

Линейные уравнения

Линейным уравнением относительно переменной x называется уравнение первой степени

$$kx + b = 0, \quad (1)$$

где k и b – произвольные вещественные числа.

В случае $k \neq 0$ уравнение (1) имеет **единственное решение** при любом значении b :

$$x = -\frac{b}{k}.$$

В случае, когда $k = 0$, $b \neq 0$, уравнение (1) **решений не имеет**.

В случае, когда $k = 0$, $b = 0$, **решением** уравнения (1) **является любое число**

$$x \in (-\infty; +\infty).$$

Линейные неравенства

Линейным неравенством относительно переменной x называется неравенство, принадлежащее к одному из следующих типов:

$$kx + b \geq 0,$$

$$kx + b > 0,$$

$$kx + b \leq 0,$$

$$kx + b < 0,$$

где k и b – произвольные вещественные числа.

Решая линейные, да и не только линейные, неравенства, следует помнить, что

при умножении или делении неравенства на **положительное** число знак неравенства **сохраняется**,

при умножении или делении неравенства на **отрицательное** число знак неравенства **меняется на противоположный**.

В соответствии с этим решение линейных неравенств, в зависимости от значений коэффициентов k и b , представлено в следующей Таблице 1.

Таблица 1. – Решение неравенств первой степени (линейных неравенств)

	$kx + b \geq 0$	$kx + b > 0$	$kx + b \leq 0$	$kx + b < 0$
$k > 0$	Знак неравенства сохраняется			
	$x \geq -\frac{b}{k}$	$x > -\frac{b}{k}$	$x \leq -\frac{b}{k}$	$x < -\frac{b}{k}$
$k = 0, b < 0$	\emptyset	\emptyset	$x \in (-\infty; +\infty).$	$x \in (-\infty; +\infty).$
$k = 0, b = 0$	$x \in (-\infty; +\infty).$	\emptyset	$x \in (-\infty; +\infty).$	\emptyset
$k = 0, b > 0$	$x \in (-\infty; +\infty).$	$x \in (-\infty; +\infty).$	\emptyset	\emptyset
$k < 0$	Знак неравенства меняется на противоположный			
	$x \leq -\frac{b}{k}$	$x < -\frac{b}{k}$	$x \geq -\frac{b}{k}$	$x > -\frac{b}{k}$

$kx + b \geq 0$	$kx + b > 0$	$kx + b \leq 0$	$kx + b < 0$
$k > 0$ Знак неравенства сохраняется			
$x \geq -\frac{b}{k}$	$x > -\frac{b}{k}$	$x \leq -\frac{b}{k}$	$x < -\frac{b}{k}$
$k = 0, b < 0$			
\emptyset	\emptyset	$x \in (-\infty; +\infty).$	$x \in (-\infty; +\infty).$
$k = 0, b = 0$			
$x \in (-\infty; +\infty).$	\emptyset	$x \in (-\infty; +\infty).$	\emptyset
$k = 0, b > 0$			
$x \in (-\infty; +\infty).$	$x \in (-\infty; +\infty).$	\emptyset	\emptyset
$k < 0$ Знак неравенства меняется на противоположный			

$$x \leq -\frac{b}{k}$$

$$x < -\frac{b}{k}$$

$$x \geq -\frac{b}{k}$$

$$x > -\frac{b}{k}$$

$$k > 0$$

Знак неравенства сохраняется

Неравенство:

$$kx + b \geq 0$$

Решение неравенства:

$$x \geq -\frac{b}{k}$$

Неравенство:

$$kx + b > 0$$

Решение неравенства:

$$x > -\frac{b}{k}$$

Неравенство:

$$kx + b \leq 0$$

Решение неравенства:

$$x \leq -\frac{b}{k}$$

Неравенство:

$$kx + b < 0$$

Решение неравенства:

$$x < -\frac{b}{k}$$

$$k = 0, \quad b < 0$$

Неравенство:

$$kx + b \geq 0$$

Решение неравенства:

$$\emptyset$$

Неравенство:

$$kx + b > 0$$

Решение неравенства:

$$\emptyset$$

Неравенство:

$$kx + b \leq 0$$

Решение неравенства:

$$x \in (-\infty; +\infty).$$

Неравенство:

$$kx + b < 0$$

Решение неравенства:

$$x \in (-\infty; +\infty).$$

$$k = 0, \quad b = 0$$

Неравенство:

$$kx + b \geq 0$$

Решение неравенства:

$$x \in (-\infty; +\infty).$$

Неравенство:

$$kx + b > 0$$

Решение неравенства:

\emptyset

Неравенство:

$$kx + b \leq 0$$

Решение неравенства:

$$x \in (-\infty; +\infty).$$

Неравенство:

$$kx + b < 0$$

Решение неравенства:

\emptyset

$$k = 0, \quad b > 0$$

Неравенство:

$$kx + b \geq 0$$

Решение неравенства:

$$x \in (-\infty; +\infty).$$

Неравенство:

$$kx + b > 0$$

Решение неравенства:

$$x \in (-\infty; +\infty).$$

Неравенство:

$$kx + b \leq 0$$

Решение неравенства:

\emptyset

Неравенство:

$$kx + b < 0$$

Решение неравенства:

$$\emptyset$$

$$k < 0$$

Знак неравенства меняется на противоположный

Неравенство:

$$kx + b \geq 0$$

Решение неравенства:

$$x \leq -\frac{b}{k}$$

Неравенство:

$$kx + b > 0$$

Решение неравенства:

$$x < -\frac{b}{k}$$

Неравенство:

$$kx + b \leq 0$$

Решение неравенства:

$$x \geq -\frac{b}{k}$$

Неравенство:

$$kx + b < 0$$

Решение неравенства:

$$x > -\frac{b}{k}$$

Системы линейных неравенств

Рассмотрим *решение систем линейных неравенств* на примерах.

Пример 1. Решить систему неравенств

$$\begin{cases} 2x - 3 \geq 0, \\ -3x + 11 > 0 \end{cases}$$

Решение. Решим каждое из неравенств системы:

$$\begin{aligned} \begin{cases} 2x - 3 \geq 0, \\ -3x + 11 > 0, \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x \geq 3, \\ -3x > -11, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{3}{2}, \\ x < \frac{11}{3}. \end{cases} \\ &\begin{cases} 2x - 3 \geq 0, \\ -3x + 11 > 0, \end{cases} \\ &\begin{cases} 2x \geq 3, \\ -3x > -11, \end{cases} \\ &\begin{cases} x \geq \frac{3}{2}, \\ x < \frac{11}{3}. \end{cases} \end{aligned}$$

Изобразив на одной координатной прямой (рис. 1) оба точечных множества, составляющих последнюю систему, получаем ответ примера.

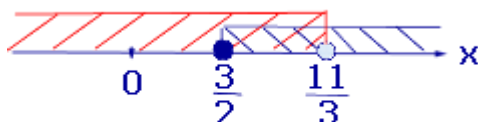


Рис.1

Ответ: $x \in \left[\frac{3}{2}; \frac{11}{3} \right)$

Пример 2. Решить систему неравенств

$$\begin{cases} 5x + 4 < 0, \\ -2x - 7 \geq 0. \end{cases}$$

Решение. Решим каждое из неравенств системы:

$$\begin{cases} 5x + 4 < 0, \\ -2x - 7 \geq 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x < -4, \\ -2x \geq 7, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\frac{4}{5}, \\ x \leq -\frac{7}{2}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + 4 < 0, \\ -2x - 7 \geq 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x < -4, \\ -2x \geq 7, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < -\frac{4}{5}, \\ x \leq -\frac{7}{2}. \end{cases}$$

Изобразив на одной координатной прямой (рис. 2) оба точечных множества, составляющих последнюю систему, получаем ответ примера.

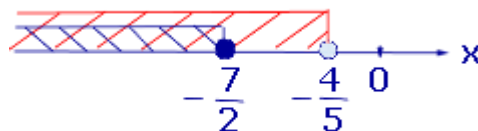


Рис.2

Ответ: $x \in \left(-\infty; -\frac{7}{2}\right]$

Пример 3. Решить систему неравенств

$$\begin{cases} 6x - 7 > 0, \\ 4x + 13 < 0. \end{cases}$$

Решение. Решим каждое из неравенств системы:

$$\begin{cases} 6x - 7 > 0, \\ 4x + 13 < 0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x > 7, \\ 4x < -13, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{7}{6}, \\ x < -\frac{13}{4}. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x - 7 > 0, \\ 4x + 13 < 0, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x > 7, \\ 4x < -13, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > \frac{7}{6}, \\ x < -\frac{13}{4}. \end{cases}$$

Изобразив на одной координатной прямой (рис. 3) оба точечных множества, составляющих последнюю систему, получаем ответ примера

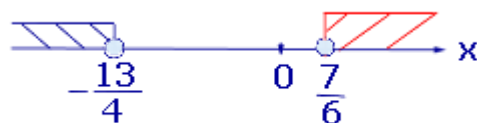


Рис.3

Ответ: \emptyset



На сайте можно также ознакомиться с нашими [учебными материалами для подготовки к ЕГЭ и ОГЭ по математике](#).

ЖЕЛАЕМ УДАЧИ !!!			
дней	часов	минут	секунд

НАШИ МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

[Справочник по математике](#)