

## Lista nr 11 z matematyki dyskretnej

1. (D) Topologiczne porządkowanie wierzchołków acyklicznego digrafu. Niech  $D$  będzie digrafem acyklicznym, tzn.  $D$  nie zawiera cykli skierowanych. Podaj algorytm, który w czasie  $O(m + n)$  porządkuje wierzchołki digrafu w taki sposób, że po uporządkowaniu, jeśli  $(i, j)$  jest krawędzią skierowaną w  $D$ , to  $i < j$ .
2. Digraf, w którym każda para różnych wierzchołków jest połączona dokładnie jedną krawędzią skierowaną, nazywamy turniejem. Pokaż, że w każdym turnieju istnieje wierzchołek, z którego można dojść do każdego innego wierzchołka po drodze o długości co najwyżej 2.
3. (D) Pokaż, że każdy turniej zawiera (skierowaną) drogę Hamiltona tzn. przechodzącą wszystkie wierzchołki.
4. (D) Czy  $n$ -wymiarowa kostka zawiera ścieżkę Hamiltona?
5. (D) Niech  $G = (A \cup B, E)$  będzie grafem dwudzielnym, a  $M$  i  $N$  jego dwoma skojarzeniami. Pokaż, że istnieje skojarzenie  $M'$  takie, że każdy wierzchołek  $a \in A$  skojarzony w  $M$  jest również skojarzony w  $M'$  oraz każdy wierzchołek  $b \in B$  skojarzony w  $N$  jest również skojarzony w  $M'$ .
6. Pokaż, że skojarzenie największe ma co najwyżej dwa razy więcej krawędzi od dowolnego skojarzenia maksymalnego.

*Katarzyna Paluch*