

## Lista nr 6 z matematyki dyskretnej

1. (D) Udowodnij, że liczba sposobów, w jaki można podzielić  $(n + 2)$ -kąąt wypukły na płaszczyźnie na rozłączne trójkąty za pomocą  $n - 1$  przekątnych, które nie przecinają się wewnątrz tego wielokąta, jest równa  $n$ -tej liczbie Catalana.
2. Określ liczbę drzew binarnych, zawierających  $n$  wierzchołków wewnętrznych. W drzewie binarnym każdy wierzchołek ma zero lub dwóch synów.
3. (D) Ile nie krzyżujących się uścisków dłoni może wykonać jednocześnie  $n$  par osób siedzących za okrągłym stołem?
4. (D) Ile rozwiązań wśród liczb naturalnych ma równanie  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 23$ , jeśli dodatkowo  $x_1 \leq 6, x_2 \leq 6$  oraz  $x_3$  jest parzyste?
5. Na ile sposobów można rozdać 6 różnych zabawek trójce dzieci tak, aby każde dziecko dostało przynajmniej jedną zabawkę?
6. (D) Niech  $a_{n+2} = Ca_{n+1} + Da_n$  dla  $n \geq 2$  i  $z$  jest jedynym pierwiastkiem równania charakterystycznego  $x^2 - Cx - D = 0$ . Pokaż, że  $a_n = (E + Fn)z^n$  dla każdego  $n$  dla pewnych stałych  $E$  i  $F$ .

Dodatkowym zadaniem domowym jest 2-gie lub 5-te - do wyboru.

*Katarzyna Paluch*