

Επιστημονικός Υπολογισμός I

Εργαστηριακή Άσκηση I

Γεώργιος - Κάρολος Λύκος
4758

Εισαγωγικά

I) Χαρακτηριστικά του συστήματος:

Λειτουργικό Σύστημα:

Windows 7 Professional Professional Media Center 6.01.7601 Service Pack 1 (64-bit)

Επεξεργαστής: Processor :

Intel Core 2 Quad Q9300 @ 2500 MHz

Κρυφή Μνήμη: Write Mode : Write-Back Data Cache : 4 x 32 KB

Code Cache : 4 x 32 KB

Number of Threads : 1

Φυσική Μνήμη : 3072 MB DDR2-SDRAM

Latency Cache L1 : 3 cycles

Latency Cache L2 : 15 cycles

Latency Memory : 213 cycles

II) Χαρακτηριστικά Πλατφόρμας : Matlab. Version: R2013a (8.1.0.604)

III) Η διακριτότητα του χρονομετρητή υπολογίστηκε ίση με $1.0916e-07$ sec
μετά από 10 φορές μέτρηση της tic-toc και υπολογισμό του μέσου όρου
των τιμών.

Resolution of Tic/Toc clock is $1.0916e-07$ sec

IV) Τρέχοντας την εντολή Bench ο χρόνος παραγοντοποίησης ενός μεγάλου μητρώου nxn LU
υπολογίστηκε και είναι ίσος με 0.7886s

V) Ο υπολογιστής δεν χρησιμοποιεί εντολές FMA

Ερώτημα 1 - Πράξεις με Πολυώνυμα

A)

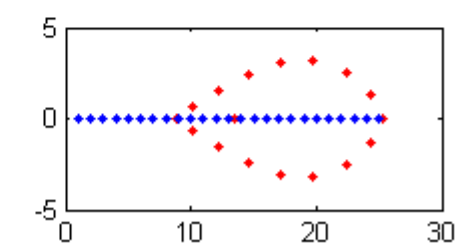
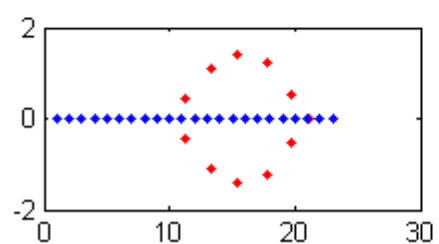
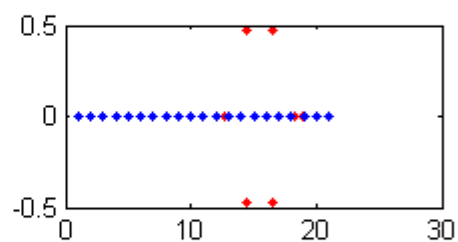
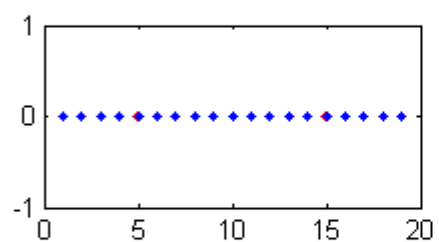
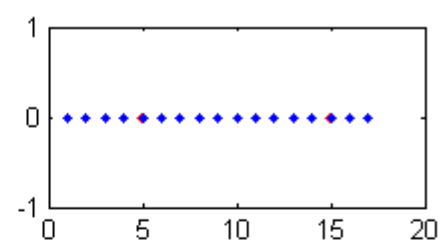
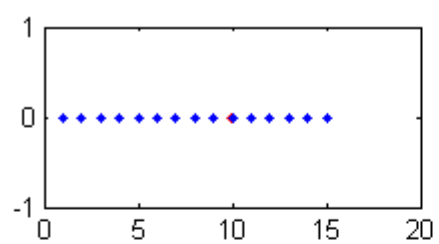
- **poly(A)**, όταν το A είναι ένας NxN πίνακας, δίνει μία σειρά διανυσμάτων με N+1 στοιχεία τα οποία είναι οι συντελεστές του χαρακτηριστικού πολυώνυμου, $\text{DET}(\lambda \text{I} - \text{A})$.
- **poly(V)**, όταν το V είναι ένα διάνυσμα, δίνει ένα διάνυσμα του οποίου τα στοιχεία είναι οι συντελεστές του πολυωνύμου του οποίου οι ρίζες είναι τα στοιχεία του V.
- **Y=polyval(P,X)**, επιστρέφει την τιμή ενός πολυωνύμου P σε ένα σημείο X. Το P είναι ένα διάνυσμα μήκους N+1 του οποίου τα στοιχεία είναι οι συντελεστές του πολυωνύμου σε φθίνουσα διάταξη.
$$Y = P(1) \cdot X^N + P(2) \cdot X^{N-1} + \dots + P(N) \cdot X + P(N+1)$$

B) i=0;

```
roots1 = zeros(6,26);%arxikopoihsh pinakwn pou tha valoume tis pragmatikes rizes
pol1 = zeros(6,26);%pinakas gia tn dhmiourgia tou poluwnumou
pol2 = zeros(6,2);%pinakas gia tn dhmiourgia tou poluwnumou
roots2 = zeros(6,26);%arxikopoihsh pinakwn pou tha valoume tis rizes pou vrisroume me tn
sunarthsh roots
for n=[15:2:25]
    i = i+1;
    roots1(i,1:n) = 1:n;%gia ta 6 poluwnuma apothhkeuoume tis pragmatikes rizes
    pol1(i,1:n+1) = poly(roots1(i,1:n));%vrisroume tous suntelestes tou poluwnumou
    pol2(i,1:2) = polyval(pol1(i,1:n+1),[1 n]);%vrisroume tis times tou poluwnumou stis diafores
    theseis pou zhteitai
    roots2(i,1:n) = roots(pol1(i,1:n+1));%xrhshmpoioiουμε thn roots gia na vroume tis rizes tou
    poluwnumou
    %h roots2 periexei toso tis migadikes oso kai ts pragmatikes times
    %opote sthn subplot tis diaxwrizoume me thn sunarthsh real() kai imag()

    subplot(3,2,i)
    plot(real(roots2(i,1:n)), imag(roots2(i,1:n)), 'r', real(roots1(i,1:n)),0, 'b.')
end
```

γ) Η roots επιστρέφει τις n ρίζες ενός πολυωνύμου βαθμού n, αρχικά μηδενίζει όλα τα στοιχεία, αποτρέπει από όλους τους συντελεστές οδηγούς από το να έχουν απειρο και στην συνέχεια βρίσκει τις ρίζες.



Ερώτημα 2-Αθροίσματα-Μονάδα Στρογγύλευσης

A)

i)

```
sum=0;
%A=rand(1,n); %dhmiourgia tuxaiou A gia test
for i=1:n
    sum=A(i)+sum; %prosthethw ta stoixeia apo aristera pros ta dexia
end
sum; %to teliko athroisma
```

ii)

```
sum=0;
%A=rand(1,n);%dhmiourgia tuxaiou A gia test
B=sort(A);%taxinomisi tou A
for i=1:n
    sum=B(i) + sum;
end
sum;%to teliko athroisma
```

iii)

```
%A=rand(1,n); %dhmiourgia tuxaiou A gia test
B=sort(A); %taxinomisi tou A
for i=1:(n-1)
    B(i+1)=B(i)+B(i+1); %prosthesh tou x(i+1)=x(i)+x(i+1)
    B(i)=0; %mhdenismos tou stoixeiou x(i)
end
```

iv)

```
sum=0;
%A=rand(1,n); %dhmiourgia tuxaiou A gia test
[sum]=pichat(A);
sum;
```

B) Στο δεύτερο κομμάτι δοκιμάζουμε τις διάφορες μεθόδους με εισόδους αριθμούς μονής και διπλής ακρίβειας οι κώδικες περιέχονται μέσα στον φάκελο .

i) Για να βρούμε το ζητούμενο x όπου είναι ο 1-οστό όρος της σειράς Taylor για το $e^{-2\pi i}$ για $n=64$ όρους. Αρχικά χρησιμοποιούμε τις εντολές :

```
syms x
```

$K(x) = \text{taylor}(\exp(x), x, 0, 'order', 64)$

$K(-2\pi)$

Τώρα μας εμφανίζει τους 64 πρώτους αριθμούς της σειράς τους οποίους τους περνάμε σε ένα διάνυσμα για να το χρησιμοποιήσουμε σαν είσοδο.

```
v=[2*pi^2,-2*pi,-(4*pi^3)/3,(2*pi^4)/3,-(4*pi^5)/15,(4*pi^6)/45,-(8*pi^7)/315,(2*pi^8)/315,-(4*pi^9)/2835,(4*pi^10)/14175,-(8*pi^11)/155925,(4*pi^12)/467775,-(8*pi^13)/6081075,(8*pi^14)/42567525,-(16*pi^15)/638512875,(2*pi^16)/638512875,-(4*pi^17)/10854718875,(4*pi^18)/97692469875,-(8*pi^19)/1856156927625,(4*pi^20)/9280784638125,-(8*pi^21)/194896477400625,+(8*pi^22)/2143861251406875,-(16*pi^23)/49308808782358125,(4*pi^24)/147926426347074375,-(8*pi^25)/3698160658676859375,+(8*pi^26)/48076088562799171875,-(16*pi^27)/1298054391195577640625,(8*pi^28)/9086380738369043484375,-(16*pi^29)/263505041412702261046875,(16*pi^30)/3952575621190533915703125,-(32*pi^31)/122529844256906551386796875,+(2*pi^32)/122529844256906551386796875,-(4*pi^33)/4043484860477916195764296875,(4*pi^34)/68739242628124575327993046875,-(8*pi^35)/2405873491984360136479756640625,(4*pi^36)/21652861427859241228317809765625,-(8*pi^37)/801155872830791925447758961328125,(8*pi^38)/15221961583785046583507420265234375,-(16*pi^39)/593656501767616816756789390344140625,(4*pi^40)/2968282508838084083783946951720703125,-(8*pi^41)/121699582862361447435141825020548828125,(8*pi^42)/2555691240109590396137978325431525390625,-(16*pi^43)/109894723324712387033933067993555591796875,(8*pi^44)/1208841956571836257373263747929111509765625,-(16*pi^45)/54397888045732631581796868656810017939453125,(16*pi^46)/1251151425051850526381327979106630412607421875,-(32*pi^47)/58804116977436974739922415018011629392548828125,(4*pi^48)/176412350932310924219767245054034888177646484375,-(8*pi^49)/8644205195683235286768595007647709520704677734375,+(8*pi^50)/216105129892080882169214875191192738017616943359375,-(16*pi^51)/11021361624496124990629958634750829638898464111328125,+(8*pi^52)/143277701118449624878189462251760785305680033447265625,-(16*pi^53)/7593718159277830118544041499343321621201041772705078125,+(16*pi^54)/205030390300501413200689120482269683772428127863037109375,-(32*pi^55)/11276671466527577726037901626524832607483547032467041015625,+(8*pi^56)/78936700265693044082265311385673828252384829227269287109375,-(16*pi^57)/4499391915144503512689122748983408210385935265954349365234375,+(16*pi^58)/130482365539190601867984559720518838101192122712676131591796875,-(32*pi^59)/7698459566812245510211089023510611447970335240047891763916015625,+(16*pi^60)/115476893502183682653166335352659171719555028600718376458740234375,-(32*pi^61)/7044090503633204641843146456512209474892856744643820963983154296875,+(32*pi^62)/218366805612629343897137540151878493721678559083958449883477783203125,-(64*pi^63)/13757108753595648665519665029568345104465749222289382342659100341796875,+1];
```

ii) Για την δεύτερη είσοδο έχουμε τον παρακάτω κ΄δικα όπως μας ζητάει η εκφώνηση.

```
A=zeros(4096,1);
for i=1:2047
    A(i)=1.0;
end
A(2048)=1.0e-18;
A(2049)=1.0e-18;

for i=2050:4096
    A(i)=-1.0;
end
```

iii) Αντίστοιχα από την εκφώνηση θέλουμε τα στοιχεία να ισαπέχουν

```
A=zeros(4096,1);
x=1/4096; %to diastima pou apexei o enas arithmos apo ton epomeno
A(1)=1+x;
for i=2:4096
    A(i)=A(i-1)+x;
end
```

iv) $A = \text{zeros}(4096, 1);$

```
for i=1:4096
    A(i)=(1/(i^2));
end
```

Γ)

Ερώτημα 3 - Γραμμικά Συστήματα

Μέρος Α

```
n=512;
```

```
y1=linspace(-1,1,512);
```

```
for k=1:n
```

```
    y(k)=cos((k*pi)/(n+1)*k);
```

```
end
```

```
A1 = randn(n);
```

```
A2 = tril(A1);
```

```
[L,U] = lu(A1);
```

```
A3 = U;
```

```
A4 = gfpp(n);
```

```
A5 = vander(y1);
```

```
A6 = vander(y);
```

```
deikths_kat(1,1) = cond(A1,inf);
```

```
%gia tn prwto pinaka
```

```
deikths_kat(1,2) = cond(A2,inf);
```

```
%gia tn anw trigwniko
```

```
deikths_kat(1,3) = cond(A3,inf);
```

```
%gia anw trigwnika pou epistrefei h sunarthsh lu
```

```
deikths_kat(1,4) = cond(A4,inf);
```

```
%me thn sunarthsh qfpp
```

```
deikths_kat(1,5) = cond(A5,inf);
```

```
%vandermonde
```

```
deikths_kat(1,6) = cond(A6,inf);
```

```
%vandermonde chebyshev
```

```
x=ones(n,1);
```

```
b1=A1*x;
```

```
b2=A2*x;
```

```
b3=A3*x;
```

```
b4=A4*x;
```

```
b5=A5*x;
```

```
b6=A6 *x;
```

```
x2_1=mldivide(A1,b1);
```

```
front_error(1,1) = (norm(x2_1-x,inf)/norm(x,inf));
```

```
back_error(1,1) = (norm(A1*x2_1-b1,inf)/((norm(A1,inf))*(norm(x2_1,inf))+(norm(b1,inf))));
```

```

x2_2=mldivide(A2,b2);
front_error(1,2) = (norm(x2_1-x,inf)/norm(x,inf));
back_error(1,2) = (norm(A1*x2_1-b2,inf)/((norm(A2,inf))*(norm(x2_2,inf))+(norm(b2,inf))));

x2_3=mldivide(A3,b3);
front_error(1,3) = (norm(x2_3-x,inf)/norm(x,inf));
back_error(1,3) = (norm(A1*x2_3-b3,inf)/((norm(A3,inf))*(norm(x2_3,inf))+(norm(b3,inf))));

x2_4=mldivide(A4,b4);
front_error(1,4) = (norm(x2_4-x,inf)/norm(x,inf));
back_error(1,4) = (norm(A1*x2_4-b4,inf)/((norm(A4,inf))*(norm(x2_4,inf))+(norm(b4,inf))));

x2_5=mldivide(A5,b5);
front_error(1,5) = (norm(x2_5-x,inf)/norm(x,inf));
back_error(1,5) = (norm(A1*x2_5-b5,inf)/((norm(A5,inf))*(norm(x2_5,inf))+(norm(b5,inf))));

x2_6=mldivide(A6,b6);
front_error(1,6) = (norm(x2_6-x,inf)/norm(x,inf));
back_error(1,6) = (norm(A1*x2_6-b6,inf)/((norm(A6,inf))*(norm(x2_6,inf))+(norm(b6,inf))));

```

Μέρος Β

```

n=1024;
a=rand(n,n);
A=single(a);
b=rand(n,n);
B=single(b);
C1=mtimes(A,B);
z1=strassen(A,B);
double(C1);
double(z1);

```

```

c=rand(n,1);
A1=single(c);
d=rand(n,1);
B1=single(d);
A3=vander(A1);
B3=vander(B1);
C2=mtimes(A3,B3);
z2=strassen(A3,B3);
double(C2);
double(z2);

```

```

n=512;
c4=eye(n);

```

```
d1=zeros(n,n);  
a1=[c4 d; d c4];  
b1=[(10^7)*rand(n) rand(n); rand(n) rand(n)];  
A4=single(a1);  
B4=single(b1);  
C3=mtimes(A4,B4);  
z3=strassen(A4,B4);  
double(C3);  
double(z3);
```