

Преобразование числовых степенных выражений

9. Преобразование числовых и буквенных выражений

1. Вспоминай формулы по каждой теме
2. Решай новые задачи каждый день
3. Вдумчиво разбирай решения

Числовые степенные выражения

▸ Выражение a^n называется степенью, a – основанием степени, n – показателем степени.

▸ **Основные формулы:**

$$\begin{aligned}a^0 &= 1 & a^1 &= a \\ a^{nm} &= (a^n)^m & a^n \cdot a^m &= a^{n+m} \\ \frac{a^n}{a^m} &= a^{n-m} & a^{-n} &= \frac{1}{a^n} \\ a^n \cdot b^n &= (a \cdot b)^n \\ a^{\frac{k}{r}} &= \sqrt[r]{a^k} & \frac{a^n}{b^n} &= \left(\frac{a}{b}\right)^n \\ a, b &> 0, \quad a, b \neq 1, \quad k \in \mathbb{Z}, \quad r \in \mathbb{N}, \quad m, n \in \mathbb{R}\end{aligned}$$

Задание 1 #523

Уровень задания: Легче ЕГЭ

Найдите значение выражения $\frac{2^{15}}{2^7}$.

$$\frac{2^{15}}{2^7} = 2^{15-7} = 2^8 = 256.$$

Ответ: 256

Задание 2

Уровень задания: Равен ЕГЭ

Найдите значение выражения $\frac{3^{111}}{3^{-110}} \cdot 3^{-220}$.

$$\frac{3^{111}}{3^{-110}} \cdot 3^{-220} = 3^{111 - (-110)} \cdot 3^{-220} = 3^{221} \cdot 3^{-220} = 3^{221 - 220} = 3^1 = 3.$$

Ответ: 3

Задание 3

Уровень задания: Равен ЕГЭ

Найдите значение выражения $\frac{11^{5,4}}{121^{2,2}}$.

Знаменатель представим в виде $121^{2,2} = (11^2)^{2,2} = 11^{2 \cdot 2,2} = 11^{4,4}$.

Теперь исходное выражение представим в эквивалентном виде и воспользуемся свойством деления степеней с одинаковыми основаниями:

$$\frac{11^{5,4}}{11^{4,4}} = 11^{5,4 - 4,4} = 11^1 = 11.$$

Ответ: 11

Задание 4

Уровень задания: Равен ЕГЭ

Найдите значение выражения $\frac{5^{1,4} \cdot 17^{3,4}}{85^{2,4}}$.

Знаменатель представим в виде $85^{2,4} = (5 \cdot 17)^{2,4} = 5^{2,4} \cdot 17^{2,4}$.

Теперь исходное выражение представим в эквивалентном виде и воспользуемся свойством деления степеней с одинаковыми основаниями:

$$\frac{5^{1,4} \cdot 17^{3,4}}{5^{2,4} \cdot 17^{2,4}} = \frac{5^{1,4}}{5^{2,4}} \cdot \frac{17^{3,4}}{17^{2,4}} = 5^{1,4 - 2,4} \cdot 17^{3,4 - 2,4} = 5^{-1} \cdot 17^1 = \frac{17}{5} = 3,4.$$

Ответ: 3,4

Задание 5

Уровень задания: Равен ЕГЭ

Найдите значение выражения $\frac{17^{2,8 + 4\pi}}{289^{0,9 + 2\pi}}$.

Знаменатель представим в виде

$$289^{0,9+2\pi} = (17^2)^{0,9+2\pi} = 17^{2 \cdot (0,9+2\pi)} = 17^{1,8+4\pi}.$$

Теперь исходное выражение представим в эквивалентном виде и воспользуемся свойством деления степеней с одинаковыми основаниями:

$$\frac{17^{2,8+4\pi}}{17^{1,8+4\pi}} = 17^{2,8+4\pi - (1,8+4\pi)} = 17^1 = 17.$$

Ответ: 17

Задание 6

Уровень задания: Равен ЕГЭ

Найдите значение выражения $\frac{3^{3,4+\sqrt{2}} \cdot 11^{2,4+\sqrt{2}}}{33^{1,4+\sqrt{2}}}$.

Знаменатель представим в виде

$$33^{1,4+\sqrt{2}} = (3 \cdot 11)^{1,4+\sqrt{2}} = 3^{1,4+\sqrt{2}} \cdot 11^{1,4+\sqrt{2}}.$$

Теперь исходное выражение представим в эквивалентном виде и воспользуемся свойством деления степеней с одинаковыми основаниями:

$$\frac{3^{3,4+\sqrt{2}} \cdot 11^{2,4+\sqrt{2}}}{3^{1,4+\sqrt{2}} \cdot 11^{1,4+\sqrt{2}}} = \frac{3^{3,4+\sqrt{2}}}{3^{1,4+\sqrt{2}}} \cdot \frac{11^{2,4+\sqrt{2}}}{11^{1,4+\sqrt{2}}} = 3^{3,4+\sqrt{2} - (1,4+\sqrt{2})} \cdot 11^{2,4+\sqrt{2} - (1,4+\sqrt{2})} = 3^2$$

Ответ: 99

Задание 7

Уровень задания: Равен ЕГЭ

Найдите значение выражения $\frac{22^4 \cdot 3^3}{6^2 \cdot 121^2}$.

$$\frac{22^4 \cdot 3^3}{6^2 \cdot 121^2} = \frac{(2 \cdot 11)^4 \cdot 3^3}{(2 \cdot 3)^2 \cdot (11^2)^2} = \frac{2^4 \cdot 11^4 \cdot 3^3}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 11^4} = 2^2 \cdot 3 = 4 \cdot 3 = 12$$

Ответ: 12