Capítulo 5

Lógica Formal Proposicional

5.1 Formas

A Lógica Formal ou Lógica Simbólica é o estudo das *formas de argumento*. Argumentos provenientes de contextos completamente diferentes podem possuir a mesma forma. Observe os seguintes argumentos:

Se eu ganhar na loteria, serei rico.
Eu ganhei na loteria.
Logo, sou rico.

Se fizer sol, eu irei à praia.
Está fazendo sol.
Logo, eu vou à praia.

Se eu comer bastante, passarei mal.
Comi bastante.
Logo, passo mal.

Todos estes três argumentos, apesar de pertencerem a contextos distintos, possuem a mesma forma. A forma deles é:

Se <alguma coisa>, então <outra coisa>.
<alguma coisa>.
Logo, <outra coisa>.

Como pôde ser notado, a **forma** de raciocínio para os três argumentos é exatamente a mesma. A Lógica Formal possui um conjunto de regras abstratas de raciocínio que são comuns em vários argumentos.

A partir de agora, iremos representar as sentenças declarativas por meio de letras maiúsculas do nosso alfabeto (símbolos sentenciais): de A até Z. Assim, refazendo a forma dos argumentos apresentados, temos:

Se A, B.
A.
Logo, B.

Podemos então dizer que os três argumentos possuem a forma apresentada acima, ou ainda que os três argumentos são variações gramaticais (ou instâncias) desta forma. A esta forma de argumento damos o nome de *Modus Ponens*, e será explicada na Seção 5.2, referente à Lógica Proposicional.

Existem outras formas de argumento que podem ser expressas com o uso das seguintes expressões:

- **Negação:** Não é o caso que ...
- **Conjunção:** ... e ...
- **Disjunção:** ... ou ...
- **Implicação (ou condicional):** Se ... então ...
- **Bi-implicação (ou bi-condicional):** ... se e somente se ...

Estas expressões são conhecidas como conectivos (ou operadores) lógicos.

Conectivo *não é o caso que..*

Este conectivo prefixa uma sentença para formar uma nova sentença a qual é denominada de **negação**. Abaixo podemos ver um exemplo de negação:

Não é o caso que ele é patinador.

A negação de uma sentença pode não aparecer com o uso do prefixo *não é o caso que*. Em outras palavras, há variações gramaticais na negação. Exemplos:

Ele não é patinador.
Ele não patina.
Ele é não-patinador.

Todas as três variações possuem o mesmo valor semântico do exemplo apresentado com o prefixo *não é o caso que*, apesar de todas as quatro sentenças serem sintaticamente diferentes. Se fôssemos abstrair a forma dessas sentenças, ela seria *Não é o caso que P*, com *P* significando *Ele é patinador*.

Conectivo *..e..*

Esse conectivo é usado para unir duas sentenças quaisquer formando uma composição a qual é denominada de **conjunção**. Abaixo podemos ver um exemplo de conjunção:

Os brasileiros são trabalhadores e gostam de praia.

A forma desse argumento é *T e P*, com *T* significando *Os brasileiros são trabalhadores* e *P*, *Os brasileiros gostam de praia*.

Composições feitas com a conjunção também podem ser expressas por palavras[1] como: *contudo*, *todavia*, *mas*, *embora*, entre outras. Alguns exemplos seriam:

> *Os brasileiros são trabalhadores,*
> *mas não gostam das segundas-feiras.*
>
> *João assiste a todos os jogos*
> *embora não pratique esporte.*

Os dois últimos exemplos mencionados possuem a mesma forma: *A e não é o caso que B*. Com A significando *Os brasileiros são trabalhadores* (ou *João assiste a todos os jogos*) e B, *Os brasileiros gostam das segundas-feiras* (ou *João pratica esporte*).

Conectivo *..ou..*

Analogamente ao conectivo **e**, esse conectivo é usado para unir duas sentenças quaisquer formando uma composição a qual é denominada de **disjunção**. Abaixo podemos ver um exemplo de disjunção:

> *Emerson vai ao jogo ou enlouquecerá.*

A forma desse argumento é *J ou E*, com *J* significando *Emerson vai ao jogo*, e *E* expressando *Emerson enlouquecerá*.

É importante destacar aqui que, na Lógica Formal, este **ou** não deve passar a idéia de escolha única, apesar de aparentar. Com o uso deste conectivo, na disjunção *J ou E*, *J* pode acontecer ou *E* pode acontecer, ou até mesmo ambos podem acontecer.

[1] Na gramática da língua portuguesa são conhecidas como *Conjunções Adversativas* e *Conjunções Concessivas*.

Quando usualmente usamos a disjunção, falando ou mesmo escrevendo, no dia-a-dia, damos ao receptor a escolha única entre duas ou mais opções. A este **ou** específico damos o nome de *ou exclusivo* e não será tratado neste livro.

Conectivo *se...então...*

O uso deste conectivo resulta em enunciados chamados de implicações, ou condicionais. Pois este tipo de enunciado expressa uma condição.

Diferentemente dos enunciados resultantes dos conectivos anteriores, enunciados condicionais não permitem a inversão na ordem das proposições. A proposição subsequente ao *se* é chamada de **antecedente**, e a proposição subsequente ao *então* é chamada de **consequente**.

A forma de um enunciado condicional é *Se A então C*. Onde *A* é o antecedente e *C* é o consequente. Um exemplo de condicional pode ser:

> *Se a porta ficar aberta então o cachorro sairá de casa.*

Muitos argumentariam, usando este enunciado, que se o cachorro saiu de casa foi porque a porta estava aberta. Todavia, tal argumento é uma falácia[2]! O antecedente é **condição suficiente** para a ocorrência do consequente. Mas, o consequente é **condição necessária** para a ocorrência do antecedente, e não suficiente.

Um bom exemplo para entendermos enunciados condicionais é o seguinte:

[2] Esta falácia é conhecida como *falácia da afirmação do consequente*.

Se é juiz então é advogado.

Neste exemplo, o fato de ser juiz é *suficiente* para ser advogado. E, para ser juiz, é *necessário* ser advogado, mas não *suficiente*. Em outras palavras, todo mundo que é juiz, também é advogado. Mas, nem todo mundo que é advogado, também é juiz. A Figura 5.1 transmite a idéia geral para auxiliar o entendimento dos conceitos "condição suficiente" e "condição necessária".

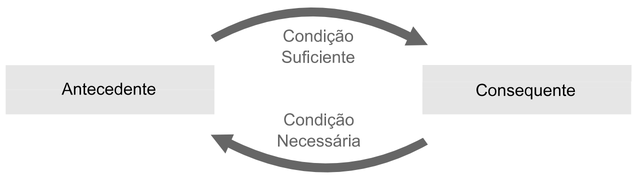

Figura 5.1: Ilustração abstrata dos conceitos *condição necessária* e *condição suficiente*.

Veja agora um exemplo, semelhante ao anterior:

Se chover então molha a rua.

É suficiente chover para alguém deduzir que a rua fica molhada. Todavia, o fato da rua ficar molhada não garante necessariamente que choveu.

Um exemplo mais complexo, que os apresentados até então, poderia ser:

Se ele for à praia e não usar protetor solar,
então ele ficará queimado ou terá que usar chapéu.

Neste último exemplo, o enunciado condicional é composto por uma conjunção sendo o antecedente, e por uma disjunção sendo o consequente. Além disso, a conjunção é composta por uma proposição atômica e uma negação de proposição atômica.

A forma para o exemplo seria ***Se** P **e não é o caso que** S **então** Q **ou** C*. Sendo os significados de P, S, Q e C respectivamente, *Ele vai à praia*, *Ele usa protetor solar*, *Ele ficará queimado* e *Ele terá que usar chapéu*.

Seguindo o raciocínio empregado nos exemplos anteriores, temos o seguinte:

- *Ele ir à praia e não usar protetor solar* é **condição suficiente** para inferir que *ele ficará queimado ou terá que usar chapéu*.
- Em outras palavras, dizer que *ele ficar queimado ou ter que usar chapéu* é **condição necessária** para *Ele ir à praia e não usar protetor solar*

Os enunciados condicionais também podem ser expressos na ordem inversa: *Como se sentir fome*. Este enunciado condicional mantém a mesma semântica dos enunciados: *Se sentir fome, como* e *Se sentir fome então como*.

Há diversas variações gramaticais para o conectivo condicional. Por exemplo, para o enunciado *Se faz sol então faz calor*, podemos ter:

- Fazer sol **implica em** fazer calor.
- Faz sol **somente se** faz calor.
- **Se** faz sol, **logo** faz calor.
- Faz calor **se** faz sol.
- Fazer sol **é condição suficiente para** fazer calor.

- Fazer calor **é condição necessária para** fazer sol.

Conectivo *...se e somente se...*

O uso deste conectivo resulta em enunciados chamados de bi-implicações, ou bicondicionais. Pois este tipo de enunciado expressa uma condição dupla. E, diferentemente do enunciado condicional, num enunciado bicondicional é permitida a inversão na ordem das proposições.

Um enunciado bicondicional pode ser considerado como uma conjunção de dois condicionais. Por exemplo, o enunciado abaixo:

> *É um polígono de três lados se e somente se é um triângulo.*

pode ser decomposto em uma conjunção composta por duas condições. As condições para o referido exemplo são:

> *Se é um polígono de três lados então é um triângulo. (1a)*
> *Se é um triângulo então é um polígono de três lados. (2a)*

Note que o antecedente de (1a) é o consequente de (2a) e vice-versa. Para ficar mais claro, observe as variações gramaticais dos enunciados (1a) e (2a):

> *É um polígono de três lados somente se é um triângulo.(1b)*
> *É um polígono de três lados se é um triângulo. (2b)*

Como já foi visto na Seção correspondente ao conectivo *se..então..*, os enunciados (1a) e (1b) são variações gramaticais um do outro. Assim, possuem a mesma semântica. Desta mesma forma também são os enunciados (2a) e (2b).

Fazendo *é um polígono de três lados* ser representado por **A** e *é um triângulo* ser representado por **B**, teremos:

A somente se B. (1c)
A se B. (2c)

Os enunciados (1c) e (2c) representam a forma dos enunciados (1b) e (2b) e, por isso, são mais concisos. Fica assim, mais claro para identificar que a conjunção *A **se** B **e** A **somente se** B* equivale ao enunciado *A **se e somente se** B*.

É importante destacar aqui que os conectivos apresentados podem ser combinados formando enunciados mais complexos, como por exemplo: *A **ou não é o caso que** B **se e somente se não é o caso que** A **e** B*.

5.2 Lógica Proposicional

A Lógica Proposicional (ou Cálculo Proposicional) é um sistema formal no qual as fórmulas representam proposições que podem ser formadas pela combinação de proposições atômicas usando os conectivos lógicos já apresentados. Além disso, tal sistema formal apresenta um conjunto de regras de derivação que permite a prova da validade ou invalidade dos argumentos dedutivos.

5.2.1 Símbolos

Para facilitar a manipulação e leitura dos enunciados e argumentos, a Lógica Proposicional adota símbolos especiais para representar os operadores (conectivos) lógicos. São eles:

- Não é o caso que..: ˜ ou $\neg$
- ..e..: $\wedge$ ou &
- ..ou..: $\vee$
- Se..então..: $\rightarrow$
- ..se e somente se..: $\leftrightarrow$

Re-escrevendo o último enunciado da Seção anterior, teremos:

$$A \vee \neg B \leftrightarrow \neg A \wedge B$$

Podemos notar que, ao se usar os símbolos especiais, a fórmula (chamada até então de enunciado) se torna muito mais concisa do que escrita na linguagem natural. Contudo, dependendo do nível de complexidade da fórmula, muitas vezes faz-se necessário o uso de parênteses para torná-la mais compreensível.

5.2.2 Precedência entre os operadores

O uso de parênteses é feito tanto para tornar a fórmula mais facilmente lida, quanto para "impor" uma certa precedência na leitura da mesma. Mas, para o primeiro caso, este uso não pode ser feito de forma arbitrária. O significado lógico (ou semântica da fórmula) deve continuar o mesmo.

Assim como nas operações básicas da Matemática (soma, subtração, multiplicação e divisão), os conectivos lógicos possuem prioridades diferentes entre si. Alguns autores adotam precedência diferente de outros autores. Neste livro, adotaremos a seguinte precedência (da maior para a menor): $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$ e $\leftrightarrow$.

Obedecendo esta precedência, se quiséssemos incluir parênteses na fórmula A∨¬B↔ ¬A∧B para torná-la mais facilmente lida, obteríamos a fórmula (A∨¬B)↔(¬A∧B). Apesar da inclusão dos parênteses, a semântica das duas fórmulas permanece exatamente a mesma.

Deve-se sempre tomar cuidado com a inclusão dos parênteses. Pois, um simples deslocamento na aplicação deles pode comprometer o significado da fórmula, produzindo uma fórmula completamente diferente, como por exemplo: A∨(¬B↔ ¬A)∧B.

Deve-se também tomar cuidado com a negação (¬). As fórmulas ¬A∧B e ¬(A∧B) são semanticamente diferentes. Na primeira, a negação está sendo aplicada apenas à proposição A. Enquanto que na segunda fórmula, a negação está sendo aplicada à conjunção A∧B. Lembre-se que a negação sempre é aplicada à fórmula adjacente. Os parênteses podem ser usados, portanto, para delimitar o escopo de aplicação da negação.

5.2.3 Fórmulas bem formadas

Se uma determinada fórmula, da Lógica Proposicional, estiver sintaticamente correta, dizemos que aquela fórmula é uma **fórmula bem formada**, ou simplesmente dizemos que é uma *fbf*.

Há algumas regras que determinam a forma das *fbf's*.

- Qualquer letra do do nosso alfabeto (letra sentencial) é uma *fbf*.
  Exemplos: A, b, w, X
- Se Φ é uma *fbf*, ¬Φ também é uma *fbf*.
  Exemplos:
  - Como A é *fbf*, ¬A também é.
  - Assim como B↔ ¬A, ¬(B↔ ¬A) também é *fbf*.

- Se Φ e Ψ são *fbf's*, então $\Phi \wedge \Psi$, $\Phi \vee \Psi$, $\Phi \rightarrow \Psi$, e $\Phi \leftrightarrow \Psi$ também são.

  Exemplo 1:

  Como A e B são *fbf's*,
  então $(A \wedge B)$, $(A \vee B)$, $(A \rightarrow B)$, e $(A \leftrightarrow B)$ também são.

  Exemplo 2:

  Como $B \leftrightarrow \neg A$ e $A \wedge C$ são *fbf's*,
  então $(B \leftrightarrow \neg A) \wedge (A \wedge C)$, $(B \leftrightarrow \neg A) \vee (A \wedge C)$, $(B \leftrightarrow \neg A) \rightarrow (A \wedge C)$, e $(B \leftrightarrow \neg A) \leftrightarrow (A \wedge C)$ também são.

As fórmulas que não se encontrarem de acordo com as regras acima **não são *fbf's***, como por exemplo: $\wedge C$, $A \vee \rightarrow B$, $A \leftrightarrow$, $A \neg B$.

5.2.4 Formalização de argumentos

Observemos o seguinte exemplo:

A proposta de auxílio está no correio.
Se os árbitros a receberem até sexta, eles a analisarão.
Portanto, eles a analisarão porque se a proposta estiver no correio, eles a receberão até sexta.

Para formalizarmos qualquer argumento, faz-se necessário primeiro identificar quais são as proposições atômicas presentes no argumento. No argumento acima temos:

A: a proposta de auxílio está no correio.
B: os árbitros recebem a proposta até sexta.
C: eles analisarão a proposta.

De posse das proposições atômicas, podemos montar as fórmulas referentes aos enunciados. Dando mais um passo à formalização do argumento, temos:

$$A.\ B \rightarrow C.\ Portanto,\ C\ porque\ A \rightarrow B.$$

A expressão *portanto* é usada, neste contexto, como um *indicador de conclusão*. Assim, fica evidente que C é a conclusão final do argumento. O próximo, e último, passo na formalização do argumento é agrupar as premissas, separadas por vírgula e delimitadas entre chaves. Além disso, deve-se ligá-las à conclusão utilizando o símbolo de asserção ($\vdash$). Desta forma, obtemos:

$$\{A, B \rightarrow C, A \rightarrow B\} \vdash C$$

O argumento nesta forma significa que, a partir das premissas delimitadas entre chaves, podemos inferir a conclusão indicada.

5.2.5 Regras de inferência

Alguém poderia se perguntar "Por que formalizar os argumentos?". Ou ainda "Que vantagens eu tenho formalizando os argumentos?". A resposta é simples. A Lógica Proposicional possui um conjunto de regras abstratas que são utilizadas para provar formas de argumentos numa *série de etapas* simples e precisas de raciocínio chamada **prova** ou **derivação**.

Uma derivação de uma forma de argumento é uma sequência de enunciados $<e_1,e_2,...,e_n>$, onde:

- e_n é a conclusão,
- e cada e_i, para $1 \leq i < n$, pode ser:
  - uma premissa;
  - ou o resultado da aplicação de uma regra aos enunciados anteriores.

De posse de um argumento formalizado e usando as regras de inferência da Lógica Proposicional, podemos determinar a prova do argumento caso este seja um argumento dedutivo válido. Desta forma, basta formalizar o argumento e aplicar corretamente as regras de inferência para provar a validade do referido argumento, dispensando assim, a necessidade de ler o argumento (descrito em linguagem natural) inúmeras vezes.

Para argumentos pequenos, uma única leitura muitas vezes é o suficiente para resolver o problema. Mas, para argumentos grandes e complexos, faz-se necessária uma quantidade de leituras e reflexão maiores.

Observe o seguinte exemplo:

Se a porta ficar aberta então o cachorro sairá de casa.
A porta ficou aberta.
Logo, o cachorro saiu de casa.

É claro e evidente que o argumento acima é valido. Todavia, esta clareza e evidência se dá pelo fato de o argumento ser pequeno e de fácil leitura.

Mas, se fôssemos verificar a validade do exemplo supracitado, sobre a *proposta de auxílio*, levaríamos um tempo um pouco maior para raciocinar.

Observemos a forma do argumento: $\{A \rightarrow C, A\} \vdash C$. Tendo como significados de A e C *A porta fica aberta* e *O cachorro sai de casa*, respectivamente. A prova da validade do argumento se dá da seguinte forma:

1. A→C
2. A
3. C [1 e 2 MP]

A prova, como já citada, possui uma sequência de enunciados. Cada um deles é enumerado para que se possa fazer referências durante o processo de derivação. O enunciado 3, por exemplo, é gerado a partir dos enunciados 1 e 2 do argumento[3], usando a regra de inferência chamada MP, ou *Modus Ponens*.

Modus Ponens - MP

Ou simplesmente modo afirmativo, é a regra de inferência com a qual a partir de um enunciado condicional e de um fato que satisfaz essa condição, ou seja, de um fato que é igual ao antecedente desta condição, podemos inferir o seu consequente. Exemplos:

Se eu não for estudar, eu vou jogar bola.
Eu não vou estudar.
Logo, vou jogar bola.

Se sua mãe fizer o almoço, eu fico.
Sua mãe fez o almoço.
Portanto, eu fico.

[3]Os primeiros enunciados enumerados correspondem às premissas do argumento. Alguns autores preferem indicar as premissas do argumento na derivação colocando a letra maiúscula P à sua direita.

Formalmente temos que:

$$\frac{\alpha \to \beta \quad \alpha}{\beta}$$

Usemos como exemplo, desta vez, o argumento da *proposta de auxílio*: {A, B→C, A→B} ⊢ C. Para derivar, basta usar a regra MP sempre que necessária.

1. A
2. B→C
3. A→B
4. B [1 e 3 MP]
5. C [2 e 4 MP]

Neste exemplo nós temos os enunciados 1, 2 e 3 como premissas. A partir dos enunciados 1 e 3 foi possível inferir o enunciado 4. Por sua vez, a partir do enunciado 4, juntamente com o 2, foi possível inferir o 5. Como conseguimos chegar até a conclusão a partir das premissas, podemos dizer que o argumento é válido.

Para o argumento {¬¬A→(B→C), ¬¬A, B} ⊢ C, temos a seguinte prova:

1. ¬¬A→(B→C)
2. ¬¬A
3. B
4. B→C [1 e 2 MP]
5. C [3 e 4 MP]

A diferença deste último exemplo para os demais, onde MP é usada, é que um dos antecedentes usados para se aplicar MP não é uma proposição atômica: ¬¬A. Vale a pena ressaltar que as duas negações em

$\neg\neg$A$\rightarrow$(B$\rightarrow$C) estão negando apenas a *fbf* A. Para que as negações fossem aplicadas a toda a fórmula, seria necessário o uso de parênteses da seguinte forma: $\neg\neg$(A$\rightarrow$(B$\rightarrow$C)). E, neste último caso, não seria possível aplicar a regra MP.

Eliminação da negação - $\neg$E

É a regra de inferência na qual a partir de uma *fbf* negada duas vezes, podemos inferir a própria *fbf*. Ou ainda, se temos um fato qualquer, que é a negação da negação de algo, podemos inferir este algo. Exemplos:

> *Não é o caso que ele não é não fumante.*
> *Logo, ele não é fumante.*
>
> *Não é o caso que eu não vou à praia.*
> *Assim sendo, vou à praia.*
>
> *Não é o caso que não aconteceu de eu não estar mentindo.*
> *Dessa forma, não estou mentindo.*

Formalmente temos que:

$$\frac{\neg\neg\alpha}{\alpha}$$

Modificando o exemplo anterior, temos: {A$\rightarrow$(B$\rightarrow$C), $\neg\neg$A, B} $\vdash$ C. A prova para este argumento se dá da seguinte forma:

1. A$\rightarrow$(B$\rightarrow$C)
2. $\neg\neg$A
3. B

4.	A	[2 ¬E]
5.	B→C	[1 e 4 MP]
6.	C	[3 e 5 MP]

Podemos dizer, em outras palavras, que a partir de qualquer fórmula bem formada negada *n* vezes, com *n* sendo par, podemos inferir a própria fórmula. Exemplo: a partir de ¬¬¬¬A, podemos inferir A. E, a partir de qualquer fórmula bem formada negada *n* vezes, com *n* sendo ímpar, podemos inferir a negação da fórmula. Exemplo: a partir de ¬¬¬A, podemos inferir ¬A.

Seria o mesmo que, em linguagem natural, termos *Não é o caso que ele não fuma*. Este enunciado é negado duas vezes. Um enunciado equivalente seria *Ele fuma*.

Introdução da negação - ¬I

Esta regra é análoga à eliminação da negação. Com esta regra, a partir de uma *fbf*, podemos inferir a própria *fbf* negada duas vezes. Ou seja, se temos um fato qualquer, podemos inferir a negação da negação deste fato. Exemplos:

> *Ele fuma.*
> *Assim, ele não é não fumante.*
> *Vou à praia.*
> *Logo, não é o caso que eu não vou à praia.*

Formalmente temos que:

$$\frac{\alpha}{\neg\neg\alpha}$$

Para o argumento $\{\neg\neg A \rightarrow (B \rightarrow C),\ A,\ B\} \vdash C$, temos a seguinte derivação:

1. $\neg\neg A \rightarrow (B \rightarrow C)$
2. A
3. B
4. $\neg\neg A$ [2 $\neg$I]
5. $B \rightarrow C$ [1 e 4 MP]
6. C [3 e 5 MP]

O que há de diferente nesta derivação em relação às demais derivações já apresentadas é que o enunciado 4 foi obtido a partir da introdução da negação no enunciado 2.

Com isso, podemos dizer, em outras palavras, que a partir de qualquer fórmula bem formada, podemos inferir a fórmula negada *n* vezes, sendo *n* um número par. Exemplos: a partir de A, podemos inferir $\neg\neg A$; e a partir de $\neg B \vee A$, podemos inferir $\neg\neg(\neg B \vee A)$.

Analogamente à exclusão da negação, seria o mesmo que, em linguagem natural, termos *Ele está doente*. Um enunciado equivalente seria *Não é o caso que ele não está doente*.

Introdução da conjunção - $\wedge$I

É a regra de inferência na qual a partir de quaisquer duas fórmulas bem formadas podemos inferir uma fórmula que é a conjunção daquelas duas. Ou seja, se temos dois ou mais fatos, podemos inferir a conjunção entre estes fatos. Olhemos o seguinte exemplo:

> *João e Maria estão em casa agora. João vai à praia.*
> *Contudo, Maria comerá biscoito quando sua mãe chegar.*

A partir destas informações, podemos inferir que:

- João vai à praia e Maria comerá biscoito quando sua mãe chegar.
- João vai à praia e João e Maria estão em casa agora.
- Maria comerá biscoito quando sua mãe chegar e João e Maria estão em casa agora.
- João e Maria estão em casa agora, João vai à praia e Maria comerá biscoito quando sua mãe chegar.

Formalmente temos que:

$$\frac{\alpha \quad \beta}{\alpha \wedge \beta}$$

Imaginemos que alguém, enquanto argumenta sobre algo, profere que *ele gosta de comer biscoito*. Em outro momento, no mesmo argumento, a pessoa condiciona que *se jogar baralho, perderá horas de estudo*. De posse destas afirmações, podemos inferir que *ele gosta de comer biscoito* **e** *se jogar baralho, perderá horas de estudo*.

Formalmente, se temos B (gosta de comer biscoitos) e temos *J (jogar baralho)* $\rightarrow$ *H (horas de estudo)*, podemos inferir $B \wedge (J \rightarrow H)$. Observe que neste caso se faz necessário o uso dos parênteses para que a precedência do operador $\wedge$ sobre o operador $\rightarrow$ não altere a semântica original.

Ainda sobre o uso dos parênteses no exemplo anterior, a fórmula resultante é uma conjunção de uma proposição atômica com um enunciado condicional. Caso os parênteses não tivessem sido usados, teríamos como fórmula resultante $B \wedge J \rightarrow H$, que é o mesmo[4] que $(B \wedge J) \rightarrow H$.

Tomemos agora o argumento $\{C, A \wedge C \rightarrow B, A\} \vdash B$. A prova para este argumento é:

1. C
2. A∧C→B
3. A
4. C∧A [1 e 3 ∧I]
5. B [2 e 4 MP]

Como já foi visto, para que MP seja aplicado, é necessário que se tenha um enunciado condicional e o seu antecedente para se inferir o consequente. É exatamente o que acontece neste último exemplo. Numa conjunção, a ordem das partes é irrelevante. Desta forma, C∧A e A∧C possuem o mesmo significado.

Eliminação da conjunção - ∧E

É a regra de inferência na qual a partir de uma conjunção podemos inferir qualquer uma de suas partes. Ou seja, se temos uma conjunção (composta de duas ou mais partes), podemos inferir qualquer uma das partes, mesmo que essa parte seja uma conjunção. Exemplo:

> *João e Maria estão em casa agora, João vai à praia e*
> *Maria comerá biscoito quando sua mãe chegar.*

A partir desta informação, podemos inferir, dentres outras informações, que

[4]Veja em "precedência entre os operadores" na página 66.

- João e Maria estão em casa agora.
- João está em casa agora.
- Maria está em casa agora.
- João vai à praia.
- Maria comerá biscoito quando sua mãe chegar.
- João e Maria estão em casa agora e João vai à praia.
- João vai à praia e Maria comerá biscoito quando sua mãe chegar.

Formalmente temos que:

$$\frac{\alpha \wedge \beta}{\alpha} \quad ou \quad \frac{\alpha \wedge \beta}{\beta}$$

Tomemos o argumento $\{(A \wedge B) \rightarrow (C \wedge D), \neg\neg A, B\} \vdash D$. A prova para este argumento é:

1. (A∧B)→(C∧D)
2. ¬¬A
3. B
4. A [2 ¬E]
5. A∧B [3 e 4 ∧I]
6. C∧D [1 e 5 MP]
7. D [6 ∧E]

Nesta derivação estão presentes as regras de eliminação da negação, inclusão e eliminação da conjunção e *modus ponens*.

Imaginemos agora que alguém, enquanto argumenta sobre algo, profere que *ele gosta de comer biscoito e se jogar baralho, perderá horas de estudo*. A partir desta conjunção, podemos inferir qualquer uma de suas partes: *se jogar baralho, perderá horas de estudo* ou *ele gosta de comer biscoito*. Esta regra é exatamente o oposto da inclusão da conjunção.

É importante frisar que a inferência de uma das partes não impossibilita a inferência posterior das demais partes do enunciado original.

Silogismo Disjuntivo - SD

É a regra de inferência na qual a partir de qualquer disjunção e a negação de uma das partes, podemos inferir a outra parte. Exemplos:

Faço natação ou jogo bola.
Não jogo bola.
Logo, faço natação.

Hoje é sábado, domingo ou segunda.
Mas hoje não é sábado.
Assim sendo, hoje é domingo ou segunda.

Formalmente temos que:

$$\frac{\alpha \vee \beta \quad \neg\beta}{\alpha}$$

Para o argumento $\{(A \vee B) \wedge (A \vee C), \neg A\} \vdash B \wedge C$, temos a seguinte prova:

1. (A∨B)∧(A∨C)
2. ¬A

3. $A \lor B$ [1 $\land$E]
4. $A \lor C$ [1 $\land$E]
5. B [2 e 3 SD]
6. C [2 e 4 SD]
7. $B \land C$ [5 e 6 $\land$I]

Notemos que a prova de uma argumento exige o conhecimento de todas as regras de inferência. Neste exemplo, fizemos uso da exclusão (ou eliminação) e da inclusão (ou introdução) da conjunção. O que há de novo aqui é a regra SD aplicada em *2 e 3* e *2 e 4* que resultou em *5* e *6*, respectivamente.

Informalmente, o Silogismo Disjuntivo diz que, de posse da informação que se tem algumas opções, e da informação que não se tem uma delas, tem-se uma das restantes (ou a restante). Para ficar mais evidente, raciocinemos da seguinte forma:

> *Joãozinho vai à praia ou está doente.*
> *Joãozinho não está doente.*
> *Logo, Joãozinho vai à praia.*

Assim, é evidente que como *Joãozinho não está doente* ($\neg D$) e *Joãozinho vai à praia ou está doente* ($P \lor D$), logo *Joãozinho vai à praia* (P). Ou, formalmente, $\{\neg D, P \lor D\} \vdash P$.

É possível haver mais de uma "opção". Observe o argumento abaixo e sua prova formal:

> *Joãozinho vai à praia, ao circo ou está doente.*
> *Joãozinho não está doente.*
> *Logo, Joãozinho vai ao circo ou ao dentista.*

1. $(P \lor C) \lor D$

2. ¬D
3. P∨C [1 e 2 SD]

Este argumento é valido. A **vírgula** usada na primeira premissa expressa disjunção devido à presença do *ou*. A forma da primeira premissa deste argumento é P∨C∨D. Um argumento semelhante mas semanticamente diferente é:

Joãozinho vai à praia e ao circo ou está doente.
Joãozinho não está doente.
Logo, Joãozinho vai à praia e ao circo.

Neste último argumento, a forma da primeira premissa é P∧C∨D. Vale a pena lembrar que a conjunção possui precedência em relação à disjunção. Assim, a mesma fórmula escrita com parênteses, para dar mais legibilidade, seria (P∧C)∨D.

Antes de prosseguir, recomendamos treinar as regras de inferência apresentadas até agora. Para isso, resolva todos os problemas da primeira questão dos *Exercícios Propostos* da página 106.

Introdução da disjunção - ∨I

Esta é regra de inferência na qual a partir de qualquer fórmula podemos inferir uma disjunção qualquer onde uma das partes é a fórmula original. Ou seja, a partir de um fato qualquer, podemos inferir uma disjunção deste fato com qualquer outra informação, mesmo que esta última seja absurda. Exemplos:

Ele fuma.
Deste modo, Ele fuma ou sua mãe assiste TV.

Vou à praia.
Portanto, vou à praia ou o circo está na cidade.

Formalmente temos que:

$$\frac{\alpha}{\alpha \vee \beta}$$

Se temos, por exemplo, a fórmula B→C, podemos inferir qualquer uma das fórmulas: (B→C)∨A, (B→C)∨(¬B∧C), ou (B→C)∨(C→ ¬A). Um dito informal que ajuda a compreender esta regra é "Se a fórmula *X* é verdadeira, '*X* ∨ *qualquer coisa*' também é verdade". Entenda a expressão *qualquer coisa* como uma *fbf* qualquer.

Para o argumento {A} ⊢ (A∨B)∧(A∨C), temos a seguinte prova:

1.	A	
2.	A∨B	[1 ∨I]
3.	A∨C	[1 ∨I]
4.	(A∨B)∧(A∨C)	[2 e 3 ∧I]

As duas disjunções 2 e 3 foram inferidas a partir da afirmação *A*. Daí, no enunciado 4, temos a conjunção dessas duas disjunções criadas.

Em linguagem natural, podemos dizer que ao afirmar que "Jogo bola", alguém poderia inferir que *Jogo bola ou tomo sorvete, e jogo bola ou vou ao clube*.

Eliminação da disjunção - ∨E

É a regra de inferência na qual a partir de uma disjunção e de enunciados condicionais, onde cada antecedente é uma das partes da disjunção e, com consequente em comum, podemos inferir este consequente. Para tornar esta definição mais clara, tomemos o seguinte exemplo:

Mamãe compra chá, papai compra cerveja, Dênis pega um doce ou eu vou ao cinema.
Se mamãe comprar chá então gastaremos dinheiro.
Se papai comprar cerveja então gastaremos dinheiro.
Se Dênis pegar um doce então gastaremos dinheiro.
Se eu for ao cinema então gastaremos dinheiro.
Logo, gastaremos dinheiro.

Formalmente, se temos uma disjunção $\alpha_1 \lor \alpha_2 \lor ... \lor \alpha_n$ e temos também n enunciados condicionais do tipo $\alpha_i \rightarrow \beta$, para 1≤i≤n, podemos inferir β. Assim sendo,

$$\frac{\alpha \lor \beta \quad \alpha \rightarrow \lambda \quad \beta \rightarrow \lambda}{\lambda}$$

Em linguagem natural, um outro argumento que exemplifica muito bem esse caso é o que se segue.

Hoje é sábado ou domingo.
Se hoje é sábado então é um fim de semana.
Se hoje é domingo então é um fim de semana.
Portanto, hoje é um fim de semana.

Para S, D e F significando *hoje é sábado*, *hoje é domingo* e *hoje é um fim de semana*, respectivamente, temos a seguinte formalização do argumento: {S∨D,S→F,D→F} ⊢ F. A prova para este argumento é a seguinte:

1. S∨D
2. S→F
3. D→F
4. F [1, 2 e 3 ∨E]

Introdução do bicondicional - ↔I

Esta é a regra de inferência na qual a partir de dois enunciados condicionais onde o antecedente de um é o consequente do outro, e o antecedente do outro é o consequente do primeiro, podemos inferir uma bicondição envolvendo as duas partes diferentes. Exemplo:

> *Se João for ao shopping, sua mãe e sua irmã não vão.*
> *Se sua irmã e mãe não forem ao shopping, então João não vai.*
> *Assim sendo, João vai ao shopping se e somente se sua mãe e sua irmã não forem.*

Formalmente temos que

$$\frac{\alpha \to \beta \quad \beta \to \alpha}{\alpha \leftrightarrow \beta}$$

Utilizando o exemplo anterior, podemos afirmar que *se é sábado ou domingo, então é um fim de semana* ($(S \vee D) \to F$) e *se é um fim de semana, então é sábado ou é domingo* ($F \to (S \vee D)$). De posse destas duas afirmações, utilizando a introdução do bicondicional, podemos inferir que *é sábado ou domingo se e somente se é um fim de semana* ($(S \vee D) \leftrightarrow F$).

Para o argumento {A→B, (A→B)→(B→A)} ⊢ A↔B, temos a seguinte prova:

1. A→B
2. (A→B)→(B→A)
3. B→A [1 e 2 MP]
4. A↔B [1 e 3 ↔I]

Eliminação do bicondicional - ↔E

A eliminação do bicondicional é a regra de inferência na qual a partir de um enunciado bicondicional podemos inferir duas condições. Uma condição com antecedente e consequente sendo a primeira e a segunda partes do bicondicional, respectivamente. E outra condição com antecedente e consequente trocados, em relação à primeira condição. Exemplo:

João vai ao shopping se e somente se sua mãe e sua irmã não forem.

A partir do bicondicional acima podemos inferir que *se João for ao shopping, sua mãe e sua irmã não vão* e/ou *se sua irmã e mãe não forem ao shopping, então João não vai*.

Em termos formais, temos que

$$\frac{\alpha \leftrightarrow \beta}{\alpha \rightarrow \beta} \quad ou \quad \frac{\alpha \leftrightarrow \beta}{\beta \rightarrow \alpha}$$

De forma oposta ao exemplo anterior, dada a afirmação que *é sábado ou domingo se e somente se é um fim de semana* ($(S \lor D) \leftrightarrow F$), podemos inferir os enunciados condicionais *se é sábado ou domingo, então é um fim de semana* ($(S \lor D) \rightarrow F$) e *se é um fim de semana, então é sábado ou é domingo* ($F \rightarrow (S \lor D)$).

Para o argumento {F↔(S∧D),S∧D} ⊢ F, temos a seguinte prova:

1. F↔(S∧D)
2. S∧D
3. (S∧D)→F [1 ↔E]
4. F [2 e 3 MP]

5.2.6 Regras Hipotéticas

Tomemos o argumento $\{(A \wedge B) \rightarrow C, C \rightarrow D, A\} \vdash B \rightarrow D$. Como prová-lo? Tente prová-lo usando as regras apresentadas anteriormente.

Se observarmos bem o argumento, perceberemos que com os conhecimentos adquiridos até este momento não podemos derivá-lo a ponto de inferirmos sua conclusão. Para inferir D, precisamos de C. Por sua vez, para inferir C, precisamos de $A \wedge B$. Nas premissas nós encontramos A, contudo, não possuímos e nem temos como conseguir B.

Se supormos B, conseguiremos provar a validade do argumento apresentado. Mas, para tornar o exemplo mais próximo da realidade, tomemos os seguintes significados para cada uma das proposições atômicas:

- A: prestar atenção na aula.
- B: fazer os exercícios em casa.
- C: passar de ano.
- D: viajar durante as férias.

Assim, temos o seguinte argumento: *Se prestar atenção na aula e fizer os exercícios em casa, então passará de ano. E, se passar de ano, então irá viajar durante as férias. Você realmente tem prestado atenção na aula. Desta forma, se fizer os exercícios em casa, então viajará durante as férias.*

Para provar a validade deste argumento, faz-se necessário, como já foi dito, supor que B é verdade. Assim, passamos a nos aventurar no mundo das suposições, ou mundo das hipóteses. A prova formal para este argumento é como se segue:

1. (A∧B)→C
2. C→D
3. A
4. |B [Hipótese p/ Prova do Condicional]
5. |A∧B [3 e 4 ∧I]
6. |C [1 e 5 MP]
7. |D [2 e 6 MP]
8. B→D [4-7 Prova do Condicional]

O que queremos provar é que *se fizer os exercícios em casa, então viajará durante as férias*, ou simplesmente B→D. Em outras palavras, queremos provar um condicional. Daí é que vem o nome **Prova do Condicional**.

Como não temos a afirmação B, temos que supô-la. Desta forma, temos que lançar a **hipótese** de que temos B, ou de que B acontece.

Como pode ser notado na prova formal, há uma barra "|" logo antes do B, no enunciado 4. Essa barra significa que estamos numa linha de raciocínio hipotético. Para determinados argumentos nos quais não teremos todas as informações necessárias, teremos que fazer uso das hipóteses. Nos argumentos, as hipóteses não são consideradas como verdadeiras. Elas são "artifícios lógicos" usados como estratégia de prova.

Voltando ao argumento em questão, no enunciado 5, A∧B, também temos a barra indicando um raciocínio hipotético. Devido ao fato de B ser uma hipótese, tudo que for inferido a partir de B também deverá ser considerado como hipótese.

Contudo, em algum momento deveremos sair do mundo das hipóteses para provar nosso argumento do *mundo real*. Há uma regra de inferência que trata justamente disso.

Prova do Condicional - PC

É uma técnica de prova na qual dada a derivação (ou prova) de um determinado enunciado β a partir de uma hipótese inicial α, podemos abandonar a linha de raciocínio hipotética vigente e inferir um enunciado condicional do tipo: $\alpha \rightarrow \beta$. Ou seja:

$$\frac{\{\alpha\} \vdash \beta}{\alpha \rightarrow \beta}$$

Tomemos mais um exemplo: *Um atleta machucou o tornozelo uma semana antes de um campeonato de corrida e seu técnico procura convencê-lo a parar alguns dias para que seu tornozelo sare totalmente. O técnico argumenta: "Se você continuar a correr, você não estará apto para disputar o campeonato". O atleta, apesar de confiar bastante no técnico, não se convence e diz: "Prove isso".*

A maneira mais comum de provar um condicional é colocar o seu antecedente como hipótese (admiti-lo como verdadeiro) e provar que, a partir dele, seu consequente se verifica. Para esse exemplo, equivale a raciocinar da forma como se segue.

Suponhamos que o atleta continue correndo. É fato que o seu tornozelo está muito inchado. Se o tornozelo está muito inchado e o atleta continuar correndo, o tornozelo não sarará em uma semana. Se o tornozelo não sarar em uma semana, então o atleta não estará apto para disputar o campeonato. Deste modo, o atleta não estará apto para disputar o campeonato.

O argumento hipotético demonstra que se a hipótese *você continuar* *correndo* é verdadeira, então a conclusão do argumento, *você não estará apto para disputar o campeonato*, se verifica. Desta forma, fica provada a verdade do condicional: *se você continuar correndo, você não estará apto a disputar o campeonato*.

Para se provar a validade formal deste argumento precisamos formalizá-lo. Este exemplo possui praticamente a mesma forma do exemplo anterior. As proposições atômicas seriam:

- I: tornozelo inchado.
- C: continuar correndo.
- S: sarar.
- A: estar apto a disputar o campeonato.

Temos então a seguinte forma de argumento: $\{I, (I \wedge C) \rightarrow \neg S, \neg S \rightarrow \neg A\} \vdash C \rightarrow \neg A$. A prova formal se dá como se segue:

1. I
2. (I∧C)→ ¬S
3. ¬S→ ¬A
4. |C [Hip. p/ PC]
5. |I∧C [1 e 4 ∧I]
6. |¬S [2 e 5 MP]
7. |¬A [3 e 6 MP]
8. C→ ¬A [4-7 PC]

Um exemplo menor seria provar o conceito de *transitividade*. *Se A então B, Se B então C. Logo, se A então C.* Na Figura 5.2 são apresentados três conjuntos que demonstram bem a validade este argumento.

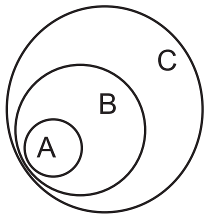

Figura 5.2: Representação gráfica de *transitividade*.

Prova por Redução ao Absurdo - RAA

A técnica de prova por redução ao absurdo tem como objetivo conduzir a derivação de um argumento, a partir de uma hipótese, para uma contradição da forma $\alpha \wedge \neg\alpha$.

Esta técnica é similar a prova do condicional, uma hipótese é feita. Porém, ao detectar uma contradição, deve-se sair do raciocínio hipotético vigente e inferir a negação da fórmula lançada como hipótese. Ou seja, formalmente:

$$\frac{\{\alpha\} \vdash \beta \wedge \neg\beta}{\neg\alpha}$$

A prova por redução ao absurdo muitas vezes é utilizada em provas matemáticas. Basta supor que o objetivo da prova não pode acontecer. Em outras palavras, deve-se supor a negação da conclusão. Ao encontrar uma contradição, pode-se inferir que a negação da conclusão não pode acontecer de forma alguma. Ou seja, infere-se a conclusão.

Tomemos o argumento: *Rodolfo estudará hoje ou fará as tarefas domésticas, e ele estudará hoje ou assistirá ao show na TV. Assim sendo, Rodolfo fará as tarefas domésticas desde que não estudará hoje.* É possível provar este argumento pela técnica de redução ao absurdo usando a linguagem natural. Basta partir da suposição que *Rodolfo* *não fará as tarefas domésticas*. Mas, vamos provar usando a Lógica Formal.

As proposições atômicas para este argumento poderiam ser:

- A: Rodolfo estudará hoje.
- B: Rodolfo fará as tarefas domésticas.
- C: Rodolfo assistirá ao show na TV.

Para a formalização do argumento, $\{(A \vee B) \wedge (A \vee C), \neg A\} \vdash B$, temos a seguinte prova:

1.	$(A \vee B) \wedge (A \vee C)$	
2.	$\neg A$	
3.	$\mid \neg B$	
4.	$\mid A \vee B$	[1 $\wedge$E]
5.	$\mid A$	[3 e 4 SD]
6.	$\mid A \wedge \neg A$	[2 e 5 $\wedge$I]
7.	B	[3-6 Redução ao Absurdo]

Observemos que em 3 foi feita uma suposição: a negação da conclusão que se quer provar. Como em 6 foi demonstrada uma contradição ($A \wedge \neg A$), a suposição ($\neg B$) não pode ser feita. Desta forma, concluimos a negação da suposição, que é a própria conclusão (B).

Se fôssemos usar a linguagem natural, a partir da suposição *Rodolfo não fará as tarefas domésticas* chegaríamos ao fato contraditório *Rodolfo estudará e não estudará hoje*, provando assim que a suposição feita não pode ocorrer.

***Modus Tollens* - MT**

Ou simplesmente modo negativo, é a regra de inferência na qual a partir de um enunciado condicional e da negação de seu consequente, podemos inferir a negação do antecedente. Exemplo

> *Se Carlos comprar a raquete, ele ficará feliz.*
> *Carlos não está feliz.*
> *Logo, Carlos não comprou a raquete.*

Formalmente temos que:

$$\frac{\alpha \to \beta \quad \neg\beta}{\neg\alpha}$$

Tomemos o exemplo:

> *Se é juiz, então é advogado.*
> *Não é advogado.*
> *Portanto, não pode ser juiz.*

É evidente que para que uma determinada condição ser satisfeita, faz-se necessário o antecedente. E, necessariamente, o fato de se ter o antecedente nos leva a obter o consequente. Esta forma de raciocínio, como visto anteriormente, é chamada de *Modus Ponens*.

De forma inversa, se conseguimos obter a negação do consequente, é por que o antecedente não pode ser obtido de forma alguma. Em outras palavras, e seguindo o último exemplo, o fato de *não ser advogado* implica em *não ser juiz*.

Vale lembrar que o consequente também é chamado de **condição necessária** do antecedente. Como não se tem esta condição, podemos inferir que não temos o antecedente, ou, podemos inferir que temos a negação deste último.

O *Modus Tollens* pode ser visto como uma simplificação de uma situação comum na Prova por Redução ao Absurdo. Observe as seguintes situações:

a) $\{P \to Q, \neg Q\} \vdash \neg P$

1. $\neg Q$
2. $P \to Q$
3. $|P$ [Hip p/ PC]
4. $|Q$ [2 e 3 MP]
5. $|Q \wedge \neg Q$ [1 e 4 $\wedge$I]
6. $\neg P$ [3 - 5 RAA]

b) $\{A \to B, \neg B \wedge C\} \vdash C \wedge \neg A$

1. $A \to B$
2. $\neg B \wedge C$
3. C [2 $\wedge$E]
4. $\neg B$ [2 $\wedge$E]
5. $|A$ [Hip p/ RAA]
6. $|B$ [1 e 5 MP]
7. $|B \wedge \neg B$ [4 e 6 $\wedge$I]
8. $\neg A$ [5 - 7 RAA]
9. $C \wedge \neg A$ [3 e 8 $\wedge$I]

Em ambos os casos a Redução ao Absurdo foi usada para resolver a situação em que se tem as proposições "$\alpha \to \beta$" e "$\neg\beta$" para se obter "$\neg\alpha$". Entretanto, a regra *Modus Tollens* se propõe a resolver o mesmo problema. Veja a solução das questões anteriores, agora com *Modus Tollens*:

a) $\{P \to Q, \neg Q\} \vdash \neg P$

1. $\neg Q$
2. $P \to Q$
3. $\neg P$ [1 e 2 MT]

b) $\{A \to B, \neg B \wedge C\} \vdash C \wedge \neg A$

1. $A \to B$
2. $\neg B \wedge C$
3. $\neg B$ [2 $\wedge$E]
4. $\neg A$ [1 e 3 MT]
5. $C \wedge \neg A$ [3 e 8 $\wedge$I]

Apesar de ser uma regra simples, é comum encontrarmos erros de raciocínio pela falta da sua observação. Veja um exemplo prático:

Se Lúcia for à praia, Fanny não vai.
Lúcia não vai à praia.

Então, Fanny vai à praia.

Para identificar o problema do argumento acima é importante formalizá-lo antes. Assim, considere os símbolos L e F para representar as frases *"Lúcia vai à praia"* e *"Fanny vai à praia"*, respectivamente. Observe que não é possível derivar a fórmula conclusiva "F" das fórmulas antecedentes "$L \rightarrow \neg F$" e "$\neg L$". O argumento é inválido.

1. $L \rightarrow \neg F$
2. $\neg L$
3. F [Não existe regra pra isso]

5.2.7 Tabela Verdade

A **tabela verdade**, ou **tabela da verdade**, é uma tabela matemática usada na **Lógica Formal** para mostrar as valorações para uma determinada fórmula ou conjunto de fórmulas a partir de todas as combinações possíveis dos valores verdade dos átomos destas fórmulas. A tabela verdade abaixo mostra as valorações possíveis para um certo átomo p.

p
V
F

Cada uma das linhas da tabela representa uma possível interpretação para a fórmula. Como a fórmula da tabela anterior é composta de apenas um átomo, há apenas duas interpretações possíveis: verdadeiro ou falso, representados pelas letras V e F, respectivamente.

Alguns autores usam as letras T e F, do inglês *True* e *False*, respectivamente. Em outros trabalhos é possível encontrar os valores verdade como 1 (verdadeiro) e 0 (falso). O uso destes números faz referência direta à linguagem utilizada pelos computadores para representar internamente todos os tipos de dados.

Como dito anteriormente, a tabela verdade pode ser usada para comparar as valorações de um conjunto de fórmulas. Para tal, basta que as fórmulas possuam os mesmos átomos. A tabela verdade abaixo mostra as interpretações de cada uma das fórmulas compostas pelos átomos **a** e **b**, juntamente com a aplicação de cada um dos operadores lógicos previamente apresentados.

a	b	$\neg a$	$\neg b$	$a \wedge b$	$a \vee b$	$a \rightarrow b$	$b \rightarrow a$	$a \leftrightarrow b$
V	V	F	F	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	V	F	V	F
F	V	V	F	F	V	V	F	F
F	F	V	V	F	F	V	V	V

Observemos que o número de linhas (ou interpretações) para esta última tabela foi de quatro, enquanto que a primeira tabela teve apenas duas linhas. Isso se dá por que nesta última temos fórmulas com dois átomos distintos. Se tivéssemos três átomos, nossa tabela passaria a ter oito linhas. Isso por que, como já mencionado, a tabela mostra as valorações das fórmulas para todas as combinações possíveis dos valores verdade entre os átomos. Incluindo um átomo **c**, por exemplo, nós teríamos o número de linhas desta última tabela multiplicado por dois: as quatro linhas combinadas com o valor de **c** como F, e as mesmas quatro linhas combinadas com o valor de **c** como V. O número total de interpretações de uma tabela é dado pela fórmula 2^n, onde n é o número de proposições atômicas distintas presentes na fórmula.

Tabela-verdade na interpretação de fórmulas

A elaboração de uma tabela-verdade mostra todas as interpretações de uma fórmula, ou seja, em quais situações essa fórmula é verdadeira ou falsa. A criação da tabela-verdade é uma tarefa bastante simples e pode ser entendida e realizada através dos seguintes passos:

1. Identificar as proposições atômicas e calcular o número de interpretações. As proposições atômicas devem ser postas nas primeiras colunas da tabela. O número de interpretações representa justamente o número total de linhas que a tabela terá.
   Ex.: A fórmula $A \land \neg B \lor C$ possui três proposições atômicas distintas: A, B e C. Portanto teremos uma tabela-verdade com 8 interpretações (2^n, para $n = 3$)
2. Identificar as proposições atômicas precedidas do operador de negação, que também são colunas da tabela. Ex.: $\neg A$, $\neg P$
3. Identificar as fórmulas com apenas um operador binário, que são também colunas da tabela.
   Ex.: $(A \to B)$, $(P \lor Q)$, $(A \land C)$ e $(J \leftrightarrow C)$.
4. Identificar as fórmulas com mais de um operador binário. As fómulas com mais de um operador binário são subdivididas seguindo a ordem de precedência entre os operadores. Escrevemos na tabela sempre da menor fórmula para a maior (o tamanho em número de operadores ou proposições atômicas).
   Ex.: Para a fórmula $A \to C \land B$, escrevemos primeiro a coluna com a fórmula $C \land B$ e depois a fórmula $A \to (C \land B)$.
5. Preencher todas as colunas da tabela, sempre da esquerda para direita. As proposições atômicas recebem todas as possíveis interpretações da tabela (cada linha uma combinação única de valores falso/verdade).

Para exemplificar, vamos construir passo-a-passo uma tabela verdade para a fórmula $A \wedge (B \vee \neg A)$.

Passo 1 - Temos duas proposições atômicas diferentes: A e B. Portanto a fórmula tem 4 possíveis intepretações (2^n, para n = 2).

	A	B			
1					
2					
3					
4					

Passo 2 - Escrevemos as proposições atômicas precedidas do operador de negação. Temos apenas a fórmula $\neg A$.

	A	B	$\neg A$		
1					
2					
3					
4					

Passos 3 e 4 - Escrevemos ordenadamente as fórmulas com 1, 2 ou mais operadores binários. Temos a fórmula $(B \vee \neg A)$ e a própria fórmula objetivo $A \wedge (B \vee \neg A)$

	A	B	$\neg A$	$(B \vee \neg A)$	$A \wedge (B \vee \neg A)$
1					
2					
3					
4					

Passo 5 - Para preencher a tabela-verdade temos que inicialmente combinar todos os possíveis valores para as proposições atômicas.

	A	B	$\neg A$	$(B \vee \neg A)$	$A \wedge (B \vee \neg A)$
1	V	V			
2	V	F			
3	F	V			
4	F	F			

Com base nisso, preenchemos as colunas da tabela sempre da esquerda para a direita. Observe que os valores das colunas anteriores ajudam no preenchimento das colunas seguintes. Ex.: Para a coluna $A \wedge (B \vee \neg A)$ basta observar as colunas A e $(B \vee \neg A)$, introduzindo o operador da conjunção.

	A	B	$\neg A$	$(B \vee \neg A)$	$A \wedge (B \vee \neg A)$
1	V	V	F	V	V
2	V	F	F	F	F
3	F	V	V	V	F
4	F	F	V	V	F

Classificações de fórmulas

As fórmulas da Lógica Proposicional podem ser classificadas de acordo com seus valores verdade. E uma certa fórmula pode possuir diferentes interpretações.

Uma fórmula é chamada de **satisfatível** ou **consistente** se possui pelo menos uma interpretação em que é verdade. Por exemplo, a fórmula $A \wedge B$ é satisfatível porque na interpretação 1 a fórmula é verdadeira.

	A	B	$A \wedge B$
1	V	V	V
2	V	F	F
3	F	V	F
4	F	F	F

Por outro lado, uma fórmula é chamada de **falsificável** se possui pelo menos uma interpretação em que é falsa. A mesma fórmula $A \wedge B$ é também falsificável, porque nas interpretações 2, 3 e 4 a fórmula é falsa. Se uma fórmula for satisfatível e falsificável ao mesmo tempo, é chamada de **contingência**.

Uma fórmula é **insatisfatível** , **inconsistente**, **contradição** ou **antilogia** se nenhuma interpretação satisfaz a fórmula. Em outras palavras, todas as interpretações são falsas. Por exemplo, a fórmula $A \leftrightarrow \neg A$ é insatisfatível.

	A	$\neg A$	$A \leftrightarrow \neg A$
1	V	F	F
2	F	V	F

A fórmula é **válida** ou uma **tautologia** se todas as interpretações da tabela-verdade satisfazem a fórmula (é sempre verdadeira), ou seja, se é uma fórmula incondicionalmente verdadeira. Por exemplo, as fórmulas $(\neg\neg A \rightarrow A)$ e $((A \wedge B) \vee (\neg A \vee \neg B))$ são tautologias.

	A	$\neg A$	$\neg(\neg A)$	$\neg\neg A \rightarrow A$
1	V	F	V	V
2	F	V	F	V

	A	B	$\neg A$	$\neg B$	$A \wedge B$	$\neg A \vee \neg B$	$(A \wedge B) \vee (\neg A \vee \neg B)$
1	V	V	F	F	V	F	V
2	V	F	F	V	F	V	V
3	F	V	V	F	F	V	V
4	F	F	V	V	F	V	V

Vale destacar que existem relações entre essas classificações. Por exemplo, toda tautologia é também uma fórmula satisfatível e ainda toda fórmula insatisfatível é também falsificável, mas as recíprocas nem sempre se verificam. Na Figura 5.3 é ilustrado como todas essas classificações estão relacionadas.

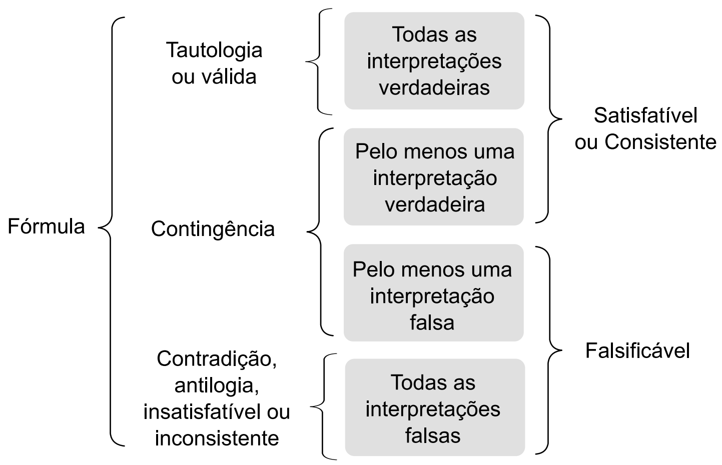

Figura 5.3: Relações entre as classificações de fórmulas.

Tabela-verdade para prova de argumentos

É possível construir tabelas-verdade para argumentos. Neste caso, todas as fórmulas (premissas e conclusão) devem estar representadas na mesma tabela para que seja possível provar a validade do argumento. Entretanto, a elaboração de uma tabela-verdade para um argumento qualquer obedece uma sequência de passos. Tomaremos a tabela-verdade do argumento $\{P \rightarrow Q, \neg Q\} \vdash \neg P$ como exemplo para explicação de todos esses passos.

Passo 1 - Identificar as proposições atômicas de todas as fórmulas do argumento e calcular o número de interpretações da tabela. No argumento proposto temos apenas duas proposições atômicas, o que nos dá quatro interpretações possíveis.

Passo 2 - Escrever as fórmulas negativas. Se existir alguma proposição atômica precedida de negação, deve ser escrita.

Passo 3 - Escrever em ordem as fórmulas que usam um, dois ou mais conectivos binários ($\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$ e $\leftrightarrow$).

Passo 4 - Escrever a fórmula da conclusão no final da tabela. No nosso caso vamos reescrevê-la. Isto não é obrigatório. É apenas uma estratégia que facilita a identificação da fórmula conclusiva).

Ao término do *Passo 4* temos a seguinte estrutura.

	P	Q	$\neg P$	$\neg Q$	$P \rightarrow Q$	$\neg P$
1	V	V				
2	V	F				
3	F	V				
4	F	F				

Passo 5 - Vamos preencher a tabela com os valores falso e verdade, escrevendo sempre na ordem da esquerda para direita.

	P	Q	$\neg P$	$\neg Q$	$P \to Q$	$\neg P$
1	V	V	F	F	V	F
2	V	F	F	V	F	F
3	F	V	V	F	V	V
4	F	F	V	**V**	**V**	**V**

A prova da validade de um argumento se dá pela observação da seguinte regra (já discutida do Capítulo 3): **é impossível ter um argumento válido com premissas verdadeiras e conclusão falsa**.

Voltando ao nosso exemplo, basta observar as colunas das premissas ($P \to Q, \neg Q$) e da conclusão ($\neg P$) do argumento. Na última interpretação temos premissas verdadeiras e conclusão verdadeira. Além disso, não há o caso que torna o argumento inválido: premissas verdadeiras e conclusão falsa. Portanto, o argumento é válido, ou seja, a fórmula $\neg P$ é uma **consequência lógica** das fórmulas ($P \to Q$) e ($\neg Q$).

Como segundo exemplo, tomaremos o argumento $\{P \land Q \to R\} \vdash (P \to R)$. Seguindo os passos para a construção de sua tabela-verdade, obtemos a seguinte tabela:

	P	Q	R	$P \land Q$	$(P \land Q) \to R$	$P \to R$
1	F	F	F	F	V	V
2	F	F	V	F	V	V
3	F	V	F	F	V	V
4	F	V	V	F	V	V
5	V	F	F	F	**V**	**F**
6	V	F	V	F	V	V
7	V	V	F	V	F	F
8	V	V	V	V	V	V

Observe as colunas que representam a premissa e a conclusão. Note que, apesar das interpretações 1, 2, 3, 4, 6 e 8 produzirem resultados verdadeiros, na interpretação 5 a premissa é verdadeira e a conclusão é falsa. Assim sendo, o argumento é inválido. Ou seja, a fórmula $(P \to R)$ **não** é consequência lógica de $(P \land Q \to R)$.

5.2.8 Equivalências entre Fórmulas

É bastante comum acreditar/confundir que certa propriedade x da aritmética também possa ser aplicada nas fórmulas lógicas da Lógica Proposicional. Enquanto que $-(3-5)$ é o mesmo que $-3-(-5) = -3+5 = 2$, na lógica não acontece exatamente da mesma forma. Ou seja, $\neg(P \land Q)$ não é o mesmo que e também não deriva a fórmula $\neg P \land \neg Q$. Se você criar uma tabela-verdade para comparar as interpretações dessas duas fórmulas, vai perceber que realmente são diferentes.

Observe as interpretações de $\neg(P \land Q)$ e $(\neg P \land \neg Q)$ na tabela-verdade abaixo. São diferentes!

	P	Q	$\neg P$	$\neg Q$	$P \land Q$	$\neg(P \land Q)$	$\neg P \land \neg Q$
1	V	V	F	F	V	F	F
2	V	F	F	V	F	V	F
3	F	V	V	F	F	V	F
4	F	F	V	V	F	V	V

Apesar da decepção na tentativa de comparação das fórmulas do exemplo anterior, existem relações de equivalência entre as fórmulas lógicas. Algumas dessas equivalências entre fórmulas são as conhecidas como *Leis de De Morgan*, elaboradas pelo matemático inglês Augustus De Morgan (1806–1871).

Lei de De Morgan I (DM): $\neg(A \lor B) \vdash (\neg A \land \neg B)$

Podemos entender o enunciado como que da negação de uma disjunção sempre obteremos a conjunção de duas negações. Para provar essa derivação de fórmula, podemos elaborar uma tabela-verdade para comparar as interpretações das fórmulas $\neg(A \vee B)$ e $(\neg A \wedge \neg B)$. Observe na tabela-verdade abaixo que essas interpretações são iguais.

	P	Q	$\neg P$	$\neg Q$	$P \vee Q$	$\neg(P \vee Q)$	$\neg P \wedge \neg Q$
1	V	V	F	F	V	F	F
2	V	F	F	V	V	F	F
3	F	V	V	F	V	F	F
4	F	F	V	V	F	V	V

Lei de De Morgan II (DM): $\neg(A \wedge B) \vdash (\neg A \vee \neg B)$

Na segunda lei, o enunciado pode ser entendido como que da negação de uma conjunção sempre obteremos a disjunção de duas negações. Para provar essa derivação de fórmula, podemos elaborar uma tabela-verdade para comparar as interpretações das fórmulas $\neg(A \wedge B)$ e $(\neg A \vee \neg B)$. Da mesma forma que ocorre na primeira, observe na tabela-verdade abaixo que essas interpretações são iguais.

As provas formais das leis de De Morgan não são mostradas no contexto deste livro, uma vez que foge do foco prático de estudo da Lógica.

	P	Q	$\neg P$	$\neg Q$	$P \wedge Q$	$\neg(P \wedge Q)$	$\neg P \vee \neg Q$
1	V	V	F	F	V	F	F
2	V	F	F	V	F	V	V
3	F	V	V	F	F	V	V
4	F	F	V	V	F	V	V

Lei da Distributividade da Conjunção sobre a Disjunção:

$$P \wedge (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$$

Para entender essa lei, vamos lembrar do nosso tempo de estudante no ensino fundamental (antes conhecido como 1^o *grau*). Lembre-se da propriedade distributiva da multiplicação sobre a adição na aritmética, que, apesar de um enunciado um tanto complexo para aquela época, é o mesmo que dizer que $3 \cdot (2 + 5)$ é igual a $(3 \cdot 2) + (3 \cdot 5)$.

De forma análoga, a *Lei da Distributividade da Conjunção sobre a Disjunção* trata a ordem de prioridade dos conectivos. Escrever $P \wedge (Q \vee R)$ é o mesmo que escrever $(P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$, mas observe que enquanto na primeira fórmula a prioridade é a disjunção, na segunda a prioridade passa a ser a conjunção.

Lei da Distributividade da Disjunção sobre a Conjunção:

$$P \vee (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$$

Semelhante a anterior, esta lei trata da ordem de prioridade da disjunção sobre a conjunção. Neste caso, escrever $P \vee (Q \wedge R)$ é o mesmo que escrever $(P \vee Q) \wedge (P \vee R)$.

Convertendo uma implicação para uma conjunção ou disjunção: Uma implicação pode ser convertida para uma conjunção, segundo a sequinte equivalência lógica: $(P \rightarrow Q) \Leftrightarrow (\neg P \vee Q)$

Semelhantemente, a negação de uma implicação também pode ser reescrita: $\neg(P \rightarrow Q) \Leftrightarrow (P \wedge \neg Q)$

5.3 Exercícios Propostos

1- Classifique as fórmulas abaixo como "É FBF" (Fórmula bem formada) ou como "Não é FBF":

a) $A \to B\neg C$	b) $(P \to Q) \wedge \neg\neg W$	c) $K\neg(B \vee C)$
d) $Q \leftrightarrow P \to \wedge R$	e) $\vee X \vee Y$	f) $\neg A(B \wedge C)$
g) $H \wedge (P \to \neg G)$	h) $R \to (T \wedge \neg S)$	i) $B \vee C \vee A \leftarrow D$

2- Usando os símbolos proposicionais da tabela abaixo, crie fórmulas para representar as frases:

R = Ricardo vai ao shopping.	A = Ana vai à praia.
T = Tatiana vai ao shopping.	C = Carlos vai à praia.
S = Silvia toma sorvete	F = Fernanda toma sorvete.

a) Se Ana for à praia e Carlos não for, Silvia tomará sorvete.

b) Ricardo ou Tatiana vai ao shopping se Carlos for à praia.

c) Quando Fernanda toma sorvete, Silvia toma também.

d) Carlos vai à praia se e somente se Silvia não tomar sorvete e Ana for à praia.

e) Ana e Carlos vão à praia, entretanto, Tatiana vai ao shopping.

f) Ou Fernanda não toma sorvete, ou Ricardo e Tatiana vão ao shopping.

g) Tatiana vai ao shopping, se Fernanda tomar sorvete ou Carlos não ir à praia.

h) Ricardo vai ao shopping, mas Carlos e Ana vão à praia.

3- Agora, usando a mesma tabela da questão anterior, escreva frases que representem a as seguintes formulas:

a) $R \to T \wedge F$

b) $A \wedge C \leftrightarrow S \vee F$

c) $\neg C \wedge S \rightarrow T$
d) $C \wedge A \wedge R \rightarrow \neg F$
e) $F \rightarrow S \rightarrow T$
f) $(R \rightarrow T) \wedge \neg C$
g) $S \vee (F \leftrightarrow A)$
h) $\neg R \rightarrow (T \wedge S)$

4- Utilizando apenas as regras de inferência *Silogismo Disjuntivo (SD)* e *Modus Ponens (MP)*, mostre se as fórmulas abaixo podem inferir a fórmula X ou $\neg X$.
a) $\{\neg D \rightarrow R, D \vee R, S, A \vee \neg D, S \rightarrow D, A \rightarrow X\} \vdash X$
b) $\{\neg P \vee \neg T, T \rightarrow X, \neg T, X \rightarrow T, X \vee T\} \vdash X$
c) $\{W \rightarrow \neg X, X \rightarrow \neg Y, Y, W \vee T, \neg T \vee \neg Y\} \vdash \neg X$
d) $\{\neg T, \neg H \vee \neg X, \neg H \rightarrow X, \neg T \rightarrow H\} \vdash \neg X$
e) $\{H \vee \neg E, \neg E \rightarrow H, G \rightarrow \neg R, G, \neg R \rightarrow E, H \rightarrow X\} \vdash X$
f) $\{H \vee T, \neg H \vee T, H \vee \neg T, A \rightarrow H, T \rightarrow \neg X, A\} \vdash \neg X$

5- Para cada item, formalize as frases e responda as perguntas que seguem (utilize as regras de inferência *Silogismo Disjuntivo (SD)* e *Modus Ponens (MP)* para responder).
a) Rose ou Wesley gosta de esportes. Wesley não gosta de esportes se Gustavo gostar. Porém, se Darla gosta de esportes, Gustavo também gosta. Disso tudo, sabe-se que Darla gosta de esportes. Qual a frase verdadeira?

i) Gustavo e Wesley não gostam de esportes
ii) Rose gosta de esportes e Wesley não gosta
iii) Wesley gosta de esportes, mas Rose não.

b) Um grupo de amigos combinou pra ir ao cinema. Entretanto... Se Rafaela for ao cinema, Vinicius também vai. Aline só vai ao cinema se Danilo também for. Ou Vinicius vai, ou Rafaela não vai. Rafaela ou Danilo vai ao cinema. Sabe-se que Vinicius não vai.
Pergunta: Aline vai ao cinema?

c) Deyse organizou uma festa, mas, na hora de chamar os convidados... Se convidar Poliana, não vai convidar Bráulio. Se convidar Thayse, vai convidar Elton. Convidará Juliana, se convidar Gustavo. Vai convidar Gustavo se não convidar Bráulio. Dayse já informou que convidou Marlus, Dalha, Poliana e Thayse.
Pergunta: No geral, quem Deyse convidou?

6- Os argumentos abaixo são válidos. Utilize as regras de inferência *Silogismo Disjuntivo* (SD), *Modus Ponens* (MP), inclusão e eliminação da *negação* $(\neg)$ e *conjunção* $(\wedge)$ para provar cada um deles.

a) $\{A \rightarrow B, A \wedge B, \neg B \vee C\} \vdash A \wedge C$

b) $\{A \vee B \vee C, \neg C \wedge \neg A\} \vdash (B \vee C) \wedge (A \vee B)$

c) $\{A \wedge B \vee C, D \wedge \neg C, D \rightarrow E\} \vdash E \wedge B$

d) $\{B \vee C \vee A, \neg A \wedge \neg B, \neg B \rightarrow (\neg\neg E)\} \vdash E \wedge C$

e) $\{B \rightarrow A, A \rightarrow \neg\neg C, \neg C \vee D, B\} \vdash C \wedge A$

f) $\{\neg N \vee \neg K, L \rightarrow K, \neg N \rightarrow X \wedge B, L\} \vdash B$

g) $\{H \wedge G \rightarrow J \wedge S, H \wedge A, A \rightarrow G \wedge S\} \vdash J \wedge G$

h) $\{A \wedge \neg B \wedge C \wedge D, C \wedge D \rightarrow F \vee B, F \rightarrow T\} \vdash T \wedge A$

i) $\{G \vee H \vee K, M \rightarrow \neg K \wedge \neg H, M\} \vdash G$

j) $\{R \rightarrow F \rightarrow W, R \wedge F, \neg R \vee W\} \vdash W$

k) $\{(H \vee G) \wedge M, M \rightarrow \neg G\} \vdash H \wedge \neg G$

l) $\{\neg Z \rightarrow W \wedge C, \neg Z \vee \neg R, E \wedge Q \wedge R\} \vdash C \wedge Q \wedge W$

m) $\{K \wedge L \vee S \wedge G, L \rightarrow R, \neg\neg\neg(S \wedge G)\} \vdash R \wedge K$

n) $\{(A \wedge B) \wedge (B \to C), \neg C \vee D\} \vdash D \wedge A$

o) $\{A \to \neg\neg\neg B \wedge C, B \vee \neg D, (\neg D \to E) \wedge A\} \vdash E$

p) $\{X \wedge Y \vee Z, \neg Z \wedge \neg Y, X \to W \wedge Y\} \vdash W \wedge X$

7- Semelhante ao exercício anterior, prove a validade dos argumentos. Porém, além das regras de inferência usadas anteriormente(MP, SD, $\wedge I$, $\wedge E$, $\neg I$, $\neg E$), considere também as regras inclusão e eliminação da *disjunção($\vee$)* e *bicondicional($\leftrightarrow$)*.

a) $\{S \vee (P \wedge R), \neg S\} \vdash P \vee R$

b) $\{A \to (B \vee C), A \wedge \neg B\} \vdash C \vee (A \wedge B)$

c) $\{A \leftrightarrow B, B \wedge C\} \vdash A \wedge C$

d) $\{A \vee B \to C \wedge A, C, A \to \neg B\} \vdash A \vee C$

e) $\{X \vee Y, (X \to W) \wedge \neg Y, Y \leftrightarrow W\} \vdash (W \wedge X) \vee (Y \wedge W)$

f) $\{(D \leftrightarrow C, C \vee B, (D \to \neg\neg A) \wedge (B \to D)\} \vdash (A \wedge D) \vee B$

g) $\{S \to G, R \wedge (G \to S), S \wedge (T \to Q)\} \vdash ((G \wedge R) \wedge (S \leftrightarrow G)) \vee Q$

h) $\{(A \vee B) \wedge C, B \to T, T \to A, \neg A\} \vdash B \vee T$

i) $\{(S \to T, R \leftrightarrow T, \neg R \vee (S \wedge Q), T \wedge (T \to S)\} \vdash Q \vee (T \leftrightarrow S)$

j) $\{A \to (C \vee B), A \vee B, \neg\neg\neg B \wedge C\} \vdash C \vee B$

k) $\{A \to (B \vee C), A \wedge \neg B\} \vdash C \vee (A \to B)$

l) $\{A \to (B \vee C), A \wedge \neg B\} \vdash C \wedge (A \vee B)$

m) $\{(Q \vee P) \to (Q \to R), Q \wedge S, \neg S \vee (P \to R)\} \vdash R \vee (S \wedge P)$

8- Formalize e prove os seguintes argumentos:

a) Ou Marileide vai ao teatro, ou Denise vai. Mas Aryane vai e Denise não vai, se Luana for ao teatro. Acontece que Luana vai. Portanto, Marileide vai ao teatro.

b) Mara ou Lucimara comem chocolate. Mas Ricardo só come se Mara comer chocolate. Se Lucimara comer chocolate, Ricardo também come. Se Ricardo come chocolate, Gustavo não come. Dessa forma, posso dizer que Ricardo ou Gustavo comem chocolate.

c) Crislâine ou Gabriela vão à festa. Mas Thiago só vai à festa se e somente se Crislâine também for. Gabriela não vai à festa e Franscolândio vai. Assim, Franscolândio e Thiago vão à festa.

9- Considerando todas as regras de inferência estudadas e também que todos argumentos abaixo são válidos, dê uma prova formal para cada um deles.

a) $\{A \rightarrow B, (A \land B)\} \vdash B \lor C$

b) $\{P \land Q, \neg S \rightarrow \neg P\} \vdash S$

c) $\{P \rightarrow Q, \neg S \rightarrow P, \neg Q\} \vdash S$

d) $\{P \rightarrow Q, \neg S \rightarrow P\} \vdash \neg Q \rightarrow S$

e) $\{Q \rightarrow P, S \rightarrow \neg P, Q \land R\} \vdash \neg S$

f) $\{(R \lor Q) \rightarrow \neg P, S \rightarrow P, R\} \vdash \neg S$

g) $\{(R \lor Q) \rightarrow \neg P, S \rightarrow P\} \vdash R \rightarrow \neg S$

h) $\{(R \land Q) \rightarrow \neg S, (Q \land \neg S) \rightarrow P\} \vdash (R \land Q) \rightarrow (P \lor R)$

i) $\{A \rightarrow B\} \vdash A \rightarrow (B \lor C)$

j) $\{A \rightarrow B, (C \land \neg B), \neg A \rightarrow D\} \vdash C \land D$

k) $\{B \lor A, (C \lor \neg B), C \rightarrow A\} \vdash A \lor D$

l) $\{A \rightarrow (B \rightarrow C), C \rightarrow \neg D, \neg E \rightarrow D\} \vdash B \rightarrow (A \rightarrow E)$

m) $\{A \rightarrow B, C \rightarrow \neg A, B \rightarrow D, C \rightarrow \neg D\} \vdash \neg C$

n) $\{(A \rightarrow B) \rightarrow (A \land \neg C), A, C \rightarrow \neg B, \neg C \rightarrow B\} \vdash \neg C$

o) $\{(A \rightarrow B) \land (C \rightarrow \neg D), (E \rightarrow \neg B) \land (\neg F \rightarrow D), \neg E \rightarrow G, \neg B \rightarrow D, A \rightarrow C\} \vdash B \rightarrow G$

5.4 Questões de Concursos

(UNB - Prova da Polícia Federal) Texto para os itens de 1 a 8
Considere que as letras P, Q, R e T representem proposições e que os símbolos $\neg$, $\wedge$, $\vee$ e $\rightarrow$ sejam operadores lógicos que constroem novas proposições e significam *não*, *e*, *ou* e *então*, respectivamente. Na lógica proposicional, cada proposição assume um único valor (valor-verdade), que pode ser verdadeiro (V) ou falso (F), mas nunca ambos.
Com base nas informações apresentadas no texto acima, julgue os itens a seguir.

1- Se as proposições P e Q são ambas verdadeiras, então a proposição $(\neg P) \vee (\neg Q)$ também é verdadeira.

2- Se a proposição T é verdadeira e a proposição R é falsa, então a proposição $R \rightarrow (\neg T)$ é falsa.

3- Se as proposições P e Q são verdadeiras e a proposição R é falsa, então a proposição $(P \wedge R) \rightarrow (\neg Q)$ é verdadeira.

Considere as sentenças abaixo.

I Fumar deve ser proibido, mas muitos europeus fumam.

II Fumar não deve ser proibido e fumar faz bem à saúde.

III Se fumar não faz bem à saúde, deve ser proibido.

IV Se fumar não faz bem à saúde e não é verdade que muitos europeus fumam, então fumar deve ser proibido.

V Tanto é falso que fumar não faz bem à saúde como é falso que fumar deve ser proibido; consequentemente, muitos europeus fumam.

P	Fumar deve ser proibido
Q	Fumar deve ser encorajado
R	Fumar não faz bem à saúde
T	Muitos europeus fumam

Com base nas informações acima e considerando a notação introduzida no texto, julgue os itens seguintes.

4- A sentença I pode ser corretamente representada por $P \wedge (\neg T)$.

5- A sentença II pode ser corretamente representada por $(\neg P) \wedge (\neg R)$.

6- A sentença III pode ser corretamente representada por $R \to P$.

7- A sentença IV pode ser corretamente representada por $(R \wedge (\neg T)) \to P$.

8- A sentença V pode ser corretamente representada por $T \to ((\neg R) \wedge (\neg P))$.

9- (FCC) Um economista deu a seguinte declaração em uma entrevista: “Se os juros bancários são altos, então a inflação é baixa”.
Uma proposição logicamente equivale à do economista é:

a) se a inflação não é baixa, então os juros bancários não são altos.

b) se a inflação é alta, então os juros bancários são altos.

c) se os juros bancários não são altos, então a inflação não é baixa.
d) os juros bancários são baixos e a inflação é baixa.
e) ou os juros bancários, ou a inflação é baixa.

10- (FCC) Aquele policial cometeu homicídio. Mas centenas de outros policiais cometeram homicídios, se aquele policial cometeu. Logo,

a) centenas de outros policiais não cometeram homicídios.
b) aquele policial não cometeu homicídio.
c) aquele policial cometeu homicídio.
d) nenhum policial cometeu homicídio.
e) centenas de outros policiais cometeram homicídios.

11- (FCC) Se Rasputin não tivesse existido, Lenin também não existiria. Lenin existiu. Logo:

a) Lenin e Rasputin não existiram
b) Lenin não existiu
c) Rasputin existiu
d) Rasputin não existiu
e) Lenin existiu

12- (AFTN) José quer ir ao cinema assistir ao filme “Fogo contra Fogo”, mas não tem certeza se o mesmo está sendo exibido. Seus amigos, Maria, Luís e Júlio têm opiniões discordantes sobre se o filme está ou não em cartaz. Se Maria estiver certa, então Júlio está enganado. Se Júlio estiver enganado, então Luís está enganado. Se Luís estiver enganado, então o filme não está sendo exibido; Ora, ou o filme "Fogo contra Fogo" está sendo exibido, ou José não irá ao cinema. Verificou-se que Maria está certa. Logo:

a) o filme "Fogo contra Fogo" está sendo exibido.
b) Luís e Júlio não estão enganados.
c) Júlio está enganado, mas não Luís.
d) Luís está enganado, mas não Júlio.
e) José não irá ao cinema.

13- (AFTN) Se Nestor disse a verdade, Júlia e Raul mentiram. Se Raul mentiu, Lauro falou a verdade. Se Lauro falou a verdade, há um leão feroz nesta sala. Ora, não há um leão feroz nesta sala. Logo:

a) Nestor e Júlia disseram a verdade
b) Nestor e Lauro mentiram
c) Raul e Lauro mentiram
d) Raul mentiu ou Lauro disse a verdade
e) Raul e Júlia mentiram.

14- (AFC) Se Beto briga com Glória, então Glória vai ao cinema. Se Glória vai ao cinema, então Carla fica em casa. Se Carla fica em casa, então Raul briga com Carla. Ora, Raul não briga com Carla. Logo,

a) Carla não fica em casa e Beto não briga com Glória
b) Carla fica em casa e Glória vai ao cinema
c) Carla não fica em casa e Glória vai ao cinema
d) Glória vai ao cinema e Beto briga com Glória
e) Glória não vai ao cinema e Beto briga com Glória

15- Sejam as declarações:
Se o governo é bom então não há desemprego.
Se não há desemprego então não há inflação.
Ora, se há inflação podemos concluir que:

a) A inflação não afeta o desemprego
b) Pode haver inflação independe do governo
c) O governo é bom e há desemprego
d) O governo é bom e não há desemprego
e) O governo não é bom e há desemprego

16- (ESAF) Uma sentença lógica equivalente a “Se Pedro é economista, então Luisa é solteira.” e:

a) Pedro é economista ou Luisa é solteira.
b) Pedro é economista ou Luisa não é solteira.
c) Se Luisa é solteira, Pedro é economista.
d) Se Pedro não é economista, então Luisa não é solteira.
e) Se Luisa não é solteira, então Pedro não é economista.

17- (ESAF) Se Ana não é advogada, então Sandra é secretária. Se Ana é advogada, então Paula não é professora. Ora, Paula é professora. Portanto:

a) Ana é advogada.
b) Sandra é secretária.
c) Ana é advogada, ou Paula não é professora.
d) Ana é advogada e Paula é Professora.
e) Ana não é advogada e Sandra é secretária.

(CESPE/INSS) Proposições são sentenças que podem ser julgadas como verdadeiras ou falsas, mas não admitem ambos os julgamentos. A esse respeito, considere que A represente a proposição simples "É dever do servidor apresentar-se ao trabalho com vestimentas adequadas ao exercício da função", e que B represente a proposição simples "É permitido ao servidor que presta atendimento ao público solicitar dos que procuram ajuda financeira para realizar o cumprimento de sua missão".

Considerando as proposições A e B acima, julgue os itens subsequentes, com respeito ao Código de Ética Profissional do Servidor Público Civil do Poder Executivo Federal e às regras inerentes ao raciocínio lógico.

18- Sabe-se que uma proposição na forma "Ou A ou B" tem valor lógico falso quando A e B são ambos falsos; nos demais casos, a proposição é verdadeira. Portanto, a proposição composta "Ou A ou B", em que A e B são as proposições referidas acima é verdadeira.

19- A proposição composta "Se A então B" é necessariamente verdadeira.

20- Represente-se por $\neg A$ a proposição composta que é a negação da proposição A, isto é, $\neg A$ é falso quando A é verdadeiro e $\neg A$ é verdadeiro quando A é falso. Desse modo, as proposições "Se $\neg A$ então $\neg B$" e "Se A então B" têm valores lógicos iguais.

21- (FCC) Considere a proposição “Paula estuda, mas não passa no concurso”. Nessa proposição, o conectivo lógico é:

a) disjunção inclusiva
b) conjunção
c) disjunção exclusiva
d) condicional
e) bicondicional

22- (FCC) Na tabela-verdade abaixo, p e q são proposições.

p	q	?
V	V	F
V	F	V
F	V	F
F	F	F

A proposição composta que substitui corretamente o ponto de interrogação é:
a) $p \wedge q$
b) $p \rightarrow q$
c) $\neg(p \rightarrow q)$
d) $p \leftrightarrow q$
e) $\neg(p \vee q)$

23- (FCC) Considere as afirmações abaixo.

I. O número de linhas de uma tabela-verdade é sempre um número par.
II. A proposição “ $(10 < \sqrt{10}) \leftrightarrow (8 - 3 = 6)$ ” é falsa.

III. Se p e q são proposições, então a proposição "$(p \to q) \vee (\neg q)$" é uma tautologia.

É verdade o que se afirma APENAS em:
a) I.

b) II.

c) III.

d) I e II.

e) I e III.

24- (FCC) Se p e q são proposições, então a proposição $p \wedge (\neg q)$ é equivalente a:

a) $\neg(p \to \neg q)$

b) $\neg(p \to q)$

c) $\neg q \to \neg p$

d) $\neg(q \to \neg p)$

e) $\neg(p \vee q)$

25- (FCC) No argumento: "Se estudo, passo no concurso. Se não estudo, trabalho. Logo, se não passo no concurso, trabalho", considere as proposições:
p: "estudo",
q: "passo no concurso", e
r: "trabalho".
É verdade que:

a) p, q, $\neg p$ e r são premissas e $\neg q \to r$ é a conclusão.

b) a forma simbólica do argumento é $(p \to q) \to (\neg q \to r) \vdash (\neg q \to r)$.

c) a validade do argumento é verificada por uma tabela-verdade com 16 linhas.

d) a validade do argumento depende dos valores lógicos e do conteúdo das proposições usadas no argumento.

e) o argumento é válido, porque a proposição $[(p \rightarrow q) \wedge (\neg q \rightarrow r)] \rightarrow (\neg q \rightarrow r)$ é uma tautologia.

26- (FCC) Das proposições abaixo, a única que é logicamente equivalente a $p \rightarrow q$ é:

a) $\neg q \rightarrow \neg p$

b) $\neg q \rightarrow p$

c) $\neg p \rightarrow \neg q$

d) $q \rightarrow \neg p$

e) $\neg(q \rightarrow p)$

27- (FCC) Dentre as alternativas abaixo, assinale a correta.

a) As proposições $\neg(p \wedge q)$ e $(\neg p \vee \neg q)$ não são logicamente equivalentes.

b) A negação da proposição "Ele faz caminhada se, e somente se, o tempo está bom", é a proposição "Ele não faz caminhada se, e somente se, o tempo não está bom".

c) A proposição $\neg[p \vee \neg(p \wedge q)]$ é logicamente falsa.

d) A proposição "Se está quente, ele usa comiseta", é logicamente equivalente à proposição "Não está quente e ele usa camiseta".

e) A proposição "Se a Terra é quadrada, então a Lua é triangular" é falsa.

28- (FCC) Seja a sentença $\{[(p \rightarrow q) \vee r] \leftrightarrow [q \rightarrow (\neg p \vee r)]\}$. Se considerarmos que p é falsa, então é verdade que:

a) essa sentença é uma tautologia.

b) o valor lógico dessa sentença é sempre F.

c) nas linhas da Tabela-Verdade em que p é F, a sentença é V.

d) nas linhas da Tabela-Verdade em que p é F, a sentença é F.

e) faltou informar o valor lógico de q e de r.

29- (FCC) Numa proposição composta s, aparecem as proposições simples p, q e r. Sua Tabela-Verdade é:

p	q	r	s
V	V	V	V
V	V	F	V
V	F	V	F
V	F	F	V
F	V	V	V
F	V	F	V
F	F	V	F
F	F	F	V

Usando a conjunção ($\wedge$), a disjunção ($\vee$) e a negação ($\neg$), pode-se construir sentenças equivalentes a s. Uma dessas sentenças é:

a) $(\neg p \vee q \vee \neg r) \wedge (p \vee q \vee \neg r)$

b) $(p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee r)$

c) $(p \wedge q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r)$

d) $(p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r)$

e) $(p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r)$

30- (FCC) Dada a sentença $\square \rightarrow \neg(\neg p \wedge q \wedge r)$, complete o espaço $\square$ com uma e somente uma das sentenças simples p, q, r ou a sua negação $\neg p$, $\neg q$ ou $\neg r$ para que a sentença dada seja uma tautologia. Assinale a opção que responde a essa condição.

a) Somente q.
b) Somente p.
c) Somente uma das duas: q ou r.
d) Somente uma das três: $\neg p$, q ou $\neg r$.
e) Somente uma das três: p, $\neg q$ ou $\neg r$.

31- (FCC) Seja a sentença aberta A: $(\neg p \vee p) \leftrightarrow \square$ e a sentença B: "Se o espaço $\square$ for ocupado por uma $\underline{\ (I)\ }$, a sentença A será uma $\underline{\ (II)\ }$".
A sentença B se tornará verdadeira se I e II forem substituídos, respectivamente, por:

a) tautologia e contingência.
b) contingência e contingência.
c) contradição e tautologia.
d) contingência e contradição.
e) tautologia e contradição.

32- (FCC) Considere os argumentos abaixo:

Argumento	Premissas	Conclusão
I	$a, a \to b$	b
II	$\neg a, a \to b$	$\neg b$
III	$\neg b, a \to b$	$\neg a$
IV	$b, a \to b$	a

Indicando-se os argumento legítimos por L e os ilegítimos por I, obtém-se, na ordem dada,

a) L, I, L, I.
b) I, L, I, L.
c) I, I, I, I.
d) L, L, I, L.
e) L, L, L, L.

33- (FCC/BC) No Japão, muitas empresas dispõem de lugares para que seus funcionários se exercitem durante os intervalos de sua jornada de trabalho. No Brasil, poucas empresas têm esse tipo de programa. Estudos têm revelado que os trabalhadores japoneses são mais produtivos que os brasileiros. Logo, deve-se concluir que a produtividade dos empregados brasileiros será menor que a dos japoneses enquanto as empresas brasileiras não aderirem a programas que obriguem seus funcionários à prática de exercícios.
A conclusão dos argumentos é válida se assumirmos que:

a) a produtividade de todos os trabalhadores pode ser aumentada com exercícios.
b) a prática de exercícios é um fator essencial na maior produtividade dos trabalhadores japoneses.

c) as empresas brasileiras não dispõem de recursos para a construção de ginásios de esporte para seus funcionários.

d) ainda que os programas de exercícios não aumentem a produtividade dos trabalhadores brasileiros, estes programas melhorarão a saúde deles.

e) os trabalhadores brasileiros têm uma jornada de trabalho maior que a dos japoneses.

34- (FCC) Relativamente a uma mesma prova de um concurso a que se submeteram, três amigos fizeram as seguintes declarações:

Ariovaldo: Benício foi reprovado no concurso e Corifeu foi aprovado.

Benício: Se Ariovaldo foi reprovado no concurso, então Corifeu também foi.

Corifeu: Eu fui aprovado no concurso, mas pelo menos um dos outros dois não o foi.

Admitindo-se que as três declarações são verdadeiras, então:

a) Ariovaldo foi o único dos três que foi aprovado no concurso.

b) Benício foi o único dos três que foi aprovado no concurso.

c) Corifeu foi o único dos três que foi aprovado no concurso.

d) Benício foi o único dos três que foi reprovado no concurso.

e) Ariovaldo foi o único dos três que foi reprovado no concurso.

35- (VUNESP) Se João toca piano, então Lucas acorda cedo e Cristina não consegue estudar. Mas Cristina consegue estudar. Segue-se logicamente que:

a) Lucas acorda cedo.

b) Lucas não acorda cedo.
c) João toca piano.
d) João não toca piano.
e) João toca piano se Lucas acorda cedo.

36- (VUNESP) Quem tem coragem é virtuoso e quem não é justo não é virtuoso. Logo,

a) quem tem coragem é justo.
b) quem é justo tem coragem.
c) quem é justo é virtuoso.
d) quem é virtuoso tem coragem.
e) quem é virtuoso não tem coragem.

37- (VUNESP) O carro não pega, a menos que Vicente o empurre. Segue-se logicamente que:

a) o carro pega e Vicente o empurra.
b) o carro não pega e Vicente não o empurra.
c) o carro não pega ou Vicente o empurra.
d) o carro pega ou Vicente o empurra.
e) o carro pega, se Vicente não o empurra.

38- (UFRJ) Sabendo-se que o símbolo $\neg$ denota negação e que o símbolo $\vee$ denota o conector lógico *ou*, a fórmula $A \to B$, que é lida "se A então B", pode ser reescrita como:

a) $A \vee B$
b) $\neg A \vee B$

c) $A \vee \neg B$
d) $\neg A \vee \neg B$
e) $\neg(A \vee B)$

39- (ESAF) Ou $A = B$, ou $C = D$, ou $E = F$. Se $G = H$, então $E = F$. Se $C = D$, então $G = H$. Ora, $E \neq F$, então:

a) $C = D$ ou $G \neq H$
b) $A \neq B$ e $C \neq D$
c) $C \neq D$ e $G = H$
d) $A = B$ e $C \neq D$
e) $C = D$ ou $A \neq B$

40- (ESAF) Sabe-se que Beto beber é condição necessária para Carmem cantar e condição suficiente para Denise dançar. Sabe-se, também, que Denise dançar é condição necessária e suficiente para Ana chorar. Assim, quando Carmem canta,

a) Beto não bebe ou Ana não chora.
b) Denise dança e Beto não bebe.
c) Denise não dança ou Ana não chora.
d) nem Beto bebe nem Denise dança.
e) Beto bebe e Ana chora.

41- (ESAF) Carlos não ir ao Canadá é condição necessária para Alexandre ir à Alemanha. Helena não ir à Holanda é condição suficiente para Carlos ir ao Canadá. Alexandre não ir à Alemanha é condição necessária para Carlos não ir ao Canadá. Helena ir à Holanda é condição suficiente para Alexandre ir à Alemanha. Portanto:

a) Helena não vai à Holanda, Carlos não vai ao Canadá, Alexandre não vai à Alemanha.
b) Helena vai à Holanda, Carlos vai ao Canadá, Alexandre não vai à Alemanha.
c) Helena não vai à Holanda, Carlos vai ao Canadá, Alexandre não vai à Alemanha.
d) Helena vai à Holanda, Carlos não vai ao Canadá, Alexandre vai à Alemanha.
e) Helena vai à Holanda, Carlos não vai ao Canadá, Alexandre não vai à Alemanha.

42 - (ESAF) O sultão prendeu Aladim em uma sala. Na sala há três portas. Delas, uma e apenas uma conduz à liberdade; as duas outras escondem terríveis dragões. Uma porta é vermelha, outra é azul e a outra branca. Em cada porta há uma inscrição. Na porta vermelha está escrito: "esta porta conduz à liberdade". Na porta azul está escrito: "esta porta não conduz à liberdade". Finalmente, na porta branca está escrito: "a porta azul não conduz à liberdade". Ora, a princesa — que sempre diz a verdade e que sabe o que há detrás de cada porta — disse a Aladim que pelo menos uma das inscrições é verdadeira, mas não disse nem quantas, nem quais. E disse mais a princesa: que pelo menos uma das inscrições é falsa, mas não disse nem quantas nem quais. Com tais informações, Aladim concluiu corretamente que:

a) a inscrição na porta branca é verdadeira e a porta vermelha conduz à liberdade.
b) a inscrição na porta vermelha é falsa e a porta azul conduz à liberdade.

c) a inscrição na porta azul é verdadeira e a porta vermelha conduz à liberdade.

d) a inscrição na porta branca é falsa e a porta azul conduz à liberdade.

e) a inscrição na porta vermelha é falsa e a porta branca conduz à liberdade.

43 - (POSCOMP/SBC) A sentença lógica $A \wedge (B \vee \neg C)$ é equivalente a:

a) $A \wedge (\neg B \wedge C)$

b) $\neg A \vee \neg(B \vee \neg C)$

c) $\neg A \vee (\neg B \wedge C)$

d) Todas as respostas anteriores.

e) Nenhuma das respostas anteriores.

44 - (POSCOMP/SBC) Se é verdade que as três sentenças a seguir são verdade: $p \rightarrow q$, $r \rightarrow s$ e $(p \wedge t) \leftrightarrow r$. Então é verdade que:

a) $\neg s \rightarrow (t \vee p)$

b) $\neg r \rightarrow \neg s$

c)$\neg q \rightarrow \neg r$

d) Todas as respostas anteriores.

e) Nenhuma das respostas anteriores.

45 - (POSCOMP/SBC) Existem três suspeitos de invadir uma rede de computadores: André, Bruna e Carlos. Sabe-se que a invasão foi efetivamente cometida por um ou por mais de um deles, já que podem ter agido individualmente ou não. Sabe-se, ainda, que:

I. Se André é inocente, então Bruna é culpada.
II. Ou Carlos é culpado ou Bruna é culpada, mas não os dois.
III. Carlos não é inocente.
Com base nestas considerações, conclui-se que:

a) Somente André é inocente.
b) Somente Bruna é culpada.
c) Somente Carlos é culpado.
d) São culpados apenas Bruna e Carlos.
e) São culpados apenas André e Carlos.

46 - (COPEVE) Três amigos, Leonardo, Marcos e Pedro, estão sentados lado a lado em um Campo de Futebol. Leonardo sempre fala a verdade; Marcos às vezes fala a verdade; Pedro nunca fala a verdade. O que está sentado a esquerda diz: "Leonardo é quem está sentado no meio." O que está sentada no meio diz: "Eu sou Marcos." Finalmente, o que está sentado a direita diz: "Pedro é quem está sentado no meio." Então, o que está sentado à esquerda, o que está sentado no meio e o que está sentado à direita são, respectivamente,

a) Marcos, Leonardo e Pedro.
b) Pedro, Marcos e Leonardo.
c) Pedro, Leonardo e Marcos.
d) Leonardo, Pedro e Marcos.
e) Marcos, Pedro e Leonardo.

Questões de Concursos (Pág. 54)

1 Questão: letra c).

2 Questão: letra c).

3 Questão: letra d).

4 Questão: letra b).

5 Questão: letra c). Premissa: A procura do trigo não pode crescer sem um correspondente aumento dos meios de pagamento. Conclusão: O aumento do preço do trigo, em razão de uma procura crescente é sempre precedido de um aumento dos salários.

6 Questão: letra d).

7 Questão: letra d).

Capítulo 5

Exercícios Propostos (Pág. 106)

1 Questão:

a) Não é FBF	b) É FBF	c) Não é FBF
d) Não é FBF	e) Não é FBF	f) Não é FBF
g) É FBF	h) É FBF	i) Não é FBF

2 Questão:

a) $A \wedge \neg C \rightarrow S$	b) $C \rightarrow R \vee T$
c) $F \rightarrow S$	d) $C \leftrightarrow \neg S \wedge A$
e) $A \wedge C \wedge T$	f) $\neg F \vee R \wedge T$
g) $F \vee \neg C \rightarrow T$	f) $R \wedge C \wedge A$

3 Questão:

a) Se Ricardo vai ao shopping, Tatiana vai ao shopping e Fernanda toma sorvete.

b) Ana e Carlos vão à praia se e somente se Silvia ou Fernanda toma sorvete.

c) Se Carlos não for à praia e Silvia tomar sorvete, então Tatiana vai ao shopping.

d) Se Carlos e Ana forem à praia e Ricardo for ao shopping, então Fernanda não toma sorvete.

e) Se Fernanda tomar sorvete, Tatiana vai ao shopping se Silvia tomar sorvete.

f) Se Ricardo vai ao shopping, então Tatiana também vai. Entretanto, Carlos não vai à praia.

g) Ou Silvia toma sorvete, ou Fermanda toma se e somente se Ana for à praia.

h) Tatiana vai ao shopping e Silvia toma sorvete se Ricardo não vai ao shopping.

4 Questão:

a)

1. $\neg D \rightarrow R$
2. $D \vee R$
3. S
4. $A \vee \neg D$

5. $S \to D$
6. $A \to X$
7. D [2 e 5 MP]
8. A [4 e 7 SD]
9. X [6 e 8 MP]

b)

1. $\neg P \vee \neg T$
2. $T \to X$
3. $\neg T$
4. $X \to T$
5. $X \vee T$
6. X [3 e 5 SD]

c)

1. $W \to \neg X$
2. $X \to \neg Y$
3. Y
4. $W \vee T$
5. $\neg T \vee \neg Y$
6. $\neg T$ [3 e 5 SD]
7. W [4 e 6 SD]
8. $\neg X$ [1 e 7 MP]

d)

1. $\neg T$
2. $\neg H \vee \neg X$
3. $\neg \to X$
4. $\neg T \to H$
5. H [1 e 4 MP]
6. $\neg X$ [2 e 5 SD]

e)

1. $H \vee \neg E$
2. $\neg E \to H$
3. $G \to \neg R$
4. G
5. $\neg R \to E$
6. $H \to X$
7. $\neg R$ [3 e 4 MP]
8. E [5 e 7 MP]
9. H [1 e 8 SD]
10. X [6 e 9 MP]

f)

1. $H \vee T$
2. $\neg H \vee T$
3. $H \vee \neg T$
4. $A \to H$
5. $T \to \neg X$
6. A
7. H [6 e 4 MP]
8. T [2 e 7 SD]
9. $\neg X$ [5 e 8 MP]

5 Questão:
a) Opção “ii”.

1. $R \vee W$
2. $G \to \neg W$
3. $D \to G$
4. D
5. G [3 e 4 MP]
6. $\neg W$ [2 e 5 MP]
7. R [1 e 6 SD]

b) Ela vai.

1. $R \to V$
2. $D \to A$
3. $V \vee \neg R$
4. $R \vee D$
5. $\neg V$
6. $\neg R$ [3 e 5 SD]
7. D [4 e 6 SD]
8. A [2 e 7 MP]

c) Todos vão, menos Bráulio.

1. $P \to \neg B$
2. $T \to E$
3. $G \to J$
4. $\neg B \to G$
5. M
6. D
7. P
8. T
9. $\neg B$ [1 e 7 MP]
10. G [4 e 9 MP]
11. J [3 e 10 MP]
12. E [2 e 8 MP]

6 Questão:

a)

1. $A \to B$
2. $A \wedge B$
3. $\neg B \vee C$
4. A [2 $\wedge$E]
5. B [1 e 4 MP]
6. C [3 e 5 SD]
7. $A \wedge C$ [4 e 6 $\wedge$I]

b)

1. $A \vee (B \vee C)$
2. $\neg C \wedge \neg A$
3. $\neg A$ [2 $\wedge$E]
4. $B \vee C$ [1 e 3 SD]
5. $\neg C$ [2 $\wedge$E]
6. B [4 e 5 SD]
7. $A \vee B$ [6 $\vee$I]
8. $(B \vee C) \wedge (A \vee B)$ [4 e 7 $\wedge$I]

c)

1. $(A \wedge B) \vee C$
2. $D \wedge \neg C$
3. $D \to E$
4. D [2 $\wedge$E]
5. E [3 e 4 MP]
6. $\neg C$ [2 $\wedge$E]
7. $A \wedge B$ [1 e 6 SD]
8. B [7 $\wedge$E]
9. $E \wedge B$ [5 e 8 $\wedge$I]

d)

1. $B \vee (C \vee A)$
2. $\neg A \wedge \neg B$
3. $\neg B \to (\neg\neg E)$

4. $\neg B$ [2 $\wedge$E]
5. $\neg A$ [2 $\wedge$E]
6. $C \vee A$ [1 e 4 SD]
7. C [5 e 6 SD]
8. $\neg\neg E$ [3 e 4 MP]
9. E [8$\neg$E]
10. $E \wedge C$ [7 e 9 $\wedge$I]

e)

1. $B \rightarrow A$
2. $A \rightarrow \neg\neg C$
3. $\neg C \vee D$
4. B
5. A [1 e 4 MP]
6. $\neg\neg C$ [2 e 5 MP]
7. C [6 $\neg$E]
8. $C \wedge A$ [5 e 7 $\wedge$I]

f)

1. $\neg N \vee \neg K$
2. $L \rightarrow K$
3. $\neg N \rightarrow (X \wedge B)$
4. L
5. K [2 e 4 MP]
6. $\neg N$ [1 e 5 SD]
7. $X \wedge B$ [3 e 6 MP]
8. B [7$\wedge$E]

g)

1. $(H \wedge G) \rightarrow (J \wedge S)$
2. $H \wedge A$
3. $A \rightarrow (G \wedge S)$
4. H [2 $\wedge$E]
5. A [2 $\wedge$E]
6. $G \wedge S$ [3 e 5 MP]
7. G [6 $\wedge$E]
8. $H \wedge G$ [4 e 7 $\wedge$I]
9. $J \wedge S$ [1 e 8 MP]
10. J [9 $\wedge$E]
11. $J \wedge G$ [7 e 10 $\wedge$I]

h)

1. $A \wedge \neg B \wedge C \wedge D$
2. $C \wedge D \rightarrow F \vee B$
3. $F \rightarrow T$
4. $\neg B \wedge (C \wedge D)$ [1 $\wedge$E]
5. $\neg B$ [4 $\wedge$E]
6. $C \wedge D$ [4 $\wedge$E]
7. $F \wedge B$ [2 e 6 MP]
8. F [5 e 7 SD]
9. T [3 e 8 MP]
10. A [1 $\wedge$E]
11. $T \wedge A$ [9 e 10 $\wedge$I]

i)

1. $(G \vee H) \vee K$
2. $M \rightarrow \neg K \wedge \neg H$
3. M
4. $\neg K \wedge \neg H$ [2 e 3 MP]
5. $\neg K$ [4 $\wedge$E]
6. $\neg H$ [4 $\wedge$E]
7. $G \vee H$ [1 e 5 SD]
8. G [6 e 7 SD]

j)

1. $R \rightarrow F \rightarrow W$
2. $R \wedge F$
3. $\neg R \vee W$
4. R [2 $\wedge$E]
5. W [3 e 4 SD]

k)

1. $(H \vee G) \wedge M$
2. $M \rightarrow \neg G$
3. M [1 $\wedge$E]
4. $\neg G$ [2 e 3 MP]
5. $H \vee G$ [1 $\wedge$E]
6. H [4 e 5 SD]
7. $H \wedge \neg G$ [4 e 6 $\wedge$I]

l)

1. $\neg Z \rightarrow (W \wedge C)$
2. $\neg Z \vee \neg R$
3. $(E \wedge Q) \wedge R$
4. R [3 $\wedge$E]
5. $E \wedge Q$ [1 $\wedge$E]
6. Q [5 $\wedge$E]
7. $\neg Z$ [2 e 4 SD]
8. $W \wedge C$ [1 e 7 MP]
9. $C \wedge Q \wedge W$ [6 e 8 $\wedge$I]

m)

1. $(K \wedge L) \vee (S \wedge G)$
2. $L \rightarrow R$
3. $\neg\neg\neg(S \wedge G)$
4. $\neg(S \wedge G)$ [3 ¬E]
5. $K \wedge L$ [1 e 4 SD]
6. L [5 ¬E]
7. K [5 ¬E]
8. R [2 e 6 MP]
9. $R \wedge K$ [7 e 8 ∧I]

n)

1. $(A \wedge B) \wedge (B \rightarrow C)$
2. $\neg C \vee D$
3. $A \wedge B$ [1 ∧E]
4. $B \rightarrow C$ [1 ∧E]
5. A [3 ∧E]
6. B [3 ∧E]
7. C [4 e 6 MP]
8. D [2 e 7 SD]
9. $D \wedge A$ [5 e 8 ∧I]

o)

1. $A \rightarrow ((\neg\neg\neg B) \wedge C)$
2. $B \vee \neg D$
3. $(\neg D \rightarrow E) \wedge A$
4. A [3 ∧E]
5. $\neg D \rightarrow E$ [3 ∧E]
6. $\neg\neg\neg B \wedge C$ [1 e 4 MP]
7. $\neg\neg\neg B$ [6 ¬E]
8. $\neg B$ [7 ¬E]
9. $\neg D$ [2 e 8 SD]
10. E [5 e 9 MP]

p)

1. $(X \wedge Y) \vee Z$
2. $\neg Z \wedge \neg Y$
3. $X \rightarrow (W \wedge Y)$
4. $\neg Z$ [2 ∧E]
5. $\neg Y$ [2 ∧E]
6. $X \wedge Y$ [1 e 4 SD]
7. X [6 ∧E]
8. $W \wedge Y$ [3 e 7 MP]
9. W [8 ∧E]
10. $W \wedge X$ [7 e 9 ∧I]

6 Questão:

a)

1. $S \vee (P \wedge R)$
2. $\neg S$
3. $P \wedge R$ [1 e 2 SD]
4. P [3 ∧E]
5. $P \vee R$ [4 ∨I]

b)

1. $A \rightarrow (B \vee C)$
2. $A \wedge \neg B$
3. A [2∧E]
4. $\neg B$ [2∧E]
5. $B \vee C$ [1 e 3 MP]
6. C [4 e 5 SD]
7. $C \vee (A \wedge B)$ [6∨I]

c)

1. $A \leftrightarrow B$
2. $B \wedge C$
3. B [2∧E]
4. C [2∧E]
5. $B \rightarrow A$ [1↔E]
6. A [3 e 5 MP]
7. $A \wedge C$ [4 e 6 ∧I]

d)

1. $(A \vee B) \rightarrow (C \wedge A)$
2. C
3. $A \rightarrow \neg B$
4. $A \vee C$ [2 ∨I]

e)

1. $X \vee Y$

2. $(X \to W) \land \neg Y$
3. $Y \leftrightarrow W$
4. $Y \to W$ [3 $\leftrightarrow$E]
5. $X \to W$ [2 $\land$E]
6. W [1, 4 e 5 $\lor$E]
7. $\neg Y$ [2 $\land$E]
8. X [1 e 7 SD]
9. $W \land X$ [6 e 8 $\land$I]
10. $(W \land X) \lor (Y \land W)$ [9 $\lor$I]

f)

1. $D \leftrightarrow C$
2. $C \lor B$
3. $(D \to \neg\neg A) \land (B \to D)$
4. $B \to D$ [3 $\land$E]
5. $C \to D$ [1 $\leftrightarrow$E]
6. D [2, 4 e 5 $\lor$E]
7. $D \to \neg\neg A$ [3 $\land$E]
8. $\neg\neg A$ [6 e 7 MP]
9. A [8 $\neg$ E]
10. $A \land D$ [6 e 9 $\land$I]
11. $(A \land D) \lor B$ [10 $\lor$I]

g)

1. $S \to G$
2. $R \land (G \to S)$
3. $S \land (T \to Q)$
4. R [2 $\land$E]
5. $G \to S$ [2 $\land$E]
6. S [3 $\land$E]
7. G [1 e 6 MP]
8. $G \land R$ [4 e 7 $\land$I]
9. $S \leftrightarrow G$ [1 e 5 $\leftrightarrow$I]
10. $(G \land R) \land (S \leftrightarrow G)$ [8 e 9 $\land$I]
11. $((G \land R) \land (S \leftrightarrow G)) \lor Q$ [10 $\lor$I]

h)

1. $(A \lor B) \land C$
2. $B \to T$
3. $T \to A$
4. $\neg A$
5. $A \lor B$ [1 $\land$E]
6. B [4 e 5 SD]
7. $B \lor T$ [6 $\lor$I]

i)

1. $S \to T$
2. $R \leftrightarrow T$
3. $\neg R \lor (S \land Q)$
4. $T \land (T \to S)$
5. $T \to S$ [4 $\land$E]
6. $S \leftrightarrow T$ [1 e 5 $\leftrightarrow$I]
7. $Q \lor (T \leftrightarrow S)$ [6 $\lor$I]

j)

1. $A \to (C \lor B)$
2. $A \lor B$
3. $\neg\neg\neg B \land C$
4. C [3 $\land$E]
5. $C \lor B$ [4 $\lor$I]

k)

1. $A \to (B \lor C)$
2. $A \land \neg B$
3. A [2 $\land$E]
4. $\neg B$ [2 $\land$E]
5. $B \lor C$ [1 e 3 MP]
6. C [4 e 5 SD]
7. $C \lor (A \to B)$ [6 $\lor$I]

l)

1. $A \to (B \lor C)$
2. $A \land \neg B$
3. A [2 $\land$E]
4. $\neg B$ [2 $\land$E]
5. $B \lor C$ [1 e 3 MP]
6. C [4 e 5 SD]
7. $A \lor B$ [3 $\lor$I]
8. $C \land (A \lor B)$ [6 e 7 $\land$I]

m)

1. $(Q \lor P) \to (Q \to R)$
2. $Q \land S$
3. $\neg S \lor (P \to R)$
4. Q [2 $\land$E]
5. S [2 $\land$E]
6. $Q \lor P$ [4 $\lor$I]
7. $Q \to R$ [1 e 6 MP]
8. R [4 e 7 MP]
9. $R \lor (S \land P)$ [8 $\lor$I]

8 Questão:

a)

1. $M \vee D$
2. $L \to (A \wedge \neg D)$
3. L
4. $A \wedge \neg D$ [2 e 3 MP]
5. $\neg D$ [4 ∧E]
6. M [1 e 5 SD]

b)

1. $M \vee L$
2. $M \to R$
3. $L \to R$
4. $R \to \neg G$
5. R [1, 2 e 3 ∨E]
6. $R \vee G$ [5 ∨I]

c)

1. $C \vee G$
2. $T \leftrightarrow C$
3. $\neg G \wedge F$
4. $\neg G$ [3 ∧E]
5. F [3 ∧E]
6. C [1 e 4 SD]
7. $C \to T$ [2 ↔E]
8. T [6 e 7 MP]
9. $F \wedge T$ [5 e 8 ∧I]

9 Questão:

a)

1. $A \to B$
2. $A \wedge B$
3. B [2 ∧E]
4. $B \vee C$ [3 ∨I]

b)

1. $P \wedge Q$
2. $\neg S \neg P$
3. P [1 ∧E]
4. S [2 e 3 MT]

c)

1. $P \to Q$
2. $\neg S \to P$
3. $\neg Q$
4. $\neg P$ [1 e 3 MT]
5. S [2 e 4 MT]

d)

1. $P \to Q$
2. $\neg S \to P$
3. $|\neg Q$ [Hip p/ PC]
4. $|\neg P$ [1 e 3 MT]
5. $|S$ [2 e 4 MT]
6. $\neg Q \to S$ [3 - 5 PC]

e)

1. $Q \to P$
2. $S \to \neg P$
3. $Q \wedge R$
4. Q [3 ∧E]
5. P [1 e 4 MP]
6. $\neg S$ [2 e 5 MT]

f)

1. $R \vee Q \to \neg P$
2. $S \to P$
3. R
4. $R \vee Q$ [3 ∨I]
5. $\neg P$ [1 e 4 MP]
6. $\neg S$ [2 e 5 MT]

g)

1. $R \vee Q \to \neg P$
2. $S \to P$
3. $|R$ [Hip p/ PC]
4. $|R \vee Q$ [3 ∨I]
5. $|\neg P$ [1 e 4 MP]
6. $|\neg S$ [2 e 5 MT]
7. $R \to \neg S$ [3–6 PC]

h)

1. $(R \wedge Q) \to \neg S$
2. $(Q \wedge \neg S) \to P$
3. $|R \wedge Q$ [Hip p/ PC]

4. $|\neg S$ [1 e 3 MP]
5. $|Q$ [3 ∧E]
6. $|Q \wedge \neg S$ [4 e 5 ∧I]
7. $|P$ [2 e 6 MP]
8. $|P \vee R$ [7 ∨I]
9. $(R \wedge Q) \to (P \vee R)$ [3 - 8 PC]

i)

1. $A \to B$
2. $|A$ [Hip p/ PC]
3. $|B$ [1 e 2 MP]
4. $|B \vee C$ [3 ∨I]
5. $A \to (B \vee C)$ [2 - 5 PC]

j)

1. $A \to B$
2. $C \wedge \neg B$
3. $\neg A \to D$
4. C [2 ∧E]
5. $\neg B$ [2 ∧E]
6. $\neg A$ [1 e 5 MT]
7. D [3 e 6 MP]
8. $C \wedge D$ [4 e 7 ∧I]

k)

1. $B \vee A$
2. $C \vee \neg B$
3. $C \to A$
4. $|\neg B$ [Hip p/ PC]
5. $|A$ [1 e 4 SD]
6. $\neg B \to A$ [4 - 5 PC]
7. A [2, 3 e 6 ∨E]
8. $A \vee D$ [7 ∨I]

l)

1. $A \to (B \to C)$
2. $C \to D$
3. $E \to D$
4. $|B$ [H p/ PC]
5. $||A$ [H p/ PC]
6. $||B \to C$ [1 e 5 MP]
7. $||C$ [4 e 6 MP]
8. $||\ D$ [2 e 7 MP]
9. $||E$ [3 e 8 MT]
10. $|A \to E$ [5 - 9 PC]
11. $B \to (A \to E)$ [4 - 10 PC]

m)

1. $A \vee B$
2. $C \to \neg A$
3. $B \to D$
4. $C \to \neg D$
5. $|B$ [H p/ PC]
6. $|D$ [3 E 5 MP]
7. $|\neg C$ [4 E 6 MT]
8. $B \to \neg C$ [5 - 7 PC]
9. $|A$ [H p/ PC]
10. $|\neg C$ [2 e 9 MT]
11. $A \to \neg C$ [9 - 10 PC]
12. $\neg C$ [1, 8 e 11 ∨ E]

n)

1. $(A \to B) \vee (A \wedge \neg C)$
2. A
3. $C \to \neg B$
4. $\neg C \to B$
5. $|A \wedge \neg C$ [H p/ PC]
6. $|\neg C$ [5 ∧ E]
7. $(A \wedge \neg C) \to \neg C$ [5 - 6 PC]
8. $|A \to B$ [H p/ PC]
9. $|B$ [2 e 8 MP]
10. $|\neg C$ [3 e 9 MT]
11. $(A \to B) \to\ C$ [8 - 10 PC]
12. $\neg C$ [7, 11 e 1 ∨ E]

o)

1. $(A \to B) \wedge (C \to \neg D)$
2. $(E \to \neg B) \wedge (\neg F \to D)$
3. $\neg E \vee F \to G$
4. $\neg B \to D$
5. $A \vee C$
6. $A \to B$ [1 ∧E]
7. $C \to \neg D$ [1 ∧ E]
8. $|C$ [H p/ PC]
9. $|\neg D$ [7 e 8 MP]
10. $|B$ [4 e 9 MT]
11. $C \to B$ [8 - 10 PC]
12. B [5, 6 e 11 vE]
13. $E \to \neg B$ [2 ∧ E]
14. $F \to D$ [2 ∧ E]
15. $\neg E$ [12 e 13 MT]
16. $\neg E \vee F$ [15 ∨ I]
17. G [3 e 16 MP]
18. $B \wedge G$ [10 e 17 ∧ I]

Questões de Concursos (Pág. 111)

1 Questão:

Errado! Observe que usando as regras de inferência é impossível obter a fórmula "$\neg P \vee \neg Q$", assumindo que as fórmulas "P" e "Q" são verdadeiras. O esboço da tabela-verdade abaixo mostra a interpretação que prova que a derivação sugerida não está correta.

P	Q	$\neg P$	$\neg Q$	$\neg P \vee \neg Q$
V	V	F	F	F

2 Questão:

Errado! Veja o esboço da tabela-verdade que mostra que a interpretação sugerida não está correta.

T	R	$\neg T$	$R \to \neg T$
V	F	F	V

3 Questão:

Correto! Veja o esboço da tabela-verdade que mostra que a interpretação sugerida está correta.

P	Q	R	$\neg Q$	$P \wedge R$	$(P \wedge R) \to \neg Q$
V	V	F	F	F	V

4 Questão: Errado! A sentença I é corretamente representada pela fórmula $P \wedge T$

5 Questão: Correto!

6 Questão: Correto!

7 Questão: Correto!

8 Questão: Errado! A sentença V é corretamente representada pela fórmula $(\neg R \wedge \neg P) \to T$

9 Questão: letra a). Trata-se de uma a aplicação da regra *Modus Tollens*.

10 Questão: letra e). Trata-se de uma a aplicação da regra *Modus Ponens*.

11 Questão: letra c). Trata-se de uma a aplicação da regra *Modus Tollens*.

12 Questão: letra e). Basta usar as regras de inferência *Modus Ponens* e *Silogismo Disjuntivo*:

1. $M \to \neg J$
2. $\neg J \to \neg L$
3. $\neg L \to \neg E$
4. $E \vee \neg C$
5. M
6. $\neg J$ [1 e 5 MP]
7. $\neg L$ [2 e 6 MP]
8. $\neg E$ [3 e 7 MP]
9. $\neg C$ [4 e 8 SD]

13 Questão: letra b).

1. $N \to (\neg J \wedge \neg R)$
2. $\neg R \to L$
3. $L \to \neg F$
4. $\neg F$
5. $\neg L$ [3 e 4 MT]
6. R [2 e 5 MT]
7. $|N$ [Hip p/ PC]
8. $|\neg J \wedge \neg R$ [1 e 7 MP]

9. $|\neg R$ [8 ∧ E]
10. $N \rightarrow \neg R$ [7 - 9 PC]
11. $\neg N$ [6 e 10 MT]
12. $\neg N \wedge \neg L$ [5 e 11 ∧I]

14 Questão: letra a).

Assumindo que as fórmulas atômicas significam:

B = Beto briga com Glória

G = Glória vai ao cinema

C = Carla fica em casa

R = Raul briga com Carla

1. $B \rightarrow G$
2. $G \rightarrow C$
3. $C \rightarrow R$
4. $\neg R$
5. $\neg C$ [3 e 4 MT]
6. $\neg G$ [2 e 5 MT]
7. $\neg B$ [1 e 6 MT]
8. $\neg C \wedge \neg B$ [5 e 7 ∧I]

15 Questão: letra e).

1. $G \rightarrow \neg D$
2. $\neg D \rightarrow \neg I$
3. I
4. D [2 e 3 MT]
5. $\neg G$ [1 e 4 MT]
6. $\neg G \wedge D$ [4 e 5 ∧I]

16 Questão: letra e). Aplicação da regra *Modus Tollens*.

17 Questão: As alternativas "b" e "e" estão corretas. Neste caso, questão deveria ser anulada no concurso. Observe:

1. $\neg A \rightarrow S$
2. $A \rightarrow \neg P$
3. P
4. $\neg A$ [2 e 3 MT]
5. S [1 e 4 MP] (opção "b")
6. $\neg A \wedge S$ [4 e 5 ∧I] (opção "e")

18 Questão: certo. A é verdade e B é falso. Logo, a fórmula $A \vee B$ é verdadeira.

19 Questão: errado. A é verdade e B é falso. Logo, a fórmula $A \rightarrow B$ é falsa.

20 Questão: errado. Observe que os valores lógicos de "$A \rightarrow B$" e "$\neg A \rightarrow \neg B$" são diferentes.

A	B	$\neg A$	$\neg B$	$A \rightarrow B$	$\neg A \rightarrow \neg B$
V	V	F	F	V	V
V	F	F	V	F	V
F	V	V	F	V	F
F	F	V	V	V	V

21 Questão: b).

22 Questão: c).

23 Questão: e).

24 Questão: b).

25 Questão: e).

26 Questão: a).

27 Questão: c).

28 Questão: d).

29 Questão: a).

30 Questão: e).

31 Questão: b).

32 Questão: a).

33 Questão: b).

34 Questão: d).

1. $\neg B \wedge C$
2. $\neg A \rightarrow \neg C$
3. $C \wedge (\neg A \vee \neg B)$
4. C [1 $\wedge$E] (Corifeu foi aprovado)
5. $\neg B$ [1 $\wedge$E] (Benício foi reprovado)
6. A [2 e 4 MT] (Ariovaldo foi aprovado)

35 Questão: d).

36 Questão: a).

37 Questão: c).

38 Questão: b).

39 Questão: d).

40 Questão: e).

41 Questão: c). Considerando:

c : Carlos ir ao Canadá.

a : Alexandre ir à Alemanha.

h : Helena ir à Holanda.

O texto pode ser representado pela fórmula $(a \rightarrow \neg c) \wedge (\neg h \rightarrow c) \wedge (\neg c \rightarrow \neg a) \wedge (h \rightarrow a)$. Deve-se então procurar um valor verdade para "c", "a" e "h" que torne a fórmula verdadeira.

42 Questão: e).

43 Questão: e).

44 Questão: c).

45 Questão: e).

46 Questão e). Basta procurar por uma disposição dos personagens considerando as particularidades de "mentir" de Pedro e de "falar a verdade" de Leonardo.