

Самая удобная и увлекательная подготовка к ЕГЭ

ООО «Экзамер»

Показательными называют такие уравнения, в которых неизвестное содержится в показателе степени.

$$a^x = b$$

При решении показательных уравнений используются свойства степеней, вспомним некоторые из них:

1. При умножении степеней с одинаковыми основаниями основание остается прежним, а показатели складываются.

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

2. При делении степеней с одинаковыми основаниями основание остается прежним, а показатели вычитаются

$$a^n : a^m = a^{n-m}$$

3. При возведении степени в степень основание остается прежним, а показатели перемножаются

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

4. При возведении в степень произведения в эту степень возводится каждый множитель

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

5. При возведении в степень дроби в эту степень возводятся числитель и знаменатель

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

6. При возведении любого основания в нулевой показатель степени результат равен единице

$$a^0 = 1$$

7. Основание в любом отрицательном показателе степени можно представить в виде основания в таком же положительном показателе степени, изменив положение основания относительно черты дроби

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\frac{a^{-n}}{b^{-k}} = \frac{b^k}{a^n}$$

8. Радикал (корень) можно представить в виде степени с дробным показателем

$$\sqrt[n]{a^k} = a^{\frac{k}{n}}$$

Показательные уравнения часто сводятся к решению уравнения $a^x = a^m$, где, $a > 0, a \neq 1, x$ - неизвестное. Для решения таких уравнений воспользуемся свойством степеней: степени с одинаковым основанием ($a > 0, a \neq 1$) равны только тогда, когда равны их показатели.

Решить уравнение $25 \cdot 5^x = 1$

Решение:

В левой части уравнения необходимо сделать одну степень с основанием 5 и в правой части уравнения представить число 1 в виде степени с основанием 5

$$5^2 \cdot 5^x = 5^0$$

При умножении степеней с одинаковыми основаниями основание остается прежним, а показатели складываются

$$5^{2+x} = 5^0$$

Далее проговариваем: степени с одинаковым основанием
($a > 0, a \neq 1$) равны только тогда, когда равны их показатели

$$2 + x = 0$$

$$x = -2$$

Ответ: -2

Решить уравнение $2^{3x+2} - 2^{3x-2} = 30$

Решение:

Чтобы решить данное уравнение, вынесем степень с наименьшим показателем как общий множитель

$$2^{3x+2} - 2^{3x-2} = 30$$

$$2^{3x-2} \left(\frac{2^{3x+2}}{2^{3x-2}} - \frac{2^{3x-2}}{2^{3x-2}} \right) = 30$$

$$2^{3x-2} \left(2^{3x+2-(3x-2)} - 1 \right) = 30$$

$$2^{3x-2} (2^4 - 1) = 30$$

$$2^{3x-2} \cdot 15 = 30$$

Разделим обе части уравнения на 15

$$2^{3x-2} = 2$$

$$2^{3x-2} = 2^1$$

$$3x - 2 = 1$$

$$3x = 3$$

$$x = 1$$

Ответ: 1