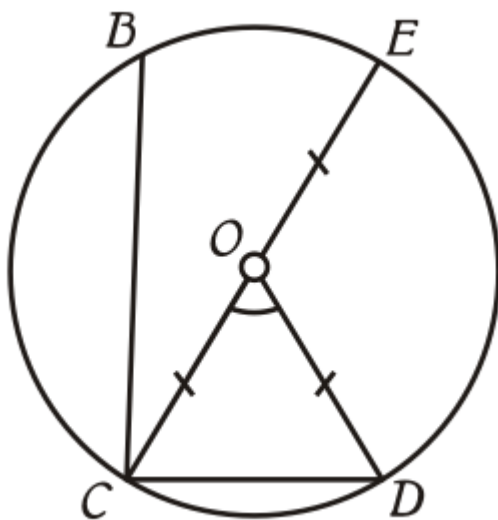


## Касательные, секущие, хорды.

Окружность - это фигура, которая состоит из множества точек плоскости, равноудаленных от данной точки (центра).



Отрезок, соединяющий любую точку на окружности с центром окружности, называется радиусом ( $R$ ).

$$OC = OD = OE = R.$$

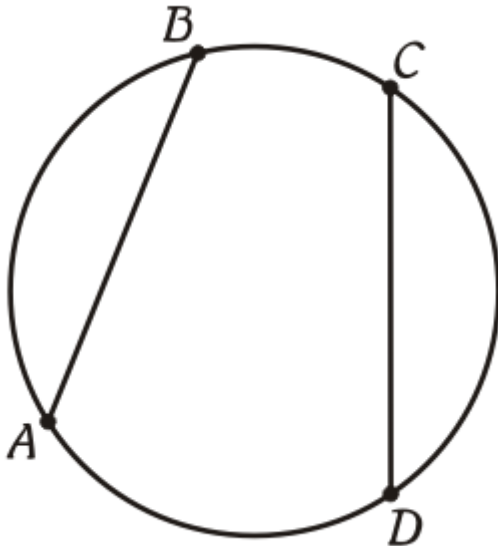
Отрезок, соединяющий любые две точки на окружности, называется хордой, а хорда, проходящая через центр, - диаметром ( $d$ ).

BC – хорда

CE - диаметр

### Свойства хорды и диаметра:

1. Диаметр равен двум радиусам  $d = 2R$ ;  $CE = 2CO$
2. Равные хорды стягивают равные дуги

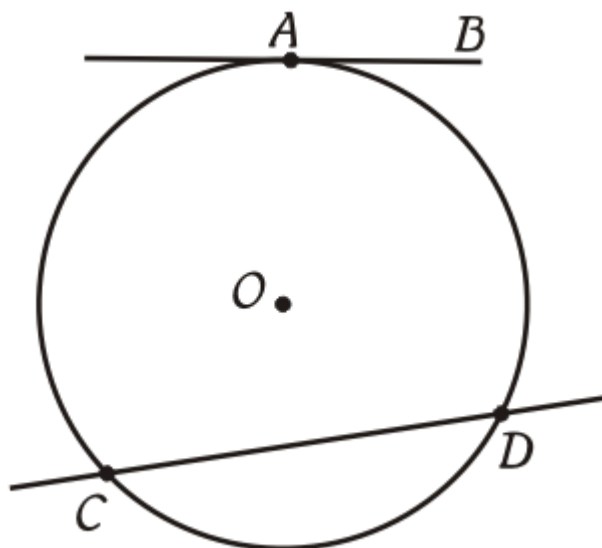


Если  $AB = CD$ , то  $\cup AB = \cup CD$ .

3. Вся окружность составляет  $360^\circ$ . Диаметр делит окружность на две полуокружности по  $180^\circ$ .
4. Хорды окружности, удаленные от центра на равные расстояния, равны.
5. Из двух хорд больше та, которая менее удалена от центра.

### Касательные и секущие:

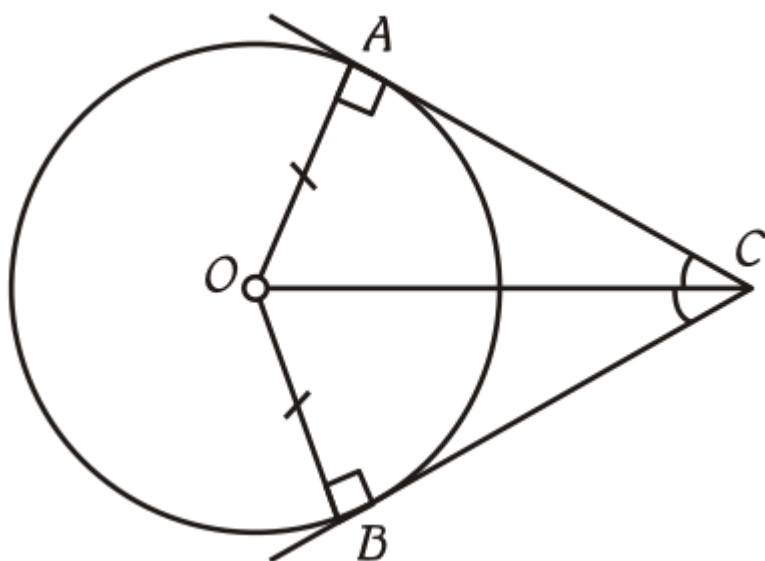
Прямая, имеющая с окружностью только одну общую точку, называется касательной. АВ - касательная



Прямая, имеющая с окружностью две общие точки, называется секущей.  $CD$  - секущая

### Свойства:

1. Касательная перпендикулярна радиусу, проведенному в точку касания.



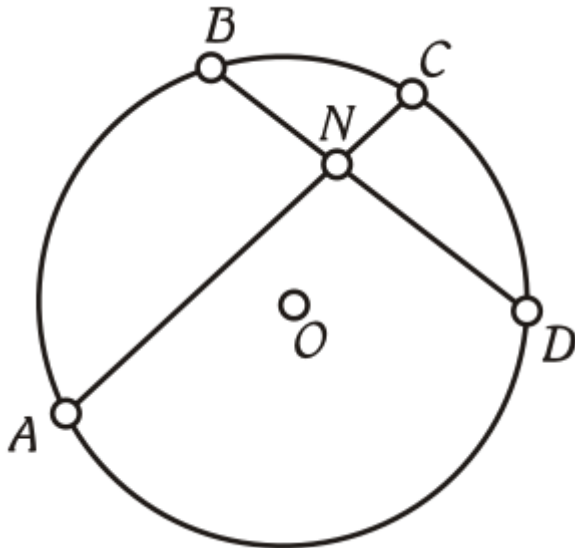
$$OA \perp AC; OB \perp BC$$

2. Отрезки касательных к окружности, проведенные из одной точки, равны и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту

точку и центр окружности.

$AC = BC$ ;  $OC$  - биссектриса

3. Если хорды  $AC$  и  $BD$  пересекаются в некоторой точке  $N$ , то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.

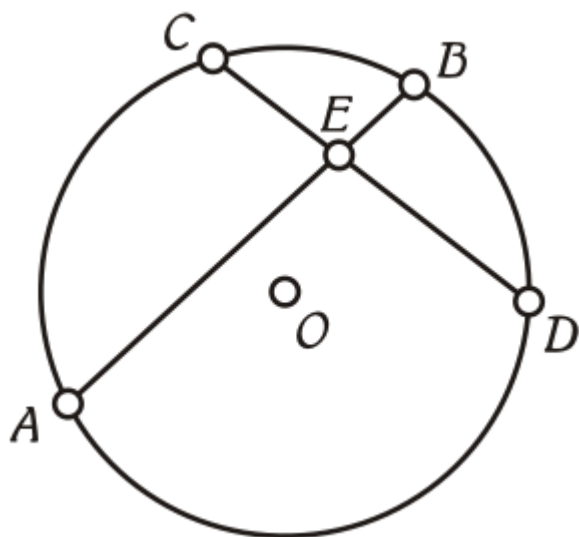


$$AN \cdot NC = BN \cdot ND$$

Пример:

Хорды  $AB$  и  $CD$  пересекаются в точке  $E$ . Найдите  $ED$ , если  $AE = 16$ ,  $BE = 9$ ,  $CE = ED$ .

Решение:



Если хорды  $AB$  и  $CD$  пересекаются в некоторой точке  $E$ , то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.

$$AE \cdot EB = CE \cdot ED$$

Так как  $CE = ED$ , данное выражение можно записать в виде:

$$ED^2 = AE \cdot EB$$

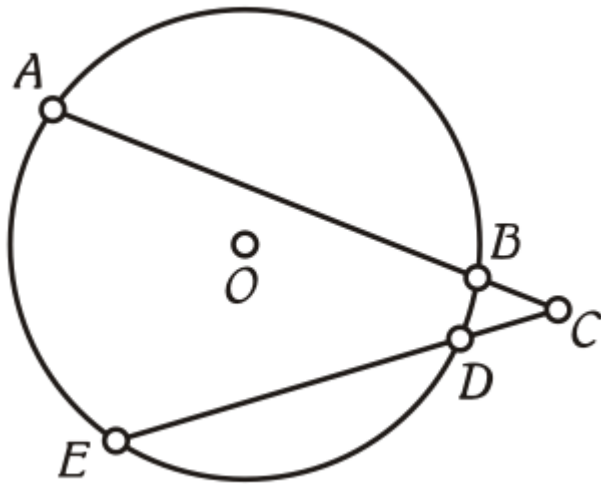
Подставим числовые значения

$$ED^2 = 16 \cdot 9$$

$$ED = \sqrt{16 \cdot 9} = 4 \cdot 3 = 12$$

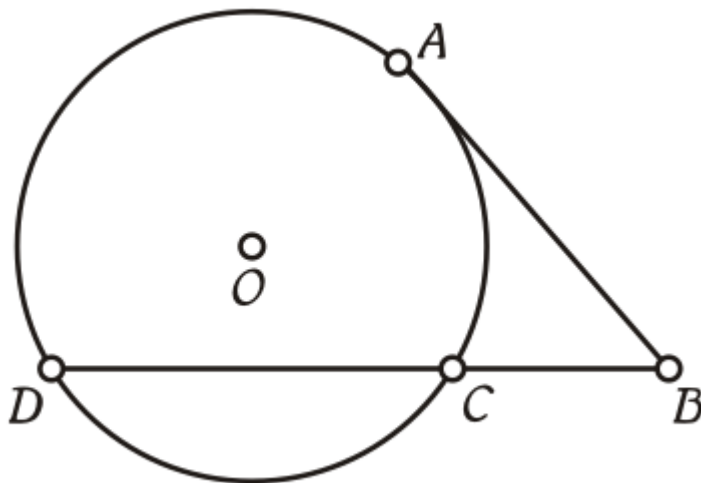
Ответ: 12

4. Если из одной точки к одной окружности проведены две секущие, то произведение первой секущей на ее внешнюю часть равно произведению второй секущей на свою внешнюю часть.



$$AC \cdot BC = EC \cdot DC$$

5. Если из одной точки к окружности проведены секущая и касательная, то произведение секущей на ее внешнюю часть равно квадрату длины касательной.

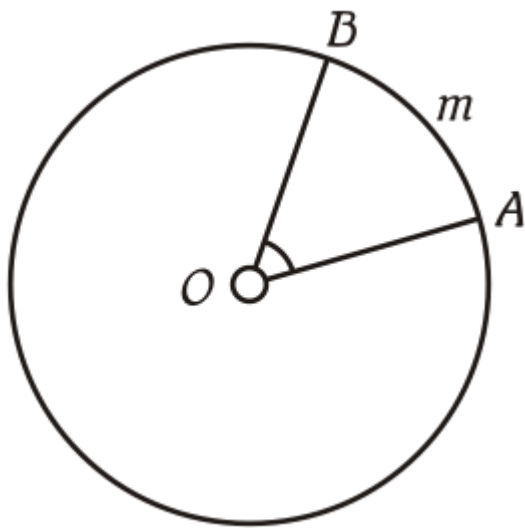


$$BD \cdot CB = AB^2$$

### Углы в окружности:

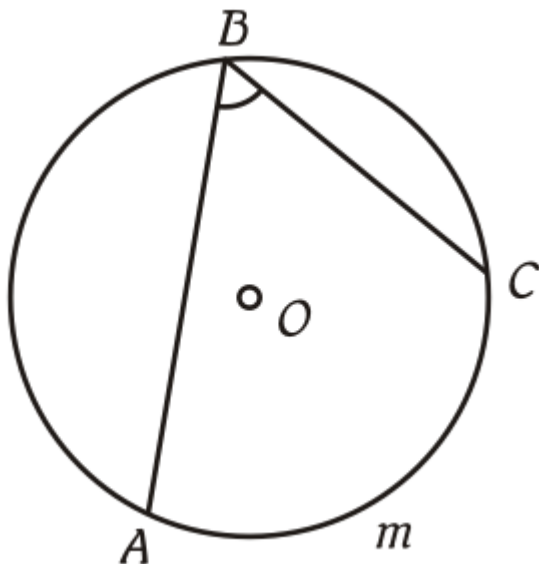
1. Угол, образованный двумя радиусами, называется центральным. Центральный угол равен градусной мере дуги, на которую он

опирается



$$\angle O = \cup BmA$$

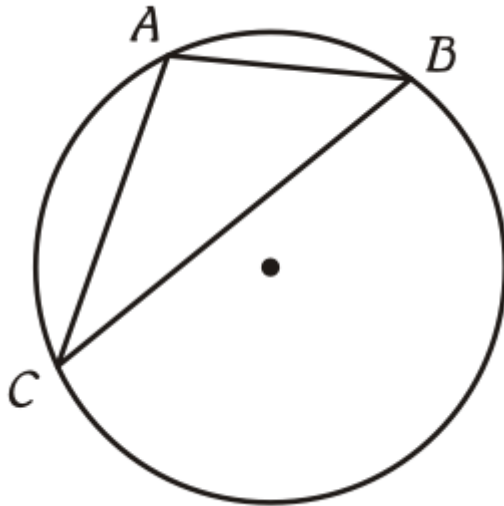
2. Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны являются хордами, называется вписанным. Вписанный угол равен половине градусной меры дуги, на которую он опирается



$$\angle B = \frac{\cup AmC}{2}$$

Пример:

Точки  $A, B, C$ , расположенные на окружности, делят её на три дуги, градусные меры которых относятся как 2: 3: 7. Найдите больший угол треугольника  $ABC$ . Ответ дайте в градусах.



Решение:

Данное условие можно рассмотреть как задачу на части:

1) Найдем общее количество частей, на которые разделили окружность.

$$2 + 3 + 7 = 12 \text{ (всего частей)}$$

2) Найдем, сколько градусов приходится на одну часть

$$360: 12 = 30^\circ$$

3)  $\cup AB$  составляет две части, следовательно,  $\cup AB = 2 \cdot 30 = 60^\circ$

$$\cup AC = 3 \cdot 30 = 90^\circ$$

$$\cup CB = 7 \cdot 30 = 210^\circ$$

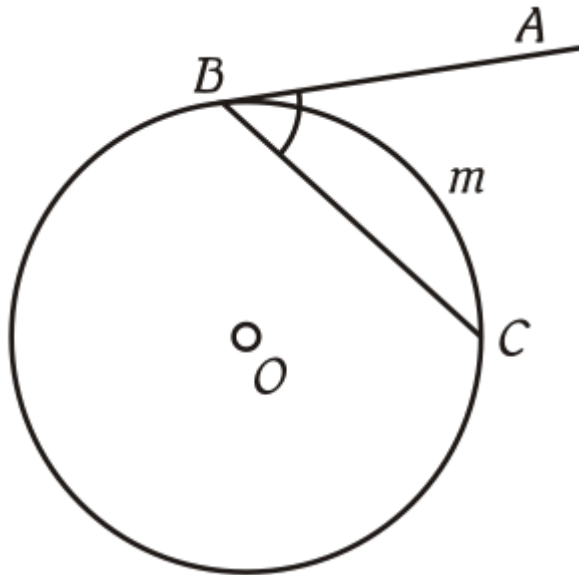
4) В треугольнике  $ABC$  самым большим углом является  $\angle A$ , он вписанный, опирается на дугу  $CB$  и равен ее половине.

$$\angle A = \frac{\cup CB}{2} = \frac{210}{2} = 105^\circ$$



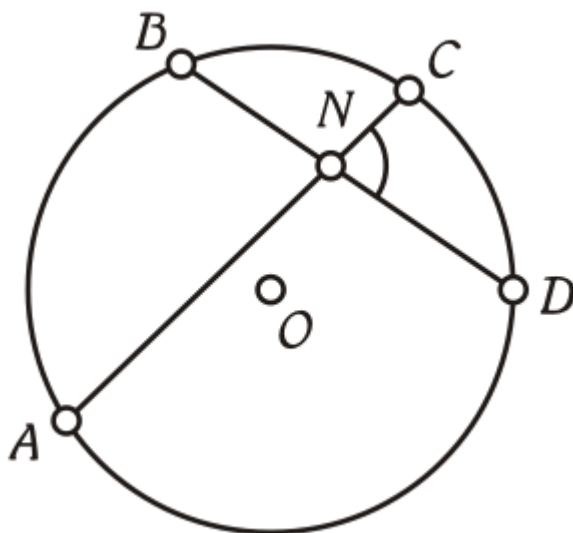
Ответ: 105

3. Угол между хордой и касательной равен половине дуги, отсекаемой хордой .



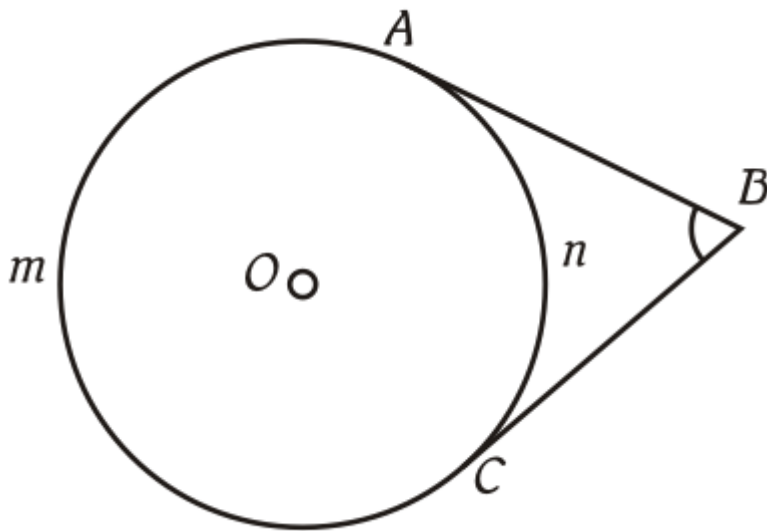
$$\angle B = \frac{\cup BmC}{2}$$

1. Угол между хордами равен полусумме дуг, на которые этот угол опирается



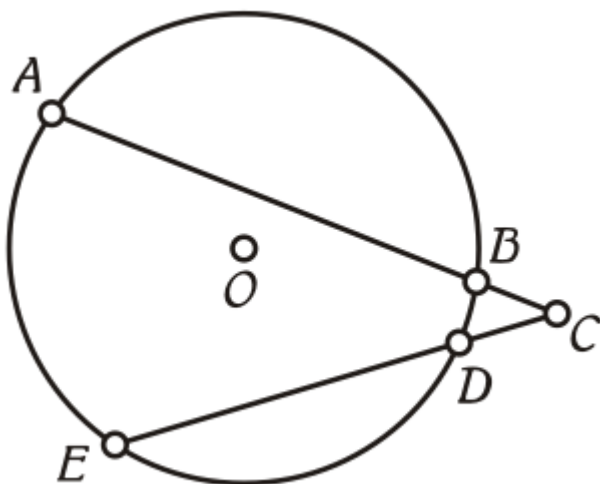
$$\angle CND = \frac{\cup CD + \cup AB}{2}$$

2. Угол между двумя касательными равен полуразности дуг, заключенных внутри угла.



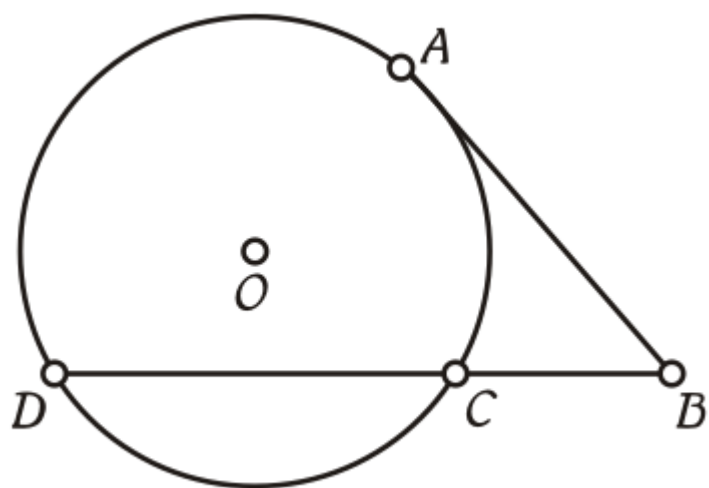
$$\angle B = \frac{\cup AmC - \cup AnC}{2}$$

3. Угол между двумя секущими равен полуразности дуг, заключенных внутри угла.



$$\angle C = \frac{\cup AE - \cup BD}{2}$$

4. Угол между касательной и секущей равен полуразности дуг, заключенных внутри угла.



$$\angle B = \frac{\cup AD - \cup AC}{2}$$