Буквенные тригонометрические выражения и их преобразования при решении задач в ЕГЭ по математике

9. Преобразование числовых и буквенных выражений

1. Вспоминай формулы по каждой теме

2. Решай новые задачи каждый день

3. Вдумчиво разбирай решения

- Алгоритм применения **формул приведения:**

Шаг 1: определить, меняется ли функция на кофункцию:

$$\sin \leftrightarrow \cos$$
$$\mathrm{tg} \leftrightarrow \mathrm{ctg}$$

Шаг 2: определить знак, который имеет *изначальная функция*, поняв, в какой четверти находится *изначальный угол* (предполагая, что α – острый)

- Если угол можно представить в виде $(\pi n \pm \alpha)$, где n – натуральное, то функция на кофункцию **не меняется**.Пример: $\sin(\pi n \pm \alpha) = \odot \sin\alpha$, где на месте $\odot$ должен стоять знак синуса для угла $(\pi n \pm \alpha)$

- Если угол можно представить в виде $\left(\frac{\pi}{2}n \pm \alpha\right)$, где n – нечетное число, то функция на кофункцию **меняется**Пример: $\sin\left(\frac{\pi}{2}n \pm \alpha\right) = \odot \cos\alpha$, где на месте $\odot$ должен стоять знак синуса для угла $\left(\frac{\pi}{2}n \pm \alpha\right)$

- **Основные формулы:**

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \qquad \mathrm{tg}\alpha \cdot \mathrm{ctg}\alpha = 1$$

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \qquad \mathrm{ctg}\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \qquad \cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 \qquad \sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

Задание 1 #585

Уровень задания: Легче ЕГЭ

Найдите $\sin^2\alpha + 2\cos\alpha + \cos^2\alpha$, если $\cos\alpha = 0,18$.

Согласно основному тригонометрическому тождеству $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, откуда

$$\sin^2\alpha + 2\cos\alpha + \cos^2\alpha = \sin^2\alpha + \cos^2\alpha + 2\cos\alpha = 1 + 2\cos\alpha,$$

что при $\cos\alpha = 0,18$ равно $1 + 2 \cdot 0,18 = 1,36$.

Ответ: 1,36

Задание 2 #586

Уровень задания: Равен ЕГЭ

Найдите $2\sin^2\alpha + 2\sin\alpha + 2\cos^2\alpha$, если $\sin\alpha = -0,5$.

Согласно основному тригонометрическому тождеству $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, откуда

$$2\sin^2\alpha + 2\sin\alpha + 2\cos^2\alpha = 2(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha + \sin\alpha) = 2(1 + \sin\alpha),$$

что при $\sin\alpha = -0,5$ равно $2(1 - 0,5) = 1$.

Ответ: 1

Задание 3 #2054

Уровень задания: Равен ЕГЭ

Найдите значение выражения $\cos 2\alpha$, если $\sin\alpha = -0,6$.

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = 1 - 2\cdot(-0,6)^2 = 1 - 2\cdot 0,36 = 1 - 0,72 = 0,28$$

Ответ: 0,28

Задание 4 #587

Уровень задания: Равен ЕГЭ

Найдите $2\sin\alpha$, если $\cos\alpha = -1$.

Согласно основному тригонометрическому тождеству $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, откуда при $\cos\alpha = -1$ получаем:

$$\sin^2\alpha + 1 = 1,$$

то есть $\sin^2\alpha = 0$, откуда $\sin\alpha = 0$, следовательно, $2\sin\alpha = 0$.

Ответ: 0

Задание 5 #588

Уровень задания: Равен ЕГЭ

Найдите $|3\cos\alpha|$, если $\sin\alpha = 0$.

Согласно основному тригонометрическому тождеству $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, откуда при $\sin\alpha = 0$ получаем:

$$0 + \cos^2\alpha = 1,$$

то есть $\cos^2\alpha = 1$, откуда $\cos\alpha = \pm 1$, следовательно, $3\cos\alpha = \pm 3$, тогда $|3\cos\alpha| = |\pm 3| = 3$.

Ответ: 3

Задание 6 #3848

Уровень задания: Равен ЕГЭ

Найдите $\sin\alpha$, если $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{19}}{10}$ и $\alpha \in \left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$.

Так как $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, то

$$\sin\alpha = \pm\sqrt{1 - \frac{19}{100}} = \pm\frac{9}{10}$$

Так как $\alpha \in \left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$, то $\sin\alpha > 0$, следовательно, $\sin\alpha = 0,9$.

Ответ: 0,9

Задание 7 #591

Уровень задания: Равен ЕГЭ

Найдите $4\cos\alpha$, если $\sqrt{3}\sin\alpha = \dfrac{6\sqrt{2}}{5}$, $\alpha \in \left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$.

$\sin\alpha = \dfrac{2\sqrt{6}}{5}$. Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, откуда получаем:

$$\frac{24}{25} + \cos^2\alpha = 1 \qquad \Leftrightarrow \qquad \cos^2\alpha = \frac{1}{25} \qquad \Leftrightarrow \qquad \cos\alpha = \pm 0,2.$$

С учётом условия $\alpha \in \left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$ из двух возможных значений остаётся только $\cos\alpha = 0,2$ (в первой четверти косинус неотрицателен).

Итого: $4\cos\alpha = 4 \cdot 0,2 = 0,8$.

Ответ: 0,8