

Задачи на работу на ЕГЭ по математике

Еще один тип текстовых задач в вариантах ЕГЭ по математике — это задачи на работу.

Задачи на работу также решаются с помощью одной-единственной

формулы: $A = p \cdot t$. Здесь A — работа, t — время, а величина p , которая по смыслу является скоростью работы, носит специальное название — производительность. Она показывает, сколько работы сделано в единицу времени. Например, продавец в супермаркете надует воздушные шарик. Количество шариков, которые он надует за час — это и есть его производительность.

Правила решения задач на работу очень просты.

1. $A = p \cdot t$, то есть работа = производительность · время. Из этой

формулы легко найти t или p .

2. Если объем работы не важен в задаче и нет никаких данных, позволяющих его найти — работа принимается за единицу. Построен дом (один). Написана книга (одна). А вот если речь

идет о количестве кирпичей, страниц или построенных домов — работа как раз и равна этому количеству.

3. Если трудятся двое рабочих (два экскаватора, два завода...) — их производительности складываются. Очень логичное правило.

4. В качестве переменной x удобно взять именно производительность.

Покажем, как все это применяется на практике.

1. Заказ на 110 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если

известно, что первый за час делает на 1 деталь больше?

Так же, как и в задачах на движение, заполним таблицу.

В колонке «работа» и для первого, и для второго рабочего запишем:

110 . В задаче спрашивается, сколько деталей в час делает второй рабочий, то есть какова его производительность. Примем ее за x .

Тогда производительность первого рабочего равна $x + 1$ (он делает на

одну деталь в час больше). $t = \frac{A}{p}$, время работы первого рабочего

равно $t_1 = \frac{110}{x + 1}$, время работы второго равно $t_2 = \frac{110}{x}$.

p t A

первый рабочий $x + 1$ $t_1 = \frac{110}{x + 1}$ 110

второй рабочий x $t_2 = \frac{110}{x}$ 110

Первый рабочий выполнил заказ на час быстрее. Следовательно, t_1
на 1 меньше, чем t_2 , то есть

$$t_1 = t_2 - 1$$

$$\frac{110}{x + 1} = \frac{110}{x} - 1$$

Мы уже решали такие уравнения. Оно легко сводится к квадратному:

$$x^2 + x - 110 = 0$$

Дискриминант равен 441. Корни уравнения: $x_1 = 10$, $x_2 = -11$.

Очевидно, производительность рабочего не может быть отрицательной — ведь он производит детали, а не уничтожает их :-)
Значит, отрицательный корень не подходит.

Ответ: 10.

2. Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней.
За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый

рабочий, если он за два дня выполняет такую же часть работы, какую второй — за три дня?

В этой задаче (в отличие от предыдущей) ничего не сказано о том, какая это работа, чему равен ее объем. Значит, работу можем принять за единицу.

А что же обозначить за переменные? Мы уже говорили, что за

переменную x удобно обозначить производительность. Пусть x — производительность первого рабочего. Но тогда производительность

второго нам тоже понадобится, и ее мы обозначим за y .

По условию, первый рабочий за два дня делает такую же часть

работы, какую второй — за три дня. Значит, $2x = 3y$. Отсюда $y = \frac{2}{3}x$.

Работая вместе, эти двое сделали всю работу за 12 дней. При совместной работе производительности складываются, значит,

$$(x + y) \cdot 12 = 1$$

$$\left(x + \frac{2}{3}x\right) \cdot 12 = 1$$

$$\frac{5}{3}x \cdot 12 = 1$$

$$20x = 1$$

$$x = \frac{1}{20}$$

Итак, первый рабочий за день выполняет $\frac{1}{20}$ всей работы. Значит, на всю работу ему понадобится 20 дней.

Ответ: 20 .

3. Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 2 минуты дольше, чем вторая труба заполняет резервуар объемом 99 литров?

Всевозможные задачи про две трубы, которые наполняют какой-либо резервуар для воды — это тоже задачи на работу. В них также фигурируют известные вам величины — производительность, время и работа.

Примем производительность первой трубы за x . Именно эту величину и требуется найти в задаче. Тогда производительность второй трубы равна $x + 1$, поскольку она пропускает на один литр в минуту больше, чем первая. Заполним таблицу

P	t	A
-----	-----	-----

первая труба x $t_1 = \frac{110}{x}$ 110

вторая труба $x + 1$ $t_2 = \frac{99}{x + 1}$ 99

Первая труба заполняет резервуар на две минуты дольше, чем

вторая. Значит, $t_1 - t_2 = 2$. Составим уравнение:

$$\frac{110}{x} - \frac{99}{x + 1} = 2$$

и решим его.

Ответ: 10.

4. Андрей и Паша красят забор за 9 часов. Паша и Володя красят этот же забор за 12 часов, а Володя и Андрей — за 18 часов. За сколько часов мальчики покрасят забор, работая втроем?

Мы уже решали [задачи на движение](#). Правила те же. Отличие лишь в

том, что здесь работают трое, и переменных будет тоже три. Пусть x — производительность Андрея, y — производительность Паши, а z — производительность Володи. Забор, то есть величину работы,

примем за 1 — ведь мы ничего не можем сказать о его размере.

производительность работа

Андрей x

Паша y 1

Володя z 1

Вместе $x + y + z$ 1

Андрей и Паша покрасили забор за 9 часов. Мы помним, что при совместной работе производительности складываются. Запишем

уравнение: $(x + y) \cdot 9 = 1$ Аналогично, $(y + z) \cdot 12 = 1$ $(x + z) \cdot 18 = 1$

Тогда $x + y = \frac{1}{9}$ $y + z = \frac{1}{12}$ $x + z = \frac{1}{18}$. Можно искать x , y и z по отдельности, но лучше просто сложить все три уравнения. Получим,

что $2(x + y + z) = \frac{1}{9} + \frac{1}{12} + \frac{1}{18}$ Значит, работая втроем, Андрей, Паша и Володя красят за час одну восьмую часть забора. Весь забор они

покрасят за 8 часов. Ответ: 8 .