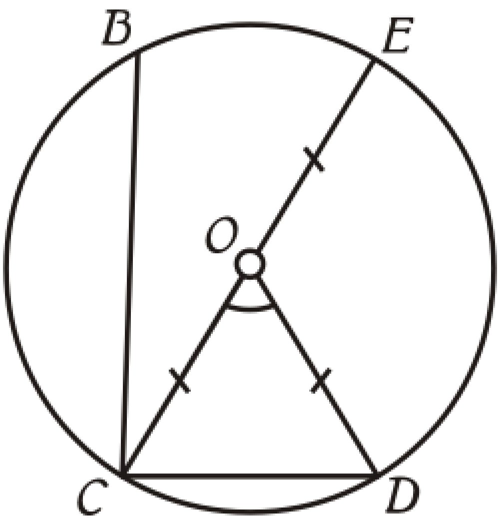
Самая удобная и увлекательная подготовка к ЕГЭ

ООО «Экзамер»

Касательные, секущие, хорды.

Окружность - это фигура, которая состоит из множества точек плоскости, равноудаленных от данной точки (центра).



Отрезок, соединяющий любую точку на окружности с центром окружности, называется радиусом (R).

$\mathrm{OC} = OD = OE = R$.

Отрезок, соединяющий любые две точки на окружности, называется хордой, а хорда, проходящая через центр, - диаметром (d).

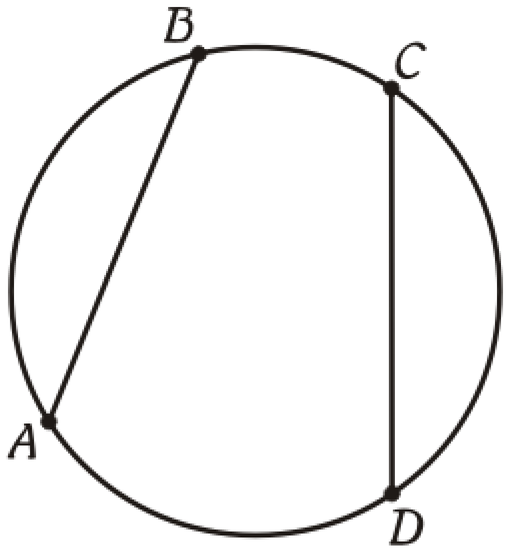
BC – хорда

CE - диаметр

Свойства хорды и диаметра:

1. Диаметр равен двум радиусам $d = 2R; \mathrm{CE} = 2\mathrm{CO}$

2. Равные хорды стягивают равные дуги



Если $AB = CD$, то $\cup AB = \cup CD$.

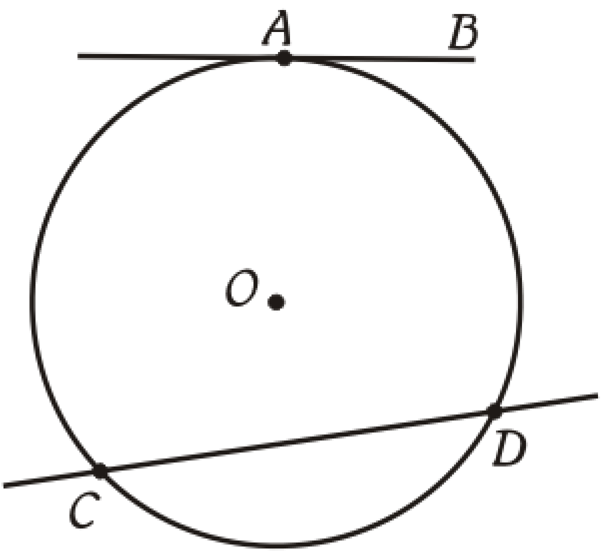
3.Вся окружность составляет $360°$. Диаметр делит окружность на две полуокружности по $180°$.

4. Хорды окружности, удаленные от центра на равные расстояния, равны.

5. Из двух хорд больше та, которая менее отдалена от центра.

Касательные и секущие:

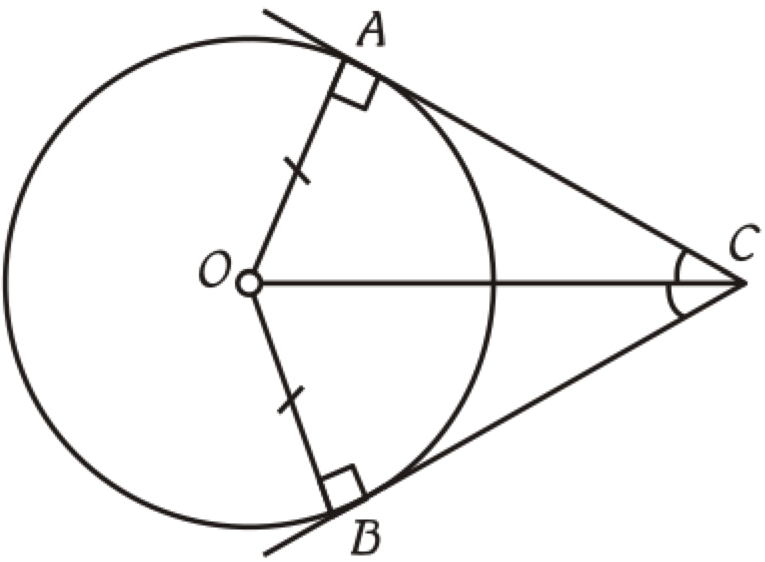
Прямая, имеющая с окружностью только одну общую точку, называется касательной. AB - касательная



Прямая, имеющая с окружностью две общие точки, называется секущей. CD - секущая

Свойства:

1. Касательная перпендикулярна радиусу, проведенному в точку касания.



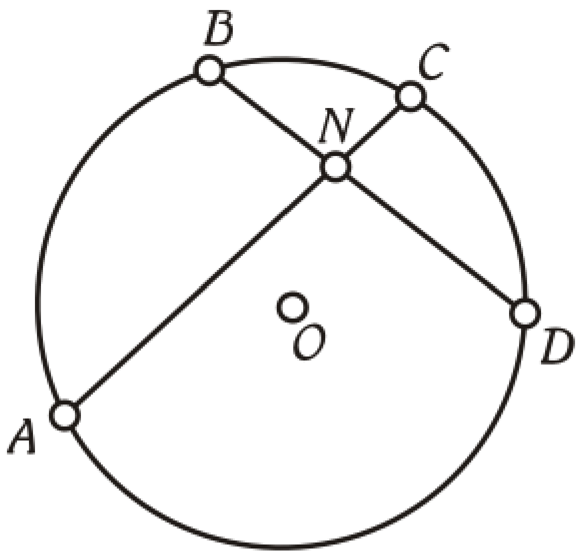
$\mathrm{OA} \perp \mathrm{AC}; OB \perp BC$

2. Отрезки касательных к окружности, проведенные из одной точки, равны и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту

точку и центр окружности.

$\mathrm{AC} = \mathrm{BC}$; OC - биссектриса

3. Если хорды AC и BD пересекаются в некоторой точке N, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.

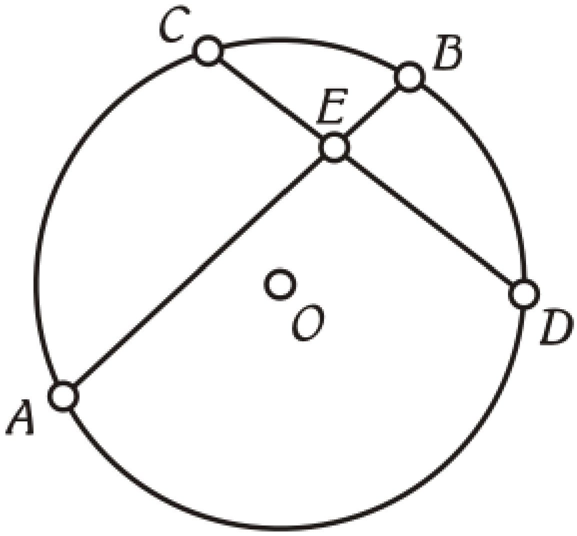


$AN \cdot NC = BN \cdot ND$

Пример:

Хорды AB и CD пересекаются в точке E. Найдите $\mathrm{E}D$, если $\mathrm{AE} = 16, \mathrm{BE} = 9, \mathrm{CE} = ED$.

Решение:



Если хорды AB и CD пересекаются в некоторой точке E, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.

$A\mathrm{E} \cdot \mathrm{EB} = \mathrm{CE} \cdot \mathrm{E}D$

Так как $\mathrm{CE} = ED$, данное выражение можно записать в виде:

$\mathrm{E}D^2 = A\mathrm{E} \cdot \mathrm{EB}$

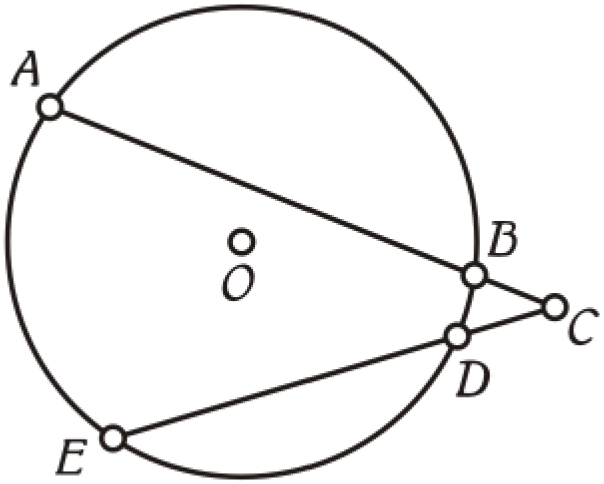
Подставим числовые значения

$\mathrm{E}D^2 = 16 \cdot 9$

$\mathrm{E}D = \sqrt{16 \cdot 9} = 4 \cdot 3 = 12$

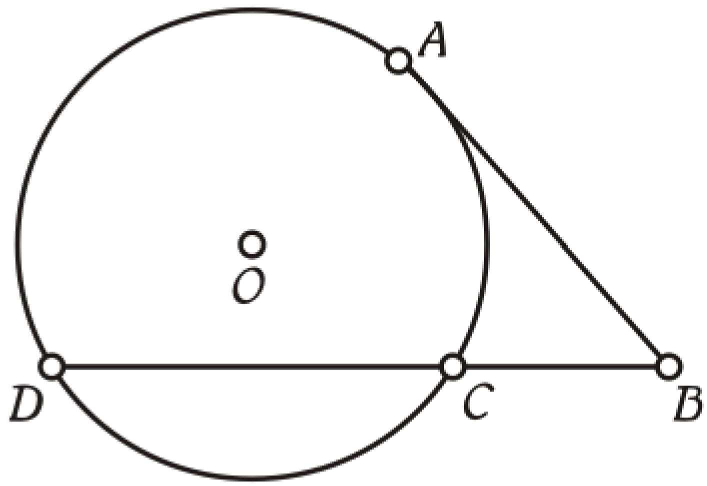
Ответ: 12

4. Если из одной точки к одной окружности проведены две секущие, то произведение первой секущей на ее внешнюю часть равно произведению второй секущей на свою внешнюю часть.



$\mathrm{AC} \cdot \mathrm{BC} = EC \cdot DC$

5. Если из одной точки к окружности проведены секущая и касательная, то произведение секущей на ее внешнюю часть равно квадрату длины касательной.

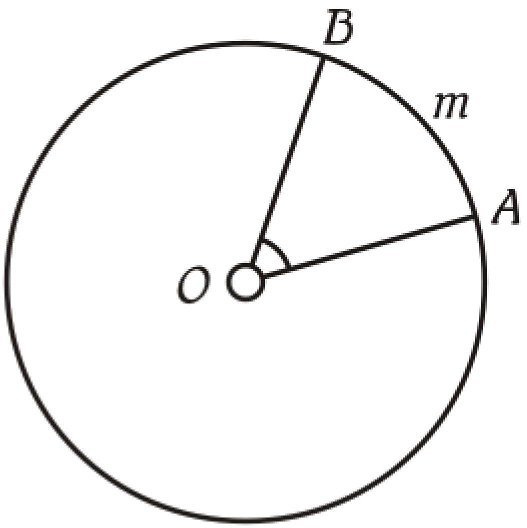


$BD \cdot \mathrm{C}B = AB^2$

Углы в окружности:

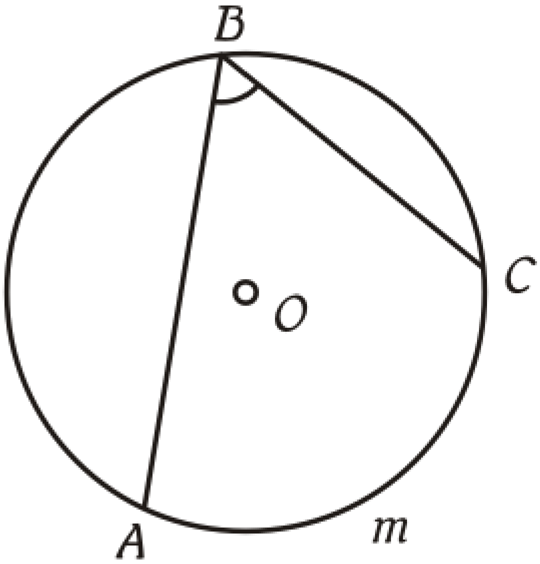
1. Угол, образованный двумя радиусами, называется центральным. Центральный угол равен градусной мере дуги, на которую он

опирается



$\angle O = \cup BmA$

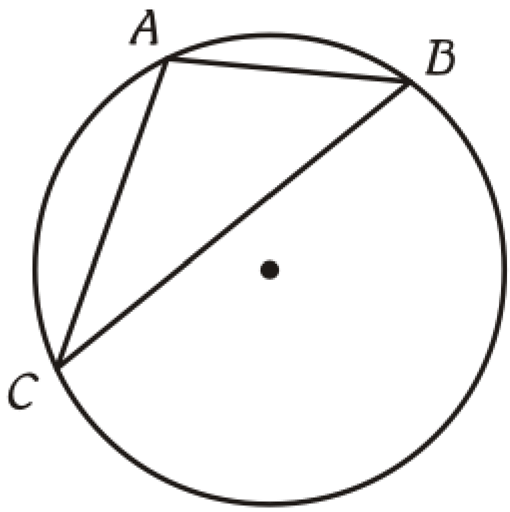
2. Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны являются хордами, называется вписанным. Вписанный угол равен половине градусной меры дуги, на которую он опирается



$\angle B = \frac{\cup AmC}{2}$

Пример:

Точки A, B, C, расположенные на окружности, делят её на три дуги, градусные меры которых относятся как $2:3:7$. Найдите больший угол треугольника ABC. Ответ дайте в градусах.



Решение:

Данное условие можно рассмотреть как задачу на части:

1) Найдем общее количество частей, на которые разделили окружность.

$2 + 3 + 7 = 12$ (всего частей)

2) Найдем, сколько градусов приходится на одну часть

$360: 12 = 30°$

3) $\cup \mathrm{AB}$ составляет две части, следовательно, $\cup \mathrm{AB} = 2 \cdot 30 = 60°$

$\cup \mathrm{AC} = 3 \cdot 30 = 90°$

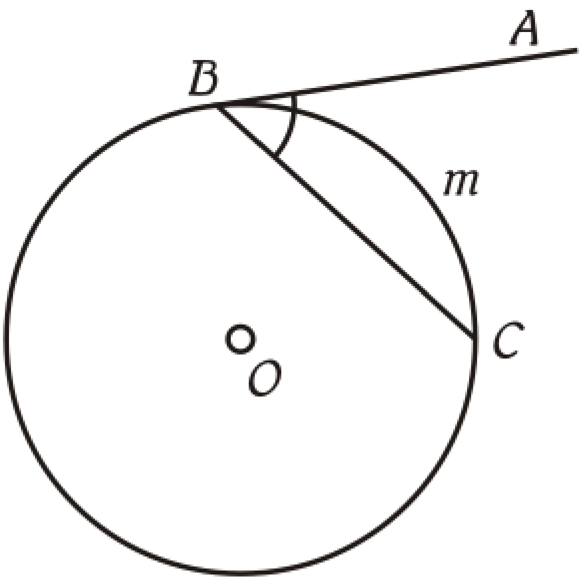
$\cup \mathrm{CB} = 7 \cdot 30 = 210°$

4) В треугольнике ABC самым большим углом является $\angle \mathrm{A}$, он вписанный, опирается на дугу CB и равен ее половине.

$\angle \mathrm{A} = \frac{\cup \mathrm{CB}}{2} = \frac{210}{2} = 105°$

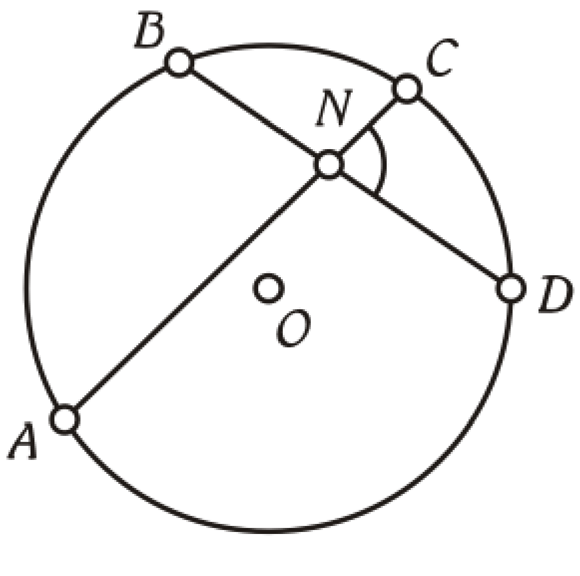
Ответ: 105

3. Угол между хордой и касательной равен половине дуги, отсекаемой хордой .



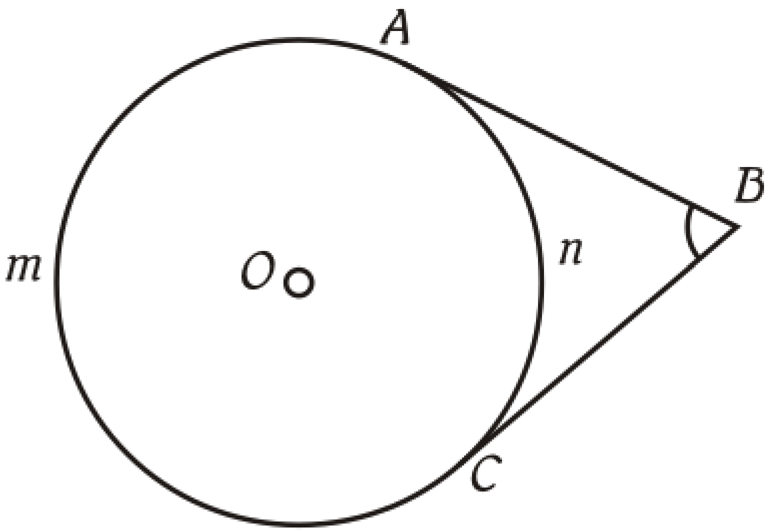
$\angle B = \frac{\cup BmC}{2}$

1. Угол между хордами равен полусумме дуг, на которые этот угол опирается



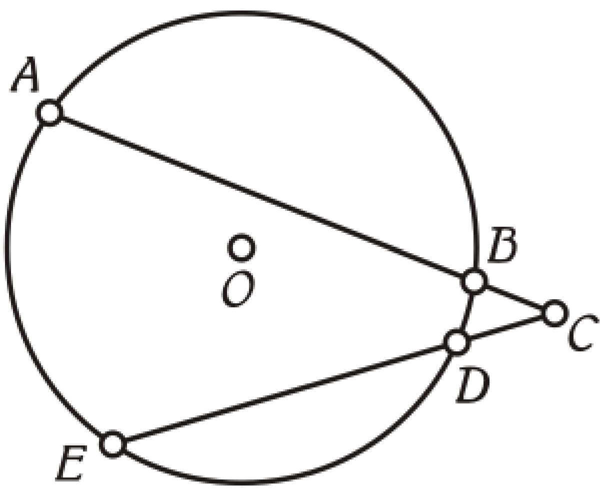
$\angle CND = \frac{\cup CD + \cup AB}{2}$

2. Угол между двумя касательными равен полуразности дуг, заключенных внутри угла.



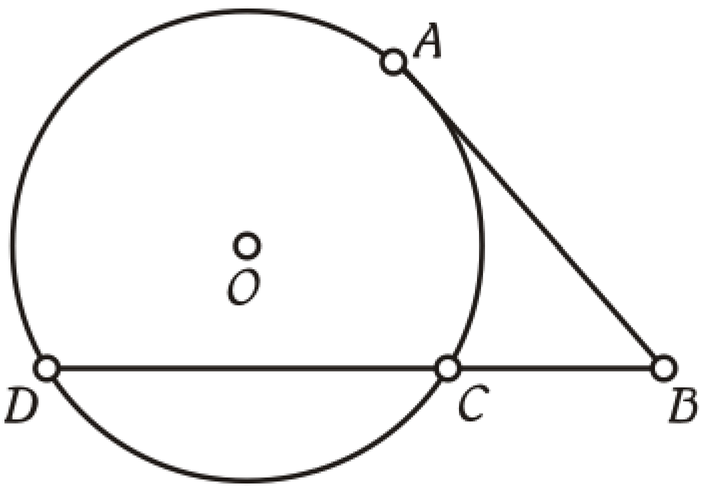
$$\angle B = \frac{\cup AmC - \cup AnC}{2}$$

3. Угол между двумя секущими равен полуразности дуг, заключенных внутри угла.



$$\angle C = \frac{\cup AE - \cup BD}{2}$$

4. Угол между касательной и секущей равен полуразности дуг, заключенных внутри угла.



$$\angle B = \frac{\cup AD - \cup AC}{2}$$