Universidade Federal de Alagoas - Campus Arapiraca
Ciência da Computação
Lógica Aplicada à Computação
Elthon Allex da Silva Oliveira

0) Reponda:
a) quais os princípios da lógica?
b) qual(is) o(s) operador(es) lógico(s) binário(s)?
c) qual(is) o(s) operador(es) lógico(s) unário(s)?
d) quais áreas de aplicação da Lógica na Ciência da Computação?
e) qual a diferença entre as lógicas indutiva e dedutiva?

LÓGICA PROPOSICIONAL
SINTAXE

1) Marque as fórmulas que são fbf's da lógica proposicional.

a) A→~B	b) A~~B	c) A∧vB	d) A∧B→~(C↔D)
e) A→~~~C∧B	f) AvB~C	g) ~~A→B	h) →A
i) A↔B	j) ~A--~B	k) B<-B	l) A~∧BvC
m) A→B→C			

FORMALIZAÇÃO

2) Formalize os enunciados (transforme em fórmulas bem formadas). A letra (a) já está respondida.
a) Se o chão está molhado então choveu e não há cobertura.
A: o chão está molhado   B: choveu   C: há cobertura
A→B∧~C

b) Faz calor mas visto o casaco.
c) Chove somente se molha a rua.
d) Molhar a rua é condição necessária para chover.
e) Você vai à praia ou não gosta de biscoito.
f) T é um triângulo se e somente se T é um polígono de três lados.
g) T é um triângulo se T é um polígono de três lados.
h) T é um polígono de três lados se T é um triângulo.
i) T é um triângulo se T é um polígono de três lados; e T é um triângulo somente se T é um polígono de três lados.
j) Se Ana é alta e magra, então ela é elegante.
k) Se Beto é rico, então ele não precisa de empréstimos.
l) Se Caio ama a natureza, então ele ama as plantas e os animais.
m) Se Denis jogar na loteria, então ele ficará rico ou desiludido.
n) Se faz frio ou chove, então Eva fica em casa e vê tevê.
o) Marcos lê o jornal mas sua mãe faz barulho enquanto ele não lê o jornal

ORDEM DE PRECEDÊNCIA

3) Para cada uma das fbf's abaixo, coloque os parênteses para torná-las mais legíveis, caso julgue necessário.

a) A→~B→B→~B	b) ~A∧Av~B∧~A	c) B∧~A∧~B	d) ~B↔A↔A
e) B→~A→A∧~Av~B	f) ~Bv~Bv~B→~B	g) B→Av~A↔B∧B	h) A↔B↔Av~B
i) ~A↔~A∧~B→A→~B			

TABELA VERDADE

4) Construa a tabela verdade das fbf's abaixo.

a) ~Cv~D∧~C	b) ~A∧C→D	c) Dv~A→D	d) ~A↔D
e) Dv~D	f) C∧~A∧DvC	g) ~C→CvBv~AvA	h) B∧~BvA↔~A
i) D→~A→~D	j) ~D↔~Cv~D	k) Av~B→~B	l) Dv~C→~D∧~C
m) A→~A	n) Av~Bv~A↔~B	o) ~C→~B→~Cv~B	p) ~C∧C→A
q) ~Cv~Av~C	r) ~D↔D→~D∧~A	s) ~C∧~C→~A↔A	t) ~B↔~D↔D

5) Construa a tabela verdade das fbf's abaixo e as classifique.
a) ~Cv~D∧~C b) ~A∧C↔D c) Dv~A→~D↔A d) D∧~A↔D
e) Dv~D f) C∧~A∧DvC g) ~C→CvBv~A→A h) B∧~BvA↔~A
i) D→~A→~D j) ~D↔~CvDv~D k) Av~B→~B l) C→C∧~D∧~C
m) A→~A n) A↔~BvB↔B o) ~C→~B→~Cv~B p) ~C∧C→A
q) ~Cv~Av~C r) ~D→~D∧~A s) ~C∧~C→~A↔A t) ~B↔~DvC↔D
u) A→~B→~B v) ~AvA∧~A w) B∧~Av~B x) ~B↔A
y) B→~Av~B z) ~Bv~~B→~B

FORMAS NORMAIS E EQUIVALÊNCIAS

6) Sobre a questão anterior, passe para a FNC e para a FND as fbf's das letras: a, b, d, i, k, u, v e x.

7) Passe as fórmulas abaixo para a FNC e para a FND. Nos casos em que haja no máximo três proposições atômicas distintas, utilize a tabela verdade para verificar se a fórmula original e as fórmulas na FNC e na FND são equivalentes. Por fim, classifique as fórmulas.
a) ~Cv~D∧~C b) ~A∧C↔D c) A→D→~D→A d) D∧~A↔D
e) ~C→Bv~Av~D f) A∧(DvC)v~B g) Av~B→~B h) ~C∧B∧~BvA↔C∧~A
i) D→~A→~D→~C j) ~(~D↔~C) k) (Av~Bv~CvG)∧S l) Dv~C→C∧A→~D∧~C
m) B∧C∧D∧~E∧~AvN n) B∧C∧D∧~E∧(~AvN)

8) Passe as fórmulas abaixo para a FNC e para a FND. Nos casos em que haja no máximo três proposições atômicas distintas, utilize a tabela verdade para verificar se a fórmula original e as fórmulas na FNC e na FND são equivalentes.
a)) ~C→~B→~Cv~B b) ~C∧C→A c) ~Cv~Av~C d) ~D→D∧~A→D∧~D∧~A
e) ~C∧~C→~A→A f) ~B↔~DvCvD→D g) A→~B→B→~B h) ~AvAv~B∧~A
i) B∧~Av~B j) ~B↔A↔A k) B→~A→A∧~Av~B l) ~Bv~B→~B

SEMÂNTICA

9) Construa o tableau semântico das fbf's abaixo e, se for o caso, indique se são tautologias ou contradições.
a) ~Cv~D∧~C b) ~A∧C↔D c) Dv~A→D↔~A→~D d) D∧~A→D
e) Dv~D f) C∧~A∧DvC g) ~C→CvBv~A→A h) B∧~(BvA↔~A)
i) D→~A→~D j) ~D→~CvDv~D k) Av~BvBvB→~B l) Dv~C→C∧~D∧~C
m) A→~A n) Av~Bv(~A→~B)vB→B o) ~C→~B→~Cv~B p) ~C∧C→A
q) ~Cv~Av~C r) ~D→D∧~A→D∧~D∧~A s) ~C∧~C→~A→A t) ~B↔~DvCvD→D
u) A→~B→B→~B v) ~AvAv~B∧~A w) B∧~Av~B x) ~B↔A↔A
y) B→~A→A∧~Av~B z) ~Bv~B→~B

10) Aplique a função de interpretação para analisar as seguntes fórmulas (para V e para F):
a) ~Cv~D∧~C b) ~A∧C↔D c) A→D→~D→A d) D∧~A↔D
e) ~C→Bv~Av~D f) A∧(DvC)v~B g) Av~B→~B

ARGUMENTOS

11) Formalize os seguintes argumentos
a) Se existissem ET's, eles já nos teriam enviado algum sinal.
Se nos tivessem enviado um sinal, teríamos feito contato.
Portanto, se existissem ET's, já teríamos feito contato com eles.
b) Se o time joga bem, ganha o campeonato.
Se o time não joga bem, o técnico é culpado.
Se o time ganha o campeonato, os torcedores ficam contentes.
Os torcedores não estão contentes. Logo, o técnico é culpado.

DEDUÇÃO NATURAL

12) Verifique se há como inferir conhecimento a partir das fbf's. Caso haja, indique qual regra de inferência usar e qual o conhecimento obtido.

a) P→Q,P
b) P→(Q→R),P
c) P∧Q
d) ~P→~~Q,~~~P
f) B→~A,A
g) ~C↔~C∧H
i) (~S∧T)→~P,P
j) A∧B→~B,A,B
k) ~~P
l) GvA,~A
m) ~Dv~(Q∧R),D
n) D→E,A→B
o) A∧E∧C
p) E→~A,~A→~E
q) C→D,~D
r) C→D,CvGvA,G→D,A→D
s) CvGvA,~G

13) Verifique por meio do tableau semântico se os argumentos abaixo são válidos.
a) {P∧Q∧R,P→R)} |- Q∧R
b) {P→(P→Q),P} |- Q
c) {AvB,B→C,~A∧D} |- C
d) {~P→~~Q,~~P} |- Q
e) {A∧B→~B,~B→C,~C} |- ~(A∧B)
f) {D→E,A→B,B→D,~E} |- ~A
g) {H∧~~E,E→~A,R} |- ~~AvR
h) {(A→G)→J∧A,A→G} |- J∧~A
i) {AvB} |- A→B
j) {A→C,C→A,(A↔C)→B} |- ~~BvA

15) Derive (prove) os argumentos da questão anterior que se mostraram válidos.

16) Verifique por meio do tableau semântico se os argumentos abaixo são válidos.
a) {P→Q,Q→R,R→S,S→T} |- P→T
b) {P→(Q→R),P→Q} |- P→R
c) {P∧Q,R} |- Q∧R
d) {AvB} |- ~A→B
e) {A→B→C→D,A,~~B} |- C→D
f) {Cv(B→A),A→R,(B→R)→S} |- (~C→S)
g) {I,(I∧C)→~S,~S→~A} |- C→~A
h) {A→C,C→A,(A↔~C)→B} |- A
i) {(P∧Q)→R} |- P→(Q→R)
j) {~AvB} |- A→B
k) {P→Q,Q→R} |- P→R
l) {~A→B,C→(DvE),D→~C,A→~E} |- C→B
m) {P→Q} |- P→(QvC)
n) {~AvB} |- ~(A∧~B)

17) Derive (prove) os argumentos da questão anterior que se mostraram válidos.

MÉTODO DE RESOLUÇÃO E RESOLUÇÃO POR FREFUTAÇÃO

18) Prove por resolução por refutação que 'Alice vai à igreja' a partir das seguintes premissas:
António não vai à igreja e Henrique não vai à igreja é falso.
Se Alice não vai à igreja, então Henrique não vai à igreja.
Se António vai à igreja, então Henrique vai à igreja.

19) Resolva por resolução ou resolução por refutação:
a) Sócrates está em tal situação que ele estaria disposto a visitar Platão, só se Platão estivesse disposto a visitá-lo; Platão está em tal situação que ele não estaria disposto a visitar Sócrates, se Sócrates estivesse disposto a visitá-lo; Platão está em tal situação que ele estaria disposto a visitar Sócrates, se Sócrates não estivesse disposto a visitá-lo.
Conclusão: Pergunta-se: Sócrates está disposto a visitar Platão ou não?
b) Se Anelise não for cantora ou Anamélia for pianista, então Anaís será professora. Se Ana for atleta, então Anamélia será pianista. Se Anelise for cantora, então Ana será atleta. Anamélia não será pianista.
Conclusão: é possível concluir que Anaís é professora?
c) Se não há sangue na cena do crime, o matador é um profissional. Ou houve poucos ruídos no momento do crime ou o matador não é um profissional. Não há sangue na cena do crime.
Conclusões: é possível concluir que o matador é profissional? é possível concluir que houve poucos ruídos?

LÓGICA DE PREDICADOS
FORMALIZAÇÃO

12) Formalize os enunciados abaixo.

Importante:
- use o menor número de predicados
- use-os de forma genérica
- não defina predicados que possam ser modelados em função da definição de outros
- caso seja necessário, defina funções

a) Todo número menor que 34 é maior que -4.
b) Carros amarelos são fabricados em Moscou.
c) Se dois números são iguais, a subtração entre entre eles não é diferente de 0.
d) Ana gosta de Miguel somente se Miguel gostar de sorvete.
e) Um número será real se ele for natural.
f) Somente as pessoas inteligentes gostam de sorvete.

DIAGRAMS DE VENN

20) Dadas as fórmulas abaixo, construa diagramas de conjuntos para cada uma.
a) $\exists x M(x)$ b) $\exists x M(x) \land \exists x N(x)$ c) $\forall x(\sim C(x) \land S(x))$
d) $\forall x(P(x) \lor \sim K(x))$ e) $\forall x(\sim M(x) \rightarrow G(x))$ f) $\forall x(M(x) \leftrightarrow N(x))$
g) $\forall x(Q(x) \land W(x) \land L(x))$

SEMÂNTICA

21) Interprete as fórmulas abaixo:
a) $\forall x(\sim C(x) \land S(x))$ b) $\forall x(P(x) \lor \sim K(x))$ c) $\sim \exists x(P(x) \land K(x) \rightarrow O(x))$
d) $\forall x(M(x)) \rightarrow \exists x(M(x))$ e) $\exists x(\sim P(x,a))$

22) Para $P(x,y)=x>y$; $O(x,y,z)=x>y\geq z$, interprete: $\sim \exists x(P(x,y) \rightarrow O(y,z,x))$

23) Para $c(x)=x\ 3$; $M(x,y)=x<y$, interprete:
a) $\forall x(M(c(x),x) \rightarrow M(x,0))$ b) $\forall x((M(x,c(x)) \rightarrow M(0,x))$
c) $\forall x(\sim M(x,c(x)) \land \sim M(c(x),x) \rightarrow \sim M(0,x) \land \sim M(x,0))$

DEDUÇÃO NATURAL

24) Prove
a) $\{\forall x A(x)\} \vdash A(zé)$
b) $\{\forall x A(x)\} \vdash A(zé) \land A(zefa)$
c) $\{\forall x A(x)\} \vdash A(zé) \lor B(zé)$
d) $\{\forall x A(x)\} \vdash \exists x A(x)$
e) $\{\forall x A(x) \rightarrow \forall x B(x), \forall x A(x)\} \vdash \forall x B(x)$
f) $\{\forall x(A(x) \rightarrow B(x)), A(zé)\} \vdash B(zé)$
g) $\{\forall x(A(x) \land B(x))\} \vdash A(juca) \land B(zé)$
h) $\{\forall x(X(x) \land Y(x)), D(tonho) \rightarrow \sim \exists x(Y(x))\} \vdash \sim D(tonho)$
i) $\{\forall x(F(x) \lor G(x))\} \vdash \exists x(F(x) \lor G(x))$
J) $\{\forall x(F(x) \rightarrow G(x) \lor H(x)), \forall x \sim G(x)\} \vdash \exists x(F(x) \rightarrow H(x))$

HERBRAND

25) Dada as fórmulas abaixo, (a) passe para a Forma Normal Prenex, (b) passe para a Forma Padrão de Skolem, (c) construa o conjunto de cláusulas, (d) construa o universo de Herbrand e (e) construa a base de Herbrand. Indique quando cada parte for feita.
a) $\forall x F(x)$ b) $\exists x F(x)$ c) $\exists x \forall y F(x,y)$ d) $\forall y \exists x F(x,y)$
e) $\forall x \forall y F(x,y)$ f) $\exists x \exists y(F(x,y) \land G(y,x))$ g) $\forall y \exists x \exists z F(x,y,z)$ h) $\exists x \forall y \exists z F(x,y,z)$
i) $\exists x \exists z \forall y(F(x,y) \land G(y,x))$ j) $\sim \forall y F(y)$ k) $\sim \exists y F(y)$ l) $\sim \exists x \exists y(F(x,y) \land G(y,x))$
m) $\sim \exists x \forall y(F(x,y) \lor G(y,x))$ n) $\exists x \forall y(P(x) \land H(x,y) \lor \sim P(y))$ o) $\forall x \exists y \exists z(P(y) \lor H(y,z) \rightarrow P(x))$ p) $\exists x \forall y \exists z(P(x,y) \lor H(y,z))$