

Lista nr 1 z matematyki dyskretnej

1. (D) Udowodnij, że liczba funkcji różnowartościowych z n -elementowego zbioru A w m -elementowy zbiór B wynosi $\frac{m!}{(m-n)!}$.
2. (D) Czy wśród liczb $1, 2, \dots, 10^{10}$ zapisanych w systemie dziesiętnym jest więcej tych zawierających cyfrę 9, czy tych, które jej nie zawierają?
3. Ile jest podzbiorów n -elementowego zbioru A o nieparzystej ilości elementów? A o parzystej?
4. Mieszkańcy osady X mogą się zapisywać na dwie jednodniowe wycieczki, jedną do kanionu K , drugą nad wodospad W . Wycieczki te odbędą się w dwie różne soboty. Ile jest możliwości uformowania się wycieczek, jeśli w osadzie X mieszka n osób? Można brać udział w obu wycieczkach.
5. Na ile sposobów można posadzić w rzędzie 3 kobiety i 3 mężczyzn? A jeśli mężczyźni i kobiety muszą siedzieć na przemian?
6. Chcemy wybrać parę liczb naturalnych (a, b) , taką że (i) liczby a, b są z przedziału $[1, n]$ oraz (ii) suma $a + b$ jest parzysta. Na ile sposobów możemy to zrobić?
7. (D) Ile jest możliwych rejestracji samochodowych złożonych z 3 liter, po których następują 4 cyfry?
8. (D) Pokaż, że dla dowolnej liczby rzeczywistej x i dowolnej liczby całkowitej n zachodzi $\lceil x + n \rceil = \lceil x \rceil + n$.
9. Podaj warunek konieczny i dostateczny na to, aby $\lfloor nx \rfloor = n\lfloor x \rfloor$, gdzie n jest liczbą naturalną.
Podpowiedź: Warunek powinien zawierać funkcję część ułamkową $\{x\}$.
10. Podaj w terminach funkcji podłoga i sufit oraz udowodnij, ile liczb całkowitych znajduje się w przedziałach $[a, b)$ oraz $(a, b]$, gdzie a i b są dwoma dowolnymi liczbami.
11. Niech n będzie liczbą całkowitą. Ile rozwiązań ma równanie $\lfloor nx \rfloor + 3x = 5$?

12. Pokaż, że $\lceil \sqrt{\lceil x \rceil} \rceil = \lceil \sqrt{x} \rceil$ dla dowolnego nieujemnego rzeczywistego x .

Katarzyna Paluch