Ministério da Educação
Secretaria de Educação Profissional e Tecnológica
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás
Departamento das Áreas Acadêmicas – Campus Anápolis
Professor: **Fabiana Pimenta de Souza**

EXERCÍCIOS SOBRE MATRIZES E DETERMINANTES

1) Dada a matriz $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 8 \\ 5 & -2 & 3 \\ 1 & 5 & 0 \end{bmatrix}$, calcule:

a) $a_{11} + a_{23} + a_{31}$ b) $a_{21}.a_{32}$ c) $a_{13} + a_{33}$

2) Construa as matrizes:

a) $A = (a_{ij})_{3\times 2}$, tal que $a_{ij} = i + j$;

b) $A = (a_{ij})_{2\times 3}$, tal que $a_{ij} = i^2 + 2$;

c) $A = (a_{ij})_{4\times 2}$, tal que $a_{ij} = (i + j)^2 - 10$;

d) $A = (a_{ij})_{3\times 3}$, tal que $a_{ij} = \begin{cases} i + j, i = j \\ 10, i \neq j \end{cases}$;

e) $A = (a_{ij})_{3\times 3}$, tal que $a_{ij} = \begin{cases} 0, i < j \\ 3i + 2j, i = j \\ i^2 - 2, i > j \end{cases}$.

3) Determine x e y, tal que:

a) $\begin{bmatrix} x^2 & y \\ 1 & x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} x+y & 2x \\ 1 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -2x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} x+y \\ 2x-3y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 0 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} x^2 & 5y \\ 2x & 6 \\ x & y-1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & x \\ y & 4 \\ 1 & 2y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 33 \\ -3 & 2 \\ 1 & -8 \end{bmatrix}$ **R.:** $x = 2$ e $y = 7$

4) Sabendo que $A=\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$ e $B=\begin{bmatrix} -5 \\ 4 \\ -1 \end{bmatrix}$, calcule X, de modo que $X-3A+B=0$.

R.: $X=\begin{bmatrix} 14 \\ -10 \\ 4 \end{bmatrix}$

5) Dados $A=\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & -1 \end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ e $C=\begin{bmatrix} 0 & -3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$, calcule a matriz X, de modo que:

a) $X-2A=B$ **R.:** $X=\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 14 & -1 \end{bmatrix}$

b) $2X-A=3B-C$ **R.:** $X=\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 8 & 2 \end{bmatrix}$

c) $2X-2B=X-C$ **R.:** $X=\begin{bmatrix} 6 & -1 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}$

d) $X+2C=B-\frac{1}{2}A$ **R.:** $X=\begin{bmatrix} 5/2 & 5/2 \\ -1/2 & 11/2 \end{bmatrix}$

6) Dados $A=\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ e $\mathrm{B}=\begin{bmatrix} 6 & -2 \\ 2 & -6 \end{bmatrix}$, resolva o sistema:

$$\begin{cases} X-2Y=3A-2B \\ 2X+Y=A+B \end{cases}$$

R.: $X=\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$ e $Y=\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 2 & -10 \end{bmatrix}$

7) Dado $A=\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$, calcule:

a) A^2 b) A^3

8) Determine X, tal que $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 0 \\ 5 & 0 & 1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 8 \end{bmatrix}$. **R.:** $X=\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix}$

9) Dados $A=\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ e $B=\begin{bmatrix} -8 \\ -4 \end{bmatrix}$, determine a matriz X, tal que $AX=B$.

10) Calcule, caso exista, A^{-1}:

a) $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ b) $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ c) $A=\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$

11) Dado $A=\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, determine A^{-1}. **R.:** $A^{-1}=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1/2 \\ 0 & 1/3 & 1/6 \\ 1/2 & 1/6 & -2/3 \end{pmatrix}$

12) Calcule *x* e *y*, sabendo que $\begin{pmatrix} 3 & x \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & y \end{pmatrix}$ são matrizes inversas.

R.: $x=1$ e $y=3$

13) Seja $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ e $B=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ x & y \end{pmatrix}$ duas matrizes. Se *B* é inversa de *A*, calcule $x+y$.

14) Calcule *x* e *y*, onde:

a) $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 9 \\ 3 \end{pmatrix}$ **R.:** $x = -7$ e $y = -5$

b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

15) Dadas as matrizes $A=\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 6 & -8 \end{bmatrix}$ e $C=\begin{bmatrix} -5 & 1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$, calcule:

a) $2C-3B$ b) $(A+B)C$

c) A^tB d) $(BC)^t$

e) B^2 f) *X*, de modo que $2X-A=3C$

g) *X*, de modo que $BX=I$ h) *X*, de modo que $AX=B$

16) Dadas as matrizes $A=\begin{bmatrix} x+y & 3 \\ 0 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ x-y & 4 \end{bmatrix}$ e $C=\begin{bmatrix} 10 & 14 \\ 6 & 8 \\ 14 & 20 \end{bmatrix}$, determine os valores de *x* e *y* para que $AB=C$.

17) Assinale V ou F. Justifique sua resposta.

( ) Duas matrizes nulas são sempre iguais.

( ) Existe elemento neutro na multiplicação de matrizes.

( ) Toda matriz possui inversa.

( ) Existe o produto $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$.

( ) A equação $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ não admite solução.

18) Seja $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$, determine $(A + A^{-1})^3$.

19) Determine os valores de *m*, para os quais a matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & m \\ m & 2 \end{pmatrix}$ não seja inversível. **R.:** $\pm\sqrt{2}$

20) Encontre os valores de *k*, para que a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ k & 1 & 3 \\ 1 & k & 3 \end{pmatrix}$ não seja inversível.

R.: *k* = 1 e *k* = -4

21) Mostre que $\begin{vmatrix} x & y-x \\ y & x-y \end{vmatrix} = x^2 - y^2 \pm\sqrt{2}$.

22) Resolva a seguinte equação

$$\begin{vmatrix} x & 0 \\ 0 & x \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & y \\ y & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & y+1 \\ y & x+1 \end{vmatrix}.$$

R.: *y* = *x*

23) Calcule $\begin{vmatrix} 2 & \log_5 5 & \log_5 5 \\ 5 & \log_5 125 & \log_5 25 \\ 8 & \log_3 27 & \log_3 243 \end{vmatrix}$. **R.:** 0

24) Resolva $\begin{vmatrix} x & -1 & 3 \\ -4 & x & 5 \\ 6 & -3 & 7 \end{vmatrix} = 0$. **R.:** *x* = 2 e *x* = -11/7

25) Calcule $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$. **R.:** 1

26) Dado $A = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 6 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 4 & 2 \\ 5 & 3 & 10 & 3 \end{vmatrix}$ e $B = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 & 2 \\ 0 & -1 & 4 & 1 \\ 0 & 2 & -3 & 1 \\ -1 & -3 & -4 & 1 \end{vmatrix}$. Calcule $A + 2B$. **R.:** -30

27) Calcule $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 & x \\ x & 1 & x & 0 \\ x & x & 1 & 0 \\ x & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$. **R.:** $(x^3 - 1)(x - 1)$

28) Determine o cofator do elemento a_{23} da matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

29) Calcule det$M$, onde:

a) $M = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ **R.:** 48

b) $M = \begin{pmatrix} 0 & a & b & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ a & a & 0 & b \\ 1 & b & a & 0 \end{pmatrix}$ **R.:** a^2+b^2

c) $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & a & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & b & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & c & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d \end{pmatrix}$

d) $M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -2 & 1 \\ 3 & 3 & 4 & 1 \\ 4 & 5 & 7 & 6 \end{pmatrix}$

30) Prove que:

a) $$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & r & r^2 & r^3 \\ 1 & r^2 & r^3 & r^4 \\ 1 & r^3 & r^4 & r^5 \end{vmatrix} = 0$$

b) $$\begin{vmatrix} a & a & a & a \\ a & b & b & b \\ a & b & c & c \\ a & b & c & d \end{vmatrix} = a(b-a)(c-b)(d-c)$$

31) Assinale V ou F.

( ) det $(A+B)$=det$A$+ det$B$.
( ) det A^t =det$A$.
( ) (det A).(detA^{-1})=1.
( ) det (A.B)=det$A$. det$B$.
( ) (det$A$).(detA^t)=(det$A$)^2.