Lista nr 10 z matematyki dyskretnej

1. (D) *Minimalnym cięciem* w grafie jest podzbiór jego krawędzi, których usunięcie rozspaja graf, a usunięcie żadnego podzbioru krawędzi w nim zawartego nie rozspaja grafu. Wykaż, że graf spójny zawiera cykl Eulera wtedy i tylko wtedy, gdy każde minimalne cięcie zawiera parzystą liczbę krawędzi.

2. Udowodnij lub obal: Jeśli T jest minimalnym drzewem spinającym grafu G, to ścieżka łącząca wierzchołki u i v w drzewie T jest minimalną wagowo ścieżką między u i v w grafie G.

3. (D) Przypuśćmy, że w grafie G wszystkie wagi krawędzi są różne. Pokaż, nie używając żadnego algorytmu, że G zawiera tylko jedno minimalne drzewo spinające.

4. Udowodnij, że algorytm Prima działa poprawnie.

5. (D) Niech T będzie MST grafu G. Pokaż, że dla dowolnego cyklu C grafu G drzewo T nie zawiera jakiejś najcięższej krawędzi z c.

6. Udowodnij lub obal: Nie istnieje graf eulerowski (tj. zawierający cykl Eulera) o parzystej liczbie wierzchołków i nieparzystej liczbie krawędzi.

7. (D) Digraf D (tj. graf skierowany) jest dany w postaci macierzy sąsiedztwa. Wykaż, że sprawdzenie, czy D zawiera źródło, czyli wierzchołek, z którego wychodzą krawędzie do wszystkich pozostałych wierzchołków, ale nie wchodzi do niego żadna krawędź, może być wykonane w czasie liniowym względem liczby wierzchołków w D. Zapisz swój algorytm w jakimś języku programowania i określ dokładnie jego złożoność obliczeniową, jako funkcję zmiennej liczby wierzchołków w digrafie.

Katarzyna Paluch