

Преобразование буквенных иррациональных выражений

9. Преобразование числовых и буквенных выражений

1. Вспоминай формулы по каждой теме
2. Решай новые задачи каждый день
3. Вдумчиво разбирай решения

Буквенные иррациональные выражения

► Если под корнем *четной* степени находится неизвестная: $\sqrt[2n]{f(x)}$, то данное выражение имеет смысл только при $f(x) \geq 0$.

Как и в предыдущей подтеме, справедливы формулы:

$$\sqrt[2n]{f^{2n}(x)} = |f(x)|$$

$$\left(\sqrt[2n]{f(x)}\right)^{2n} = f(x), \quad \text{при условии } f(x) \geq 0$$

Пример: 1) $\sqrt[4]{x^4} = |x|$;

$$2) (\sqrt{x^2 - 1})^2 = x^2 - 1 \quad \text{при условии, что } x^2 - 1 \geq 0;$$

$$3) \sqrt[6]{x^{96}} = \sqrt[6]{(x^{16})^6} = x^{16} \quad \text{при всех } x \text{ (т.к. } x^{16} \geq 0 \text{ для любого } x).$$

► Если под корнем *нечетной* степени находится неизвестная: $\sqrt[2n+1]{f(x)}$, то данное выражение имеет смысл при всех $f(x) \in \mathbb{R}$.

Как и в предыдущей подтеме, справедлива формула:

$$\sqrt[2n+1]{f^{2n+1}(x)} = \left(\sqrt[2n+1]{f(x)} \right)^{2n+1} = f(x)$$

Пример: $\sqrt[5]{x^{10}} = \sqrt[5]{(x^2)^5} = x^2.$

Задание 1 #513

Уровень задания: Легче ЕГЭ

Найдите значение выражения $\sqrt{y^2}$, при $y = -5$.

$$\sqrt{y^2} = |y|, \text{ что при } y = -5 \text{ равно } 5.$$

Ответ: 5

Задание 2 #514

Уровень задания: Легче ЕГЭ

Найдите значение выражения $\sqrt{(5+x)^2}$, при $x = -13300$.

$$\sqrt{(5+x)^2} = |5+x|, \text{ что при } x = -13300 \text{ равно } 13295.$$

Ответ: 13295

Задание 3 #515

Уровень задания: Легче ЕГЭ

Найдите значение выражения $\sqrt[3]{(6-2x)^3}$, при $x = 5$.

$$\sqrt[3]{(6-2x)^3} = 6-2x, \text{ что при } x = 5 \text{ равно } -4.$$

Ответ: -4

Задание 4 #516

Уровень задания: Легче ЕГЭ

Найдите значение выражения $\sqrt[4]{(-11x+3)^4}$, при $x = 0,5$.

$$\sqrt[4]{(-11x+3)^4} = |-11x+3| = |11x-3|, \text{ что при } x = 0,5 \text{ равно } 2,5.$$

Ответ: 2,5

Задание 5 #517

Уровень задания: Легче ЕГЭ

Найдите значение выражения $\sqrt[4]{(-x+1)^8}$, при $x = -12$.

$$\sqrt[4]{(-x+1)^8} = \sqrt[4]{((-x+1)^2)^4} = |(-x+1)^2| = (-x+1)^2 = (x-1)^2, \\ \text{что при } x = -12 \text{ равно } 169.$$

Ответ: 169

Задание 6 #1962

Уровень задания: Равен ЕГЭ

Найдите значение выражения $\frac{a - \sqrt{ab}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$ при $a = 0,64$, $b = 2,25$.

$$\frac{a - \sqrt{ab}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{(\sqrt{a})^2 - \sqrt{a}\sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \sqrt{a} = \sqrt{0,64} = 0,8$$

Ответ: 0,8

Задание 7 #519

Уровень задания: Равен ЕГЭ

Найдите значение выражения $\frac{13t^2 + \sqrt{t}}{t^2} - \frac{t}{t^2\sqrt{t}}$, при $t > 100$.

Вторую дробь при $t > 0$ можно представить в следующем виде:

$$\frac{13t^2 + \sqrt{t}}{t^2} - \frac{t}{t^2\sqrt{t}} = \frac{13t^2 + \sqrt{t}}{t^2} - \frac{\sqrt{t}}{t^2} = \frac{13t^2}{t^2} = 13.$$

Ответ: 13