

## § 26. Лабораторная работа № 6.

### Построение модели множественной линейной корреляции

**Ц е л ь р а б о т ы:** овладение способами построения модели множественной линейной корреляции, выработка умений и навыков нахождения параметров уравнения, оценки надежности уравнения регрессии и его параметров, проведения экономической интерпретации полученных результатов.

**С о д е р ж а н и е р а б о т ы:** на основании опытных данных требуется:

1. Определить форму связи между факторными и результативными признаками, построив корреляционные поля на плоскости для каждой пары факторов. Записать уравнение множественной регрессии.

2. Произвести отбор факторов, включаемых в модель.

3. Определить тесноту связи между факторами, включенными в модель множественной линейной корреляции.

4. Найти оценки уравнения регрессии по методу наименьших квадратов.

5. Проверить адекватность полученного модельного уравнения регрессии тремя способами:

– с помощью коэффициента детерминации  $R^2$ ;

– по критерию Фишера;

– с помощью средней ошибки аппроксимации.

6. Определить воздействие неучтенных в модели факторов.

7. Дать экономическую интерпретацию найденных оценок уравнения регрессии.

**З а д а ч а.** Исходные данные для признаков  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$ ,  $Y$  – для различных нефтегазодобывающих управлений – приведены в табл. 40:

Т а б л и ц а 4 0

Признаки	Значение признаков на различных НГДУ									
$X_1$	0,92	0,93	0,89	0,90	0,90	0,89	0,92	0,91	0,93	0,89
$X_2$	45	47	42	46	43	45	48	46	48	44
$X_3$	69	71	64	66	65	63	68	66	69	65
$Y$	35	36	31	33	34	32	38	34	37	33

В таблице обозначено:  $X_1$  – коэффициент эксплуатации скважин;  $X_2$  – дебит скважин (тн/сут.);  $X_3$  – уровень автоматизации труда (%);  $Y$  – производительность труда (тн/чел.). Определим форму связи. Для чего строим корреляционные поля (рис. 13 – 18),

по которым можно предположить, что зависимость между факторными признаками  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  и результативным признаком  $Y$  может носить линейный характер.

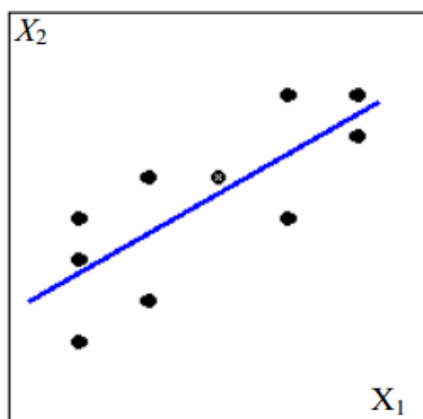


Рис.13.

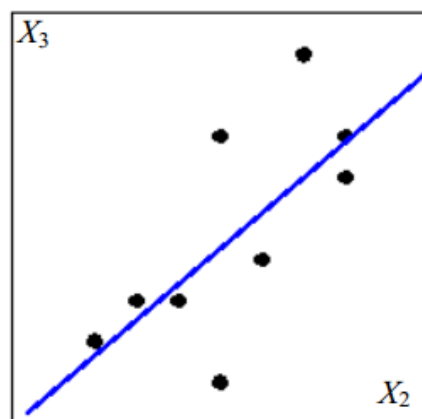


Рис.16.

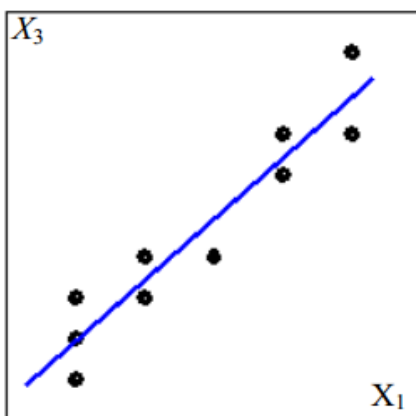


Рис.14.

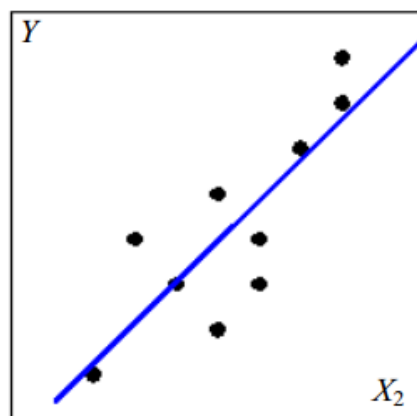


Рис.17.

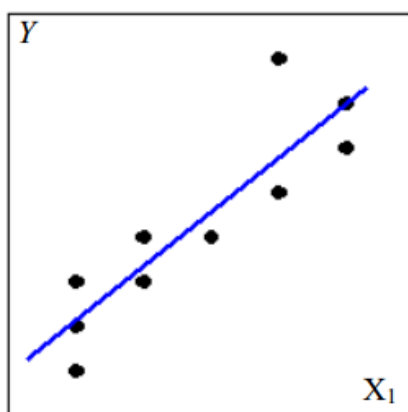


Рис.15.

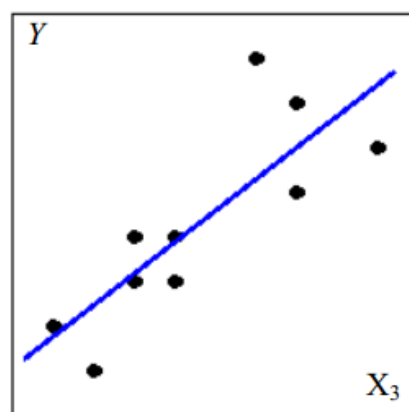


Рис.18.

Решим вопрос о включении факторных признаков  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_3$  в уравнение линейной регрессии. Найдем коэффициенты парной корреляции. Предварительно составим расчетную табл. 41.

Пользуясь табл. 41 и формулами, находим

$$\hat{S}_{X_1}^2 = \frac{1}{n-1}[(X_1 - \bar{X}_1)^2] = 0,00236/9 = 0,000262, \hat{S}_{X_1} = 0,0162.$$

$$\hat{S}_{X_2}^2 = \frac{1}{n-1}[(X_2 - \bar{X}_2)^2] = 37,8/9 = 4,2, \hat{S}_{X_2} = 2,0494.$$

$$\hat{S}_{X_3}^2 = \frac{1}{n-1}[(X_3 - \bar{X}_3)^2] = 58,4/9 = 6,4(8), \hat{S}_{X_3} = 2,5473.$$

$$\hat{S}_Y^2 = \frac{1}{n-1}[(Y - \bar{Y})^2] = 44,1/9 = 4,9, \hat{S}_Y = 2,2136.$$

$$r_{X_1X_2} = \frac{\overline{X_1X_2} - \bar{X}_1\bar{X}_2}{\hat{S}_{X_1}\hat{S}_{X_2}} = \frac{41,246 - 0,908 \cdot 45,4}{0,0162 \cdot 2,0494} = 0,69.$$

$$r_{X_1X_3} = \frac{\overline{X_1X_3} - \bar{X}_1\bar{X}_3}{\hat{S}_{X_1}\hat{S}_{X_3}} = \frac{60,508 - 0,908 \cdot 66,6}{0,0162 \cdot 2,5473} = 0,85,$$

$$r_{X_2X_3} = \frac{\overline{X_2X_3} - \bar{X}_2\bar{X}_3}{\hat{S}_{X_2}\hat{S}_{X_3}} = \frac{3026,8 - 45,4 \cdot 66,6}{2,0494 \cdot 2,5473} = 0,60.$$

Таблица 41

Факторы	Значения факторов										Сумма	Среднее
	0,92	0,93	0,89	0,9	0,9	0,9	0,89	0,92	0,91	0,93		
$X_1$	0,92	0,93	0,89	0,9	0,9	0,9	0,89	0,92	0,91	0,93	9,08	0,908
$X_2$	45	47	42	46	43	43	45	48	46	48	454	45,4
$X_3$	69	71	64	66	65	65	63	68	66	69	666	66,6
$Y$	35	36	31	33	34	34	32	38	34	37	343	34,3
$X_1Y$	32,2	33,48	27,59	29,7	30,6	30,6	28,48	34,96	30,94	34,41	29,37	31,173
$X_2Y$	1575	1692	1302	1518	1462	1462	1440	1824	1564	1776	1452	1560,5
$X_3Y$	2415	2556	1984	2178	2210	2210	2016	2584	2244	2553	2145	2288,5
$X_1X_2$	41,4	43,71	37,38	41,4	38,7	38,7	40,05	44,16	41,86	44,64	39,16	41,246
$X_2X_3$	3105	3337	3688	3036	2795	2795	2835	3264	3036	3312	2860	3026,8
$X_3X_1$	63,48	66,03	56,96	59,4	58,5	58,5	56,07	62,56	60,06	64,17	57,85	60,508
$X_1^2$	0,8464	0,6849	0,7921	0,81	0,81	0,81	0,7921	0,8464	0,8281	0,6849	0,7921	8,247
$X_2^2$	2025	2209	1764	2116	1849	1849	2025	2304	2116	2304	1936	20648
$X_3^2$	4761	5041	4096	4356	4225	4225	3969	4624	4356	4761	4225	44414
$10^6 (X_1 - \bar{X}_1)^2$	144	484	324	64	64	64	324	144	4	484	324	2360
$(X_2 - \bar{X}_2)^2$	0,16	2,56	11,56	0,36	5,76	5,76	0,16	6,76	0,36	6,76	1,96	36,4
$(X_3 - \bar{X}_3)^2$	5,76	19,36	6,76	0,36	2,56	2,56	12,96	1,96	0,36	5,76	2,56	58,4
$(Y - \bar{Y})^2$	0,49	2,89	10,89	1,69	0,09	0,09	5,29	13,69	0,09	7,29	1,69	44,1

По найденным коэффициентам парной корреляции видно, что сильно коррелируют между собой факторы  $X_1$  или  $X_3$ . Для решения вопроса о том, какой из факторов  $X_1$  или  $X_3$  следует исключить из модели множественной линейной корреляции, вычислим коэффициенты парной корреляции  $r_{YX1}$  и  $r_{YX3}$

$$r_{XY_1} = \frac{\overline{YX_1} - \bar{Y} \cdot \bar{X_1}}{\hat{S}_Y \cdot \hat{S}_{X_1}} = \frac{31,173 - 34,3 \cdot 0,908}{2,2136 \cdot 0,0162} = 0,80,$$

$$r_{YX_3} = \frac{\overline{YX_3} - \bar{Y} \cdot \bar{X_3}}{\hat{S}_Y \cdot \hat{S}_{X_3}} = \frac{2288,5 - 34,3 \cdot 66,6}{2,2136 \cdot 2,5473} = 0,73.$$

Так как  $r_{YX_1} > r_{YX_3}$ , то между признаками  $X_1$  и  $Y$  связь сильнее, чем между  $X_3$  и  $Y$ . Этот факт подтверждается путем вычисления коэффициентов частной корреляции  $r_{YX_1(X_3)}$  и  $r_{YX_3(X_1)}$  по формуле

$$r_{YX_1(X_3)} = \frac{r_{YX_1} - r_{X_1X_3} \cdot r_{YX_3}}{\sqrt{(1-r_{X_1X_3}^2)(1-r_{YX_3}^2)}} = \frac{0,80 - 0,85 \cdot 0,73}{\sqrt{(1-0,85^2)(1-0,73^2)}} = 0,50,$$

$$r_{YX_3(X_1)} = \frac{r_{YX_3} - r_{X_1X_3} \cdot r_{YX_1}}{\sqrt{(1-r_{X_1X_3}^2)(1-r_{YX_1}^2)}} = \frac{0,73 - 0,85 \cdot 0,80}{\sqrt{(1-0,85^2)(1-0,80^2)}} = 0,16.$$

Поэтому из модели множественной линейной корреляции исключаем фактор  $X_3$ . Тогда в модель будут включены факторы  $X_1$  и  $X_2$  и уравнение регрессии запишется в виде

$$\hat{Y}_{1,2} = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2$$

Включение фактора  $X_2$  в модель обосновано значимостью коэффициента парной корреляции  $r_{YX_2}$ :

$$r_{YX_2} = \frac{\overline{YX_2} - \bar{Y} \cdot \bar{X_2}}{\hat{S}_Y \cdot \hat{S}_{X_2}} = \frac{1560,5 - 34,3 \cdot 45,4}{2,2136 \cdot 2,0494} = 0,72.$$

Для выяснения вопроса о силе линейной связи между факторами, включенными в модель, вычисляем множественный коэффициент корреляции  $R$  по формуле

$$R = \sqrt{\frac{r_{YX_1}^2 + r_{YX_2}^2 - 2r_{X_1X_2} \cdot r_{YX_1} \cdot r_{YX_2}}{1 - r_{X_1X_2}^2}} = \sqrt{\frac{0,80^2 + 0,72^2 - 2 \cdot 0,69 \cdot 0,80 \cdot 0,72}{1 - 0,69^2}} = 0,83.$$

Так как в нашем примере объем выборки небольшой ( $n=10$ ), то произведем корректировку  $R$  по формуле

$$\hat{R} = \sqrt{1 - (1 - R^2) \frac{n-1}{n-k}} = \sqrt{1 - (1 - 0,83^2) \frac{9}{8}} = 0,81.$$

Проверяем значимость  $R = \hat{R}$  по критерию Стьюдента. Вычисляем среднеквадратическую ошибку  $S_R$  по формуле  $S_R = \frac{1}{\sqrt{n-1}} = \frac{1}{3} = 0,3$ ,

$$\text{Вычисляем статистику } t_H = \frac{\hat{R}}{S_R} = \frac{0,81}{0,3} = 2,7.$$

По таблице критических точек распределения Стьюдента при уровне значимости  $\alpha = 0,05$  с числом степеней свободы  $k = n - 2 = 10 - 2 = 8$  находим  $t_T = 1,86$ . Так как  $t_H = 2,7 > t_T$ , то делаем вывод, что  $R = \hat{R}$  значим. Для нахождения оценок  $a_0, a_1, a_2$  уравнения регрессии  $\hat{Y}_{1,2} = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2$  решаем систему

$$\begin{cases} 10a_0 + 9,08a_1 + 454a_2 = 343, \\ 9,08a_0 + 8,247a_1 + 412,46a_2 = 311,73, \\ 454a_0 + 412,46a_1 + 20648a_2 = 15605. \end{cases}$$

Решив эту систему, получаем  $a_2 = 0,360611$ ,  $a_1 = 86,3271$ ,  $a_0 = -60,45674$ . Тогда уравнение регрессии, устанавливающее зависимость производительности труда  $Y$  от коэффициента эксплуатации  $X_1$  и дебита скважин  $X_2$  запишется в виде  $\hat{Y}_{1,2} = -60,45674 + 86,3271X_1 + 0,360611X_2$ .

Проверяем адекватность уравнения регрессии. Используем коэффициент детерминации  $R^2$ , полагая  $R = \hat{R}$ . Для полученной модели  $\hat{R}^2 = 0,81^2 = 0,66$ . Это означает, что полученная модель приблизительно на 66% объясняет изменение производительности труда в зависимости от изменения включенных в модель факторов  $X_1$  и  $X_2$ , что является не плохим показателем. Проведем проверку модели на адекватность по критерию Фишера – Снедекора. Найдем статистику  $F_H$  по формуле (110), полагая в ней  $R = \hat{R}$

$$F_H = \frac{\hat{R}^2 \cdot (n-p-1)}{(1-\hat{R}^2) \cdot p} = \frac{0,81^2 \cdot (10-2-1)}{(1-0,81^2) \cdot 2} = 3,5.$$

По таблице критических точек распределения Фишера – Снедекора при уровне значимости  $\alpha = 0,05$  и числах степеней свободы  $k_1 = p = 2$ ,  $k_2 = n - p - 1 = 10 - 2 - 1 = 7$  ( $p$  – число факторов  $X_i$ , включенных в модель,  $n$  – объем выборки) находим  $F_T = F_{\alpha; k_1; k_2} = F_{0,05; 2; 7} = 3,26$ . Так как  $F_H > F_T$ , то найденное уравнение регрессии, устанавливающее зависимость производительности труда на десяти нефтегазодобывающих управлениях (НГДУ) от коэффициента эксплуатации скважин  $X_1$  и дебита скважин  $X_2$ , значимо описывает опытные данные и может быть принято для руководства.

Оценим адекватность уравнения регрессии по средней ошибке аппроксимации  $\varepsilon$ , которую вычислим по формуле

$$\varepsilon = \frac{1}{p} \sum \frac{|Y - \hat{Y}_{1,2}|}{Y} \cdot 100\%.$$

Для нахождения суммы, входящей в формулу, составляем расчетную табл. 42.

Т а б л и ц а 42

$Y$	$\hat{Y}_{1,2}$	$ Y - \hat{Y}_{1,2} $	$\frac{ Y - \hat{Y}_{1,2} }{Y}$
35	35,2	0,2	0,000114
36	36,8	0,8	0,017778
31	31,5	0,5	0,005952
33	33,8	0,8	0,019394
34	32,7	1,3	0,049706
32	32,6	0,6	0,008
38	36,3	1,7	0,076053
34	34,7	0,7	0,014412
37	37,1	0,1	0,00027
33	32,2	0,8	0,019394
			<b>0,211073</b>

По табл. 42 находим:  $\varepsilon = (0,211073 : 2) \times 100\% = 10,6\%$ .

Среднеквадратическая ошибка небольшая, что дает основание считать, что построенная модель адекватно описывает опытные данные. Итак, все три метода проверки модели на адекватность подтвердили гипотезу о том, что уравнение регрессии  $\hat{Y}_{1,2} = -60,45674 + 86,3271X_1 + 0,360611X_2$  в целом статистически значимо и хорошо соответствует данным наблюдений.

Дадим экономическую интерпретацию найденных коэффициентов уравнения регрессии.

Значение свободного члена  $a_0 = -60,45674$  характеризует влияние неучтенных в модели факторов, в частности фактора  $X_3$  (уровень автоматизации труда). Знак минус говорит о том, что отсутствие этого фактора в модели отрицательно сказывается на повышении производительности труда. Величина коэффициента  $a_1 = 86,3271$  показывает, что при увеличении коэффициента эксплуатации на 0,01 производительность труда увеличивается в среднем на 86,3271 тн/чел. Коэффициент  $a_2 = 0,360611$  показывает, что при увеличении дебита скважин на одну тонну производительность труда увеличивается в среднем на 0,360611.

## В а р и а н т ы з а д а н и й к л а б о р а т о р н о й р а б о т е № 6

Варианты № 1 – №10.

Данные экспериментального определения производительности  $Y$  труда в зависимости от коэффициента  $X_1$  эксплуатации скважин, дебита  $X_2$  скважин, уровня  $X_3$  автоматизации труда приведены в табл. 43. Пользуясь данными табл. 43, выполнить задание (по образцу приведенного выше примера) по вариантам, номера предприятий (НГДУ) для которых указаны в табл. 44.

Т а б л и ц а 4 3

Факторы	Значения факторов на различных НГДУ															
	Номера НГДУ															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
$X_1$	0,93	0,95	0,94	0,89	0,91	0,90	0,92	0,93	0,89	0,90	0,90	0,89	0,92	0,91	0,9	0,89
$X_2$	51	40	46	40	49	43	45	44	42	46	40	49	50	46	48	51
$X_3$	71	74	72	65	68	67	69	72	65	68	65	66	71	67	70	65
$Y$	35	32	30	31	33	30	34	35	31	33	32	32	31	34	35	30

Здесь:  $X_1$  – коэффициент эксплуатации скважин (в долях),  $X_2$  – дебит скважин (тн/сутки),  $X_3$  – уровень автоматизации труда (%),  $Y$  — производительность труда (тн/чел.).

Т а б л и ц а 4 4

Варианты	Номера предприятий	Варианты	Номера предприятий
1	1-3, 7-12, 16	6	4-6, 10-16
2	1-3, 7-9, 13-16	7	1-6, 13-16
3	1-6, 10-12, 16	8	7-16
4	1-3, 10-16	9	4-9, 13-16
5	4-12, 16	10	1-9, 16

Вариант № 11.

Прогнозные показатели разработки по нефти на одном из месторождений Тюменской области, – характеризующие зависимость среднего дебита  $Y$  действующих скважин по нефти, от фонда  $X_1$  действующих нагнетательных скважин на конец года, средней приемистости  $X_2$  нагнетательных скважин и фонда  $X_3$  механизированных скважин на конец года, – приведены в табл. 45.



Таблица 45

$Y$ (т/сут.)	$X_1$ (шт.)	$X_2$ (м <sup>3</sup> /сут.)	$X_3$ (шт.)
3,5	3	31	26
3,5	5	30	27
3,6	6	29	26
3,6	6	24	26
3,5	7	23	25
3,5	7	20	25
3,4	7	20	25
3,3	8	20	24
3,4	8	17	24
3,3	8	17	24
3,2	8	17	23
3,2	8	17	23
3,1	7	16	22
3,2	7	19	22
3,1	8	18	21
3,1	8	16	21
3,0	8	16	20
3,1	8	16	20
3,0	8	15	19
3,0	8	15	19

Вариант № 12.

Прогнозные показатели разработки по нефти на одном из месторождений Тюменской области, – характеризующие зависимость объема  $Y$  добычи жидкости с начала разработки, от годовой добычи  $X_1$  жидкости из перешедших скважин, среднегодовой обводненности  $X_2$  и от среднего дебита  $X_3$  действующих скважин по жидкости, – приведены в табл. 46.

Таблица 46

$Y$ (тыс. т)	$X_1$ (тыс. т)	$X_2$ (%)	$X_3$ (т/сут.)
107	34,5	2,8	3,9
142	34,4	2,8	4
176	34,3	2,7	4
210	34,2	2,6	4,1
244	34,1	2,5	4,1
278	34	2,4	4,1
312	33,8	2,4	4,3
346	33,7	2,3	4,3
379	33,6	2,2	4,2
413	33,4	2,2	4,4
446	33,2	2,1	4,4
479	33,1	2,0	4,6
512	32,9	2,0	4,5
545	32,7	1,9	4,7
577	32,5	1,8	4,7

### Вариант № 13.

Прогнозные показатели разработки по нефти на одном из месторождений Тюменской области, – характеризующие зависимость добычи  $Y$  нефти с начала разработки от суммарной добычи  $X_1$  нефти из скважин предыдущего года, падения  $X_2$  добычи нефти и фонда  $X_3$  добывающих скважин на конец года, – приведены в табл. 47.

Таблица 47

$Y$ (тыс.т)	$X_1$ (тыс.т)	$X_2$ (тыс.т)	$X_3$ (шт.)
100,5	30,4	-0,5	27
102	33	-0,9	26
133,1	32,1	-1	26
163,1	31,1	-0,9	25
192,6	30,2	-0,9	25
220,9	29,3	-0,9	25
248,5	28,4	-0,9	24
275,1	27,5	-0,8	24
301	26,7	-0,8	23
326,1	25,9	-0,8	23
350,4	25,1	-0,7	22
374	24,3	-0,7	21
379,5	23,6	-0,6	20

### Вариант № 14.

Прогнозные показатели разработки по нефти на одном из месторождений Тюменской области, – характеризующие зависимость добычи  $Y$  нефти с начала разработки от суммарной добычи  $X_1$  нефти из скважин предыдущего года, падение  $X_2$  добычи нефти и коэффициента  $X_3$  нефтеизвлечения, – приведены в табл. 48

Таблица 48

$Y$ (тыс.т)	$X_1$ (тыс. т)	$X_2$ (тыс.т)	$X_3$ (%)
286	22	- 0,7	0,9
360	22,7	- 0,9	1,2
86,9	31,7	- 0,9	1,9
117,3	31,2	- 0,8	2,5
147,1	30,5	- 0,8	3,2
176,1	29,7	- 0,8	3,8
204,5	29	- 0,7	4,4
232,2	28,4	- 0,7	5,0
259,2	27,7	- 0,6	5,6
285,6	26,4	- 0,6	6,2
311,4	25,8	- 0,6	6,7
336,6	25,2	- 0,5	7,3
361,2	24,6	- 0,5	7,8
385,3	24	- 0,5	8,3
408,7	23,5	- 0,5	8,8

# Вариант № 15.

Прогнозные показатели разработки по нефти на одном из месторождений Тюменской области, – характеризующие зависимость добычи  $Y$  жидкости с начала разработки от годовой добычи  $X_1$  жидкости из перешедших скважин, среднегодовой обводненности  $X_2$  и от среднего дебита  $X_3$  действующих скважин по жидкости, – приведены в табл. 49.

Т а б л и ц а 49

$Y$ (тыс.т)	$X_1$ (тыс. т)	$X_2$ (%)	$X_3$ (т/сут.)
90	32,7	4,8	2,7
123	32,7	6,8	2,8
155	32,6	8,8	2,8
188	32,5	10,7	2,8
220	32,4	12,6	2,9
253	32,5	14,4	2,9
285	32,3	16,2	3,0
317	32,2	17,9	3,0
349	32,1	19,5	2,9
381	32	21,2	3,0
413	31,8	22,8	3,0
445	31,7	24,3	3,1
476	31,6	25,8	3,1
508	31,5	27,2	3,2
539	31,4	28,7	3,2

# Вариант № 16.

Прогнозные показатели разработки по нефти на одном из месторождений Тюменской области, – характеризующие зависимость среднего дебита  $Y$  действующих скважин по нефти от фонда  $X_1$  действующих нагнетательных скважин на конец года, средней приемистости  $X_2$  нагнетательных скважин и темпа  $X_3$  отбора от начальных извлекаемых запасов, – приведены в табл. 50.

Таблица 50

$Y$ (т/сут.)	$X_1$ (шт.)	$X_2$ (м <sup>3</sup> /сут.)	$X_3$ (%)
3	1	50	2,5
2,7	2	43	2
2,6	3	31	2,3
2,7	5	27	2,2
2,6	6	22	2,1
2,6	6	22	2,2
2,5	6	22	2,1
2,5	7	19	2
2,5	7	19	2,1
2,5	8	16	1,9
2,4	8	16	1,9
2,4	8	16	1,8
2,4	7	15	1,8
2,3	8	15	1,7
2,3	7	18	1,7
2,3	7	18	1,9
2,2	8	16	2,3
2,3	7	15	1,9
2,3	8	15	2,1
2,2	8	15	2

Вариант № 17.

Прогнозные показатели разработки по нефти на одном из месторождений Тюменской области, – характеризующие зависимость добычи  $Y$  нефти с начала разработки от коэффициента  $X_1$  нефтеизвлечения, темпа  $X_2$  отбора от начальных извлекаемых запасов и среднего дебита  $X_3$  действующих скважин по нефти, – приведены в табл. 51.

Таблица 51

$Y$ (тыс.т)	$X_1$ (%)	$X_2$ (%)	$X_3$ (т/сут.)
102	1,5	2,8	3,6
133,1	1,9	2,8	3,6
163,3	2,4	2,7	3,5
192,6	2,8	2,6	3,5
220,9	3,2	2,5	3,4
275,1	4	2,4	3,4
301	4,4	2,4	3,3
326,1	4,8	2,3	3,2
350,4	5,1	2,2	3,2
374	5,5	2,2	3,1
396,9	5,8	2,1	3,2
419,9	6,1	2	3,1
440,6	6,4	2	3,1
461,5	6,7	1,9	3
481,7	7	1,8	3,1

Вариант № 18.

Прогнозные показатели разработки по нефти на одном из месторождений Тюменской области, – характеризующие зависимость добычи  $Y$  жидкости сначала разработки от закачки  $X_1$  агента за год, закачки  $X_2$  агента с начала разработки и среднего дебита  $X_3$  действующих скважин по жидкости, – приведены в табл. 52.

Таблица 52

$Y$ (тыс. т)	$X_1$ (тыс. т/год)	$X_2$ (тыс. т)	$X_3$ (т/сут.)
123	44,5	161	2,8
155	44,3	205	2,8
188	44	249	2,8
220	43,7	293	2,9
253	43,4	336	2,9
285	43,1	380	3
317	42,8	422	3
349	42,5	465	2,9
381	42,3	507	3
413	42	549	3
445	41,7	591	3,1
476	41,4	632	3,1
508	41,4	673	3,2
539	40,8	714	3,2
570	40,5	755	3,3

Вариант № 19.

Прогнозные показатели разработки по нефти на одном из месторождений Тюменской области, – характеризующие зависимость суммарной добычи  $Y$  нефти из скважин предыдущего года от падения  $X_1$  добычи нефти, процента  $X_2$  падения добычи нефти и фонда  $X_3$  добывающих скважин на конец года, – приведены в табл. 53.

Таблица 53

$Y$ (тыс. т)	$X_1$ (тыс. т)	$X_2$ (%)	$X_3$ (шт.)
35	– 1,1	– 2,4	27
33	– 0,9	– 2,6	26
32,1	– 1	– 2,6	26
31,1	– 0,9	– 2,6	25
29,3	– 0,9	– 2,7	25
28,4	– 0,9	– 2,7	24
27,5	– 0,8	– 2,7	24
25,9	– 0,8	– 2,8	23
24,3	– 0,7	– 2,8	22
22,9	– 0,7	– 2,8	21
21,5	– 0,7	– 2,9	20
20,2	– 0,6	– 2,9	19
20	– 0,5	– 3,1	18

### Вариант № 20.

Исходные данные по цеху акционерного объединения машиностроительного профиля за 10 месяцев, – характеризующие зависимость между себестоимостью  $Y$  произведенной продукции, стоимостью  $X_1$  материалов, основной зарплатой  $X_2$  и расходами  $X_3$  по содержанию и эксплуатации оборудования, – представлены в табл. 54

Таблица 54

$Y$ (тыс. руб.)	$X_1$ (тыс. руб.)	$X_2$ (тыс. руб.)	$X_3$ (тыс. руб.)
82,3	36,4	11,5	14,2
83,8	36,6	11,5	13,9
81,5	37,9	11,6	15,2
83,1	38,2	11,8	16,5
84,3	39,4	12	16,7
82,6	39,8	12,2	17,2
85,4	40,1	12,5	18,3
84,6	41,5	12,6	18,6
86,8	42,6	12,8	19,4
88,3	45,7	13,2	20,7

### Вариант № 21.

Исходные данные по цеху акционерного объединения машиностроительного профиля за 10 месяцев, – характеризующие зависимость между себестоимостью произведённой продукции  $Y$ , стоимостью  $X_1$  материалов, основной зарплатой  $X_2$  и цеховыми расходами  $X_3$ , – предоставлены в табл. 55.

Таблица 55

$Y$ (тыс. руб.)	$X_1$ (тыс. руб.)	$X_2$ (тыс. руб.)	$X_3$ (тыс. руб.)
81,5	37,9	11,6	9,5
82,3	36,5	11,5	10,6
83,8	36,6	11,5	7,8
83,1	38,2	11,8	9,1
84,3	39,4	12	13,6
82,6	39,8	12,2	14,1
85,4	40,1	12,5	14,6
84,6	41,5	12,6	15,1
86,8	42,6	12,8	16
88,3	45,7	13,2	17,2

### Вариант № 22.

Имеются данные, характеризующие зависимость нормы расхода  $Y$  моторного масла на угар и замену марки  $Y_0 = 0,55$  от максимальной мощности  $X_1$  двигателя, максимального крутящего момента  $X_2$ , линейной нормы  $X_3$  расхода топлива, и скорости автомобиля  $X_4$  (табл. 56).

Таблица 56

$Y$ (л/100 л. т.)	$X_1$ (л. с.)	$X_2$ ( )	$X_3$ (л)	$X_4$ (км/ч)
1,3	39	7,4	12	40
1,3	42	7,6	8	75
0,8	53	8,2	8	90
1,3	53	8,2	11	70
2,2	70	20,5	21,5	40
2,2	72	17	17	80
1,8	73,5	10,8	10	90
2,2	75	17	16	30
2	75	21	22,8	60
2,1	75	17	15	40
2,2	90	17,5	16	70
2,3	90	17	17	60
1,8	98	18,4	15	60
2,8	110	35	39	35
2,2	115	29	27	70
2,1	115	29	29	60
2,1	120	29	35	50
2	150	41	36	45
2	180	47,3	44	40
1,8	175	48	54	40

Вариант № 23.

Имеются данные, характеризующие зависимость нормы расхода  $Y$  моторного масла на угар и замену марки  $Y_0 = 0,55$  от максимальной мощности  $X_1$  двигателя, линейной нормы  $X_2$  расхода топлива, скорости  $X_3$  двигателя и контрольного расхода топлива при данной скорости  $X_4$  (табл. 57).

Таблица 57

$Y$ (л/100 л. т.)	$X_1$ (л. с.)	$X_2$ (л)	$X_3$ (км/ч)	$X_4$ (л)
1,3	39	12	40	10
1,3	42	8	75	8
0,8	53	8	90	9,45
1,3	53	11	70	8,85
2,2	70	21,5	40	21
2,2	72	17	80	13
1,8	73,5	10	90	9,3
2,2	75	16	30	10,6
2	75	22,8	60	22
2,1	75	15	40	12
2,2	90	16	70	13,1
2,3	90	17	60	10,6
1,8	98	15	60	11,8
2,8	110	39	35	38,5
2,2	115	27	70	23
2,1	115	29	60	20
2,1	120	35	50	35
2	150	36	45	35,9
2	180	44	40	41
1,8	175	54	40	39

Вариант № 24.

Имеются данные, характеризующие зависимость нормы расхода  $Y$  моторного масла на угар и замену марки  $Y_0 = 0,55$  от максимальной мощности  $X_1$  двигателя, диаметра  $X_2$  цилиндра, линейной нормы  $X_3$  расхода топлива и скорости  $X_4$  (табл. 58).

Т а б л и ц а 5 8

$Y$ (л/100 л. т.)	$X_1$ (л. с.)	$X_2$ (мм)	$X_3$ (л)	$X_4$ (км/ч)
1,3	39	76	12	40
1,3	42	76	8	75
0,8	53	72	8	90
1,3	53	76	11	70
2,2	70	82	21,5	40
2,2	72	92	17	80
1,8	73,5	82	10	90
2,2	75	92	16	30
2	75	82	22,8	60
2,1	75	92	15	40
2,2	90	92	16	70
2,3	90	92	17	60
1,8	98	92	15	60
2,8	110	101,6	39	35
2,2	115	92	27	70
2,1	115	92	29	60
2,1	120	92	35	50
2	150	100	36	45
2	180	108	44	40
1,8	175	108	54	40

Вариант № 25 – № 30.

Имеются данные, характеризующие зависимость нормы  $Y$  расхода моторного масла на угар и замену марки  $Y_0 = 0,55$  от максимальной мощности двигателя  $X_1$ , оборотов при максимальной мощности  $X_2$ , линейной нормы  $X_3$  расхода топлива и скорости  $X_4$  (табл. 59).



Таблица 59

$Y$ (л/100 л. т.)	$X_1$ (л. с.)	$X_2$ (об/мин)	$X_3$ (л)	$X_4$ (км/ч)
1,3	39	4200	12	40
1,3	42	4400	8	75
0,8	53	5400	8	90
1,3	53	5400	11	70
2,2	70	2800	21,5	40
2,2	72	4000	17	80
1,8	73,5	5800	10	90
2,2	75	2600	16	30
2	75	2600	22,8	60
2,1	75	2600	15	40
2,2	90	4000	16	70
2,3	90	4000	17	60
1,8	98	4500	15	60
2,8	110	2800	39	35
2,2	115	3200	27	70
2,1	115	3200	29	60
2,1	120	3300	35	50
2	150	3200	36	45
2	180	3200	44	40
1,8	175	3200	54	40