Lista nr 12 z matematyki dyskretnej

1. (D) Pokaż, że dla każdego grafu istnieje pewna kolejność wierzchołków, przy której algorytm zachłanny (sekwencyjny) działa w sposób optymalny.
2. Znajdź pokolorowanie grafu Mycielskiego M_4 za pomocą algorytmu sekwencyjnego.
3. (D) Niech M_k będzie k-tym grafem Mycielskiego. Wykaż, że M_k nie zawiera trojkątow i $\chi(M_k) = k$ dla każdego k.
4. Wykaż, że jeśli w algorytmie sekwencyjnym zostało użytych k kolorów do pomalowania grafu, to ten graf ma przynajmniej $k(k-1)/2$ krawędzi. Wykaż stąd, że każdy graf zawiera przynajmniej $\chi(G)(\chi(G)-1)/2$ krawędzi, gdzie $\chi(G)$ jest liczbą chromatyczną grafu G.
5. Wykaż, że liczba chromatyczna grafu, w którym stopień żadnego wierzchołka nie przekracza 3, może być znaleziona w czasie wielomianowym.
6. Dla każdego $n > 1$ skonstruuj graf dwudzielny na $2n$ wierzchołkach i uporządkowanie tych wierzchołków, dla których algorytm sekwencyjny używa n kolorów.
7. nk studentów, przy czym $k \geq 2$, jest podzielonych na n towarzystw po k osób i na $n \geq 2$ kół naukowych po k osób każde. Wykaż, że da się wysłać delegację $2n$ osób tak, by każde towarzystwo i każde koło naukowe było reprezentowane.
8. Niech $G = (V, E)$ będzie pewnym grafem dwudzielnym a $d : V \to N$ funkcją na zbiorze wierzchołków. Skonstruuj algorytm, który znajduje podgraf $G' = (V, E' \subseteq E)$ grafu G taki, że dla każdego wiezchołka $v \in V$ stopień v w G' wynosi zadane $d(v)$ lub stwierdza, że takowy nie istnieje.

   Wskazówka: można użyć przepływów.

Trzy kolejne zadania domowe można wybrać z zadań $4-8$.

Katarzyna Paluch