

Lista nr 1 z matematyki dyskretnej

1. (D) Udowodnij, że liczba funkcji różnowartościowych z n -elementowego zbioru A w m -elementowy zbiór B wynosi $\frac{m!}{(m-n)!}$.
2. (D) Czy wśród liczb $1, 2, \dots, 10^{10}$ zapisanych w systemie dziesiętnym jest więcej tych zawierających cyfrę 9, czy tych, które jej nie zawierają?
3. Ile jest podzbiorów n -elementowego zbioru A o nieparzystej ilości elementów? A o parzystej?
4. (D) Mieszkańcy osady X mogą się zapisywać na dwie jednodniowe wycieczki, jedną do kanionu K , drugą nad wodospad W . Wycieczki te odbędą się w dwie różne soboty. Ile jest możliwości uformowania się wycieczek, jeśli w osadzie X mieszka n osób? Można brać udział w obu wycieczkach.
5. Na ile sposobów można posadzić w rzędzie 3 kobiety i 3 mężczyzn? A jeśli mężczyźni i kobiety muszą siedzieć na przemian?
6. Chcemy wybrać parę liczb naturalnych (a, b) , taką że (i) liczby a, b są z przedziału $[1, n]$ oraz (ii) suma $a + b$ jest parzysta. Na ile sposobów możemy to zrobić?
7. Ile jest możliwych rejestracji samochodowych złożonych z 3 liter, po których następują 4 cyfry?
8. (D) Dla $k \geq 1$ wykaż tożsamość absorbcyjną:

$$\binom{n}{k} = \frac{n}{k} \binom{n-1}{k-1}.$$

Czy potrafisz udowodnić ją kombinatorycznie?

9. Podaj interpretację następującej tożsamości w terminach zbiorów:

$$\binom{n}{k} \binom{k}{m} = \binom{n}{m} \binom{m-k}{n-k}$$

Czy potrafisz udowodnić ją kombinatorycznie?

10. (D) Pokaż, że liczba przedstawień liczby naturalnej n w postaci sumy k liczb naturalnych (różnych od zera) wynosi $\binom{n-1}{k-1}$, jeśli przedstawienia różniące się kolejnością składników uważamy za różne. Ile jest przedstawień liczby n w postaci sumy dowolnej ilości liczb naturalnych?

Katarzyna Paluch