Задачи ЕГЭ на движение по окружности

Секрет задач на движение по окружности: тот, кто обгоняет, проезжает на 1 круг больше, если это первый обгон. И на n кругов больше, если обогнал другого в n-ный раз.

$1.$ *Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 8 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 114 км/ч, и через 20 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.*

Автомобили стартовали одновременно, и первый автомобиль через 20 минут после старта опережал второй автомобиль на один круг.

Значит, за эти 20 минут, то есть за $\frac{1}{3}$ часа он проехал на 1 круг больше – то есть на 8 км больше.

За час первый автомобиль проедет на $8 \cdot 3 = 24$ км больше второго. Скорость второго автомобиля на 24 км/ч меньше, чем у первого, и равна 114 - 24 = 90 км/ч.

Ответ: 90.

$2.$ *Из пункта A круговой трассы выехал велосипедист, а через 30 минут следом за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще* *через 30 минут после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 30 км. Ответ дайте в км/ч.*

Во-первых, переведем минуты в часы, поскольку скорость надо найти в км/ч. Скорости участников обозначим за x и y. В первый раз мотоциклист обогнал велосипедиста через 10 минут, то есть через $\frac{1}{6}$ часа после старта. До этого момента велосипедист был в пути 40 минут, то есть $\frac{2}{3}$ часа.

Запишем эти данные в таблицу:

	v	y	S
велосипедист	x	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}x$
мотоциклист	y	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}y$

Оба проехали одинаковые расстояния, то есть $\frac{1}{6}y = \frac{2}{3}x$.

Затем мотоциклист второй раз обогнал велосипедиста. Произошло

это через 30 минут, то есть через $\frac{1}{2}$ часа после первого обгона.

Нарисуем вторую таблицу.

	v	t	S
велосипедист	x	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}x$
мотоциклист	y	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}y$

А какие же расстояния они проехали? Мотоциклист обогнал велосипедиста. Значит, он проехал на один круг больше. Это и есть секрет данной задачи. Один круг — это длина трассы, она равна 30 км. Получим второе уравнение:

$$\frac{1}{2}y - \frac{1}{2}x = 30$$

Решим получившуюся систему.

$$\begin{cases} \frac{1}{6}y = \frac{2}{3}x \\ \frac{1}{2}y - \frac{1}{2}x = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 4x \\ y - x = 60 \end{cases}$$

Получим, что $x = 20, y = 80$. В ответ запишем скорость мотоциклиста.

Ответ: 80.

$3.$ *Часы со стрелками показывают* 8 *часов* 00 *минут. Через сколько минут минутная стрелка в четвертый раз поравняется с часовой?*

Это, пожалуй, самая сложная задача из вариантов ЕГЭ. Конечно, есть простое решение — взять часы со стрелками и убедиться, что

в четвертый раз стрелки поравняются через 4 часа, ровно в 12.00. А как быть, если у вас электронные часы и вы не можете решить задачу экспериментально?

За один час минутная стрелка проходит один круг, а часовая $\frac{1}{12}$ часть

круга. Пусть их скорости равны 1 (круг в час) и $\frac{1}{12}$ (круга в час).

Старт — в 8.00. Найдем время, за которое минутная стрелка в первый раз догонит часовую.

Минутная стрелка пройдет на $\frac{2}{3}$ круга больше, поэтому уравнение

будет таким: $1 \cdot t - \frac{1}{12}t = \frac{2}{3}$

Решив его, получим, что $\frac{8}{11}$ часа. Итак, в первый раз стрелки поравняются через $\frac{8}{11}$ часа. Пусть во второй раз они поравняются через время z. Минутная стрелка пройдет расстояние $1 \cdot z$, а часовая $\frac{1}{12}z$, причем минутная стрелка пройдет на один круг больше. Запишем уравнение:

$$1 \cdot z - \frac{1}{12}z = 1$$

Решив его, получим, что $z = \frac{12}{11}$ часа. Итак, через $\frac{12}{11}$ часа стрелки поравняются во второй раз, еще через $\frac{12}{11}$ часа — в третий, и еще через $\frac{12}{11}$ часа — в четвертый.

Значит, если старт был в 8.00, то в четвертый раз стрелки поравняются через $\frac{8}{11} + 3\frac{12}{11}$ часа.

Ответ полностью согласуется с «экспериментальным» решением! :-)

На экзамене по математике вам может также встретиться задача о нахождении средней скорости. Запомним, что средняя скорость не равна среднему арифметическому скоростей. Она находится по специальной формуле:

$$v_{cp}=\frac{S_o}{t_o},$$

где v_{cp} — средняя скорость, S_o - общий путь, t_o — общее время.

Если участков пути было два, то

$$v_{cp}=\frac{S_1+S_2}{t_1+t_2}$$

А сейчас покажем вам один из секретов решения текстовых задач. Что делать, если у вас получился в уравнении пятизначный дискриминант? Да, это реальная ситуация! Это может встретиться в варианте ЕГЭ.

$4.$ *Два гонщика участвуют в гонках. Им предстоит проехать 60 кругов по кольцевой трассе протяжённостью 3 км. Оба гонщика стартовали одновременно, а на финиш первый пришёл раньше второго на 10 минут. Чему равнялась средняя скорость второго гонщика, если известно, что первый гонщик в первый раз обогнал второго на круг через 15 минут? Ответ дайте в км/ч.*

Первый гонщик через 15 минут после старта обогнал второго на 1 круг. Значит, за 15 минут он проехал на 1 круг, то есть на 3 километра больше. За час он проедет на $3\cdot4=12$ километров больше. Его скорость на 12 км/ч больше, чем скорость второго.

Как всегда, составляем таблицу и уравнение. 10 минут переведем в

часы. Это $\frac{1}{4}$ часа.

$\frac{180}{x}-\frac{180}{x+12}=\frac{1}{6};$

Честно преобразовав это уравнение к квадратному, получим:

$x^2+12x-12960=0.$

Пятизначный дискриминант, вот повезло! Но есть и другой способ решения, и он намного проще. Посмотрим еще раз на наше уравнение:

$\frac{180}{x}-\frac{180}{x+12}=\frac{1}{6}$

Заметим, что 180 делится на 12. Сделаем замену: $x=12z.$

$$\frac{180}{12z}-\frac{180}{12z+12}=\frac{1}{6};$$

$$\frac{15}{z}-\frac{15}{z+1}=\frac{1}{6};$$

$$\frac{90}{z}-\frac{90}{z+1}=1$$

Это уравнение легко привести к квадратному и решить. Целый

положительный корень этого уравнения: $z=9.$ Тогда $x=12z=108.$

Ответ: 108

Мы решили текстовую задачу с помощью **замены переменной**. Этот прием в математике используется везде: в решении задач, уравнений и неравенств, в задачах с параметрами и интегрировании. **Общее правило: можете сделать замену переменной – сделайте.**

Спасибо за то, что пользуйтесь нашими статьями. Информация на странице «Задачи ЕГЭ на движение по окружности» подготовлена нашими редакторами специально, чтобы помочь вам в освоении предмета и подготовке к ЕГЭ и ОГЭ. Чтобы успешно сдать нужные и поступить в высшее учебное заведение или техникум нужно использовать все инструменты: учеба, контрольные, олимпиады, онлайн-лекции, видеоуроки, сборники заданий. Также вы можете воспользоваться другими материалами из данного раздела.

Публикация обновлена: 02.04.2024