



Water wave optimization: A new nature-inspired metaheuristic, Yu-Jun Zheng, College of Computer Science Technology, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, China

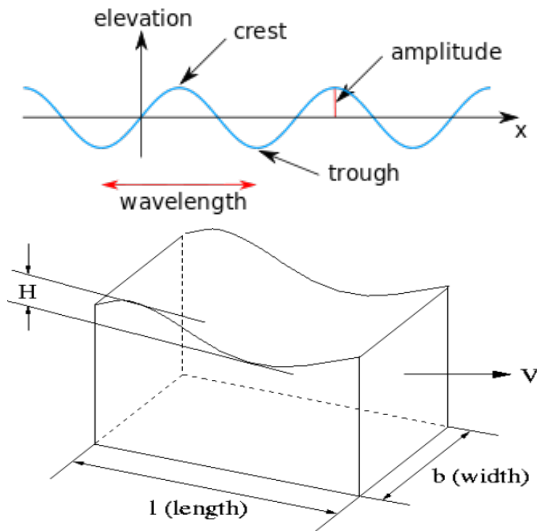
## Water wave optimization

Karolina Maczka

Wydział Matematyki i Nauk Informacyjnych  
Politechnika Warszawska

March, 2023

# Teoria fal wodnych - pierwszy Newton



$$x = A(e^{z_0/c} - e^{-z_0/c}) \sin \frac{x_0}{c} \quad (1)$$

$$z = A(e^{z_0/c} - e^{-z_0/c}) \cos \frac{x_0}{c} \quad (2)$$

- $x$  i  $z$  określają odpowiednio poziome i pionowe przemieszczenia poszczególnych cząstek o położeniu początkowym  $(x_0, z_0)$
- $A$  to funkcja czasu
- $c$  to pewna stała

$$z = h + (e^{\alpha z} - e^{-\alpha z}) \sin(\alpha(ct - x)) \quad (3)$$

- $\alpha = 2\pi/\lambda$ , gdzie  $\lambda$  to długość fali
- $c$  to predkość fali
- $h$  to głębokość

- pierwsza generacja - lata 60'
- druga generacja - lata 70'
- trzecia generacja - modele WAM (tylko podstawowe równanie transportu widmowego) i SWAN

## Równanie modelu SWAN

$$\frac{d}{dt} N(\sigma, \theta) + \nabla_{x,y} (c_{x,y} N(\sigma, \theta)) + \frac{d}{d\sigma} (c_{\sigma} N(\sigma, \theta)) + \frac{d}{d\theta} (c_{\theta} N(\sigma, \theta)) = \frac{S(\sigma, \theta)}{\sigma}$$

Od lewej jest to suma tempa zmian gęstości siły fali w czasie, zmiana gęstości mocy fali na jednostkę powierzchni w danym punkcie przestrzeni, zmiany częstotliwości fali w wyniku jej propagacji w ośrodku, propagacji w przestrzeni  $\theta$ . Gdzie  $c_{\sigma}$  i  $c_{\theta}$  to prędkości rozchodzenia się fal w odpowiednio  $\sigma$ -space i  $\theta$ -space.  $S(\sigma, \theta)$  - dodatkowa energia w układzie np. dodana przez wiatr, interakcje fal, stłumiona przez tarcie pomiędzy wodą i dnem

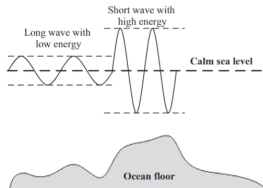
Bez utraty ogólności, załóżmy, że mamy problem maksymalizacji funkcji celu  $f$ . W WWO, przestrzeń rozwiązań  $X$  jest analogiczna do obszaru dna morskiego, a fitness punktu  $x$  należącego do  $X$  jest odwrotnie proporcjonalny do jego głębokości wody: im krótsza odległość do poziomu wody, tym wyższy fitness  $f(x)$ . Analogicznie trójwymiarowa przestrzeń dna morskiego uogólniamy do przestrzeni  $n$ -wymiarowej.

Populacja rozwiązań to fala posiadająca wysokość (lub amplitude), długość.

Podczas procesu rozwiązywania problemu rozważamy: rozchodzenie się (propagację), refrakcję i załamanie fal.

Dla każdej nowej generacji:

$$x'(d) = x(d) + \text{rand}(-1, 1) \cdot \lambda L(d)$$



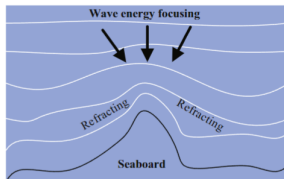
Długość fali aktualizuje się w następujący sposób:

$$\lambda = \lambda \cdot \alpha^{-(f(x) - f_{min} + c) / (f_{max} - f_{min} + c)}$$



## Pozycja po refrakcji

$$x'(d) = N\left(\frac{x^*(d)+x(d)}{2}, \frac{|x^*(d)-x(d)|}{2}\right)$$



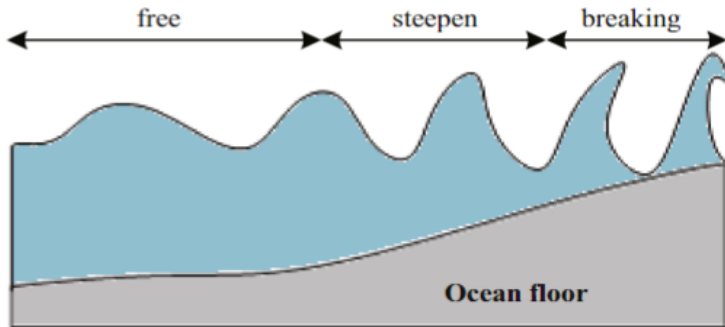
Długość fali aktualizuje się w następujący sposób:

$$\lambda' = \lambda \frac{f(x)}{f(x')}$$

# Załamanie się fali

Pozycja po załamaniu

$$x'(d) = x(d) + N(0, 1) \cdot \beta L(d)$$



**Algorithm 1.** The WWO algorithm.

```
1  Randomly initialize a population  $P$  of  $n$  waves (solutions);
2  while stop criterion is not satisfied do
3    for each  $\mathbf{x} \in P$  do
4      Propagate  $\mathbf{x}$  to a new  $\mathbf{x}'$  based on Eq. (6);
5      if  $f(\mathbf{x}') > f(\mathbf{x})$  then
6        if  $f(\mathbf{x}') > f(\mathbf{x}^*)$  then
7          Break  $\mathbf{x}'$  based on Eq. (10);
8          Update  $\mathbf{x}^*$  with  $\mathbf{x}'$ ;
9          Replace  $\mathbf{x}$  with  $\mathbf{x}'$ ;
10     else
11       Decrease  $\mathbf{x}.h$  by one;
12       if  $\mathbf{x}.h = 0$  then
13         Refract  $\mathbf{x}$  to a new  $\mathbf{x}'$  based on Eq. (8) and (9);
14     Update the wavelengths based on Eq. (7);
15 return  $\mathbf{x}^*$ .
```

[1]

- dobrze sobie radzi z małą populacją (5-10 fal)
- im większa jest wysokość fali tym dłuższy jest średni czas życia fali
- mała wysokość powoduje, że fale będą często zastępowane - zwiększy się różnorodność rozwiązań
- duże  $\alpha$  powoduje, że algorytm bada duży obszar, a im jest mniejsze, tym dokładniej bada określony teren

# Funkcje unimodalne

Comparative results on unimodal benchmark functions.

		IWO	BBO	GSA	HuS	BA	WWO
$f_1$	max	2.77E+06	8.09E+07	5.31E+07	1.26E+07	5.51E+08	1.17E+06
	min	3.44E+05	5.75E+06	4.56E+06	1.61E+06	1.18E+08	<b>1.44E+05</b>
	median	<sup>2</sup> 1.42E+06	<sup>5</sup> 2.14E+07	<sup>4</sup> 8.37E+06	<sup>3</sup> 5.10E+06	<sup>6</sup> 3.10E+08	<sup>1</sup> <b>6.26E+05</b>
	std	5.72E+05	1.67E+07	1.32E+07	2.62E+06	1.05E+08	2.45E+05
$f_2$	max	4.06E+04	8.04E+06	1.61E+04	2.41E+04	6.35E+09	1.48E+03
	min	6.09E+03	1.15E+06	3.47E+03	3.09E+02	1.13E+09	<b>2.00E+02</b>
	median	<sup>4</sup> 1.52E+04	<sup>5</sup> 3.95E+06	<sup>2</sup> 8.38E+03	<sup>3</sup> 9.09E+03	<sup>6</sup> 2.49E+09	<sup>1</sup> <b>2.68E+02</b>
	std	8.67E+03	1.55E+06	2.90E+03	6.01E+03	7.55E+08	2.02E+02
$f_3$	max	1.50E+04	5.07E+04	7.58E+04	3.36E+03	1.11E+05	1.32E+03
	min	3.50E+03	5.92E+02	2.04E+04	<b>3.00E+02</b>	3.44E+04	3.15E+02
	median	<sup>7</sup> 2.29E+03	<sup>4</sup> 7.65E+03	<sup>5</sup> 4.51E+04	<sup>1</sup> <b>3.02E+02</b>	<sup>6</sup> 7.19E+04	<sup>2</sup> 4.87E+02
	std	2.69E+03	1.28E+04	1.04E+04	5.41E+02	1.75E+04	1.85E+02

[1]

# Funkcje multimodalne cz.1

Comparative results on multimodal benchmark functions.

		IWO	BBO	GSA	HuS	BA	WWO
$f_4$	max	5.45E+02	6.54E+02	8.49E+02	5.64E+02	1.26E+04	5.42E+02
	min	4.02E+02	4.23E+02	5.73E+02	4.04E+02	2.01E+03	<b>4.00E+02</b>
	median	<sup>3</sup> 5.11E+02	<sup>4</sup> 5.42E+02	<sup>3</sup> 6.82E+02	<sup>2</sup> 5.03E+02	<sup>6</sup> 3.05E+03	<sup>1</sup> 4.02E+02
	std	2.88E+01	3.84E+01	5.15E+01	3.66E+01	1.97E+03	3.64E+01
$f_5$	max	5.20E+02	5.20E+02	5.20E+02	5.21E+02	5.21E+02	5.20E+02
	min	5.20E+02	5.20E+02	<b>5.20E+02</b>	5.21E+02	5.21E+02	5.20E+02
	median	<sup>3</sup> 5.20E+02	<sup>4</sup> 5.20E+02	<sup>1</sup> 5.20E+02	<sup>5</sup> 5.21E+02	<sup>6</sup> 5.21E+02	<sup>2</sup> 5.20E+02
	std	3.77E-03	4.22E-02	6.47E-04	7.83E-02	4.81E-02	6.98E-04
$f_6$	max	6.05E+02	6.18E+02	6.24E+02	6.29E+02	6.39E+02	6.13E+02
	min	<b>6.00E+02</b>	6.08E+02	6.17E+02	6.19E+02	6.32E+02	6.01E+02
	median	<sup>1</sup> 6.02E+02	<sup>3</sup> 6.14E+02	<sup>4</sup> 6.20E+02	<sup>5</sup> 6.23E+02	<sup>6</sup> 6.37E+02	<sup>2</sup> 6.06E+02
	std	1.12E+00	2.35E+00	1.83E+00	2.18E+00	1.56E+00	2.62E+00
$f_7$	max	7.00E+02	7.01E+02	7.00E+02	7.00E+02	9.63E+02	7.00E+02
	min	7.00E+02	7.01E+02	<b>7.00E+02</b>	<b>7.00E+02</b>	8.19E+02	<b>7.00E+02</b>
	median	<sup>4</sup> 7.00E+02	<sup>5</sup> 7.01E+02	<sup>1</sup> 7.00E+02	<sup>3</sup> 7.00E+02	<sup>6</sup> 9.12E+02	<sup>2</sup> 7.00E+02
	std	1.21E-02	2.64E-02	9.55E-04	5.56E-02	3.23E-01	6.26E-03
$f_8$	max	8.75E-02	9.39E+02	8.01E+02	9.75E+02	1.12E+03	8.15E+02
	min	8.27E+02	8.39E+02	8.00E+02	9.10E+02	9.76E+02	<b>8.00E+02</b>
	median	<sup>3</sup> 8.43E+02	<sup>4</sup> 8.79E+02	<sup>2</sup> 8.00E+02	<sup>5</sup> 9.40E+02	<sup>6</sup> 1.07E+03	<sup>1</sup> 8.00E+02
	std	1.01E+01	2.07E+01	2.06E-01	1.27E+01	2.56E+01	2.34E+00
$f_9$	max	9.78E+02	9.84E+02	1.10E+03	1.09E+03	1.34E+03	9.84E+02
	min	<b>9.30E+02</b>	9.35E+02	1.02E+03	9.59E+02	1.15E+03	9.35E+02
	median	<sup>1</sup> 9.46E+02	<sup>2</sup> 9.49E+02	<sup>5</sup> 1.06E+03	<sup>4</sup> 1.01E+03	<sup>6</sup> 1.25E+03	<sup>3</sup> 9.61E+02
	std	1.14E+01	1.14E+01	1.74E+01	2.60E+01	4.41E+01	1.11E+01
$f_{10}$	max	3.57E+03	1.00E+03	5.25E+03	3.21E+03	7.45E+03	2.71E+03
	min	1.59E+03	<b>1.00E+03</b>	3.45E+03	1.36E+03	5.26E+03	1.02E+03
	median	<sup>4</sup> 2.58E+03	<sup>1</sup> 1.00E+03	<sup>5</sup> 4.37E+03	<sup>3</sup> 2.17E+03	<sup>6</sup> 6.47E+03	<sup>2</sup> 1.49E+03
	std	3.80E+02	6.80E-01	3.61E+02	4.33E+02	5.19E+02	3.62E+02

# Funkcje multimodalne cz.2

$f_{11}$	max	3.80E+03	4.51E+03	6.35E+03	4.23E+03	8.75E+03	3.89E+03
	min	<b>1.48E+03</b>	2.12E+03	3.70E+03	2.20E+03	7.20E+03	2.49E+03
	median	<sup>1</sup> <b>2.92E+03</b>	<sup>3</sup> 3.32E+03	<sup>5</sup> 4.99E+03	<sup>2</sup> 3.24E+03	<sup>6</sup> 8.24E+03	<sup>4</sup> 3.38E+03
	std	4.48E+02	5.12E+02	5.67E+02	4.66E+02	3.62E+02	2.89E+02
$f_{12}$	max	1.20E+03	1.20E+03	1.20E+03	1.20E+03	1.20E+03	1.20E+03
	min	<b>1.20E+03</b>	<b>1.20E+03</b>	<b>1.20E+03</b>	<b>1.20E+03</b>	<b>1.20E+03</b>	<b>1.20E+03</b>
	median	<sup>1</sup> <b>1.20E+03</b>	<sup>1</sup> <b>1.20E+03</b>	<sup>1</sup> <b>1.20E+03</b>	<sup>1</sup> <b>1.20E+03</b>	<sup>1</sup> <b>1.20E+03</b>	<sup>1</sup> <b>1.20E+03</b>
	std	1.48E-02	5.62E-02	1.00E-03	7.77E-02	3.34E-01	5.61E-02
$f_{13}$	max	1.30E+03	1.30E+03	1.30E+03	1.30E+03	1.30E+03	1.30E+03
	min	1.30E+03	1.30E+03	1.30E+03	1.30E+03	1.30E+03	<b>1.30E+03</b>
	median	<sup>2</sup> 1.30E+03	<sup>5</sup> 1.30E+03	<sup>3</sup> 1.30E+03	<sup>4</sup> 1.30E+03	<sup>6</sup> 1.30E+03	<sup>1</sup> <b>1.30E+03</b>
	std	6.50E-02	1.06E-01	6.65E-02	6.50E-02	5.48E-01	6.41E-02
$f_{14}$	max	1.40E+03	1.40E+03	1.40E+03	1.40E+03	1.50E+03	1.40E+03
	min	1.40E+03	1.40E+03	1.40E+03	1.40E+03	1.44E+03	<b>1.40E+03</b>
	median	<sup>2</sup> 1.40E+03	<sup>5</sup> 1.40E+03	<sup>4</sup> 1.40E+03	<sup>3</sup> 1.40E+03	<sup>6</sup> 1.47E+03	<sup>1</sup> <b>1.40E+03</b>
	std	1.19E-01	1.99E-01	4.23E-02	4.74E-02	1.39E-01	4.41E-02
$f_{15}$	max	1.51E+03	1.53E+03	1.51E+03	1.52E+03	5.92E+05	1.50E+03
	min	<b>1.50E+03</b>	1.51E+03	1.50E+03	1.51E+03	1.59E+04	1.50E+03
	median	<sup>3</sup> 1.50E+03	<sup>4</sup> 1.51E+03	<sup>2</sup> 1.50E+03	<sup>5</sup> 1.52E+03	<sup>6</sup> 1.55E+05	<sup>1</sup> <b>1.50E+03</b>
	std	8.48E-01	4.30E+00	7.30E-01	3.27E+00	1.40E+05	7.75E-01
$f_{16}$	max	1.61E+03	1.61E+03	1.61E+03	1.61E+03	1.61E+03	1.61E+03
	min	1.61E+03	<b>1.61E+03</b>	1.61E+03	1.61E+03	1.61E+03	1.61E+03
	median	<sup>3</sup> 1.61E+03	<sup>1</sup> <b>1.61E+03</b>	<sup>6</sup> 1.61E+03	<sup>4</sup> 1.61E+03	<sup>5</sup> 1.61E+03	<sup>2</sup> 1.61E+03
	std	6.14E-01	5.92E-01	3.43E-01	7.25E-01	1.90E-01	4.67E-01

On  $f_{13}$ - $f_{16}$ , the values in bold are better than those seemingly same values not in bold, because the digits after the second decimal place are omitted.

# Funkcje hybrydowe

Comparative results on hybrid benchmark functions.

		IWO	BBO	GSA	HuS	BA	WWO
$f_{17}$	max	3.50E+05	2.31E+07	1.14E+06	1.10E+06	9.90E+06	6.16E+04
	min	<b>5.37E+03</b>	1.26E+06	1.85E+05	1.43E+04	1.45E+06	6.71E+03
	median	<sup>2</sup> 6.75E+04	<sup>5</sup> 3.13E+06	<sup>4</sup> 5.63E+05	<sup>3</sup> 1.51E+05	<sup>6</sup> 4.24E+06	<sup>1</sup> <b>2.61E+04</b>
	std	6.85E+04	4.19E+06	2.20E+05	1.61E+05	1.79E+06	1.24E+04
$f_{18}$	max	1.80E+04	1.03E+05	4.20E+03	1.09E+04	3.64E+08	2.73E+03
	min	2.26E+03	6.74E+03	2.02E+03	2.02E+03	1.33E+07	<b>1.85E+03</b>
	median	<sup>4</sup> 4.35E+03	<sup>5</sup> 2.28E+04	<sup>2</sup> 1.13E+03	<sup>3</sup> 2.73E+03	<sup>6</sup> 8.54E+07	<sup>1</sup> <b>2.01E+03</b>
	std	3.69E+03	1.97E+04	3.78E+02	2.25E+03	1.00E+08	1.25E+02
$f_{19}$	max	1.91E+03	1.98E+03	2.00E+03	2.04E+03	2.06E+06	1.91E+03
	min	1.90E+03	1.91E+03	1.91E+03	1.91E+03	1.95E+03	<b>1.90E+03</b>
	median	<sup>2</sup> 1.91E+03	<sup>3</sup> 1.91E+03	<sup>5</sup> 2.00E+03	<sup>4</sup> 1.92E+03	<sup>6</sup> 2.01E+03	<sup>1</sup> <b>1.91E+03</b>
	std	1.65E+00	2.77E+01	3.43E+01	3.31E+01	2.03E+01	1.38E+00
$f_{20}$	max	5.34E+03	8.62E+04	6.82E+04	6.03E+04	4.44E+04	1.58E+04
	min	2.30E+03	8.64E+03	2.32E+03	2.22E+04	5.40E+03	<b>2.14E+03</b>
	median	<b>1.74E+03</b>	<sup>2</sup> 2.72E+04	<sup>4</sup> 1.77E+04	<sup>6</sup> 3.68E+04	<sup>3</sup> 1.63E+04	<sup>2</sup> 4.25E+03
	std	7.00E+02	1.76E+04	1.39E+04	8.49E+03	1.03E+04	3.18E+03
$f_{21}$	max	9.03E+04	1.67E+06	3.09E+05	1.66E+05	3.34E+06	1.76E+05
	min	6.74E+03	6.70E+04	5.87E+04	1.07E+04	1.43E+05	<b>3.70E+03</b>
	median	<sup>2</sup> 3.35E+04	<sup>5</sup> 4.22E+05	<sup>4</sup> 1.71E+05	<sup>3</sup> 4.70E+04	<sup>6</sup> 9.17E+05	<sup>1</sup> <b>2.92E+04</b>
	std	2.30E+04	3.35E+05	6.53E+04	4.24E+04	7.51E+05	3.50E+04
$f_{22}$	max	2.52E+03	3.28E+03	3.63E+03	3.67E+03	3.56E+03	2.85E+03
	min	2.23E+03	2.25E+03	2.63E+03	2.37E+03	2.72E+03	<b>2.22E+03</b>
	median	<b>1.23E+03</b>	<sup>3</sup> 2.71E+03	<sup>6</sup> 3.15E+03	<sup>4</sup> 3.08E+03	<sup>5</sup> 3.14E+03	<sup>2</sup> 2.48E+03
	std	7.34E+01	2.34E+02	2.50E+02	2.67E+02	2.05E+02	1.43E+02

On  $f_{19}$ , the values in bold are better than those seemingly same values not in bold, because the digits after the second decimal place are omitted.

[1]




# Funkcje złożone

Comparative results on composition benchmark functions.

		IWO	BBO	GSA	HuS	BA	WWO
$f_{23}$	max	2.62E+03	2.62E+03	2.65E+03	2.62E+03	2.88E+03	2.62E+03
	min	2.62E+03	2.62E+03	2.50E+03	2.62E+03	<b>2.51E+03</b>	2.62E+03
	median	<sup>4</sup> 2.62E+03	<sup>6</sup> 2.62E+03	<sup>2</sup> 2.56E+03	<sup>5</sup> 2.62E+03	<b><sup>2</sup>2.51E+03</b>	<sup>3</sup> 2.62E+03
	std	7.95E-02	1.32E+00	6.45E+01	8.45E-01	1.28E+02	1.45E-01
$f_{24}$	max	2.63E+03	2.65E+03	2.60E+03	2.71E+03	2.60E+03	2.63E+03
	min	2.60E+03	2.63E+03	<b>2.60E+03</b>	2.63E+03	2.60E+03	2.62E+03
	median	<sup>3</sup> 2.62E+03	<sup>5</sup> 2.63E+03	<b><sup>1</sup>2.60E+03</b>	<sup>6</sup> 2.66E+03	<sup>2</sup> 2.60E+03	<sup>4</sup> 2.63E+03
	std	1.08E+01	5.97E+00	1.71E-02	1.25E+01	1.20E+00	6.89E+00
$f_{25}$	max	2.71E+03	2.72E+03	2.71E+03	2.75E+03	2.76E+03	2.72E+03
	min	2.70E+03	2.71E+03	<b>2.70E+03</b>	2.71E+03	2.70E+03	2.70E+03
	median	<sup>3</sup> 2.70E+03	<sup>5</sup> 2.71E+03	<b><sup>1</sup>2.70E+03</b>	<sup>6</sup> 2.72E+03	<sup>2</sup> 2.70E+03	<sup>4</sup> 2.71E+03
	std	8.08E-01	3.01E+00	1.32E+00	6.27E+00	1.50E+01	2.00E+00
$f_{26}$	max	2.70E+03	2.80E+03	2.80E+03	2.80E+03	2.70E+03	2.70E+03
	min	2.70E+03	2.70E+03	2.80E+03	2.70E+03	2.70E+03	<b>2.70E+03</b>
	median	<sup>2</sup> 2.70E+03	<sup>3</sup> 2.70E+03	<sup>5</sup> 2.80E+03	<sup>6</sup> 2.80E+03	<sup>4</sup> 2.70E+03	<b><sup>1</sup>2.70E+03</b>
	std	5.43E-02	2.20E+01	5.43E-03	3.53E+01	5.37E-01	6.50E-02
$f_{27}$	max	3.10E+03	3.51E+03	4.43E+03	6.47E+03	3.53E+03	3.50E+03
	min	<b>3.01E+03</b>	3.24E+03	3.10E+03	3.57E+03	3.21E+03	3.10E+03
	median	<sup>2</sup> 3.10E+03	<sup>4</sup> 3.40E+03	<sup>5</sup> 3.82E+03	<sup>6</sup> 4.84E+03	<sup>3</sup> 3.31E+03	<b><sup>1</sup>3.10E+03</b>
	std	3.38E+01	6.35E+01	3.51E+02	6.83E+02	6.46E+01	5.90E+01
$f_{28}$	max	3.85E+03	4.27E+03	6.92E+03	6.65E+03	6.10E+03	5.39E+03
	min	3.56E+03	3.61E+03	3.76E+03	4.70E+03	<b>3.01E+03</b>	3.10E+03
	median	<b><sup>1</sup>3.69E+03</b>	<sup>3</sup> 3.79E+03	<sup>6</sup> 5.43E+03	<sup>5</sup> 5.36E+03	<sup>4</sup> 4.52E+03	<sup>2</sup> 3.78E+03
	std	4.12E+01	9.33E+01	7.15E+02	4.61E+02	5.93E+02	3.61E+02
$f_{29}$	max	2.79E+04	8.64E+06	2.93E+06	4.11E+07	1.36E+07	5.06E+03
	min	5.37E+03	4.26E+03	<b>3.10E+03</b>	4.81E+03	6.16E+05	3.56E+03
	median	<sup>5</sup> 1.58E+04	<sup>3</sup> 5.26E+03	<b><sup>1</sup>3.10E+03</b>	<sup>4</sup> 1.54E+04	<sup>6</sup> 4.21E+06	<sup>2</sup> 4.02E+03
	std	5.14E+03	1.11E+06	3.78E+05	7.70E+06	2.83E+06	3.60E+02
$f_{30}$	max	1.69E+04	3.75E+04	1.14E+05	3.74E+04	5.08E+05	7.66E+03
	min	6.05E+03	7.78E+03	1.22E+04	8.27E+03	6.26E+04	<b>4.25E+03</b>
	median	<sup>2</sup> 8.85E+03	<sup>5</sup> 1.56E+04	<sup>3</sup> 1.46E+04	<sup>1</sup> 1.51E+04	<sup>6</sup> 1.77E+05	<b><sup>4</sup>5.65E+03</b>
	std	2.08E+03	6.08E+03	1.84E+04	6.58E+03	9.11E+04	7.38E+02

On  $f_{24}$ - $f_{27}$ , the values in bold are better than those seemingly same values not in bold, because the digits after the second decimal place are omitted.

-  Yu-Jun Zheng.  
Water wave optimization: A new nature-inspired metaheuristics.