

Самая удобная и увлекательная подготовка к ЕГЭ

ООО «Экзамер»

Геометрический смысл производной

Напомним, что уравнение прямой, не параллельной осям координат, можно записать в виде $y = kx + b$, где k – угловой коэффициент прямой. Коэффициент k равен тангенсу угла наклона между прямой и положительным направлением оси Ox .

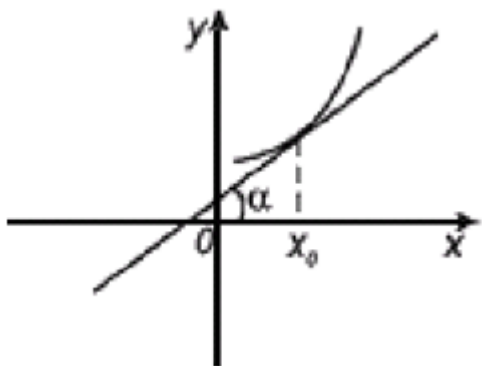
$$k = \operatorname{tg} \alpha$$

Производная функции $f(x)$ в точке x_0 равна угловому коэффициенту k касательной к графику в данной точке:

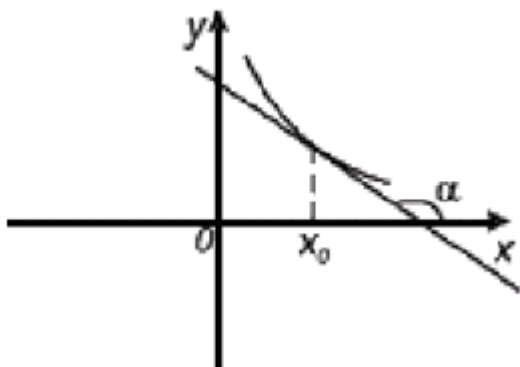
$$f'(x_0) = k$$

Следовательно, можем составить общее равенство:

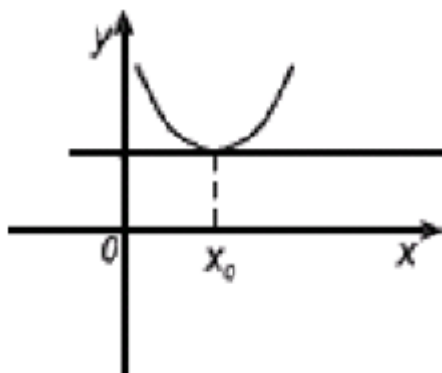
$$f'(x_0) = k = \operatorname{tg} \alpha$$



На рисунке касательная к функции $f(x)$ возрастает, следовательно, коэффициент $k > 0$. Так как $k > 0$, то $f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha > 0$. Угол α между касательной и положительным направлением Ox острый.

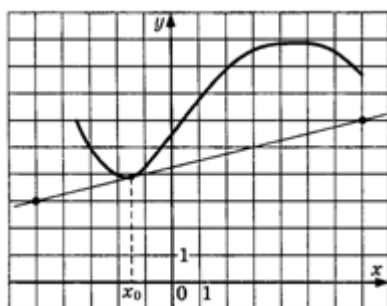


На рисунке касательная к функции $f(x)$ убывает, следовательно, коэффициент $k < 0$, следовательно, $f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha < 0$. Угол α между касательной и положительным направлением оси Ox тупой.



На рисунке касательная к функции $f(x)$ параллельна оси Ox , следовательно, коэффициент $k = 0$, следовательно, $f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = 0$. Точка x_0 , в которой $f'(x_0) = 0$, называется **экстремумом**.

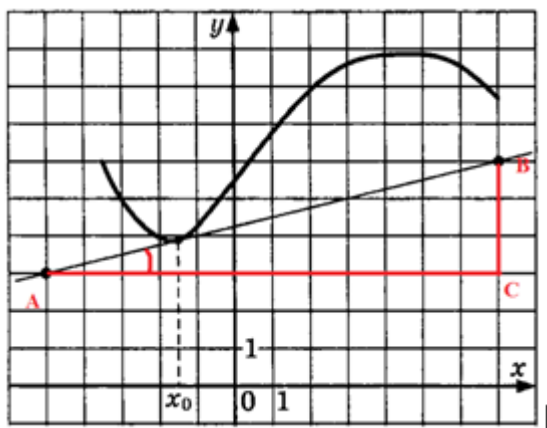
На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведённая в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Решение:

Касательная к графику возрастает, следовательно, $f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha > 0$

Для того, чтобы найти $f'(x_0)$, найдем тангенс угла наклона между касательной и положительным направлением оси Ox . Для этого построим касательную до треугольника ABC .



Найдем тангенс угла BAC . (Тангенсом острого угла в прямоугольном треугольнике называется отношение противолежащего катета к прилежащему катету.)

$$\operatorname{tg} BAC = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0,25$$

$$f'(x_0) = \operatorname{tg} BAC = 0,25$$

Ответ: 0,25