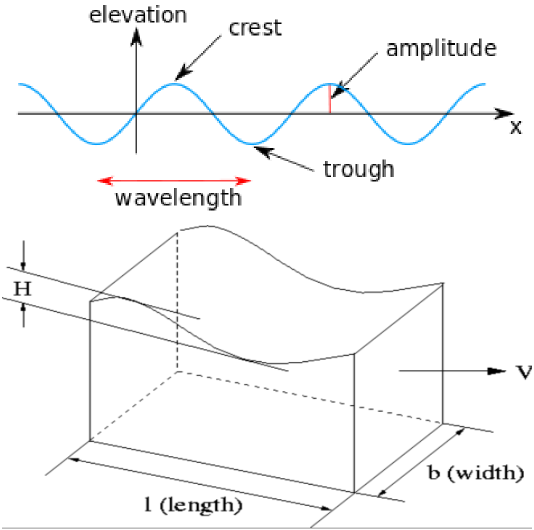
Water wave optimization

Karolina Maczka

Wydzial Matematyki i Nauk Informacyjnych
Politechnika Warszawska

March, 2023

Teoria fal wodnych - pierwszy Newton



Laplace

$$x = A(e^{z_0/c} - e^{-z_0/c}) sin \frac{x_0}{c} \tag{1}$$

$$z = A(e^{z_0/c} - e^{-z_0/c}) cos \frac{x_0}{c} \tag{2}$$

- x i z okreslaja odpowiednio poziome i pionowe przeuniecia poszcZególnych czastek o położeniu poczatkowym (x_0, z_0)
- A to funkcja czasu
- c to pewna stała

Kelland

$$z = h + (e^{\alpha z} - e^{-\alpha z}) sin(\alpha(ct - x)) \tag{3}$$

- $\alpha = 2\pi/\lambda$, gdzie λ to długość fali
- c to predkość fali
- h to głebokość

Modele

- pierwsza genracja - lata 60'
- druga generacja - lata 70'
- trzecia generacja - modele WAM (tylko podstawowe rónanie transportu widmowego)i SWAN

SWAN - dyskretny spektralny model

Równanie modelu SWAN

$$\frac{d}{dt}N(\sigma,\theta) + \nabla_{x,y}(c_{x,y}N(\sigma,\theta)) + \frac{d}{d\sigma}(c_\sigma N(\sigma,\theta)) + \frac{d}{d\sigma}(c_\theta N(\sigma,\theta)) = \frac{S(\sigma,\theta)}{\sigma}$$

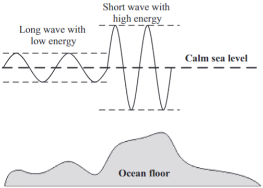
Od lewej jest to suma tempa zmian gestości siły fali w czasie, zmiana gestości mocy fali na jednostke powierzchni w danym punkcie przestrzeni, zmiany czestotliwości fali w wyniku jej propagacji w ośrodku, propagacji w przestrzeni θ. Gdzie c_σ i c_θ to predkości rozchodzenia sie fal w odpoweidnio σ-space i θ-space. $S(\sigma,\theta)$ - dodatkowa energia w układzie np. dodana przez wiatr, interakcje fal, stłumiona przez tarcie pomiedzy woda i dnem

Bez utraty ogólności, załóżmy, że mamy problem maksymalizacji funkcji celu f. W WWO, przestrzeń rozwiazań X jest analogiczna do obszaru dna morskiego, a fitness punktu x należacego do X jest odwrotnie proporcjonalny do jego głebokości wody: im krótsza odległość do poziomu wody, tym wyższy fitness f(x). Analogicznie trójwymiarowa przestrzeń dna morskiego uogólniamydo przestrzeni n-wymiarowej.
Populacja rozwiazań to fala posiadajaca wysokość (lub amplitude), długość.
Podczas procesu rozwiazywania problemu rozważamy: rozchodzenie sie (propagacje), refrakcje i załamanie fal.

Propagacja

Dla każdej nowej generacji:

$$x'(d) = x(d) + rand(-1,1) * \lambda L(d)$$



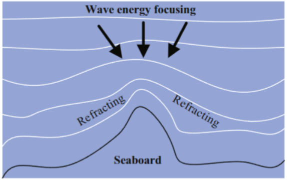
Długośc fali aktualizuje sie w nastepujacy sposób:

$$\lambda = \lambda \cdot \alpha^{-(f(x)-f_{min}+c)/(f_{max}-f_{min}+c)}$$

Refrakcja

Pozycja po refrakcji

$$x'(d) = N\left(\frac{x^*(d)+x(d)}{2}\right), \frac{|x^*(d)-x(d)|}{2})$$



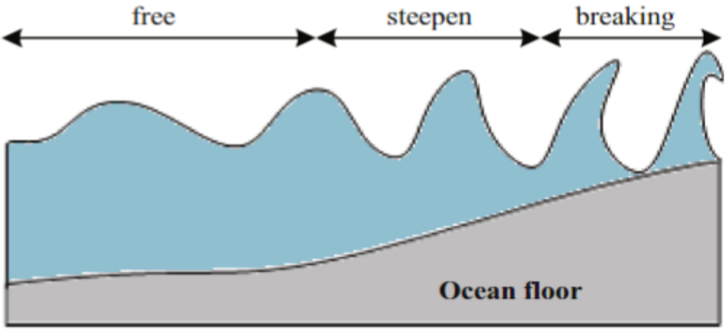
Długośc fali aktualizuje sie w nastepujacy sposób:

$$\lambda' = \lambda \frac{f(x)}{f(x')}$$

Załamanie sie fali

Pozycja po refrakcji

$$x'(d) = x(d) + N(0,1) \cdot \beta L(d)$$



Algorytm

Algorithm 1. The WWO algorithm.

Randomly initialize a population P of n waves (solutions);
while stop criterion is not satisfied **do**
  for each $\mathbf{x} \in P$ **do**
    Propagate $\mathbf{x}$ to a new $\mathbf{x}'$ based on Eq. (6);
    if $f(\mathbf{x}') > f(\mathbf{x})$ **then**
      if $f(\mathbf{x}') > f(\mathbf{x}^*)$ **then**
        Break $\mathbf{x}'$ based on Eq. (10);
        Update $\mathbf{x}^*$ with $\mathbf{x}'$;
      Replace $\mathbf{x}$ with $\mathbf{x}'$;
    else
      Decrease $\mathbf{x}.h$ by one;
      if $\mathbf{x}.h = 0$ **then**
        Refract $\mathbf{x}$ to a new $\mathbf{x}'$ based on Eq. (8) and (9);
  Update the wavelengths based on Eq. (7);
return $\mathbf{x}^*$.

Modele

- dobrze sobie radzi z mała populacja (5-10 fal)
- im wieksza jest wysokość fali tym dłuższy jest średni czas życia fali
- mała wysokość powoduje, że fale beda czesto zatepowane -¿ zwiakszy sie różnorodność rozwiazań
- duże α powoduje, że algorytm bada duży obszar, a im jest mniejsze, tym dokładniej bada określony teren

Funkcje unimodalne

Comparative results on unimodal benchmark functions.

		IWO	BBO	GSA	HuS	BA	WWO
f_1	max	2.77E+06	8.09E+07	5.31E+07	1.26E+07	5.51E+08	1.17E+06
	min	3.44E+05	5.75E+06	4.56E+06	1.61E+06	1.18E+08	**1.44E+05**
	median	[2]1.42E+06	[5]2.14E+07	[4]8.37E+06	[3]5.10E+06	[6]3.10E+08	[1]**6.26E+05**
	std	5.72E+05	1.67E+07	1.32E+07	2.62E+06	1.05E+08	2.45E+05
f_2	max	4.06E+04	8.04E+06	1.61E+04	2.41E+04	6.35E+09	1.48E+03
	min	6.09E+03	1.15E+06	3.47E+03	3.09E+02	1.13E+09	**2.00E+02**
	median	[4]1.52E+04	[5]3.95E+06	[2]8.38E+03	[3]9.09E+03	[6]2.49E+09	[1]**2.68E+02**
	std	8.67E+03	1.55E+06	2.90E+03	6.01E+03	7.55E+08	2.02E+02
f_3	max	1.50E+04	5.07E+04	7.58E+04	3.36E+03	1.11E+05	1.32E+03
	min	3.50E+03	5.92E+02	2.04E+04	**3.00E+02**	3.44E+04	3.15E+02
	median	[3]7.29E+03	[4]7.65E+03	[5]4.51E+04	[1]**3.02E+02**	[6]7.19E+04	[2]4.87E+02
	std	2.69E+03	1.28E+04	1.04E+04	5.41E+02	1.75E+04	1.85E+02

Funkcje multimodalne

Comparative results on multimodal benchmark functions.

		IWO	BBO	GSA	HuS	BA	WWO
f_4	max	5.45E+02	6.54E+02	8.49E+02	5.64E+02	1.26E+04	5.42E+02
	min	4.02E+02	4.23E+02	5.73E+02	4.04E+02	2.01E+03	**4.00E+02**
	median	^{3}5.11E+02	^{4}5.42E+02	^{5}6.82E+02	^{2}5.03E+02	^{6}3.05E+03	^{1}**4.02E+02**
	std	2.88E+01	3.84E+01	5.15E+01	3.66E+01	1.97E+03	3.64E+01
f_5	max	5.20E+02	5.20E+02	5.20E+02	5.21E+02	5.21E+02	5.20E+02
	min	5.20E+02	5.20E+02	**5.20E+02**	5.21E+02	5.21E+02	5.20E+02
	median	^{3}5.20E+02	^{4}5.20E+02	^{1}**5.20E+02**	^{5}5.21E+02	^{6}5.21E+02	^{2}5.20E+02
	std	3.77E−03	4.22E−02	6.47E−04	7.83E−02	4.81E−02	6.98E−04
f_6	max	6.05E+02	6.18E+02	6.24E+02	6.29E+02	6.39E+02	6.13E+02
	min	**6.00E+02**	6.08E+02	6.17E+02	6.19E+02	6.32E+02	6.01E+02
	median	^{1}**6.02E+02**	^{3}6.14E+02	^{4}6.20E+02	^{5}6.23E+02	^{6}6.37E+02	^{2}6.06E+02
	std	1.12E+00	2.35E+00	1.83E+00	2.18E+00	1.56E+00	2.62E+00
f_7	max	7.00E+02	7.01E+02	7.00E+02	7.00E+02	9.63E+02	7.00E+02
	min	7.00E+02	7.01E+02	**7.00E+02**	**7.00E+02**	8.19E+02	**7.00E+02**
	median	^{4}7.00E+02	^{5}7.01E+02	^{1}**7.00E+02**	^{3}7.00E+02	^{6}9.12E+02	^{1}**7.00E+02**
	std	1.21E−02	2.64E−02	9.55E−04	5.56E−02	3.23E−01	6.26E−03
f_8	max	8.75E−02	9.39E+02	8.01E+02	9.75E+02	1.12E+03	8.15E+02
	min	8.27E+02	8.39E+02	8.00E+02	9.10E+02	9.76E+02	**8.00E+02**
	median	^{3}8.43E+02	^{4}8.79E+02	^{2}8.00E+02	^{5}9.40E+02	^{6}1.07E+03	^{1}**8.00E+02**
	std	1.01E+01	2.07E+01	2.06E−01	1.27E+01	2.56E+01	2.34E+00
f_9	max	9.78E+02	9.84E+02	1.10E+03	1.09E+03	1.34E+03	9.84E+02
	min	**9.30E+02**	9.35E+02	1.02E+03	9.59E+02	1.15E+03	9.35E+02
	median	^{1}**9.46E+02**	^{2}9.49E+02	^{5}1.06E+03	^{4}1.01E+03	^{6}1.25E+03	^{3}9.61E+02
	std	1.14E+01	1.14E+01	1.74E+01	2.60E+01	4.41E+01	1.11E+01
f_{10}	max	3.57E+03	1.00E+03	5.25E+03	3.21E+03	7.45E+03	2.71E+03
	min	1.59E+03	**1.00E+03**	3.45E+03	1.36E+03	5.26E+03	1.02E+03
	median	^{4}2.58E+03	^{1}**1.00E+03**	^{5}4.37E+03	^{3}2.17E+03	^{6}6.47E+03	^{2}1.49E+03
	std	3.80E+02	6.80E−01	3.61E+02	4.33E+02	5.19E+02	3.62E+02
f_{11}	max	3.80E+03	4.51E+03	6.35E+03	4.23E+03	8.75E+03	3.89E+03
	min	**1.48E+03**	2.12E+03	3.70E+03	2.20E+03	7.20E+03	2.49E+03
	median	^{1}**2.92E+03**	^{3}3.32E+03	^{5}4.99E+03	^{2}3.24E+03	^{6}8.24E+03	^{4}3.38E+03
	std	4.48E+02	5.12E+02	5.67E+02	4.66E+02	3.62E+02	2.89E+02
f_{12}	max	1.20E+03	1.20E+03	1.20E+03	1.20E+03	1.20E+03	1.20E+03
	min	**1.20E+03**	**1.20E+03**	**1.20E+03**	**1.20E+03**	**1.20E+03**	**1.20E+03**
	median	^{1}**1.20E+03**	^{1}**1.20E+03**	^{1}**1.20E+03**	^{1}**1.20E+03**	^{1}**1.20E+03**	^{1}**1.20E+03**
	std	1.48E−02	5.62E−02	1.00E−03	7.77E−02	3.34E−01	5.61E−02
f_{13}	max	1.30E+03	1.30E+03	1.30E+03	1.30E+03	1.30E+03	1.30E+03
	min	1.30E+03	1.30E+03	1.30E+03	1.30E+03	1.30E+03	**1.30E+03**
	median	^{2}1.30E+03	^{5}1.30E+03	^{3}1.30E+03	^{4}1.30E+03	^{6}1.30E+03	^{1}**1.30E+03**
	std	6.50E−02	1.06E−01	6.65E−02	6.50E−02	5.48E−01	6.41E−02
f_{14}	max	1.40E+03	1.40E+03	1.40E+03	1.40E+03	1.50E+03	1.40E+03
	min	1.40E+03	1.40E+03	1.40E+03	1.40E+03	1.44E+03	**1.40E+03**
	median	^{2}1.40E+03	^{5}1.40E+03	^{4}1.40E+03	^{3}1.40E+03	^{6}1.47E+03	^{1}**1.40E+03**
	std	1.19E−01	1.99E−01	4.23E−02	4.74E−02	1.39E−01	4.41E−02
f_{15}	max	1.51E+03	1.53E+03	1.51E+03	1.52E+03	5.92E+05	1.50E+03
	min	**1.50E+03**	1.51E+03	1.50E+03	1.51E+03	1.59E+04	1.50E+03
	median	^{3}1.50E+03	^{4}1.51E+03	^{2}1.50E+03	^{5}1.52E+03	^{6}1.55E+05	^{1}**1.50E+03**
	std	8.48E−01	4.30E+00	7.30E−01	3.27E+00	1.40E+05	7.75E−01
f_{16}	max	1.61E+03	1.61E+03	1.61E+03	1.61E+03	1.61E+03	1.61E+03
	min	1.61E+03	**1.61E+03**	1.61E+03	1.61E+03	1.61E+03	1.61E+03
	median	^{3}1.61E+03	^{1}**1.61E+03**	^{6}1.61E+03	^{4}1.61E+03	^{5}1.61E+03	^{2}1.61E+03
	std	6.14E−01	5.92E−01	3.43E−01	7.25E−01	1.90E−01	4.67E−01

On f_{13}–f_{16}, the values in bold are better than those seemingly same values not in bold, because the digits after the second decimal place are omitted.

Funkcje hybrydowe

Comparative results on hybrid benchmark functions.

		IWO	BBO	GSA	HuS	BA	WWO
f_{17}	max	3.50E+05	2.31E+07	1.14E+06	1.10E+06	9.90E+06	6.16E+04
	min	**5.37E+03**	1.26E+06	1.85E+05	1.43E+04	1.45E+06	6.71E+03
	median	[2]6.75E+04	[5]3.13E+06	[4]5.63E+05	[3]1.51E+05	[6]4.24E+06	[1]**2.61E+04**
	std	6.85E+04	4.19E+06	2.20E+05	1.61E+05	1.79E+06	1.24E+04
f_{18}	max	1.80E+04	1.03E+05	4.20E+03	1.09E+04	3.64E+08	2.73E+03
	min	2.26E+03	6.74E+03	2.02E+03	2.02E+03	1.33E+07	**1.85E+03**
	median	[4]4.35E+03	[5]2.28E+04	[2]2.13E+03	[3]2.73E+03	[6]8.54E+07	[1]**2.01E+03**
	std	3.69E+03	1.97E+04	3.78E+02	2.25E+03	1.00E+08	1.25E+02
f_{19}	max	1.91E+03	1.98E+03	2.00E+03	2.04E+03	2.06E+06	1.91E+03
	min	1.90E+03	1.91E+03	1.91E+03	1.91E+03	1.95E+03	**1.90E+03**
	median	[2]1.91E+03	[3]1.91E+03	[5]2.00E+03	[4]1.92E+03	[6]2.01E+03	[1]**1.91E+03**
	std	1.65E+00	2.77E+01	3.43E+01	3.31E+01	2.03E+01	1.38E+00
f_{20}	max	5.34E+03	8.62E+04	6.82E+04	6.03E+04	4.44E+04	1.58E+04
	min	2.30E+03	8.64E+03	2.32E+03	2.22E+04	5.40E+03	**2.14E+03**
	median	[1]**2.74E+03**	[5]2.72E+04	[4]1.77E+04	[6]3.68E+04	[3]1.63E+04	[2]4.25E+03
	std	7.00E+02	1.76E+04	1.39E+04	8.49E+03	1.03E+04	3.18E+03
f_{21}	max	9.03E+04	1.67E+06	3.09E+05	1.66E+05	3.34E+06	1.76E+05
	min	6.74E+03	6.70E+04	5.87E+04	1.07E+04	1.43E+05	**3.70E+03**
	median	[2]3.35E+04	[5]4.22E+05	[4]1.71E+05	[3]4.70E+04	[6]9.17E+05	[1]**2.92E+04**
	std	2.30E+04	3.35E+05	6.53E+04	4.24E+04	7.51E+05	3.50E+04
f_{22}	max	2.52E+03	3.28E+03	3.63E+03	3.67E+03	3.56E+03	2.85E+03
	min	2.23E+03	2.25E+03	2.63E+03	2.37E+03	2.72E+03	**2.22E+03**
	median	[1]**2.36E+03**	[3]2.71E+03	[6]3.15E+03	[4]3.08E+03	[5]3.14E+03	[2]2.48E+03
	std	7.34E+01	2.34E+02	2.50E+02	2.67E+02	2.05E+02	1.43E+02

On f_{19}, the values in bold are better than those seemingly same values not in bold, because the digits after the second decimal place are omitted.

Funkcje złożone

Comparative results on composition benchmark functions.

		IWO	BBO	GSA	HuS	BA	WWO
f_{23}	max	2.62E+03	2.62E+03	2.65E+03	2.62E+03	2.88E+03	2.62E+03
	min	2.62E+03	2.62E+03	2.50E+03	2.62E+03	**2.51E+03**	2.62E+03
	median	[4]2.62E+03	[6]2.62E+03	[2]2.56E+03	[5]2.62E+03	[1]**2.51E+03**	[3]2.62E+03
	std	7.95E−02	1.32E+00	6.45E+01	8.45E−01	1.28E+02	1.45E−01
f_{24}	max	2.63E+03	2.65E+03	2.60E+03	2.71E+03	2.60E+03	2.63E+03
	min	2.60E+03	2.63E+03	**2.60E+03**	2.63E+03	2.60E+03	2.62E+03
	median	[3]2.62E+03	[5]2.63E+03	[1]**2.60E+03**	[6]2.66E+03	[2]2.60E+03	[4]2.63E+03
	std	1.08E+01	5.97E+00	1.71E−02	1.25E+01	1.20E+00	6.89E+00
f_{25}	max	2.71E+03	2.72E+03	2.71E+03	2.75E+03	2.76E+03	2.72E+03
	min	2.70E+03	2.71E+03	**2.70E+03**	2.71E+03	2.70E+03	2.70E+03
	median	[3]2.70E+03	[5]2.71E+03	[1]**2.70E+03**	[6]2.72E+03	[2]2.70E+03	[4]2.71E+03
	std	8.08E−01	3.01E+00	1.32E+00	6.27E+00	1.50E+01	2.00E+00
f_{26}	max	2.70E+03	2.80E+03	2.80E+03	2.80E+03	2.70E+03	2.70E+03
	min	2.70E+03	2.70E+03	2.80E+03	2.70E+03	2.70E+03	**2.70E+03**
	median	[2]2.70E+03	[3]2.70E+03	[5]2.80E+03	[6]2.80E+03	[4]2.70E+03	[1]**2.70E+03**
	std	5.43E−02	2.20E+01	5.43E−03	3.53E+01	5.37E−01	6.50E−02
f_{27}	max	3.10E+03	3.51E+03	4.43E+03	6.47E+03	3.53E+03	3.50E+03
	min	**3.01E+03**	3.24E+03	3.10E+03	3.57E+03	3.21E+03	3.10E+03
	median	[2]3.10E+03	[4]3.40E+03	[5]3.82E+03	[6]4.84E+03	[3]3.31E+03	[1]**3.10E+03**
	std	3.38E+01	6.35E+01	3.51E+02	6.83E+02	6.46E+01	5.90E+01
f_{28}	max	3.85E+03	4.27E+03	6.92E+03	6.65E+03	6.10E+03	5.39E+03
	min	3.56E+03	3.61E+03	3.76E+03	4.70E+03	**3.01E+03**	3.10E+03
	median	[1]**3.69E+03**	[3]3.79E+03	[6]5.43E+03	[5]5.36E+03	[4]4.52E+03	[2]3.78E+03
	std	4.12E+01	9.33E+01	7.15E+02	4.61E+02	5.93E+02	3.61E+02
f_{29}	max	2.79E+04	8.64E+06	2.93E+06	4.11E+07	1.36E+07	5.06E+03
	min	5.37E+03	4.26E+03	**3.10E+03**	4.81E+03	6.16E+05	3.56E+03
	median	[5]1.58E+04	[3]5.26E+03	[1]**3.10E+03**	[4]1.54E+04	[6]4.21E+06	[2]4.02E+03
	std	5.14E+03	1.11E+06	3.78E+05	7.70E+06	2.83E+06	3.60E+02
f_{30}	max	1.69E+04	3.75E+04	1.14E+05	3.74E+04	5.08E+05	7.66E+03
	min	6.05E+03	7.78E+03	1.22E+04	8.27E+03	6.26E+04	**4.25E+03**
	median	[2]8.85E+03	[5]1.56E+04	[3]1.46E+04	[4]1.51E+04	[6]1.77E+05	[1]**5.63E+03**
	std	2.08E+03	6.08E+03	1.84E+04	6.58E+03	9.11E+04	7.38E+02

On f_{24}–f_{27}, the values in bold are better than those seemingly same values not in bold, because the digits after the second decimal place are omitted.

Bibliografia

- Water wave optimization: A new nature-inspired metaheuristic, Yu-Jun Zheng, College of Computer Science Technology, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, China