

## Lista nr 10 z matematyki dyskretnej

1. *Minimalnym cięciem* w grafie jest podzbiór jego krawędzi, których usunięcie rozspaja graf, a usunięcie żadnego podzbioru krawędzi w nim zawartego nie rozspaja grafu. Wykaż, że graf spójny zawiera cykl Eulera wtedy i tylko wtedy, gdy każde minimalne cięcie zawiera parzystą liczbę krawędzi.
2. Udowodnij, że algorytm Prima znajdowania MST działa poprawnie.
3. Udowodnij lub obal: Nie istnieje graf eulerowski (tj. zawierający cykl Eulera) o parzystej liczbie wierzchołków i nieparzystej liczbie krawędzi.
4. Niech  $G$  będzie grafem spójnym o  $2k$  wierzchołkach nieparzystego stopnia. Pokaż istnienie w  $G$   $k$  rozłącznych krawędziowo ścieżek  $P_1, \dots, P_k$  takich, że każda krawędź  $G$  należy do dokładnie jednej z tych ścieżek.
5. Digraf  $D$  (tj. graf skierowany) jest dany w postaci macierzy sąsiedztwa. Wykaż, że sprawdzenie, czy  $D$  zawiera źródło, czyli wierzchołek, z którego wychodzą krawędzie do wszystkich pozostałych wierzchołków, ale nie wchodzi do niego żadna krawędź, może być wykonane w czasie liniowym względem liczby wierzchołków w  $D$ . Zapisz swój algorytm w jakimś języku programowania i określ dokładnie jego złożoność obliczeniową, jako funkcję zmiennej liczby wierzchołków w digrafie.

Wszystkie zadania są domowe.

*Katarzyna Paluch*