Показательными называют такие уравнения, в которых неизвестное содержится в показателе степени.

$a^x = b$

При решении показательных уравнений используются свойства степеней, вспомним некоторые из них:

1. При умножении степеней с одинаковыми основаниями основание остается прежним, а показатели складываются.

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

2. При делении степеней с одинаковыми основаниями основание остается прежним, а показатели вычитаются

$a^n : a^m = a^{n-m}$

3. При возведении степени в степень основание остается прежним, а показатели перемножаются

$\left(a^n\right)^m = a^{n \cdot m}$

4. При возведении в степень произведения в эту степень возводится каждый множитель

$\left(a \cdot b\right)^n = a^n \cdot b^n$

5. При возведении в степень дроби в эту степень возводиться числитель и знаменатель

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

6. При возведении любого основания в нулевой показатель степени результат равен единице

$a^0 = 1$

7. Основание в любом отрицательном показателе степени можно представить в виде основания в таком же положительном показателе степени, изменив положение основания относительно черты дроби

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

$\frac{a^{-n}}{b^{-k}} = \frac{b^k}{a^n}$

8. Радикал (корень) можно представить в виде степени с дробным показателем

$\sqrt[n]{a^k} = a^{\frac{k}{n}}$

Показательные уравнения часто сводятся к решению уравнения $a^x = a^m$, где, $\mathrm{a} > 0, a \neq 1, x$ - неизвестное. Для решения таких уравнений воспользуемся свойством степеней: степени с одинаковым основанием $\left(\mathrm{a} > 0, a \neq 1\right)$ равны только тогда, когда равны их показатели.

Решить уравнение $25 \cdot 5^{\mathrm{x}} = 1$

Решение:

В левой части уравнения необходимо сделать одну степень с основанием 5 и в правой части уравнения представить число 1 в виде степени с основанием 5

$5^2 \cdot 5^{\mathrm{x}} = 5^0$

При умножении степеней с одинаковыми основаниями основание остается прежним, а показатели складываются

$5^{2 + \mathrm{x}} = 5^0$

Далее проговариваем: степени с одинаковым основанием $(a > 0, a \neq 1)$ равны только тогда, когда равны их показатели

$2 + x = 0$

$x = -2$

Ответ: -2

Решить уравнение $2^{3x+2} - 2^{3x-2} = 30$

Решение:

Чтобы решить данное уравнение, вынесем степень с наименьшим показателем как общий множитель

$2^{3x+2} - 2^{3x-2} = 30$

$2^{3x-2}\left(\frac{2^{3x+2}}{2^{3x-2}} - \frac{2^{3x-2}}{2^{3x-2}}\right) = 30$

$2^{3x-2}\left(2^{3x+2-(3x-2)} - 1\right) = 30$

$2^{3x-2}\left(2^4 - 1\right) = 30$

$2^{3x-2} \cdot 15 = 30$

Разделим обе части уравнения на 15

$2^{3x-2} = 2$

$2^{3x-2} = 2^1$

$3x - 2 = 1$

$3x = 3$

$x = 1$

Ответ: 1