall x \sim B(x)$ | $\exists x \sim B(x)$ → NEGAT. ← $\sim \forall x \sim B(x)$

↳ Todos não são bonitos

- 1 Troca operador
- 2 Nega os dois
- 3 Retira o par (~~)

• ~(Alguém é feliz e nem todos são ricos)

$\exists x \; F(x)$ | $\sim \forall (x) \; R(x)$

EQUIV- $\sim \forall x \sim F(x)$ | $\sim\sim \exists x \sim R(x)$

$\sim \forall x \sim F(x)$ | $\sim \exists x \sim R(x)$

Todos não são felizes ou ninguém não é rico.

– negação da frase

• Ninguém é rico, mas todos são felizes.

$\sim \exists x \; R(x)$ | $\forall x \; F(x)$

$\forall x \sim R(x)$ | $\sim \exists x \sim F(x)$

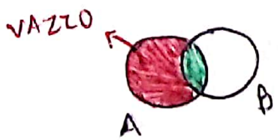
EQUIV: Todos não são ricos e ninguém não é feliz

$\sim \forall x \sim R(x)$ | $\exists x \sim F(x)$

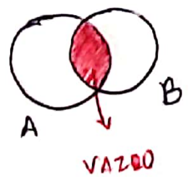
NEG: Nem todos não são ricos ou alguém não é feliz

DIAGRAMA DE VENN → FORMAS CATEGÓRICAS

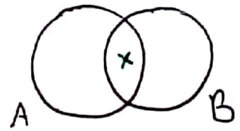
• Todo A é B



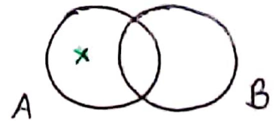
• Nenhum A é B



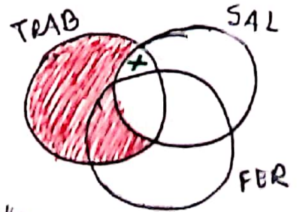
• Algum A é B



• Algum A não é B / Nem todo A é B



• Todo trabalhador tem um salário.
Nem todo trabalhador tira férias.



* "DO BRANCO, EU Ñ DIGO NADA"

LAC

Tableaux Analítico

→ Tableaux é uma ferramenta que serve p/a análise de fórmulas

→ Considerando a fórmula como F ou V, é possível fazer uma análise semântica dos operadores da estrutura da fórmula.

→ É possível por meio do tableaux identificar se uma fórmula é uma tautologia ou contradição

→ Também é possível afirmar se um argumento é válido ou inválido

Ex.: $P \vee Q \rightarrow \sim(R \wedge P)$

$(P \vee Q) \rightarrow \sim(R \wedge P) : V$

$P \vee Q : F$ $\quad$ $\sim(R \wedge P) : V$

$P : F$ $\quad$ $R \wedge P : F$

$Q : F$ $\quad$ $R : F$ $\quad$ $P : F$