

Ćwiczenia z ANALIZY NUMERYCZNEJ (L)

Lista nr 3

17 października 2017 r.

Zajęcia 25 października 2017 r.
Zaliczenie listy **od 6 pkt.**

L3.1. 1 punkt Dla jakich wartości x obliczanie wartości wyrażeń

a) $e^{x^5} - e^{-7x^2}$, b) $x^{-1}(\pi/2 - \arctg(x))$

może wiązać się z utratą cyfr znaczących wyniku? Zaproponuj sposób obliczenia wyniku dokładniejszego.

L3.2. **Włącz komputer!** 1 punkt Podaj (w miarę) bezpieczny numerycznie algorytm obliczania zer równania kwadratowego $ax^2 + bx + c = 0$. Przeprowadź testy dla odpowiednio dobranych wartości a, b i c pokazujące, że Twój algorytm jest lepszy od *metody szkolnej* bazującej jedynie na dobrze znanych wzorach $x_{1,2} = (-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac})/(2a)$.

L3.3. **Włącz komputer!** 2 punkty Miejsce zerowe wielomianu $x^3 + 3qx - 2r = 0$, gdzie $r, q > 0$, można obliczyć następującym wzorem Cardano-Tartaglii:

$$x = \left(r + \sqrt{q^3 + r^2}\right)^{1/3} + \left(r - \sqrt{q^3 + r^2}\right)^{1/3}.$$

Pokaż na przykładach, że bezpośrednie użycie tego wzoru w obliczeniach zmiennopozycyjnych może skutkować błędnymi wynikami. Co jest tego przyczyną? Spróbuj przekształcić wzór tak, aby uniknąć problemów (to może nie być łatwe). Czy obliczenia można zorganizować w taki sposób, aby tylko raz wyznaczać pierwiastek trzeciego stopnia?

L3.4. 1 punkt Wyprowadź wzór na wskaźnik uwarunkowania zadania obliczania wartości funkcji f w punkcie x .

L3.5. 2 punkty Sprawdź dla jakich wartości x zadanie obliczania wartości funkcji f jest źle uwarunkowane, jeśli:

a) $f(x) = (1 - x^2)^{-\frac{1}{2}}$, b) $f(x) = x^{-1} \sin(x)$, c) $f(x) = \cos(3x)$,

d) $f(x) = \sqrt{x^2 + 2017} - x$.

L3.6. 2 punkty Załóżmy, że dla każdego $x \in X_{fl}$ zachodzi $fl(\sin(x)) = \sin(x)(1 + \varepsilon_{s,x})$, gdzie $|\varepsilon_{s,x}| \leq 2^{-t}$, natomiast t oznacza liczbę bitów przeznaczoną na zapamiętanie mantysy. Niech dane będą liczby maszynowe y_1, y_2, y_3, y_4 oraz taka liczba maszynowa x , że $x \cdot 2^{-8}$ też jest liczbą maszynową. Sprawdź czy poniższy algorytm jest numerycznie poprawny:

```

S:=0;

for i from 1 to 4
do
  S:=S+y[i]*sin(4^(-i)*x)
od

```

L3.7. 1 punkt Sprawdź czy podany niżej algorytm obliczania wartości wyrażenia $\frac{b+c+bd}{a(d+1)}$ jest algorytmem numerycznie poprawny.

```

S:=d+1;
S:=c/S;
S:=b+S;
S:=a/S;
S:=1/S;

return(S).

```

(-) *Paweł Woźny*